$$A(t) = A_0(1-e^{-\lambda t}) \qquad ....(4.2)$$

ถ้าปล่อยไว้นานมาก $e^{-\lambda t} \rightarrow 0$ ธาตุใหม่จะเกิดขึ้นมากที่สุดคือเท่ากับความแรงของธาตุกัมมันตรังสีเดิม

ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี วัดได้จากจำนวนอะตอมของธาตุที่สลายได้ต่อ 1 หน่วยเวลา หรืออัตราการสลายของธาตุกัมมันตรังสีนั้น

ความแรงของธาตุใด ๆ เป็นค่าที่ขึ้นกับจำนวนอะตอมของธาตุนั้น อาจเขียนได้ว่า

$$A = \lambda N \qquad ....(4.3)$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ของการสลาย

สังเกตว่าสูตรในสมการที่ (4.3) นั้น เป็นสูตรที่ไม่มีเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง เพราะถ้าปล่อยทิ้งไว้นาน t ธาตุกัมมันตรังสีก็จะมีการสลายไปเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล จึงใช้สูตรในสมการที่ (4.3) ไม่ได้

4.1 หน่วยใช้วัดความแรง

(1) อะตอมต่อวินาที (dps) หมายถึง จำนวนอะตอมที่สลายได้ต่อ 1 หน่วยเวลา (วินาที)

(2) คูรี (Ci) เป็นความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายได้ 3.7×10^{10} อะตอมต่อวินาที อาจมีหน่วยมิลลิคูรี, ไมโครคูรี

(3) รัทเธอร์ฟอร์ด (Rutherford) หมายถึง ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายได้ 10^6 ครั้งต่อวินาที

ยังมีหน่วยที่ใช้วัดความแรงอีกหลายหน่วย แต่จะกล่าวถึงแต่เฉพาะหน่วยที่จะต้องใช้ในการคำนวณในวิชา PH 424 เท่านั้น

4.2 การคำนวณจะต้องพิจารณาค่าต่าง ๆ ดังนี้

(1) ครึ่งชีวิต (half life) หมายถึง เวลาที่จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีใช้ในการสลาย เพื่อให้เหลือจำนวนอะตอมเพียงครึ่งหนึ่งของจำนวนอะตอมเดิม

ดังนั้น ถ้าเวลาผ่านไป n ครึ่งชีวิต จำนวนอะตอมจะเหลือเพียง $\frac{1}{2^n}$ ของจำนวนอะตอมเดิม

ในการอาบรังสี จึงมักปล่อยธาตุไว้ในเครื่องปฏิกรณ์นานประมาณ 10 เท่าของครึ่งชีวิต จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นจะสลายได้น้อยมาก ธาตุกัมมันต-ภาพรังสีที่เกิดขึ้นจึงมีจำนวนมากที่สุด

โดยใช้สูตร $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ....(4.4)

แล้วใช้คำจำกัดความของครึ่งชีวิต จะหาค่าครึ่งชีวิตได้คือ

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad \text{..........(4.5)}$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ของการสลายที่หาได้จากกราฟ

(2) อายุเฉลี่ย (mean life) หมายถึง ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ทุก ๆ อะตอมมีชีวิตอยู่ โดยการรวมทางคณิตศาสตร์ จะได้

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad \text{..........(4.6)}$$

ในการคำนวณมักใช้ครึ่งชีวิตมากกว่าจะใช้ค่าชีวิตเฉลี่ย โดยการกำหนดเวลาซึ่งเป็นครึ่งชีวิตให้ จะหาค่าคงที่ของการสลาย และค่าชีวิตเฉลี่ยได้

4.6 สมการการสลายของธาตุกัมมันตภาพรังสีตามธรรมชาติ

บางทีธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดตามธรรมชาติ จะมีการสลายจากธาตุเดิมไปเป็นธาตุใหม่ และสลายต่อไปเรื่อย ๆ เป็นการสลายแบบลูกโซ่ จนกระทั่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ

พิจารณาอัตราการสลายของธาตุกัมมันตรังสีขณะใด ๆ ซึ่งจะหาได้จากธาตุที่เกิดขึ้นแล้วสลายไปได้ด้วยอัตราการสลาย $-\lambda N$

ธาตุที่สองที่เกิดขึ้นจะได้รับความแรงมาจากธาตุที่หนึ่ง ขณะเดียวกันธาตุที่สองก็จะสลายไปเพื่อเป็นธาตุที่สาม

ถ้าจะพิจารณาอัตราการสลายของธาตุที่สอง เมื่อเวลา t คือ $\frac{dN_2}{dt}$ จะเป็นความแรงที่เกิดจากการสลายมาจากธาตุที่หนึ่งคือ $\lambda_1 N_1$ ขณะเดียวกัน ธาตุที่สองนั้นก็จะสลายต่อไปเพื่อเป็นธาตุที่สามเท่ากับ $-\lambda_2 N_2$, ดังนั้น จะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

สมการข้างบนนี้ยังใช้ไม่ได้ จะต้องหาค่า $N_2(t)$ ให้ได้ก่อน แล้วตั้งเงื่อนไขสำหรับสมการ ในกรณีเมื่อเริ่มพิจารณา $t = 0$, $N_2(0) = N_2^0$

ดังนั้น N_2^0 จะสลายได้ตามแบบเอกซ์โพเนนเชียล คือ $N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$ จะได้สูตร

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t} \qquad \text{..........(4.12)}$$

ถ้าเมื่อเริ่มพิจารณา ไม่มีธาตุที่สองอยู่ก่อน เทอมสุดท้ายคือ $N_2^0 e^{-\lambda_2 t} = 0$ โดยวิธีนี้จะสามารถหา N_3, N_4 ได้

4.7 สูตรของเบทแมน

มีการหาสูตร $N_3, N_4, \ldots$ เมื่อเวลาใด ๆ ได้โดยใช้สูตรของเบทแมน ซึ่งนับว่าง่ายกว่าการอินทิเกรต โดยการตั้งเงื่อนไขว่า

เมื่อเริ่มต้น มีธาตุเดิมอยู่ธาตุเดียว ดังนั้น $N_2^0 = 0, N_3^0 = 0 \ldots N_n^0 = 0$

สูตรของเบทแมนคือ

$$N_n(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + \ldots C_n e^{-\lambda_n t} \qquad \text{..........(4.13)}$$

เมื่อ $C_1 = \dfrac{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)\ldots(\lambda_n - \lambda_1)}$

$$C_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_{n-1}\,N_1^0}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\ldots(\lambda_n-\lambda_2)}$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_{n-1}\,N_1^0}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)\ldots(\lambda_n-\lambda_3)}$$

$$C_n = \frac{\lambda_1\lambda_2\ldots\lambda_{n-1}\,N_1^0}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}$$

เมื่อหาค่า C_1, $C_2 \ldots C_n$ ได้ ก็จะนำไปแทนค่าในสมการ (4.13) โดยวิธีนี้จะสามารถหาสูตร เพื่อหาจำนวนอะตอมของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นเมื่อเวลาใด ๆ ก็ได้

