บทที่ 3
การสลายทางนิวเคลียร์ที่ทำขึ้น
ARTIFICIAL NUCLEAR DISINTEGRATION

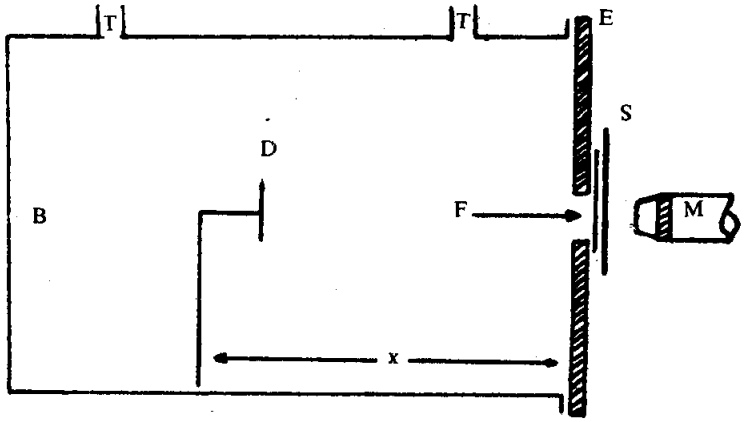
วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาบทนี้แล้วจะสามารถ

1. เขียนสมการการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้
2. คำนวณหาค่าพลังงานที่เกิดขึ้นในปฏิกิริยา เมื่ออนุภาคใหม่ที่เกิดขึ้นกระเด็นออกมาเป็นมุมต่าง ๆ กัน จากแนวการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เข้าชน
3. ใช้หลักการอนุรักษ์พลังงาน และการอนุรักษ์โมเมนตัมในวิชานิวเคลียร์ได้
4. ทำนายได้ว่า จะต้องใช้อนุภาคพลังงานเท่าใดเข้าชนเป้า จึงจะเกิดอนุภากใหม่มีพลังงานตามต้องการ
5. หาพลังงานที่น้อยที่สุดของอนุภาคที่เข้าชน เพื่อให้เกิดปฏิกิริยาได้
6. อธิบายปฏิกิริยาที่เกิดจากการใช้อนุภาคต่าง ๆ เข้าชนนิวเคลียสได้ และสามารถจัดขนาดของมวลและพลังงานในการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ได้

3.1 การเปลี่ยนแปลงโดยใช้อนุภาคแอลฟา เข้าทำปฏิกิริยา ปฏิกิริยา แอลฟา–โปรตอน

รัทเธอร์ฟอร์ด เป็นผู้ค้นพบการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์ โดยใช้เครื่องมือง่าย ๆ แต่มีความไวสูง ดังรูป



รูปที่ 3.1 แสดงเครื่องมือของรัทเธอร์ฟอร์ดในปฏิกิริยา $N^{14}(\alpha,p)$

การเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น เมื่อใช้อนุภาคที่มีพลังงานสูง ยิงเข้าไปในอะตอม เขาได้ใช้อนุภาคแอลฟา จากนิวไคลด์กัมมันตรังสี ($_{83}Bi^{214}$) ยิงเข้าไปในอะตอมของไนโตรเจน ปรากฏว่ามีอนุภาคโปรตอนออกมา

เครื่องมือประกอบด้วยกล่องสีเหลี่ยม B ที่มีท่อ T,T สำหรับดูดแก๊สเข้าและออก ท้ายกล่อง E เป็นช่องเปิด คลุมด้วยซิลเวอร์ฟอล์ย F ถัดจากซิลเวอร์ฟอล์ย มีฉาก S ฉาบด้วย ZnS ข้างนอกกล่องมีกล้องไมโครสโคป M วางอยู่ เพื่อสังเกตแสงวาบ (scintillation) ภายในกล่องมีจาน D สำหรับวางตัวกำเนิดอนุภาคแอลฟา ระหว่างตัวกำเนิดถึงฉากเรืองแสง สามารถปรับระยะทาง x ได้ตามความต้องการ ซิลเวอร์ฟอล์ยที่ใช้มีความหนาพอที่จะดูดกลืนอนุภาคแอลฟาที่เกิดจากตัวกำเนิดได้หมด

ในการผ่านแก๊สคาร์บอน หรือออกซิเจนเข้าไปทางท่อ T ปรับระยะ x = 7 ซม. ปรากฏว่าไม่เกิดแสงวาบ

เมื่อผ่านแก๊สไนโตรเจนเข้าไปทางท่อ T จะมีแสงวาบเกิดขึ้น แม้ว่าจะเปลี่ยนระยะ x ให้ห่างออกไปถึง 40 เซนติเมตร รัทเธอร์ฟอร์ด เชื่อว่า แสงวาบที่เกิดขึ้น จะต้องมาจากการ

สลายของธาตุไนโตรเจน เนื่องจากถูกอนุภาคแอลฟาวิ่งเข้าชน เพราะอนุภาคแอลฟาที่เกิดจากการสลายของธาตุกัมมันตรังสี ไม่สามารถวิ่งผ่านอากาศได้หนาถึง 40 ซม.

จากการวัดโดยใช้การเบนในสนามแม่เหล็ก ปรากฏว่า อนุภาคที่เกิดขึ้น คือ โปรตอน โอกาสการเกิดโปรตอนโดยวิธีนี้ มีน้อยมาก คือ อนุภาคแอลฟาล้านตัว จะเกิดโปรตอนเพียง 1 ตัวเท่านั้น โปรตอนที่พบบางตัวมีพลังงานมากกว่าพลังงานของอนุภาคแอลฟา จึงเชื่อว่าพลังงานจะต้องมีผลมาจากกระบวนการสลายทางนิวเคลียร์ เขาจึงได้ตั้งสมมติฐานว่า

(ก) นิวเคลียสเสียโปรตอน อันเป็นผลมาจากการชนของอนุภาคแอลฟา ดังนั้น จึงควรมีอนุภาคแอลฟาเหลืออยู่ แต่การตรวจด้วยห้องหมอก (cloud chamber) ไม่พบทางเดินของอนุภาคแอลฟา หลังจากที่มีการชนกับนิวเคลียสแล้ว

