

บทที่ 4
กฎการเปลี่ยนแปลงของธาตุกัมมันตรังสี
และธาตุกัมมันตรังสีตามธรรมชาติ
(THE LAWS OF RADIOACTIVE TRANSFORMATION
AND THE NATURAL RADIOACTIVITY)

มีการสังเกตการเปลี่ยนแปลงของธาตุกัมมันตรังสีโดยการวัดความแรงขณะปล่อยให้ธาตุกัมมันตรังสีสลายไปเองจากธาตุเดิมกลายเป็นธาตุใหม่ซึ่งมีเสถียรภาพ เมื่อวัดความแรงของธาตุที่กำลังสลาย ณ เวลาใด ๆ แล้วนำมาสร้างกราฟ จะได้กราฟรูปเอกซ์โพเนนเชียล จึงตั้งสมการการสลายได้ว่า

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

เมื่อธาตุเดิมสลายไป ทำให้เกิดธาตุใหม่เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามเวลา ดังนั้น ธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นในเวลาใด ๆ ก็คือ

$$A(t) = A_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

ถ้าปล่อยให้เวลานานมาก $e^{-\lambda t} \rightarrow 0$ ธาตุใหม่จะเกิดขึ้นมากที่สุดคือเท่ากับความแรงของธาตุกัมมันตรังสีเดิม

ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี วัดได้จากจำนวนอะตอมของธาตุที่สลายได้ต่อ 1 หน่วยเวลา หรืออัตราการสลายของธาตุกัมมันตรังสีนั้น

ความแรงของธาตุใด ๆ เป็นค่าที่ขึ้นกับจำนวนอะตอมของธาตุนั้น อาจเขียนได้ว่า

$$A = \lambda N \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ของการสลาย

สังเกตว่าสูตรในสมการที่ (4.3) นั้น เป็นสูตรที่ไม่มีเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง เพราะถ้าปล่อยให้เวลานาน ธาตุกัมมันตรังสีก็จะมีสลายไปเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล จึงใช้สูตรในสมการที่ (4.3) ไม่ได้

4.1 หน่วยใช้วัดความแรง

(1) อะตอมต่อวินาที (dps) หมายถึง จำนวนอะตอมที่สลายได้ต่อ 1 หน่วยเวลา (วินาที)

(2) คูรี (Ci) เป็นความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายได้ 3.7×10^{10} อะตอมต่อวินาที อาจมีหน่วยมิลลิคูรี, ไมโครคูรี

(3) รัทเธอร์ฟอร์ด (Rutherford) หมายถึง ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายได้ 10^6 ครั้งต่อวินาที

ยังมีหน่วยที่ใช้วัดความแรงอีกหลายหน่วย แต่จะกล่าวถึงแต่เฉพาะหน่วยที่จะต้องใช้ในการคำนวณในวิชา PH 424 เท่านั้น

4.2 การคำนวณจะต้องพิจารณาค่าต่าง ๆ ดังนี้

(1) ครึ่งชีวิต (half life) หมายถึง เวลาที่จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีใช้ในการสลาย เพื่อให้เหลือจำนวนอะตอมเพียงครึ่งหนึ่งของจำนวนอะตอมเดิม

ดังนั้น ถ้าเวลาผ่านไป n ครึ่งชีวิต จำนวนอะตอมจะเหลือเพียง $\frac{1}{2^n}$ ของจำนวนอะตอมเดิม

ในการอาบรังสี จึงมักปล่อยธาตุไว้ในเครื่องปฏิกรณ์นานประมาณ 10 เท่าของครึ่งชีวิต จำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นจะสลายได้น้อยมาก ธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นจึงมีจำนวนมากที่สุด

$$\text{โดยใช้สูตร } N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

แล้วใช้ค่าจำกัดความของครึ่งชีวิต จะหาค่าครึ่งชีวิตได้คือ

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ของการสลายที่หาได้จากกราฟ

(2) อายุเฉลี่ย (mean life) หมายถึง ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ทุก ๆ อะตอมมีชีวิตอยู่ โดยการรวมทางคณิตศาสตร์ จะได้

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

ในการคำนวณมักใช้ครึ่งชีวิตมากกว่าจะใช้ค่าชีวิตเฉลี่ย โดยการกำหนดเวลาซึ่งเป็นครึ่งชีวิตให้ จะหาค่าคงที่ของการสลาย และค่าชีวิตเฉลี่ยได้