จากการสังเกตพบว่า ถ้ามีธาตุกัมมันตรังสี 2 ธาตุ รวมอยู่ด้วยกัน ธาตุหนึ่งมีครึ่งชีวิตยาว อีกธาตุหนึ่งมีครึ่งชีวิตสั้น จะพบว่า ในการสร้างกราฟในกระดาษเซมิลอกสเกล พบว่ามีส่วนหนึ่งโค้ง โดยปกติแล้วจะได้กราฟเส้นตรง ดังรูปที่ 4.5 ในหนังสือตำรา PH 424 ส่วนโค้งนั้นจะเป็นกราฟที่แสดงการสลายของธาตุทั้งสอง แต่เมื่อธาตุที่มีครึ่งชีวิตสั้นสลายหมดไป ก็จะเหลือแต่ธาตุที่มีครึ่งชีวิตยาว จึงเหลือแต่กราฟที่เป็นเส้นตรง

4.8 การสมดุลของธาตุกัมมันตรังสี

หมายถึง สภาวะที่ไม่มีการสลายอีกต่อไป แม้ว่าเวลาจะผ่านไปนานเท่าไรก็ตาม แบ่งเป็น

1. **การสมดุลแบบเซคูลา** (secular equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีครึ่งชีวิตยาวกว่าครึ่งชีวิตของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มาก มากจนสามารถจะตัด λ_1 ทิ้งได้เมื่อเทียบกับ λ_2 เมื่อเวลาผ่านไปนานจนเกิดการสมดุล จะได้

$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$

เมื่อเวลาใด ๆ, $N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t})$ ....(4.14)

2. **การสมดุลแบบแทรนเซียนท์** (Transient equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีครึ่งชีวิตยาวกว่าครึ่งชีวิตของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มาก แต่ไม่มากจนสามารถตัด λ_1 ทิ้งได้เมื่อเทียบกับ λ_2 เมื่ออยู่ในสภาวะสมดุล

$$A_1 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} \cdot A_2$$

เมื่อเวลาใด ๆ, $N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$ ....(4.15)

เทอม $e^{-\lambda_1 t}$ แสดงว่า ธาตุที่เกิดขึ้นใหม่นั้นสลายด้วยครึ่งชีวิตของธาตุเดิม

3. กรณีที่ไม่มีการสมดุล (no equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีอายุสั้น จะสลายหมดไป จึงเหลือแต่ธาตุใหม่ที่เกิดขึ้น จึงสลายด้วยครึ่งชีวิตของมันเอง

เมื่อทราบความหมายของการสมดุลของธาตุกัมมันตรังสีแล้ว ในการคำนวณจะใช้สูตร

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \qquad \text{..........(4.16)}$$

แล้วพิจารณาตามความหมายของการสมดุลก็ได้

4.9 การแบ่งพวกของธาตุกัมมันตรังสี

ได้จัดแบ่งพวกของธาตุกัมมันตรังสีเป็นอนุกรมต่าง ๆ 3 อนุกรมด้วยกัน โดยอาศัยธาตุกัมมันตภาพรังสีที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติเป็นหลักในการพิจารณา

(1) **อนุกรมยูเรเนียม** (Uranium series)

เริ่มต้นจากธาตุยูเรเนียม – 238 ซึ่งมีอยู่มากในแร่ยูเรเนียมธรรมชาติ จะใช้เลขมวลเป็นหลัก เมื่อหารด้วยสี่แล้วจะเหลือเศษสอง จึงใช้สัญลักษณ์ $(4n + 2)$

(2) **อนุกรมแอกติเนียม** (Actinium series)

ใช้ยูเรเนียม – 235 เป็นธาตุแรกที่จะสลาย จึงใช้สัญลักษณ์ $(4n + 3)$

(3) **อนุกรมธอเรียม** (Thorium series)

ใช้ธอเรียม – 232 เป็นธาตุแรกที่จะสลาย สัญลักษณ์จึงเป็น $4n$

เป็นที่สังเกตว่า U^{238} และ Th^{232} เป็นธาตุเฟอร์ไทล์ที่มีในธรรมชาติ สามารถนำไปผลิตธาตุที่เกิดฟิชชันได้คือ Pu^{239} และ U^{233} ส่วน U^{235} เป็นธาตุเดียวที่มีอยู่ในธรรมชาติที่เกิดฟิชชันได้กับทั้งนิวตรอนช้าและนิวตรอนเร็ว แต่มีปริมาณ U^{235} ในยูเรเนียมธรรมชาติเพียง 0.72% เท่านั้น

4.10 การหาครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

บางนิวไคลด์มีวิธีการสลายเฉพาะของมัน เช่น อาจส่งอนุภาคแอลฟา และส่งอนุภาคเบตาออกมาพร้อม ๆ กัน ทำให้เกิดธาตุใหม่ต่างกันไป ในการทดลองจะวัดครึ่งชีวิตทั้งหมด แต่จะสามารถหาครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลายได้โดยทราบเปอร์เซ็นต์ที่ธาตุนั้นสลายได้โดยการส่งแต่ละอนุภาค เมื่อหาค่าคงที่ของการสลายแต่ละวิธีการสลายได้ ก็จะหาครึ่งชีวิตของแต่ละวิธีการสลายได้

$$\lambda_1 t = \frac{0.693}{5} \times 10.8 = 1.4968, e^{-1.4968} = 0.2238$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693}{12} \times 10.8 = 0.6237, e^{-0.6237} \quad 0.5359$$

แทนค่าในสมการ (2)

$$N_2 = -\frac{12}{7} \times 10^6 (0.2238 - 0.5359)$$

$$= -\frac{12}{7} \times 10^6 \times (-0.3121)$$

$$= 0.535 \times 10^6$$

$= 5.35 \times 10^5$ อะตอม

ข้อ 4.2 **โจทย์** มีธาตุ A บริสุทธิ์อยู่ 2 มิลลิคูรี และมีการสลายตามรูป

$$A \xrightarrow[22\text{ ปี}]{} B \xrightarrow[18.9\text{ วัน}]{} C \xrightarrow[11.2\text{ วัน}]{} D$$

จงหาความแรงของธาตุ B และ C เมื่อเวลาผ่านไป 30 วัน

เฉลย

หาความแรงของธาตุ B

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$\lambda_1 = \frac{0.693}{22 \times 365} = 8.63 \times 10^{-5}$ วัน$^{-1}$,

$= 9.98 \times 10^{-10}$วินาที$^{-1}$, $\lambda_1 t = 8.63 \times 10^{-5} \times 30, e^{-2.589 \times 10^{-3}} = 0.9974$

$\lambda_2 = \frac{0.693}{18.9} = 0.0366$ วัน$^{-1}$,

$= 4.24 \times 10^{-7}$วินาที$^{-1}$, $\lambda_2 t = 0.0366 \times 30, e^{-1.1} = 0.3328$

$\lambda_3 = \frac{0.693}{11.2} = 0.061875$ วัน$^{-1}$, $\lambda_3 t = 0.0618 \times 30, e^{-1.856} = 0.15625$

$= 7.16 \times 10^{-7}$ วินาที$^{-1}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{18.9}{22 \times 365 - 18.9} = \frac{18.9}{8030 - 18.9} = \frac{18.9}{8011.1} = 2.3592 \times 10^{-3}$$