(ข) อนุภาคแอลฟาที่วิ่งผ่านเข้าไป จะถูกนิวเคลียสจับไว้ เกิดเป็นนิวเคลียสเชิงประกอบ (compound nucleus) แล้วนิวเคลียสเชิงประกอบจะส่งอนุภาคโปรตอนออกมา กรณีนี้ หลังการชน อนุภาคแอลฟาจะหายไปด้วย อาจเขียนปฏิกิริยา $N^{14}(\alpha,p)O^{17}$ ได้ดังนี้

$$ {}_7N^{14} + {}_2He^4 \longrightarrow \left[{}_9F^{18}\right] \longrightarrow {}_8O^{17} + {}_1H^1 $$

จะเห็นว่า Z และ A ทางซ้ายและขวา จะต้องเท่ากัน อาจเขียนสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$ {}_ZX^A + {}_2He^4 \longrightarrow \left[{}_{Z+2}C_N^{A+4}\right] \longrightarrow {}_{Z+1}Y^{A+3} + {}_1H^1 $$

เมื่อ X, Y และ C_N แทน เป้า, นิวไคลด์ที่เกิดใหม่, และนิวเคลียสเชิงประกอบ

โปรตอนยังเกิดขึ้นได้โดยใช้อนุภาคแอลฟา ยิงเข้าไปในนิวไคลด์เบา ๆ เช่น ${}_5B^{10}$, ${}_{11}Na^{23}$, ${}_{13}Al^{27}$, ${}_{16}S^{32}$, ${}_{19}K^{39}$

3.2 การสมดุลของมวลและพลังงานในปฏิกิริยานิวเคลียร์

สมการที่ใช้แทนปฏิกิริยานิวเคลียร์ คือ

$$ x + X \longrightarrow Y + y \qquad \ldots (3.1) $$

เมื่อ X เป็นนิวเคลียสของเป้า

x อนุภาคที่ใช้ยิง

Y นิวเคลียสที่เกิดขึ้นใหม่ และ

y คืออนุภาคที่เกิดขึ้นใหม่

หลักการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) ยังใช้ได้ในปฏิกิริยานิวเคลียร์ ดังนั้น พลังงานรวมก่อนเกิดปฏิกิริยาและหลังเกิดปฏิกิริยา ย่อมมีค่าเท่ากัน นั่นคือ

$$(E_x + m_x C^2) + M_X C^2 = (E_Y + M_Y C^2) + (E_y + m_y C^2) \quad \ldots (3.2)$$

เมื่อ m_x มวลของอนุภาคที่ใช้ยิง

M_X มวลของนิวเคลียสของเป้า

m_y มวลของอนุภาคที่เกิดขึ้น

M_Y มวลของนิวเคลียสที่เกิดใหม่

E แทนพลังงานของนิวไคลด์ ตามอักษรที่เขียนไว้ข้างล่างด้านขวา

ถ้า Q แทนพลังงานสมดุลของสมการ (energy balance) มักเรียก ค่าคิว (Q – value)

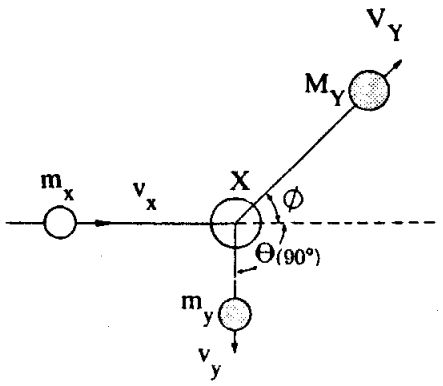
$$Q = E_Y + E_y - E_x = (M_X + m_x - M_Y - m_y) C^2 \quad \ldots (3.3)$$

ถ้าค่า คิว เป็นบวก เรียกปฏิกิริยาคายความร้อน (Exothermic) หรือคายพลังงาน (Exoergic)

คิว เป็นลบ เรียกปฏิกิริยาดูดกลืนความร้อน (Endothermic) หรือดูดกลืนพลังงาน (Endoergic)

การหาค่าคิวจากสมการ (3.3), จะต้องทราบค่า E_Y ซึ่งเป็นพลังงานของนิวเคลียสที่เกิดใหม่ การเคลื่อนที่มักเป็นไปอย่างเชื่องช้า เป็นการยากที่จะวัดพลังงานจลน์ ในการคำนวณจึงมักจะหาทางกำจัด E_Y ออกไป โดยพิจารณาจากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม

จากรูปที่ 3.2, กำหนดให้ m_x เป็นอนุภาคที่ใช้ยิงนิวเคลียส M_X, เกิดนิวเคลียสใหม่ M_Y ทำมุม Ø กับทิศทางการเคลื่อนที่ของ m_x และอนุภาคใหม่ m_y ทำมุม 90° กับทิศทางการเคลื่อนที่ของ m_x



รูปที่ 3.2 แสดงการอนุรักษ์โมเมนตัม ในปฏิกิริยานิวเคลียร์ เมื่ออนุภาคที่ส่งออกมาทำมุม 90° กับทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่วิ่งเข้าชน

จากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$m_x v_x = M_Y V_Y \cos \varnothing \quad \ldots (3.4)$$

$$m_y v_y = M_Y V_Y \sin \varnothing \quad \ldots (3.5)$$

สมการ (3.4) ยกกำลังสอง รวมกับสมการ (3.5) ยกกำลังสอง จะได้

$$(m_x v_x)^2 + (m_y v_y)^2 = (M_Y V_Y)^2$$

$$V_Y^2 = \frac{1}{M_Y^2} (m_x^2 v_x^2 + m_y^2 v_y^2) \quad \ldots (3.6)$$

แทนค่า V_Y ในสมการของพลังงาน

$$E_Y = \tfrac{1}{2} M_Y V_Y^2 \quad \ldots (3.7)$$

$$E_Y = \tfrac{1}{2} M_Y \cdot \frac{1}{M_Y^2} (m_x^2 v_x^2 + m_y^2 v_y^2)$$

$$E_Y = \frac{1}{M_Y} (\tfrac{1}{2} m_x v_x^2 \cdot m_x) + \frac{1}{M_Y} (\tfrac{1}{2} m_y v_y^2 \cdot m_y)$$

$$E_Y = \frac{m_x}{M_Y} \cdot E_x + \frac{m_y}{M_Y} \cdot E_y \quad \text{... (3.8)}$$

จากสมการ (3.3),

$$Q = E_Y + E_y - E_x$$

แทนค่า E_Y จากสมการ (3.8) ลงในสมการ (3.3), จะได้

$$Q = \frac{m_x}{M_Y} \cdot E_x + \frac{m_y}{M_Y} \cdot E_y + E_y - E_x$$

$$Q = E_y \left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right) - E_x \left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right) \quad \text{... (3.9)}$$