4.3 การคำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่ขณะใด ๆ

กำหนดให้เมื่อเวลาผ่านไป t เกิดจำนวนอะตอมกัมมันตภาพรังสี $N(t)$

อัตราการสลายจึงเป็น $\frac{dN(t)}{dt}$ อะตอมต่อวินาที

อัตราการสลายจะมีค่ามากที่สุด คือ Q แต่เมื่อมีจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีเกิดขึ้น N อะตอม จึงมีการสลายไปด้วยเทอม $-\lambda N$ ความแรงที่เกิดขึ้น Q จึงลดลงไปด้วยเทอม $-\lambda N$ หรือ

$$\frac{dN(t)}{dt} = Q - \lambda N \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

โดยการอินทิเกรต จะได้

$$N(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

$$\text{และ } A(t) = A_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

เมื่อ $A(t)$ เป็นความแรงที่เกิดขึ้นเมื่อเวลา t

4.4 การหาจำนวนอะตอมของธาตุใด ๆ

ถ้า N เป็นจำนวนอะตอมของธาตุนหนัก W กรัม, v เป็นเปอร์เซ็นต์ของบับแดนซ์

$$N = \frac{v}{100} \frac{W \cdot N_a}{M} \quad \text{อะตอม} \quad \dots\dots\dots(4.10)$$

เมื่อ M คือมวลอะตอมหรือแทนด้วยเลขมวลอะตอม

N_a คือเลขอาโวกาโดร

ถ้า N เป็นจำนวนอะตอมของธาตุต่อซม.³

$$N = \frac{v}{100} \frac{\rho N_a}{M} \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{ซม.}^3} \quad \dots\dots\dots(4.11)$$

เมื่อ ρ คือความหนาแน่นของธาตุ ($\frac{\text{กรัม}}{\text{ซม.}^3}$)

4.5 การหาหน้าหนักของธาตุเมื่อกำหนดความแรงของธาตุกัมมันตรังสี

$$\text{จะใช้สูตร } A = \lambda N = \lambda \frac{W \cdot N_a}{M}$$

เมื่อ A = ความแรง (อะตอมต่อวินาที)

λ = ค่าคงที่ของการสลาย (ต่อวินาที)

N = จำนวนอะตอม

4.6 สมการการสลายของธาตุกัมมันตภาพรังสีตามธรรมชาติ

บางที่ธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดตามธรรมชาติ จะมีการสลายจากธาตุเดิมไปเป็นธาตุใหม่ และสลายต่อไปเรื่อย ๆ เป็นการสลายแบบลูกโซ่ จนกระทั่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ
พิจารณาอัตราการสลายของธาตุกัมมันตรังสีชนิดใด ๆ ซึ่งจะหาได้จากธาตุที่เกิดขึ้นแล้วสลายไปได้ด้วยอัตราการสลาย $-\lambda N$

ธาตุที่สองที่เกิดขึ้นจะได้รับความแรงมาจากธาตุที่หนึ่ง ขณะเดียวกันธาตุที่สองก็จะสลายไปเพื่อเป็นธาตุที่สาม

ถ้าจะพิจารณาอัตราการสลายของธาตุที่สอง เมื่อเวลา t คือ $\frac{dN_2}{dt}$ จะเป็นความแรงที่เกิดจากการสลายมาจากธาตุที่หนึ่งคือ $\lambda_1 N_1$ ขณะเดียวกัน ธาตุที่สองนั้นก็สลายต่อไปเพื่อเป็นธาตุที่สามเท่ากับ $-\lambda_2 N_2$, ดังนั้น จะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

สมการข้างบนนี้ยังใช้ไม่ได้ จะต้องหาค่า $N_2(t)$ ให้ได้ก่อน แล้วตั้งเงื่อนไขสำหรับสมการ ในกรณีเมื่อเริ่มพิจารณา $t = 0, N_2(0) = N_2^0$

ดังนั้น N_2^0 จะสลายได้ตามแบบเอกซ์โพเนนเชียล คือ $N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$ จะได้สูตร

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t} \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

ถ้าเมื่อเริ่มพิจารณา ไม่มีธาตุที่สองอยู่ก่อน เทอมสุดท้ายคือ $N_2^0 e^{-\lambda_2 t} = 0$ โดยวิธีนี้จะสามารถหา N_3, N_4 ได้

4.7 สูตรของเบทแมน

มีการหาสูตร N_3, N_4, \dots เมื่อเวลาใด ๆ ได้โดยใช้สูตรของเบทแมน ซึ่งนับว่าง่ายกว่าการอินทิเกรต โดยการตั้งเงื่อนไขว่า

เมื่อเริ่มต้น มีธาตุเดิมอยู่ธาตุเดียว ดังนั้น $N_2^0 = 0, N_3^0 = 0 \dots N_n^0 = 0$