$\lambda_1 N_1^0 = 2 \times 3.7 \times 10^7 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}, \lambda_1 = 9.9885 \times 10^{-10}$ วินาที$^{-1}$

$$N_1^0 = \frac{2\times 3.7\times 10^7}{9.9885\times 10^{-10}} = 3.7\times 10^7\times 10^{10}\times 0.2 \text{ อะตอม}$$

$$\lambda_2 = 4.2438\times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

แทนค่าในสูตร

$$N_2 = 2.3592\times 10^{-3}\cdot\frac{\times 2\times 3.7\times 10^7}{9.9885\times 10^{-10}}(0.9974-0.3328) = 1.16\times 10^{14} \text{ อะตอม}$$

$$\lambda_2 N_2 = \frac{4.2438\times 10^{-7}\times 2.3592\times 10^{-3}\times 2\times 3.7\times 10^7\times 0.6646}{9.9885\times 10^{-10}} \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$= \frac{4.9295\times 10^7}{3.7\times 10^7} \text{ มิลลิคูรี}$$

$$A_2 = 1.33 \text{ มิลลิคูรี}$$

ความแรงของธาตุที่ 2 เมื่อเวลาผ่านไป 30 วัน = 1.33 มิลลิคูรี

หาความแรงของธาตุ C

จากเบทแมน

$$\text{สูตร } N_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}N_1^0 e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}N_1^0 e^{-\lambda_3 t}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{22\times 3.15\times 10^7} = 0.01\times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-2.589\times 10^{-3}} = 0.9974$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{18.9\times 8.64\times 10^4} = 4.24\times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-1.1} = 0.3328$$

$$\lambda_3 = \frac{0.693}{11.2\times 8.64\times 10^4} = 7.16\times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-1.856} = 0.1562$$

$$\lambda_2-\lambda_1 = 10^{-7}(4.24-0.01) = 4.23\times 10^{-7}$$

$$\lambda_3-\lambda_1 = 10^{-7}(7.16-0.01) = 7.15\times 10^{-7}$$

$$\lambda_3-\lambda_2 = 10^{-7}(7.16-4.24) = 2.92\times 10^{-7}$$

แทนค่า

$$N_3 = N_1^0\left[\frac{0.01\times 4.24}{(4.23)(7.15)}\times 0.9974 + \frac{0.01\times 4.24\times 0.3328}{-(4.23)(2.92)} + \frac{0.01\times 4.24}{+(7.15)(2.92)}\times 0.1562\right]$$

$$= N_1^0[1.3982\times 10^{-3} - 1.1424\times 10^{-3} + 0.3172\times 10^{-3}]$$

$$\lambda_3 N_3 = N_1^0\times 0.573\times\lambda_3$$

$$= 0.2\times 3.7\times 10^7\times 10^{10}\times 0.573\times 7.16\times 10^{-7} = 3.03\times 10^{10} \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

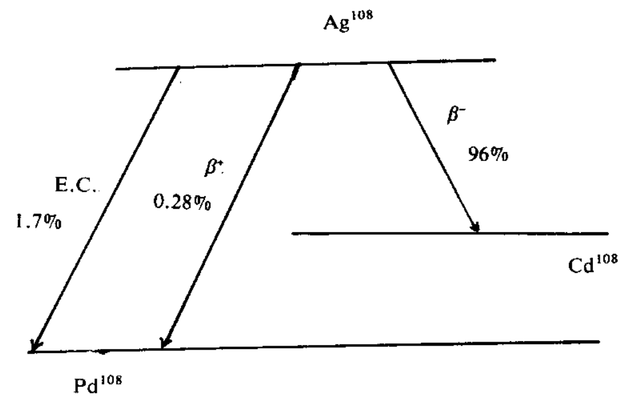
$$= 0.82 \text{ คูรี}$$

$$= (2.06 \times 10^{-3})931.5 - 1.022$$

$$= 1.918 - 1.022$$

$$= 0.89689 \qquad \text{เอมอีวี}$$

(ค) แผนผังการสลาย



ข้อ 4.4 **โจทย์** แบเรียม – 140 (ครึ่งชีวิต 12.8 วัน) สลายแล้วเกิดเป็น แลนทานัม – 140 (ครึ่งชีวิต 40.5 ชั่วโมง) และสลายต่อไปเป็นซีเรียม – 140 ซึ่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ เมื่อเริ่มต้นกำหนดให้มีแบเรียม – 140 อยู่ 5 มิลลิคูรี จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของแบเรียม – 140 เมื่อเริ่มต้น

(ข) จำนวนอะตอมของซีเรียม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน

(ค) ความแรงในหน่วยมิลลิคูรี ของซีเรียม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน

กำหนด $e^{-0.0541} = 0.9472$, $\qquad e^{-0.4106} = 0.6632$

เฉลย

$$Ba^{140} \rightarrow La^{140} \rightarrow Ce^{140}$$

(ก) $\lambda_1 N_1 = 5 \times 3.7 \times 10^7 \qquad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{12.8} = 0.0541 \text{ วัน}^{-1} = 6.26 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$N_1 = \frac{5 \times 3.7 \times 10^7}{6.26 \times 10^{-7}} = 2.955 \times 10^{14} \text{ อะตอม}$$

(ข) $\lambda_2 = \dfrac{0.693}{40.5\times 60\times 60} = 4.753\times 10^{-6}$ วินาที$^{-1}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} = \frac{T_2}{T_1-T_2} = \frac{40.5}{12.8\times 24-40.5} = \frac{40.5}{266.7} = 0.15$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} = \frac{T_1}{T_1-T_2} = \frac{12.8\times 24}{12.8\times 24-40.5} = \frac{307.2}{266.7} = 1.15$$

$$N_3 = N_1^0\left(1+\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t}-\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right) \qquad ....(1)$$

$$\lambda_1 t = 0.0541, \quad e^{-0.0541} = 0.9472$$

$$\lambda_2 t = 0.4106, \quad e^{-0.4106} = 0.6632$$

$$N_3 = 2.955\times 10^{14}(1+0.15\times 0.6632-1.15\times 0.9474)$$

$$= 2.955\times 10^{14}(1+0.09948-1.08928)$$

$= 2.955\times 10^{14}\times 0.0102$ อะตอม

$= 3.01\times 10^{12}$ อะตอม

เนื่องจากธาตุซีเรียม – 140 เป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ $\lambda_3 = 0$
ดังนั้น ความแรงจึงต้องได้มาจาก $\lambda_2 N_2$

หา $N_2 = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0\,(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$

$$= 0.15\times 2.955\times 10^{14}\,(0.9472-0.6632)$$

$= 0.15\times 2.955\times 10^{14}\times 0.2839 = 1.258\times 10^{13}$ อะตอม

$$\lambda_2 N_2 = 4.753\times 10^{-6}\times 1.258\times 10^{13}$$

$= 5.979\times 10^{7}\ \dfrac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

$$= \frac{5.979\times 10^{7}}{3.7\times 10^{7}}$$

$= 1.616$ มิลลิคูรี

ข้อ 4.5 **โจทย์** โดยการใช้สูตรของเบทแมน จงแสดงการหาสูตร เพื่อหาจำนวนอะตอมที่เกิดขึ้น N_3 เมื่อเวลา t โดยกำหนดว่า เมื่อ $t = 0$, $N_1 = N_1^0$, $N_2^0 = N_3^0 = ... = 0$ และธาตุ N_3 เสถียรภาพ