กรณีที่ส่งอนุภาคออกมาทำมุม θ กับทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ใช้ยิง จะหาค่าคิวได้โดยวิธีเดียวกัน ผลที่ได้ คือ

$$Q = E_y\left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right) - E_x\left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right) - \frac{2}{M_Y}(E_x E_y m_x m_y)^{1/2} \cos\theta \quad \text{... (3.10)}$$

บางทีค่าคิวเป็นลบ อนุภาคที่เข้าชนจะต้องมีพลังงานจำนวนหนึ่งเพื่อให้เกิดปฏิกิริยาเป็นปฏิกิริยาดูดกลืนพลังงาน พลังงานที่ให้แก่อนุภาคที่เข้าชนนี้เรียก พลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน หรือพลังงานเทรสโฮลด์ (Threshold energy)

เมื่ออนุภาคที่มีพลังงานเข้าชนเป้า จะถูกดูดกลืนเข้าไปในนิวเคลียสของเป้าเพื่อเกิดเป็นนิวเคลียสเชิงประกอบ จากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม นิวเคลียสเชิงประกอบจะต้องเคลื่อนที่ด้วย

ดังนั้น พลังงานที่ต้องใช้ไปในการทำให้เกิดปฏิกิริยา ก็คือ พลังงานจลน์ของอนุภาคที่เข้าชน ลบด้วย พลังงานจลน์ของนิวเคลียสเชิงประกอบ นั่นคือ

$$-Q = \tfrac{1}{2} m_x v_x^2 - \tfrac{1}{2} M_C V_C^2 \quad \text{... (3.11)}$$

เมื่อ M_C = มวลของนิวเคลียสเชิงประกอบ $= M_X + m_x$

V_C = ความเร็วของนิวเคลียสเชิงประกอบ

จากหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม

$$M_C V_C = m_x v_x$$

$$V_C = \frac{m_x v_x}{M_C}$$

แทนค่า V_C ในสมการ (3.11),

$$-Q = \tfrac{1}{2} m_x v_x^2 - \tfrac{1}{2} M_C \frac{m_x^2 v_x^2}{M_C^2}$$

$$= \tfrac{1}{2} m_x v_x^2 \left[1 - \frac{m_x}{M_C}\right]$$

$$-Q = E_x \left[\frac{M_X}{M_X + m_x}\right] \qquad \ldots (3.12)$$

แต่ความหมายของ **พลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน คือพลังงานจลน์ที่น้อยที่สุดของอนุภาคที่ใช้ยิงเข้าไปในนิวเคลียส เพื่อให้เกิดปฏิกิริยา** (ถ้าน้อยกว่านี้แล้ว ปฏิกิริยาจะไม่เกิดขึ้น) หรือ

$$E_{th} = \tfrac{1}{2} m_x v_x^2$$

สมการ (3.12) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$Q = -E_{th}\left[\frac{M_x}{M_X - m_x}\right]$$

หรือ $$E_{th} = -Q\left[1 + \frac{m_x}{M_X}\right] \qquad \ldots (3.13)$$

เครื่องหมายลบ แสดงว่า ต้องให้พลังงานจลน์แก่ระบบ เพื่อให้เกิดปฏิกิริยา ดังนั้น พลังงานจลน์ที่ต้องให้กับอนุภาคที่ใช้ยิง จะต้องมากกว่าค่าคิว ด้วยเทอม $\frac{m_x}{M_X}$

ถ้าปฏิกิริยาเกิดขึ้น โดยใช้รังสีแกมมาเข้าชนนิวเคลียส, m_x ในสมการ (3.13) จะเป็นศูนย์, นั่นคือ

$$E_{th} = -Q \qquad \ldots (3.14)$$

มวลที่ใช้ในสมการเหล่านี้ เป็นมวลของนิวเคลียส ในการคำนวณอาจใช้มวลของอะตอมที่เป็นกลาง โดยใช้หลักการสมดุลของสมการ, อิเล็กตรอนที่วนอยู่รอบนิวเคลียส เพื่อให้อะตอมเป็นกลาง จะลบกันหมดไปในสมการนิวเคลียร์ เพราะจำนวนอิเล็กตรอนทั้งสองข้างของสมการต้องเท่ากัน

3.3 ปฏิกิริยาการส่งโฟตอน

เมื่อนิวเคลียสจับอนุภาคแอลฟา แล้วเกิดนิวเคลียสเชิงประกอบ, นิวเคลียสเชิงประกอบนอกจากจะส่งโปรตอนแล้ว ยังพบว่า ในการใช้อนุภาคแอลฟายิงเข้าไปในธาตุเบา ๆ เช่นเบอริลเลี่ยมบางทีก็มีรังสีที่มีอำนาจทะลุทะลวงสูงส่งออกมา แต่ไม่พบโปรตอน รังสีนั้นคือโฟตอนของรังสีแกมมา ดังปฏิกิริยา

$$ {}_4Be^9 + {}_2He^4 \longrightarrow \left[{}_6C^{13}\right] \longrightarrow {}_6C^{13} + \gamma \qquad \ldots (3.15) $$

ค่าคิวเมื่อไม่คิดการเคลื่อนที่ของนิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้น

$$ = \left[M\left({}_4Be^9\right) + M\left({}_2He^4\right) - M\left({}_6C^{13}\right)\right] \text{เอเอมยู} \times 931.5 \quad \frac{\text{เอมอีวี}}{\text{เอเอมยู}} $$

$$ = (9.012186 + 4.0026036 - 13.003354)\ \ 931.5 \qquad \text{เอมอีวี} $$

$$ = 10.6 \qquad \text{เอมอีวี} $$

ถ้าพลังงานจลน์ของอนุภาคแอลฟาประมาณ 5 เอมอีวี พลังงานทั้งหมดที่ปล่อยออกมาจากปฏิกิริยามีค่าประมาณ 15.6 เอมอีวี ส่วนหนึ่งจะกลายไปเป็นพลังงานของนิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้นเพื่อใช้ในการเคลื่อนที่ พลังงาน 15.6 เอมอีวี จึงเป็นกรณีที่ไม่คิดการเคลื่อนที่ของนิวเคลียสเชิงประกอบ