สูตรของเบทแมนคือ

$$N_n(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + \dots + C_n e^{-\lambda_n t} \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

เมื่อ $C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)}$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)}$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3) \dots (\lambda_n - \lambda_3)}$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1} N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \dots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)}$$

เมื่อกำหนดค่า C_1, C_2, \dots, C_n ได้ ก็จะนำไปแทนค่าในสมการ (4.13) โดยวิธีนี้จะสามารถหาสูตรเพื่อหาจำนวนอะตอมของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นเมื่อเวลาใด ๆ ก็ได้

จากการสังเกตพบว่า ถ้ามีธาตุกัมมันตรังสี 2 ธาตุ รวมอยู่ด้วยกัน ธาตุหนึ่งมีครึ่งชีวิตยาว อีกธาตุหนึ่งมีครึ่งชีวิตสั้น จะพบว่า ในการสร้างกราฟในกระดาษเซมิล็อกสเกล พบว่ามีส่วนหนึ่งโค้ง โดยปกติแล้วจะได้กราฟเส้นตรง ดังรูปที่ 4.5 ในหนังสือตำรา PH 424 ส่วนโค้งนั้นจะเป็นกราฟที่แสดงการสลายของธาตุทั้งสอง แต่เมื่อธาตุที่มีครึ่งชีวิตสั้นสลายหมดไป ก็จะเหลือแต่ธาตุที่มีครึ่งชีวิตยาว จึงเหลือแต่กราฟที่เป็นเส้นตรง

4.8 การสมดุลของธาตุกัมมันตรังสี

หมายถึง สภาวะที่ไม่มีการสลายอีกต่อไป แม้ว่าเวลาจะผ่านไปนานเท่าไรก็ตาม แบ่งเป็น

1. การสมดุลแบบเซกูลาร์ (secular equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีครึ่งชีวิตยาวกว่าครึ่งชีวิตของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มาก มากจนสามารถจะตัด λ_1 ทิ้งได้เมื่อเทียบกับ λ_2 เมื่อเวลาผ่านไปนานจนเกิดการสมดุล จะได้

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\text{เมื่อเวลาใด ๆ, } N_2(t) = \frac{\lambda_1 N_1^0}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots \dots \dots (4.14)$$

2. การสมดุลแบบทรานเซียนท์ (Transient equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีครึ่งชีวิตยาวกว่าครึ่งชีวิตของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มาก แต่ไม่มากนักจนสามารถตัด λ_1 ทิ้งได้เมื่อเทียบกับ λ_2 เมื่ออยู่ในสภาวะสมดุล

$$A_1 = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} \cdot A_2$$

$$\text{เมื่อเวลาใด ๆ, } N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \quad \dots \dots \dots (4.15)$$

เทอม $e^{-\lambda_1 t}$ แสดงว่า ธาตุที่เกิดขึ้นใหม่นั้นสลายด้วยครึ่งชีวิตของธาตุเดิม

3. กรณีที่ไม่มีการสมดุล (no equilibrium)

เป็นกรณีที่ธาตุเดิมมีอายุสั้น จะสลายหมดไป จึงเหลือแต่ธาตุใหม่ที่เกิดขึ้น จึงสลายด้วยครึ่งชีวิตของมันเอง

เมื่อทราบความหมายของการสมดุลของธาตุกัมมันตรังสีแล้ว ในการคำนวณจะใช้สูตร

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots\dots\dots(4.16)$$

แล้วพิจารณาตามความหมายของการสมดุลก็ได้

4.9 การแบ่งพวกของธาตุกัมมันตรังสี

ได้จัดแบ่งพวกของธาตุกัมมันตรังสีเป็นอนุกรมต่าง ๆ 3 อนุกรมด้วยกัน โดยอาศัยธาตุกัมมันตภาพรังสีที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติเป็นหลักในการพิจารณา

(1) อนุกรมยูเรเนียม (Uranium series)

เริ่มต้นจากธาตุยูเรเนียม - 238 ซึ่งมีอยู่มากในแร่ยูเรเนียมธรรมชาติ จะใช้เลขมวลเป็นหลัก เมื่อหารด้วยสี่แล้วจะเหลือเศษสอง จึงใช้สัญลักษณ์ $(4n + 2)$

(2) อนุกรมแอกติเนียม (Actinium series)

ใช้ยูเรเนียม - 235 เป็นธาตุแรกที่จะสลาย จึงใช้สัญลักษณ์ $(4n + 3)$

(3) อนุกรมทอเรียม (Thorium series)