เฉลย

$$N_n(t) = C_1e^{-\lambda_1 t} + C_2e^{-\lambda_2 t} + C_3e^{-\lambda_3 t} + \ldots C_ne^{-\lambda_n t}$$

$$N_3(t) = C_1e^{-\lambda_1 t} + C_2e^{-\lambda_2 t} + C_3e^{-\lambda_3 t}$$

$$C_1 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$$

$$N_3(t) = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$N_3(t) = -\frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1(\lambda_2-\lambda_1)} - \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 N_1^0}{\lambda_1\lambda_2}$$

$$N_3(t) = N_1^0\left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}e^{-\lambda_1 t}\right)$$

ข้อ 4.6 **โจทย์** แบเรียม – 140 สลายด้วยครึ่งชีวิต 12.8 วัน โดยการส่งเบตาเนกาตรอน เกิดเป็นแลนทานัม – 140 ซึ่งจะสลายต่อไปด้วยครึ่งชีวิต 40.2 ชั่วโมง กลายเป็นซีเรียม – 140 ซึ่งมีเสถียรภาพ

ถ้าเดิมมีแบเรียม – 140 อยู่ 5 มิลลิคูรี จงหาความแรงของแลนทานัม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง กำหนด

$$e^{-0.0067} = 0.9932,\quad e^{-0.0517} = 0.9495$$

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\lambda_1 N_1^0(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \qquad \ldots\ldots\ldots(1)$$

$\lambda_1 N_1^0$ = 5 มิลลิคูรี

$\dfrac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} = \dfrac{T_1}{T_1-T_2}$, เมื่อ T คือครึ่งชีวิต

$$= \frac{12.8\times 24}{12.8\times 24-40.2} = \frac{307.2}{307.2-40.2} = \frac{307.2}{267} = 1.15$$

$$\lambda_1 t = \frac{0.693\times 3}{12.8\times 24} = 6.7675\times 10^{-3},\ e^{-0.0067} = 0.9932$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693\times 3}{40.2} = 0.0517,\ e^{-0.0517} = 0.9495$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$A_2 = 1.15\times 5(\text{มิลลิคูรี})[0.9932-0.9495]$$

$$= 1.15\times 5\times 0.0436$$

$$= 0.25 \text{ มิลลิคูรี}$$

$$= 0.25\times 3.7\times 10^7 = 9.25\times 10^6 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

ความแรงของแลนทานัม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 ชม. = $9.25\times 10^6 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

ข้อ 4.7 **โจทย์** แบเรียม – 140 มีครึ่งชีวิต 12.8 วัน สลายแล้วเกิดเป็นแลนทานัม – 140 ซึ่งมีครึ่งชีวิต 40.5 ชั่วโมง และสลายต่อไปเป็นซีเรียม – 140 ซึ่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ เมื่อเริ่มต้นกำหนดให้มีแบเรียม – 140 อยู่ 1 มิลลิกรัม จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของแบเรียม – 140 เมื่อเริ่มต้น

(ข) จำนวนอะตอมของแลนทานัม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน

(ค) ความแรงของแลนทานัม – 140 (คูรี) เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน

(ง) นานเท่าไร จำนวนอะตอมของแลนทานัม – 140 จึงจะมีค่ามากที่สุด

กำหนด $e^{-0.1623} = 0.8501$, $e^{-1.2318} = 0.2917$

$\log 0.4106 = -0.3865$, $\log 0.0541 = -1.2668$

$\ln 0.4106 = -0.8901$, $\ln 0.0541 = -2.9169$

เฉลย

$$Ba^{140} \rightarrow La^{140} \rightarrow Ce^{140}$$

(ก) จำนวนอะตอมของ Ba^{140} = $N = \frac{W\cdot N_a}{M}$

เมื่อเริ่มต้นมีแบเรียม – 140 = $\frac{10^{-3}\times 0.602\times 10^{24}}{140}$ = 4.3×10^{18} อะตอม

(ข) $\lambda_1 = \frac{0.693}{12.8} = 0.0541$ วัน$^{-1}$ $= 6.26\times10^{-7}$ วินาที$^{-1}$

$\lambda_2 = \frac{0.693}{40.5}\times 24 = 0.4106$ วัน$^{-1}$ $= 4.753\times10^{-6}$ วินาที$^{-1}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} = \frac{0.0541}{0.4106-0.0541} = \frac{0.0541}{0.3565} = 0.1517$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1^0(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}) \qquad \text{..........(1)}$$

$$e^{-\lambda_1 t} = e^{-\frac{0.693\times3}{12.8}} = e^{-0.1623} = 0.8501$$

$$e^{-\lambda_2 t} = e^{-\frac{0.693\times24\times3}{40.5}} = e^{-1.2318} = 0.2917$$

แทนค่าใน (1)

$$N_2 = 0.15\,N_1^0(0.8501-0.2917)$$
$$= 0.15\times4.3\times10^{18}\times0.5584$$
$$= 0.3601\times10^{18} = 3.6\times10^{17} \text{ อะตอม}$$

จำนวนอะตอมของแลนทานัม – 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน $= 3.6\times10^{17}$ อะตอม

(ค) ความแรงของ La^{140} $= \lambda_2 N_2$

$$= \frac{0.4106\times3.6\times10^{17}}{24\times60\times60} \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$= 46.21$ คูรี

(ง) เวลาที่จะเกิด La^{140} มากที่สุด $= t_m$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$\log\lambda_2 - \log\lambda_1 = 0.4343\cdot(\lambda_2-\lambda_1)t$$

$$\log 0.4106 - \log 0.0541 = 0.4343(0.4106-0.0541)t$$

$$-0.3865-(-1.2668) = 0.4343(0.3565)t$$

$$t_m = \frac{0.8803}{0.1548}$$

$= 5.68$ วัน

จำนวนอะตอมของแลนทานัม -140 จะมีค่ามากที่สุดเมื่อเวลาผ่านไป 5.68 วัน

ข้อ 4.8 โจทย์ Ba^{140} สลายโดยการส่งอนุภาคเบตาด้วยครึ่งชีวิต 12.8 วัน เกิดเป็นแลนทานัม -140 มีครึ่งชีวิต 40.2 ชั่วโมง ถ้าเดิมมี Ba^{140} อยู่ 5 มิลลิคูรี จงหา

(ก) เวลาที่ทำให้เกิดแลนทานัม -140 มากที่สุด

(ข) ความแรงขณะนั้น

กำหนดค่า

$e^{-0.3060} = 0.7364$, $e^{-2.3388} = 0.0964$

$\ln 0.1308 = -2.0340$

เฉลย

(ก) เวลาที่ทำให้เกิดแลนทานัม -140 มากที่สุด หาได้จาก

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{e^{-\lambda_2 t}}{e^{-\lambda_1 t}}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = e^{-\lambda_2 t + \lambda_1 t}$$

$$\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\lambda_2 t + \lambda_1 t$$

$$\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = (\lambda_1 - \lambda_2)t$$

$$t = \frac{\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{12.8 \times 24} \text{ ชม}^{-1} = 2.25 \times 10^{-3} \text{ ชม}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{40.2} \text{ ชม}^{-1} = 0.0172 \text{ ชม}^{-1}$$

$$t = \frac{\ln \frac{0.00225}{0.0172}}{0.00225 - 0.0172}$$

$$= \frac{\ln 0.1308}{-0.01495} = \frac{-2.033}{-0.01495}$$

$$= 135.98 \quad \text{ชม}$$

$$= 5.66 \quad \text{วัน}$$

เวลาที่จะทำให้เกิดแลนทานัม – 140 มากที่สุด = 5.66 วัน

(ข) หาความแรงขณะนั้น

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$= \frac{0.00225}{0.0172 - 0.00225} N_1^0 (e^{-0.00225 \times 135.98} - e^{-0.0172 \times 135.98})$$