3.4 ปฏิกิริยา แอลฟา-นิวตรอน

เมื่ออนุภาคแอลฟาเข้าชนนิวเคลียสเบา ๆ จะเกิดนิวตรอนซึ่งเป็นอนุภาคที่ไม่มีประจุ มีมวลใกล้เคียงกับโปรตอน ดังสมการ

$$_4Be^9 + _2He^4 \longrightarrow \left[_6C^{13}\right] \longrightarrow _6C^{12} + _0n^1$$

$$_5B^{11} + _2He^4 \longrightarrow \left[_7N^{15}\right] \longrightarrow _7N^{14} + _0n^1$$

$$_3Li^7 + _2He^4 \longrightarrow \left[_5B^{11}\right] \longrightarrow _5B^{10} + _0n^1$$

$$_7N^{14} + _2He^4 \longrightarrow \left[_9F^{18}\right] \longrightarrow _9F^{17} + _0n^1$$

$$_{11}Na^{23} + _2He^4 \longrightarrow \left[_{13}Al^{27}\right] \longrightarrow _{13}Al^{26} + _0n^1$$

$$_{18}A^{40} + _2He^4 \longrightarrow \left[_{20}Ca^{44}\right] \longrightarrow _{20}Ca^{43} + _0n^1$$

$$_{13}Al^{27} + _2He^4 \longrightarrow \left[_{15}P^{31}\right] \longrightarrow _{15}P^{30} + _0n^1$$

จะเห็นว่า N^{14}, Na^{23} และ Al^{27} อาจส่งอนุภาคโปรตอนหรือนิวตรอนก็ได้ แสดงว่า **นิวเคลียสเชิงประกอบ $_9F^{18}$, $_{13}Al^{27}$ และ $_{15}P^{31}$ สลายได้หลายวิธีโดยการส่งอนุภาคต่างชนิดกัน**

3.5 การเปลี่ยนแปลงโดยการใช้นิวตรอนเข้าชนนิวเคลียส

นิวตรอนเป็นอนุภาคที่เหมาะในการใช้เป็นตัวยิงเข้าไปในนิวเคลียส เพื่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลง เพราะนิวตรอนไม่มีประจุไฟฟ้า จึงไม่ต้องใช้พลังงานสูงเพื่อเอาชนะพลังงานคูลอมบ์ ปฏิกิริยาที่ใช้เป็นต้นกำเนิดนิวตรอน คือ H^2(d, n) He^3, Be^9(d, n)B^{10} และ Be^9 (α, n)C^{12} นิวตรอนที่เกิดขึ้นเป็นนิวตรอนเร็ว (fast neutrons) ทำให้พลังงานลดลงโดยผ่านสารประกอบไฮโดรเจน เช่น น้ำ, พาราฟิน นิวตรอนสูญเสียพลังงานส่วนใหญ่ในการชนกับนิวเคลียสของไฮโดรเจนแบบยืดหยุ่น หลังจากการชนหลาย ๆ ครั้ง พลังงานเฉลี่ยของนิวตรอนจะเหลือเพียงสองสามร้อยอิเล็กตรอนโวลต์ เรียก นิวตรอนช้า (slow neutrons) นิวตรอนเหล่านี้จะใช้ยิงเข้าไปในนิวเคลียสเพื่อให้เกิดปฏิกิริยา ได้แก่

ปฏิกิริยา (n, α)

$$_3Li^6 + _0n^1 \longrightarrow \left[_3Li^7\right] \longrightarrow _1H^3 + _2He^4,$$

$$_5B^{10} + _0n^1 \longrightarrow \left[_5B^{11}\right] \longrightarrow _3Li^7 + _2He^4,$$

$$_{13}Al^{27} + _0n^1 \longrightarrow \left[_{13}Al^{28}\right] \longrightarrow _{11}Na^{24} + _2He^4$$

สองปฏิกิริยาแรกให้ผลสูง คือ มีอนุภาคที่มีประจุเกิดขึ้นมาก จึงมักใช้ในการตรวจหานิวตรอน, ปฏิกิริยา ${}_5B^{10}(n, \alpha){}_3Li^7$ มักใช้สารประกอบ ${}_5B^{10}$ ทำเป็นเส้น เมื่อนิวตรอนผ่านเข้าไป ${}_5B^{10}$ จะจับนิวตรอน ทำให้เกิดอนุภาคแอลฟาผ่านเข้าไปในห้องที่ทำให้เกิดการแตกตัวเป็นอิออน (ionization chamber) วัดจำนวนอนุภาคที่เกิดขึ้น จะคำนวณหาปริมาณนิวตรอนได้

บางทีนิวเคลียสเชิงประกอบที่เกิดจากการจับนิวตรอน จะส่งโปรตอนออกมาทำให้เลขมวลคงเดิม แต่ประจุลดลงหนึ่งหน่วย เช่น

$$ {}_7N^{14} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_7N^{15}\right] \longrightarrow {}_6C^{14} + {}_1H^1 $$

$$ {}_{13}Al^{27} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{13}Al^{28}\right] \longrightarrow {}_{12}Mg^{27} + {}_1H^1 $$

ปฏิกิริยาแรกจะใช้นิวตรอนช้า ถ้านิวเคลียสหนัก จะใช้นิวตรอนที่มีพลังงานสูงขึ้น เช่น กรณีที่ใช้ Al^{27} เป็นเป้า และในปฏิกิริยา

$$ {}_{30}Zn^{64} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{30}Zn^{65}\right] \longrightarrow {}_{29}Cu^{64} + {}_1H^1 $$

ปฏิกิริยาอื่นเช่น (n, 2n) นิวเคลียสจับนิวตรอนแล้วส่งนิวตรอนออกมา 2 ตัว ทำให้เลขมวลของนิวเคลียสที่เกิดขึ้นใหม่ลดลง 1 หน่วย แต่ประจุคงเดิม ตัวอย่างเช่น

$$ {}_{13}Al^{27} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{13}Al^{28}\right] \longrightarrow {}_{13}Al^{26} + {}_0n^1 + {}_0n^1 $$

ค่าคิวเป็นลบ จึงต้องใช้นิวตรอนเร็วเข้าทำปฏิกิริยา

ปฏิกิริยาที่เกิดจากการจับนิวตรอนแล้วให้รังสีแกมมา (Radiative capture)

$$ {}_zX^A + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_zCn^{A+1}\right] \longrightarrow {}_zX^{A+1} + \gamma $$

นิวเคลียสเชิงประกอบส่งรังสีแกมมาออกมาหนึ่งหรือหลาย ๆ โฟตอน หลังเกิดปฏิกิริยา นิวเคลียสเดิมมีมวลเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ปฏิกิริยา (n, γ) เกิดขึ้นได้กับธาตุเกือบทุกชนิด ค่าคิวเป็นบวก แกมมาโฟตอนเป็นตัวพาพลังงานออกมา เมื่อนิวตรอนช้าเข้าชนเป้าที่ทำด้วยไฮโดรเจน จะเกิดปฏิกิริยาส่งดิวทิเรียมและรังสีแกมมา

$$ {}_1H^1 + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_1H^2\right] \longrightarrow {}_1H^2 + \gamma $$

เมื่อนิวตรอนช้าชนเป้าดิวทิเรียม จะเกิดทริเทียมและรังสีแกมมา ดังสมการ

$$ {}_1H^2 + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_1H^3\right] \longrightarrow {}_1H^3 + \gamma $$

ปฏิกิริยาอื่น ๆ ได้แก่

$$_{13}Al^{27} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{13}Al^{28}\right] \longrightarrow {}_{13}Al^{28} + \gamma$$

$$_{49}In^{115} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{49}In^{116}\right] \longrightarrow {}_{49}In^{116} + \gamma$$

$$_{92}U^{238} + {}_0n^1 \longrightarrow \left[{}_{92}U^{239}\right] \longrightarrow {}_{92}U^{239} + \gamma$$

การจับนิวตรอนช้าเข้าไปในนิวเคลียส มักจะทำให้เกิดนิวเคลียสของธาตุเดิมที่เป็นธาตุกัมมันตรังสี

3.6 การเปลี่ยนแปลงโดยการใช้โฟตอนเข้าทำปฏิกิริยา

ถ้าใช้โฟตอนพลังงานสูงเข้าชนนิวคลีไอทำให้เกิดการสลายได้เรียก **การสลายโดยการผ่านโฟตอน** (Photodisintegration) โฟตอนไม่มีมวลจึงใช้พลังงานจลน์ในปฏิกิริยานิวเคลียร์เท่านั้น พลังงานจำนวนนี้ต้องมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยวอนุภาคในนิวเคลียส จึงจะส่งอนุภาคออกมาจากนิวเคลียสได้ เป็นปฏิกิริยาดูดกลืนพลังงาน

รังสีแกมมาที่เกิดจากธาตุกัมมันตรังสีตามธรรมชาติ ไม่ทำให้เกิดปฏิกิริยาการสลายโดยการผ่านโฟตอน แต่ก็มีข้อยกเว้นสำหรับดิวทิรอนซึ่งมีพลังงานยึดเหนี่ยว 2.2 เอมอีวี และเบอริลเลียม -9 ซึ่งมีนิวตรอนตัวหนึ่งยึดอยู่อย่างหลวม ๆ ทำให้เกิดปฏิกิริยาได้ ดังสมการ

$$_1H^2 + \gamma \longrightarrow \left[{}_1H^2\right] \longrightarrow {}_1H^1 + {}_0n^1$$

และ $$_4Be^9 + \gamma \longrightarrow \left[{}_4Be^9\right] \longrightarrow {}_4Be^8 + {}_0n^1$$

ค่าคิวเป็นลบ

ปฏิกิริยาอื่นได้แก่

$$_{15}P^{31} + \gamma \longrightarrow \left[{}_{15}P^{31}\right] \longrightarrow {}_{15}P^{30} + {}_0n^1$$

ยังมีปฏิกิริยา (γ, p) จะเกิดขึ้นได้เมื่อใช้โฟตอนที่มีพลังงานสูงเข้าทำปฏิกิริยา

3.7 เครื่องเร่งอนุภาคที่มีประจุ

เดิมทีเดียว มักใช้อนุภาคแอลฟา ที่ได้มาจากการสลายของธาตุกัมมันตรังสี ยิงเข้าไปในธาตุเบา ๆ เช่น เบอร์ริลเลียม ทำให้เกิดนิวตรอน แล้วใช้นิวตรอนเข้าทำปฏิกิริยากับธาตุอื่น ทำให้เกิดธาตุใหม่มากมาย แต่ความก้าวหน้าทางด้านการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์มีขอบเขตจำกัด เพราะอนุภาคแอลฟาที่ได้มีความเข้มต่ำ และมีพลังงานไม่มากกว่า 7.68 เอมอีวี (จาก Po^{214}) แต่ก็จะมีการเปลี่ยนแปลงเมื่อใช้ธาตุเบา ๆ เป็นเป้า จึงเห็นว่า อนุภาคอื่น เช่น

โปรตอน, ดิวทิรอน แม้แต่รังสีแกมมา ก็น่าสนใจที่จะใช้เป็นตัวยิงบ้าง โปรตอน และดิวทิรอน ซึ่งมีประจุบวกเพียงหนึ่ง จะเกิดแรงผลักคูลอมบ์ในสนามของนิวเคลียสน้อยกว่าอนุภาคแอลฟา และคิดว่าน่าจะทำให้เกิดการสลายได้ เมื่อใช้อนุภาคโปรตอนที่มีพลังงานต่ำ ต่อมาจึงมีการเร่งอนุภาคที่มีประจุให้มีพลังงานสูง เครื่องเร่งอนุภาคชนิดแรก เป็นพวกที่ใช้การเปลี่ยนแปลงค่าความต่างศักย์ มีชื่อว่า คอคครอฟท์ และ วอลตัน ชนิดที่อาศัยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสถิตของแวน เดอ กราฟฟ์ และไซโคลตรอน ของ ลอเรนซ์ และ ลิฟวิงสตัน, เครื่องเร่งอนุภาคเหล่านี้สามารถทำให้อนุภาคมีพลังงานสูง ต่อมาก็มีการปรับปรุงให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น ทำให้เกิดมีเครื่องเร่งชนิดใหม่ ๆ เกิดขึ้น เช่น ซินโครตรอน, คอสโมตรอน และอื่น ๆ อีกมากมาย ซึ่งจะต้องติดตามศึกษากันต่อไป

3.8 การเปลี่ยนแปลงโดยการใช้โปรตอนเข้าชนนิวเคลียส

คอคครอฟท์ และ วอลตัน เคยเร่งโปรตอนจนมีพลังงานจาก 0.1 ถึง 0.7 เอมอีวี ยิงเข้าไปในนิวเคลียสของลิเทียม ปรากฏว่ามีอนุภาคส่งออกมา สังเกตได้จากแสงวาบบนแผ่น ZnS ที่วางไว้ในระยะใกล้ อนุภาคที่เกิดขึ้นใหม่ พบจากทางเดินในห้องหมอกว่าเป็นอนุภาคแอลฟา มีลักษณะเป็นสองทาง พลังงานเท่ากัน แต่ทิศทางตรงข้าม ดังสมการ

$$ {}_3Li^7 + {}_1H^1 \longrightarrow \left[{}_4Be^8\right] \longrightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4 + Q $$