$$= \frac{0.00225}{0.01495} N_1^0 (e^{-0.3060} - e^{-2.3388})$$

$$= 0.15\, N_1^0 (0.7364 - 0.0964)$$

$$= 0.15\, N_1^0 \times 0.64 = 0.096\, N_1^0$$

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_2 \cdot N_1^0 \times 0.096$$

$$= \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \lambda_1 N_1^0 \times 0.096$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0.693 \times 12.8 \times 24}{40.2 \times 0.693} = 7.64$$

$$\lambda_2 N_2 = 7.64 \times 5 \times 0.096$$

$$= 3.66 \text{ มิลลิคูรี}$$

ความแรงขณะที่เกิดมากที่สุด = 3.66 มิลลิคูรี

ข้อ 4.9 **โจทย์** ถ่านหินโบราณ 5 กรัม มีคาร์บอน – 14 ซึ่งเป็นธาตุกัมมันตรังสี มีความแรง 63 อะตอม/นาที ส่วนคาร์บอนในไม้ที่มีชีวิต มีความแรง 15.3 อะตอม/กรัม/นาที กำหนดครึ่งชีวิตของคาร์บอน –14 = 5,720 ปี จงหาอายุของถ่านหิน

เฉลย

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda t$$

$$\lambda t = \ln \frac{A_0}{A}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A}$$

$$A_0 = 15.3 \ \frac{\text{อะตอม}}{\text{นาที}\cdot\text{กรัม}}$$

$$A = 12.6 \ \frac{\text{อะตอม}}{\text{นาที}\cdot\text{กรัม}}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{5720} \ \text{ปี}^{-1}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{15.3}{12.6}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \ln 1.2142$$

$$= \frac{1}{0.693} \times 0.1941 \times 5720$$

$$= 1602.5 \ \text{ปี}$$

$$\text{อายุของถ่านหิน} = 1602.5 \ \text{ปี}$$

ข้อ 4.10 **โจทย์** ในการสลายของธาตุซีเซียม – 130 จะส่งอนุภาคโพซิตรอน และอนุภาคเบตาออกมาด้วยอัตราส่วน 27.5 : 1 โดยมีครึ่งชีวิต 30 นาที จงหาครึ่งชีวิตสำหรับการส่งแต่ละอนุภาค

เฉลย

$${}_{55}Cs^{130} \xrightarrow{\beta^+} {}_{54}Xe^{130}$$

$${}_{55}Cs^{130} \xrightarrow{\beta^-} {}_{56}Ba^{130}$$

ครึ่งชีวิต 30 นาที

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{30\times 60} = 3.85\times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{1}{28.5}\times\frac{0.693}{30\times 60} = 1.35\times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{27.5}{28.5}\times\frac{0.693}{30\times 60} = 3.71\times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$t_{\frac{1}{2}}(\beta^-) = \frac{0.693}{\lambda_{\beta^-}} = \frac{0.693}{0.693}\times 28.5\times 30\times 60 \text{ วินาที} = 51300 \text{ วินาที}$$

$$= 14.25 \text{ ชม.}$$

$$t_{\frac{1}{2}}(\beta^+) = \frac{0.693}{\lambda_{\beta^+}} = \frac{0.693\times 28.5\times 30\times 60 \text{ วินาที}}{0.693\times 27.5} = 1865.45 \text{ วินาที}$$

$$= 31.06 \text{ นาที}$$

ครึ่งชีวิตสำหรับการส่งอิเล็กตรอน = 14.25 ชั่วโมง

ครึ่งชีวิตสำหรับการส่งโพซิตรอน = 31.09 นาที

ข้อ 4.11 **โจทย์** ในการสลายโดยการส่งเบตาเนกาตรอน, อิเล็กตรอนแคปเชอร์ และโพซิตรอนของนิวไคลด์ Cu^{64} พบการส่ง β^- : E.C. : β^+ = 2.0 : 2.0 : 1 ครึ่งชีวิตของ Cu^{64} = 12.8 ชั่วโมง

(ก) จงคำนวณหาค่าคงที่ของการสลาย, และค่าคงที่ของการสลายสำหรับแต่ละวิธีการสลายในหน่วย วินาที$^{-1}$

(ข) จงหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับการส่งเบตาเนกาตรอน

(ค) จงหาความแรงในหน่วยมิลลิคูรีของ Cu^{64} ซึ่งส่งเบตาเนกาตรอน 3.7×10^7 อนุภาคต่อวินาที

เฉลย

(ก) การหาค่าคงที่ของการสลาย และสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

$$\lambda = \frac{0.693}{12.8\times 60\times 60} = 1.5\times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{2}{5}\times\frac{0.693}{12.8\times 60\times 60} = 6.015\times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{E.C.} = \frac{2}{5}\times\frac{0.693}{12.8\times 60\times 60} = 6.015\times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{1}{5}\times\frac{0.693}{12.8\times 60\times 60} = 3.0078\times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

(ข) การหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับการส่งเบตาเนกาตรอน

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}$$

การส่ง β^-, $t_{\frac{1}{2}} = \dfrac{0.693}{6.015 \times 10^{-6}} = 115200$ วินาที $= 32$ ชั่วโมง

(ค) ส่ง $\beta^- = 3.7 \times 10^7$ อนุภาค/วินาที

ความแรงของ $Cu^{64} = \dfrac{5}{2} \times 3.7 \times 10^7$

$= 2.5$ มิลลิคูรี

ข้อ 4.12 **โจทย์** ทองแดง – 64 มีครึ่งชีวิต 12.8 ชั่วโมง โดยการส่งอิเล็กตรอน 39%, โพซิตรอน 19% และการจับอิเล็กตรอน (E.C.) 42% จงคำนวณค่าคงที่ของการสลายสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

เฉลย

$$\lambda = \frac{0.693}{12.8} = 0.054 \text{ ชั่วโมง}^{-1} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{39}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.02 \text{ ชั่วโมง} = 76.01 \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{19}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.01 \text{ ชั่วโมง} = 37.03 \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{E.C.} = \frac{42}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.0227 \text{ ชั่วโมง} = 81.86 \text{ วินาที}^{-1}$$

ข้อ 4.13 **โจทย์** อินเดียม – 112 สลายโดยการส่งอิเล็กตรอน, E.C. และโพซิตรอน ด้วยครึ่งชีวิต 14 นาที จงหาอัตราการสลายของอินเดียม – 112 ในหน่วย คูรี/กรัม

เฉลย

$$\text{อินเดียม 1 กรัม} = \frac{1 \times 0.602 \times 10^{24}}{112} = 5.375 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{14} \text{ ต่อนาที}$$

$$= \frac{0.693}{14 \times 60} = 8.25 \times 10^{-4} \text{ ต่อวินาที}$$

$$\text{อัตราการสลาย} = \lambda N$$

$$= \frac{0.693}{14\times 60}\times\frac{0.602\times 10^{24}}{112}\quad\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที.กรัม}}$$

$$= \frac{4.434\times 10^{18}}{3.7\times 10^{10}}\quad\frac{\text{คูรี}}{\text{กรัม}}$$

$$= 11.98\times 10^{7}\quad\frac{\text{คูรี}}{\text{กรัม}}$$

ข้อ 4.14 **โจทย์** จงหาน้ำหนักของไอโอดีน – 131 ครึ่งชีวิต 8.06 วัน ที่มีความแรงเท่ากับ อินเดียม – 112 ครึ่งชีวิต 14 นาที หนัก 1 กรัม