ค่ามวลของแต่ละอะตอมหาได้จากตารางท้ายเล่ม มวลที่ต่างกันในปฏิกิริยาคือ

$$ (7.016005 + 1.0078252) - 2 \times 4.0026036 \;=\; 0.018623 \text{ เอเอมยู} $$

เปลี่ยนเป็นพลังงานโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างมวลและพลังงานของไอสไตน์ โดยคูณด้วย 931.5 จะได้ค่าคิว 17.34 เอมอีวี

ปฏิกิริยาอื่น ๆ ได้แก่

$$ {}_3Li^6 + {}_1H^1 \longrightarrow \left[{}_4Be^7\right] \longrightarrow {}_2He^3 + {}_2He^4 $$

$$ {}_4Be^9 + {}_1H^1 \longrightarrow \left[{}_5B^{10}\right] \longrightarrow {}_3Li^6 + {}_2He^4 $$

$$ {}_9F^{19} + {}_1H^1 \longrightarrow \left[{}_{10}Ne^{20}\right] \longrightarrow {}_8O^{16} + {}_2He^4 $$

$$ {}_{13}Al^{27} + {}_1H^1 \longrightarrow \left[{}_{14}Si^{28}\right] \longrightarrow {}_{12}Mg^{24} + {}_2He^4 $$

ปฏิกิริยาที่น่าสนใจเกิดขึ้นเมื่อใช้ B^{11} เป็นเป้า

$$_5B^{11} + _1H^1 \longrightarrow \left[_6C^{12}\right] \longrightarrow {}_4Be^8 + {}_2He^4$$

$_4Be^8$ ที่เกิดขึ้นไม่เสถียรภาพเลย จึงเกิดเป็นสองอนุภาคแอลฟา

$$_4Be^8 \longrightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$$

การใช้โปรตอนเข้าชนนิวเคลียส บางทีก็มีนิวตรอนเกิดขึ้น เช่น

$$_5B^{11} + _1H^1 \longrightarrow \left[_6C^{12}\right] \longrightarrow {}_6C^{11} + {}_0n^1$$

$$_8O^{18} + _1H^1 \longrightarrow \left[_9F^{19}\right] \longrightarrow {}_9F^{18} + {}_0n^1$$

$$_{28}Ni^{58} + _1H^1 \longrightarrow \left[_{29}Cu^{59}\right] \longrightarrow {}_{29}Cu^{58} + {}_0n^1$$

ปฏิกิริยา (p, n) มักเป็นปฏิกิริยาดูดกลืนพลังงาน

ปฏิกิริยาที่เป็นตัวอย่างในการหาพลังงานขีดเริ่มเปลี่ยนคือ

$$_{29}Cu^{65} + _1H^1 \longrightarrow \left[_{30}Zn^{66}\right] \longrightarrow {}_{30}Zn^{65} + {}_0n^1$$

ต้นกำเนิดโปรตอนได้มาจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสถิต

ผลจากการทดลองพบค่าพลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน $E_{th} = 2.164 \pm 0.01$ เอมอีวี, โดยใช้สมการ (3.13) จะหาค่าคิวได้

$$Q = -E_{th} \times \frac{65}{66} = -2.164 \times \frac{65}{66} = -2.13 \text{ เอมอีวี}$$

บางทีเมื่อยิงโปรตอนเข้าไปในนิวเคลียสเกิดเป็นนิวเคลียสเชิงประกอบที่มีการสลายโดยการส่งโฟตอนของรังสีแกมมาออกมา แทนที่จะส่งนิวตรอนหรืออนุภาคแอลฟา เช่น ปฏิกิริยา

$$_3Li^7 + _1H^1 \longrightarrow \left[_4Be^8\right] \longrightarrow {}_4Be^8 + \gamma$$

$$_6C^{12} + _1H^1 \longrightarrow \left[_7N^{13}\right] \longrightarrow {}_7N^{13} + \gamma$$

$$_9F^{19} + _1H^1 \longrightarrow \left[_{10}Ne^{20}\right] \longrightarrow {}_{10}Ne^{20} + \gamma$$

$$_{13}Al^{27} + _1H^1 \longrightarrow \left[_{14}Si^{28}\right] \longrightarrow {}_{14}Si^{28} + \gamma$$

โฟตอนของรังสีแกมมาที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาเหล่านี้ มักเป็นพวกที่มีพลังงานสูง และใช้เป็นตัวทำให้เกิดการสลายทางนิวเคลียร์ต่อไปได้อีก กรณีของลิเทียม จะได้โฟตอนพลังงานสูงถึง 17.25 เอมอีวี นับว่ามีค่าสูงมากเมื่อเทียบกับโฟตอนที่มีพลังงานมากที่สุดที่เกิดจากนิวไคลด์กัมมันตรังสีตามธรรมชาติซึ่งมีค่าเพียง 2.6 เอมอีวี

การสลายของนิวเคลียสเชิงประกอบ บางทีก็ส่งดิวทิรอนออกมาเช่น

$$_4Be^9 + _1H^1 \longrightarrow \left[_5B^{10}\right] \longrightarrow {}_4Be^8 + {}_1H^2,$$

$$_3Li^7 + _1H^1 \longrightarrow \left[_4Be^8\right] \longrightarrow {}_3Li^6 + {}_1H^2$$

3.9 การเปลี่ยนแปลงโดยการใช้ดิวทิรอนเข้าชนนิวเคลียส

โดยการใช้ดิวทิรอนที่มีพลังงานสูงหลายเอมอีวี จากเครื่องเร่งอนุภาค เช่น ไซโคลตรอน หรือเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสถิต ทำให้เกิดปฏิกิริยาต่าง ๆ มากมาย ปฏิกิริยาแรกที่ศึกษาคือ

$$_3Li^6 + _1H^2 \longrightarrow \left[_4Be^8\right] \longrightarrow {}_2He^4 + {}_2He^4$$

ตัวอย่างปฏิกิริยา (d, α) ได้แก่

$$_8O^{16} + _1H^2 \longrightarrow \left[_9F^{18}\right] \longrightarrow {}_7N^{14} + {}_2He^4,$$

$$_{13}Al^{27} + _1H^2 \longrightarrow \left[_{14}Si^{29}\right] \longrightarrow {}_{12}Mg^{25} + {}_2He^4$$