เฉลย

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{0.693}{8.06\times 24\times 60}\times\frac{W\cdot N_a}{131} = \frac{0.693}{14}\times\frac{1\times N_a}{112}$$

$$W = \frac{131\times 8.06\times 24\times 60}{14\times 112}$$

$$= 969.667 \quad \text{กรัม}$$

$$\text{น้ำหนักของไอโอดีน} - 131 = 969.667 \quad \text{กรัม}$$

ข้อ 4.15 **โจทย์** โปตัสเซียม – 40 มีอบันแดนซ์ 0.012% ถ้าโปตัสเซียม 1 กรัม ส่งอิเล็กตรอน 29 อนุภาค/วินาที และยังเกิดการจับอิเล็กตรอน เมื่อเกิดการจับอิเล็กตรอน 1 ครั้ง จะส่งโฟตอนออกมา 1 ตัว พบอัตราส่วนระหว่างการส่งรังสีแกมมา ต่อการส่งอนุภาค เบตาเท่ากับ 0.12 จงหาครึ่งชีวิต (ปี) ของโปตัสเซียม – 40, และเขียนแผนผังการสลาย

เฉลย

$$K^{40}\ \text{มีจำนวนอะตอม} = \frac{0.012}{100}\times\frac{1}{40}\times 0.602\times 10^{24}\quad\text{อะตอม}$$

$$= 1.806\times 10^{18}\quad\text{อะตอม}$$

$$A = \lambda N = 29 = \lambda_{\beta^-}\cdot N$$

$$= \lambda_{\beta^-}\times 1.806\times 10^{18}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{29}{1.806\times 10^{18}}$$

$$= 16.0575\times 10^{-18}\quad\text{วินาที}^{-1}$$

$$\frac{\text{E.C.}}{\beta^-} = 0.12, \qquad \lambda_{\text{E.C.}} = 0.12\,\lambda_{\beta^-}$$

$$\lambda_{\text{E.C.}} = 0.12 \times 16.0575 \times 10^{-18}$$

$$= 1.9269 \times 10^{-18} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{\text{E.C.}} = (16.0575 + 1.9269) \times 10^{-18}$$

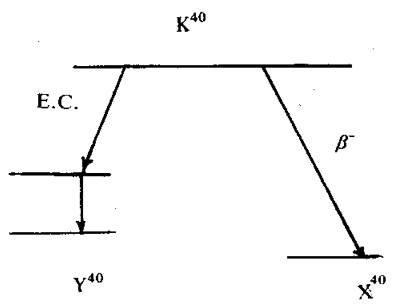
$$= 17.9844 \times 10^{-18} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} = \frac{0.693}{17.9844 \times 10^{-18}}$$

ครึ่งชีวิตของโปตัสเซียม – 40 $= 0.0385 \times 10^{18}$ วินาที

$$= \frac{0.0385 \times 10^{18}}{3.15 \times 10^{7}} = 1.22 \times 10^{9} \text{ ปี}$$

แผนผังการสลาย



ข้อ 4.16 **โจทย์** โดยเฉลี่ยแล้วร่างกายมนุษย์ประกอบด้วยธาตุโปตัสเซียม 250 กรัม ในโปตัสเซียม จะมี K^{40} ซึ่งเป็นธาตุกัมมันตรังสีอยู่ 0.012% สลายโดยการส่งรังสีเบตา มีครึ่งชีวิต 1.3×10^{9} ปี จงคำนวณอัตราการเกิดรังสีเบตาในร่างกาย และจงหาความแรงในหน่วยไมโครคูรีด้วย

เฉลย

ปริมาณ K^{40} ในร่างกาย $= \dfrac{0.012}{100} \times 250$ กรัม

$= \dfrac{0.012}{100} \times \dfrac{250 \times 0.602 \times 10^{24}}{40}$ อะตอม

$= 4.5 \times 10^{20}$ อะตอม

สำหรับ K^{40}, $\lambda = \dfrac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \dfrac{0.693}{1.3 \times 10^{9} \times 3.15 \times 10^{7}} = 1.68 \times 10^{-17}$ วินาที$^{-1}$

อัตราการสลาย $= \lambda N = 1.68\times10^{-17}\times4.5\times10^{20} \dfrac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

อัตราการเกิดรังสีเบตาในร่างกาย $= 7.57\times10^{3} \dfrac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

$$\text{ความแรง} = \frac{7.57\times10^{3}}{3.7\times10^{10}} = 2.046\times10^{-7} \text{ คูรี}$$
$$= 0.21 \text{ ไมโครคูรี}$$

ข้อ 4.17 **โจทย์** จงแสดงการหาค่าชีวิตเฉลี่ยของธาตุกัมมันตรังสี โดยใช้วิธีทางคณิตศาสตร์

เฉลย

$$dN = \lambda N\, dt$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^{\infty} N_0 \lambda t e^{-\lambda t} dt$$

$$= \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt$$

ชีวิตเฉลี่ย $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$

ข้อ 4.18 **โจทย์** จงแสดงวิธีหาเวลาที่จะทำให้จำนวนอะตอม N_2 มีค่ามากที่สุด

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

t_m = เวลาที่จะเกิดอะตอมของธาตุใหม่มากที่สุด

$$\frac{dN_2}{dt} = 0 = \left(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}\right)$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

ข้อ 4.19 **โจทย์** ถ้า t_m เป็นเวลาที่ทำให้จำนวนนิวไคลด์ของธาตุที่ 2 เกิดมากที่สุด และ $\lambda_1, \lambda_2, T_1, T_2, \tau_1, \tau_2$ เป็นค่าคงที่ของการสลาย, ครึ่งชีวิต, ชีวิตเฉลี่ยของธาตุที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$t_m = \tau_2\left(\frac{T_1}{T_1 - T_2}\right) \ln \frac{T_1}{T_2}$$

เฉลย

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{e^{-\lambda_2 t_m}}{e^{-\lambda_1 t_m}}$$

$$\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\lambda_2 t_m \ln e + \lambda_1 t_m \ln e$$

$$= -t_m(\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$t_m = -\frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$= \frac{\ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$= \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{0.693}, \qquad = \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \tau_2}}$$

$$= \tau_2\left(\frac{T_1}{T_1 - T_2}\right) \cdot \ln \frac{T_1}{T_2}$$

ข้อ 4.20 **โจทย์**

(ก) จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$N_3 = N_1^0 - N_1 - N_2$$

เมื่อ N_1^0 เป็นจำนวนอะตอมของธาตุเดิมที่จะสลาย และ

N_3 เป็นธาตุเสถียรภาพ

(ข) ถ้า λ_1 มีค่าน้อยมาก (ไม่เป็นศูนย์) จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$N_3 = \lambda_1 t\, N_1^0 - N_2$$

เฉลย

(ก)
$$N_3 = N_1^0\left[1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\right]$$

$$= N_1^0\left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2-\lambda_1} + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2-\lambda_1} + e^{-\lambda_1 t}\right]$$

$$= N_1^0\left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2-\lambda_1}\right]$$

$$= N_1^0\left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)\right] \qquad \text{.........(1)}$$

$$= N_1^0 - N_1 - N_2$$

(ข) $\lambda_1 \to 0, \quad e^{-\lambda_1 t} = 1 - \lambda_1 t$

จากสมการ (1)

$$N_3 = N_1^0[1-(1-\lambda_1 t)] - N_2$$

$$= \lambda_1 t\, N_1^0 - N_2$$

ข้อ 4.21 **โจทย์** ในปฏิกิริยา $Na^{23}(d, p)Na^{24}$ พบว่าเกิด $_{11}Na^{24}$ 110 มิลลิคูรี/ชั่วโมง กำหนดค่าครึ่งชีวิตของ $Na^{24} = 14.8$ ชั่วโมง จงหา

(ก) ความแรงของ Na^{24} ที่จะเกิดมากที่สุด

(ข) ความแรงของ Na^{24} ที่จะเกิดขึ้น เมื่อมีปฏิกิริยาเกิดขึ้นนาน 8 ชั่วโมง

(ค) 8 ชั่วโมงหลังจากที่นำออกมาจากปฏิกิริยาแล้ว

กำหนด $e^{-0.3745} = 0.6875$

เฉลย

(ก) ในปฏิกิริยา เกิด Na^{24} = 110 มิลลิคูรี/ชม.

เมื่อไม่มีการสลาย จะเกิดความแรงสูงสุด คือ 110 $\frac{\text{มิลลิคูรี}}{\text{ชม.}} \cdot \tau$ ชม.

$\tau = \frac{1}{\lambda}$, $\qquad = 110 \times \frac{14.8}{0.693}$ มิลลิคูรี

$\qquad = 2.34$ คูรี

(ข) ปฏิกิริยาเกิดอยู่นาน 8 ชั่วโมง

$$\begin{aligned} A &= A_0(1-e^{-\lambda t}) \\ &= 2.34\left(1-e^{-\frac{0.693}{14.8}\times 8}\right) \\ &= 2.34\left(1-e^{-0.3745}\right) \\ &= 2.34\times(1-0.6875) \\ &= 2.34\times 0.3124 = 0.731 \text{ คูรี} \end{aligned}$$

(ค) 8 ชั่วโมงต่อมา $A(t) = Ae^{-\lambda\times 8(\text{ชม.})}$

$$\begin{aligned} &= 0.731\times e^{-\frac{0.693}{14.8}\times 8} \\ &= 0.731\times e^{-0.3745} \\ &= 0.731\times 0.6875 \\ &= 0.502 \text{ คูรี} \end{aligned}$$

ข้อ 4.22 **โจทย์** ฟอสฟอรัส – 32 1 ไมโครกรัม, มีครึ่งชีวิต 14.3 วัน จงคำนวณหา

(ก) จำนวนอะตอมที่สลายในระหว่างวันที่ 2

(ข) ส่วนที่สลายออกมาจากนิวไคลด์นี้ในเวลา 10 วัน

กำหนด $e^{-0.0484} = 0.9526,\quad e^{-0.0969} = 0.9076,$

$e^{-0.4846} = 0.6159$

เฉลย

(ก) $N = \dfrac{1\times 10^{-6}\times 0.602\times 10^{24}}{32} = 0.0188\times 10^{18}$ อะตอม

$t = 1$ วัน, $\quad N_1 = N_0e^{-\lambda t} = N_0e^{-\frac{0.693}{14.3}\times 1}$

$= N_0e^{-0.0484} = 0.9526\, N_0$

$t = 2$ วัน, $\quad N_2 = N_0e^{-\lambda t} = N_0e^{-\frac{0.693}{14.3}\times 2}$

$= N_0e^{-0.0969} = 0.9076\, N_0$

ในระหว่างวันที่ 2 สลายได้ $= N_1 - N_2$

$$= N_0(0.9526 - 0.9076)$$

$$= 0.045 \times 0.0188 \times 10^{18}$$

$$= 8.46 \times 10^{14} \text{ อะตอม}$$

(ข) ส่วนที่สลายออกมาใน 10 วัน

$$N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

$$= N_0\left(1 - e^{-\frac{0.693 \times 10}{14.3}}\right) = N_0\left(1 - e^{-0.4846}\right)$$

$$= N_0(1 - 0.6159) = 0.3841 \times 0.0188 \times 10^{18}$$

$$= 7.22 \times 10^{15} \text{ อะตอม}$$

ข้อ 4.23 **โจทย์** ${}_{78}Pt^{190}$ เป็นธาตุกัมมันตรังสี ที่มีอยู่ตามธรรมชาติ 0.0127% สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟาพลังงาน 3.11 เอมอีวี ด้วยครึ่งชีวิต 7×10^{11} ปี จงหาจำนวนพลาตินัมเป็นกรัม เพื่อจะให้ได้ความแรง 1 ไมโครคูรี

เฉลย

$$1 \text{ ไมโครคูรี} = 3.7 \times 10^4 \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$\lambda N = 3.7 \times 10^4$$

$$\lambda = \frac{0.693}{7 \times 10^{11} \times 3.15 \times 10^7} = 3.142 \times 10^{-20} \quad \text{วินาที}^{-1}$$

$$N = \frac{0.0127}{100} \times \frac{W \times 0.602 \times 10^{24}}{190} = 4.02 \times 10^{17} W \text{ อะตอม}$$

$$3.142 \times 10^{-20} \times 4.02 \times 10^{17} W = 3.7 \times 10^4$$

$$W = 2.92 \times 10^6 \text{ กรัม}$$

$$\text{น้ำหนักของพลาตินัม} = 2.92 \times 10^6 \text{ กรัม}$$

ข้อ 4.24 **โจทย์** Ra^{223} สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา พลังงาน 5.71 เอมอีวี ด้วยครึ่งชีวิต 11.7 วัน จงหา

(ก) ค่าคงที่ของการสลาย

(ข) พลังงานที่ส่งออกมา ถ้ามี Ra^{223} อยู่ 10^6 อะตอม

(ค) ทิ้งไว้นาน 5 วัน จะวัดอัตราการสลายได้เท่าไร

(ง) อะตอมของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มีค่าเท่าไร

เฉลย

(ก) ค่าคงที่ของการสลาย $\lambda = \frac{0.693}{11.7} = 0.0592$ วัน$^{-1}$ $= 6.85 \times 10^{-7}$ วินาที$^{-1}$

(ข) ความแรง $A = \lambda N = 6.85 \times 10^{-7} \times 10^{6} = 6.85 \times 10^{-1}$ $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

พลังงานที่ส่งออกมา $= 6.85 \times 10^{-1} \times 5.71$ $\frac{\text{เอมอีวี}}{\text{วินาที}}$

$= 3.91$ $\frac{\text{เอมอีวี}}{\text{วินาที}}$

(ค) $t = 5$ วัน, $e^{-\frac{0.693}{11.7} \times 5} = e^{-0.2961} = 0.7436$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A = 6.85 \times 10^{-7} \times N_0 \times 0.7436$$

อัตราการสลายเมื่อเวลาผ่านไป 5 วัน $= 5.09 \times 10^{-7}\ N_0$ $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