บางกรณี การสลายอาจส่งโปรตอน เช่น

$$_6C^{12} + _1H^2 \longrightarrow \left[_7N^{14}\right] \longrightarrow {}_6C^{13} + {}_1H^1,$$

$$_{11}Na^{23} + _1H^2 \longrightarrow \left[_{12}Mg^{25}\right] \longrightarrow {}_{11}Na^{24} + {}_1H^1,$$

$$_{15}P^{31} + _1H^2 \longrightarrow \left[_{16}S^{33}\right] \longrightarrow {}_{15}P^{32} + {}_1H^1$$

ค่าคิวมักเป็นบวก จึงเป็นปฏิกิริยาคายพลังงาน

บางปฏิกิริยาอาจส่งนิวตรอนออกมาเช่น

$$_6C^{12} + _1H^2 \longrightarrow \left[_7N^{14}\right] \longrightarrow {}_7N^{13} + {}_0n^1$$

$$_4Be^9 + _1H^2 \longrightarrow \left[_5B^{11}\right] \longrightarrow {}_5B^{10} + {}_0n^1$$

$$_3Li^7 + _1H^2 \longrightarrow \left[_4Be^9\right] \longrightarrow {}_4Be^8 + {}_0n^1$$

ปฏิกิริยาที่น่าสนใจ คือ การยิงดิวทิรอนเข้าไปยังเป้าที่เป็นดิวทิรอน โดยการใช้เป้าทำด้วยดิวทิเรียมออกไซด์แข็ง (D_2O หรือน้ำหนัก) จะเกิดปฏิกิริยาทั้ง (d, p) และ (d, n) ดังนี้

$$_1H^2 + _1H^2 \longrightarrow \left[_2He^4\right] \longrightarrow {}_1H^3 + {}_1H^1$$

$$_1H^2 + _1H^2 \longrightarrow \left[_2He^4\right] \longrightarrow {}_2He^3 + {}_0n^1$$

ทริเทียมที่เกิดขึ้นเป็นไอโซโทปที่ไม่เสถียรภาพ ครึ่งชีวิตประมาณ 12 ปี ส่วนไอโซโทปของยีเลียม เลขมวล 3 เสถียรภาพ และพบในธรรมชาติ

สรุป

1. ปฏิกิริยา X (x,y) Y เขียนได้คือ

$$X + x \longrightarrow Y + y + Q$$

มีหลักเกณฑ์ที่จะต้องพิจารณา ดังนี้

(1) เลขมวลรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา = เลขมวลรวมหลังเกิดปฏิกิริยา

(2) เลขอะตอมรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา = เลขอะตอมรวมหลังเกิดปฏิกิริยา

(3) พลังงานรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา = พลังงานรวมหลังเกิดปฏิกิริยา

(4) โมเมนตัมรวมก่อนเกิดปฏิกิริยา = โมเมนตัมรวมหลังเกิดปฏิกิริยา

มวลที่ต่างกันจะถูกทำลายกลายเป็นพลังงานตามกฎของไอสไตน์ พลังงานที่ต่างกันจะถูกส่งออกมาพร้อมกับนิวไคลด์ใหม่ และอนุภาคใหม่ที่เกิดขึ้น เช่นเดียวกัน โมเมนตัมก็จะเป็นผลให้นิวไคลด์ใหม่และอนุภาคใหม่เคลื่อนที่ไปในทิศทางต่าง ๆ กัน

2. พลังงานที่เกิดขึ้นในปฏิกิริยา, พลังงานของอนุภาคที่เข้าชน และพลังงานของอนุภาคที่เกิดขึ้น สามารถคำนวณได้จากสูตรในสมการที่ (3.9) คือ

$$\theta = 90^\circ,\ Q = E_y\left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right) - E_x\left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right)$$

และสมการที่ (3.10) คือ

$$\theta = \text{มุมใด ๆ},\ Q = E_y\left(1 + \frac{m_y}{M_Y}\right) - E_x\left(1 - \frac{m_x}{M_Y}\right) - \frac{2}{M_Y}\left(E_x E_y m_x m_y\right)^{1/2} \cos\theta$$

3. การอนุรักษ์พลังงานและโมเมนตัมยังคงใช้หลักการทางฟิสิกส์แผนเดิม (Classical Physics)

4. พลังงานที่น้อยที่สุดของอนุภาคที่เข้าชนเพื่อให้เกิดปฏิกิริยาคือ พลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน โดยคิดว่าพลังงานส่วนหนึ่งจะต้องเสียไปในการที่จะทำให้นิวเคลียสที่เกิดใหม่เคลื่อนที่, จะหาได้โดยใช้สูตรในสมการที่ (3.13)

$$E_{th} = -Q\left[1 + \frac{m_x}{M_X}\right]$$

แบบฝึกหัดบทที่ 3

3,1 จงเขียนปฏิกิริยาต่อไปนี้ให้สมบูรณ์ แล้วหาค่าคิว จงแสดงให้เห็นว่าปฏิกิริยาใดเป็นปฏิกิริยาคายความร้อน และปฏิกิริยาใดเป็นปฏิกิริยาดูดกลืนความร้อน

$Cu^{65}(p,n)$	,	$H^{2}(n,\gamma)$	,	$Li^{7}(p,n)$	,
$Li^{7}(p,\alpha)$	,	$Be^{9}(p,d)$	,	$Be^{9}(d,p)$	,
$C^{12}(d,n)$	,	$N^{14}(\alpha,p)$	,	$N^{15}(p,\alpha)$	,

3.2 จงหามวลของนิวไคลด์ใหม่ที่เกิดขึ้นจากปฏิกิริยาต่อไปนี้

(1)	$Al^{27}(n,\gamma)$	;	Q =	7.722	เอมอียู
(2)	$Al^{27}(d,p)$	;	Q =	5.497	เอมอียู
(3)	$Al^{27}(p,\alpha)$	;	Q =	1.594	เอมอียู
(4)	$Al^{27}(d,\alpha)$	;	Q =	6.693	เอมอียู

3.3 อนุภาคแอลฟาพลังงาน 4.53 เอมอียู ยิงเข้าไปในนิวเคลียส $_{13}Al^{27}$ แล้วส่งอนุภาคโปรตอนออกมา ค่าคิวของปฏิกิริยา 2.37 เอมอียู จงหาพลังงานของโปรตอนที่วัดได้ในแนวทำมุม 90° กับทิศทางการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ใช้ยิง