(ง) อะตอมของธาตุที่เกิดใหม่เมื่อเวลาผ่านไป 5 วัน

$$N(t) = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

$$= N_0(1 - 0.7436)$$

$$= 0.2564\ N_0$$

อะตอมที่เกิดใหม่ $=$ 25.64% ของจำนวนอะตอมเดิม

ข้อ 4.25 **โจทย์** เรเดียม – 226 สลายให้เรดอน – 222 ด้วยครึ่งชีวิต 1,622 ปี และเรดอน – 222 มีครึ่งชีวิต 3.82 วัน ถ้าเดิมมีเรเดียม – 226 1 กรัม และเรดอน – 222 1 ไมโครกรัม

(ก) จงหาจำนวนอะตอมของ เรดอน – 222 เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

(ข) จงหาอัตราการสลายของเรดอน – 222 ขณะนั้น

กำหนด $e^{-0.0037} = 0.9962$

เฉลย

$$Ra^{226} \longrightarrow Rn^{222} + He^{4}$$

$$N_1^0 = \frac{1}{226} \times 0.602 \times 10^{24} = 2.66 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$N_2^0 = \frac{10^{-6}}{222} \times 0.602 \times 10^{24} = 2.71 \times 10^{15} \text{ อะตอม}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 \left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t} \quad \text{..........(1)}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{1622 \times 3.15 \times 10^{7}} = 1.35 \times 10^{-11} \text{ วินาที}^{-1}, \lambda_1 t \text{ มีค่าน้อยมาก}, e^{-\lambda_1 t} \rightarrow 1$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{3.82 \times 24 \times 60 \times 60} = 2.09 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693 \times 30}{3.82 \times 24 \times 60}, \quad e^{-3.7794 \times 10^{-3}} = 0.9962$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$N_2 = \frac{1.35 \times 10^{-11}}{2.09 \times 10^{-6}} N_1^0 (1 - 0.9962) + N_2^0 \times 0.9962$$

$$= 6.45 \times 10^{-6} N_1^0 \times 0.0038 + N_2^0 \times 0.9962$$

$$= 6.45 \times 10^{-6} \times 2.66 \times 10^{21} \times 0.0038 + 2.71 \times 10^{15} \times 0.9962$$

จำนวนอะตอมของเรดอน – 222 $= 6.51 \times 10^{13} + 2.69 \times 10^{15}$

$= 2.76 \times 10^{15}$ อะตอม

$$A = \lambda_2 N_2 = 2.09 \times 10^{-6} \times 2.76 \times 10^{15}$$

อัตราการสลายของเรดอน – 222 ขณะนั้น $= 5.76 \times 10^{9} \ \dfrac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

ข้อ 4.26 **โจทย์** ขณะที่ธาตุ X ซึ่งสลายไปเป็นธาตุ Y อยู่ในสภาวะสมดุลทางกัมมันตภาพรังสี ปริมาณของธาตุ X มีค่า 3×10^{6} เท่าของอะตอมของธาตุ Y ถ้าครึ่งชีวิตของธาตุ Y เท่ากับ 1,600 ปี จงหาครึ่งชีวิตของธาตุ X

เฉลย

ขณะสมดุล $\lambda_X N_X = \lambda_Y N_Y$

$$\frac{0.693 \times 3 \times 10^{6} N_Y}{T_X} = \frac{0.693 \times N_Y}{1600}$$

$$T_X = 1600 \times 3 \times 10^{6} \text{ ปี}$$

ครึ่งชีวิตของธาตุ $X = 4.8 \times 10^{9}$ ปี

ข้อ 4.27 **โจทย์** ยูเรเนียม – 235 สลายให้ธอเรียม – 231 ด้วยครึ่งชีวิต 7.13×10^8 ปี และธอเรียม-231 มีครึ่งชีวิต 25.6 ชั่วโมง ถ้าเดิมมียูเรเนียม – 235 อยู่ 1 กรัม และธอเรียม – 231 อยู่ 0.01 ไมโครกรัม จงหาจำนวนอะตอม และอัตราการสลายของธอเรียม – 231 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน

กำหนด $e^{-0.6496} = 0.5222$

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_1^0 = 1 \text{ กรัม} = \frac{1 \times 0.602 \times 10^{24}}{235} = 2.56 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$N_2^0 = \frac{0.01 \times 10^{-6} \times 0.602 \times 10^{24}}{231} = 2.6 \times 10^{13} \text{ อะตอม}$$

$$N_2 = \frac{25.6 \times 60 \times 60}{7.13 \times 10^8 \times 3.15 \times 10^7} N_1^0\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693 \times 24}{25.6} = 0.6496, \quad e^{-\lambda_2 t} = 0.5222$$

$$\begin{aligned} N_2 &= 4103.386 \times 10^{-15} \times N_1^0(1 - 0.5222) + N_2^0 \times 0.5222 \\ &= 4103.386 \times 10^{-15} \times 2.56 \times 10^{21} \times 0.4778 + 2.6 \times 10^{13} \times 0.5222 \\ &= 5.01 \times 10^9 + 1.357 \times 10^{13} \\ &= 1.35 \times 10^{13} \text{ อะตอม} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{อัตราการสลาย} &= \lambda_2 N_2 \\ &= \frac{0.693}{25.6 \times 3600} \times 1.35 \times 10^{13} \\ &= 7.519 \times 10^{-6} \times 1.35 \times 10^{13} \end{aligned}$$

$$\text{อัตราการสลายของธอเรียม} - 231 = 1.015 \times 10^8 \ \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

ข้อ 4.28 **โจทย์** ยูเรเนียม – 238 หนัก 1 กรัม ครึ่งชีวิต 4.5×10^9 ปี สลายแล้วเกิดเป็นธอเรียม – 234 ซึ่งจะส่งอนุภาคแอลฟา ด้วยครึ่งชีวิต 24.1 วัน จงหาความแรงของธอเรียม – 234 เมื่อเวลาผ่านไป 2 วัน และจงหาจำนวนอะตอมขณะนั้น

กำหนด

$$e^{-0.0575} = 0.9441$$

เฉลย

$$U^{238} \xrightarrow[t_{1/2} = 4.5\times10^{9} \text{ ปี}]{\alpha} Th^{234} \xrightarrow[24.1 \text{ วัน}]{\alpha}$$

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} N_1^0\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \qquad \text{..........(1)}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} = \frac{T_2}{T_1-T_2} = \frac{24.1}{4.5\times10^9\times365-24.1} \approx 0.0146\times10^{-9}$$

$$\lambda_1 t = \frac{0.693\times2}{4.5\times10^9\times365} \;,\; e^{-8.4383\times10^{-13}} \cong 1$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693}{24.1}\times2 \;,\; e^{-0.0575} = 0.9441$$

$$N_1^0 = \frac{1\times0.602\times10^{24}}{238} = 2.529\times10^{21} \text{ อะตอม}$$

แทนค่าใน (1)

$$N_2(t) = 0.0146\times10^{-9}\times2.529\times10^{21}(1-0.9441)$$

$$= 0.0146\times2.529\times0.0559\times10^{12}$$

$$= 0.002064\times10^{12}$$

จำนวนอะตอม $= 2.0\times10^{9}$ อะตอม

$$\lambda_2 N_2 = \frac{0.693}{24.1\times8.64\times10^4}\times2.0\times10^9$$

ความแรงขณะนั้น $= 6.65\times10^{2}$ $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$