3.4 จงหามวลของ Al^{28} จากปฏิกิริยา $Al^{27}(d,p)\ Al^{28}$, Q = 5.49 เอมอียู กำหนดมวลในหน่วยเอเอมยูของ Al^{27} = 26.981535, H^{2} = 2.014102, H^{1} = 1.007825

3.5 จงเขียนปฏิกิริยา $Li^{7}(p,\alpha)$, ให้สมบูรณ์ แล้วหาค่าคิว กำหนดมวลในหน่วยเอเอมยูของ Li^{7} = 7.016005, H^{1} = 1.007825, He^{4} = 4.002603

3.6 ปฏิกิริยา $B^{11}(d,\alpha)Be^{9}$ อาจเกิดขึ้นได้ เมื่อใช้ดิวทีรอนพลังงาน 1.51 เอมอียู ยิงเข้าไปในนิวเคลียสของโบรอน จะเกิดอนุภาคแอลฟาพลังงาน 6.37 เอมอียู วิ่งออกมาทำมุม 90° กับทิศทางการเคลื่อนที่ของลำดิวทีรอน จงหาค่า Q ของสมการนี้

ยังพบปฏิกิริยา $B^{11}(d,p)B^{12}$ ค่าคิว = 1.136 เอมอียู, อยากทราบพลังงานของโปรตอนที่ส่งออกมาทำมุม 90° กับลำดิวทีรอน

3.7 จงหาค่าคิว สำหรับปฏิกิริยา $Be^{9}(p,n)\ B^{9}$, $C^{13}(p,n)\ N^{13}$ และ $0^{18}(p,n)\ F^{18}$ โดยมีพลังงานเทรสโฮลด์ = 2.059 เอมอียู, 3.236 เอมอียู และ 2.59 เอมอียู ตามลำดับ

3.8 ดิวทิรอนพลังงาน 10 เอมอีวี วิ่งชนนิวเคลียสของลิเทียม พบว่าเกิดนิวตรอนในแนวทำมุม 90° กับลำแสงที่ตกกระทบ จงคำนวณหาพลังงานของนิวตรอน และมุมที่นิวเคลียสใหม่กระเด็นออกมา

3.9 ดิวทิรอนพลังงาน 1.8 เอมอีวี ยิงเข้าไปในนิวเคลียสของซิลิคอน จงหาพลังงานของอนุภาคที่ส่งออกมา จากปฏิกิริยาเหล่านี้ เมื่ออนุภาคกระเด็นออกมาเป็นมุม 60°

$Si^{28}(d,p)\ Si^{29}$, $Si^{29}(d,\alpha)\ Al^{27}$

3.10 จงคำนวณค่าพลังงานเทรสโฮลด์ สำหรับปฏิกิริยา $B^{11}(p,n)\ C^{11}$, $0^{18}(p,n)\ F^{18}$ และ $Na^{23}\ (p,n)\ Mg^{23}$

3.11 ใช้ค่ามวลของนิวไคลด์ที่กำหนดให้ จงคำนวณช่วงพลังงานของนิวตรอนที่เป็นไปได้ เมื่อใช้อนุภาคแอลฟาจาก Po^{210} พลังงาน 5.30 เอมอีวี ยิงเข้าไปในธาตุเบอริลเลียม

3.12 ดิวทิรอนพลังงาน 1.8 เอมอีวี ยิงเข้าไปในนิวเคลียสของ $_{14}Si^{28}$ พบว่ามีโปรตอนเกิดขึ้น หาค่าคิวได้ 6.25 เอมอีวี จงหาช่วงพลังงานของโปรตอนที่เป็นไปได้

3.13 จากปฏิกิริยาต่อไปนี้ จงหามวลของอนุภาคแอลฟา ถ้ากำหนดค่ามวลของ 0^{16} และ H^2

(1)	$0^{16}(d,\alpha)\ N^{14}$	;	Q =	3.112	เอมอีวี
(2)	$N^{14}(d,p)\ N^{15}$	;	Q =	8.615	เอมอีวี
(3)	$N^{15}(d,\alpha)\ C^{13}$	;	Q =	7.681	เอมอีวี
(4)	$C^{13}(d,\alpha)\ B^{11}$	;	Q =	5.16	เอมอีวี
(5)	$B^{11}(p,\alpha)\ Be^{8}$	;	Q =	8.567	เอมอีวี
(6)	$Be^{8}(\alpha)\ \alpha$	;	Q =	0.089	เอมอีวี

3.14 ใช้ค่าแตกต่างระหว่างมวลของ นิวตรอน–โปรตอน และ Be^7–Li^7 จงหาค่าพลังงานโปรตอนที่ต่ำสุด เพื่อให้เกิดปฏิกิริยา $Li^7(p,n)\ Be^7$

3.15 โดยการใช้หลักการอนุรักษ์โมเมนตัมในปฏิกิริยานิวเคลียร์ A(a,b) B จงแสดงว่า

(ก) ส่วนหนึ่งของพลังงานจลน์ของอนุภาคที่เข้าชนจะต้องนำไปใช้เป็นพลังงานของนิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้น และมีค่าเท่ากับ $\frac{M_A}{M_A+M_a}\ .E_x$

(ข) พลังงานจลน์ของอนุภาคที่เข้าชนจะเสียไปเพื่อใช้ในการเคลื่อนที่ของนิวเคลียส เท่ากับ $\frac{M_a}{M_A+M_a} \cdot E_x$

เมื่อ M_A, M_a คือมวลของ A และ a ตามลำดับ, และ E_x คือพลังงานจลน์ของอนุภาคที่เข้าชน

3.16 เมื่อนิวตรอนมีพลังงาน E ชนกับนิวเคลียสมวล A ที่อยู่นิ่ง แบบยืดหยุ่น ทำให้นิวตรอนกระเด็นออกไปเป็นมุม Θ และนิวเคลียสใหม่ถอยไปเป็นมุม $\varnothing$ กับทิศทางการเคลื่อนที่เดิมของนิวตรอน ถ้านิวตรอนที่กระเด็นออกมามีพลังงาน E′ พบว่า

$$E' = \frac{E}{(A+1)^2} \left[\cos\Theta + \sqrt{A^2 - \sin^2\Theta} \right]^2$$

จงแสดงให้เห็นว่า

$$(E')_{min} = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 E$$