ใช้ทอเรียม - 232 เป็นธาตุแรกที่จะสลาย สัญลักษณ์จึงเป็น $4n$

เป็นที่สังเกตว่า U^{238} และ Th^{232} เป็นธาตุเฟอร์ไทล์ที่มีในธรรมชาติ สามารถนำไปผลิตธาตุที่เกิดฟิชชันได้คือ Pu^{239} และ U^{235} ส่วน U^{238} เป็นธาตุเดี่ยวที่มีอยู่ในธรรมชาติที่เกิดฟิชชันได้กับทั้งนิวตรอนช้าและนิวตรอนเร็ว แต่มีปริมาณ U^{235} ในยูเรเนียมธรรมชาติเพียง 0.72% เท่านั้น

4.10 การหาครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

บางนิวไคลด์มีวิธีการสลายเฉพาะของมัน เช่น อาจส่งอนุภาคแอลฟา และส่งอนุภาคเบตาออกมาพร้อม ๆ กัน ทำให้เกิดธาตุใหม่ต่างกันไป ในการทดลองจะวัดครึ่งชีวิตทั้งหมด แต่จะสามารถหาครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลายได้โดยทราบเปอร์เซ็นต์ที่ธาตุนั้นสลายได้โดยการส่งแต่ละอนุภาค เมื่อหาค่าคงที่ของการสลายแต่ละวิธีการสลายได้ ก็จะหาครึ่งชีวิตของแต่ละวิธีการสลายได้

แบบฝึกหัดบทที่ 4

ข้อ 4.1 โจทย์ พิจารณาธาตุกัมมันตรังสีชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2 ซึ่งมีครึ่งชีวิต 5 ชั่วโมง และ 12 ชั่วโมง ตามลำดับ ชนิดที่ 3 มีเสถียรภาพ สมมติว่าเดิมมีอะตอมของธาตุชนิดที่ 1 อยู่ 10^6 อะตอม ไม่มีชนิดที่ 2 และชนิดที่ 3 อยู่ก่อนเลย

(ก) จงหาเวลาที่จะทำให้เกิดอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีชนิดที่ 2 มากที่สุด

(ข) จงหาจำนวนอะตอมขณะที่เกิดมากที่สุด

$$\text{กำหนด } \ln 2.4 = 0.8754$$

$$e^{-1.4968} = 0.2238, \quad e^{-0.6237} = 0.5359$$

เฉลย

(ก) โดยใช้สูตรที่เคยพิสูจน์มาแล้ว, เมื่อ t_m เป็นเวลาที่เกิดธาตุที่ 2 มากที่สุด

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$t = \frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{5} = \text{ชม}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{12} \text{ชม}^{-1}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{12}{5} = 2.4, \quad \ln 2.4 = 0.8754$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 0.693 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{12} \right) = 0.0808$$

แทนค่าในสมการ (1),

$$t = \frac{\ln 2.4}{0.0808} = \frac{0.8754}{0.0808} = 10.8 \text{ ชั่วโมง}$$

$$(ข) \quad N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$N_1^0 = 10^6 \text{ อะตอม}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{12}{5 - 12} = -\frac{12}{7}$$

$$\lambda_1 t = \frac{0.693}{5} \times 10.8 = 1.4968, e^{-1.4968} = 0.2238$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693}{12} \times 10.8 = 0.6237, e^{-0.6237} = 0.5359$$

แทนค่าในสมการ (2)

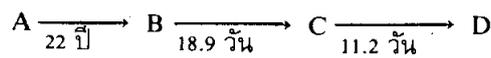
$$N_2 = -\frac{12}{7} \times 10^6 (0.2238 - 0.5359)$$

$$= -\frac{12}{7} \times 10^6 \times (-0.3121)$$

$$= 0.535 \times 10^6$$

$$= 5.35 \times 10^5 \text{ อะตอม}$$

ข้อ 4.2 ไอโซทอป มีธาตุ A บริสุทธิ์อยู่ 2 มิลลิลิวรี และมีการสลายตามรูป



จงหาความแรงของธาตุ B และ C เมื่อเวลาผ่านไป 30 วัน

เฉลย

หาความแรงของธาตุ B

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{22 \times 365} = 8.63 \times 10^{-5} \text{ วัน}^{-1},$$

$$= 9.98 \times 10^{-10} \text{ วินาที}^{-1}, \lambda_1 t = 8.63 \times 10^{-5} \times 30, e^{-2.589 \times 10^{-3}} = 0.9974$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{18.9} = 0.0366 \text{ วัน}^{-1},$$

$$= 4.24 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, \lambda_2 t = 0.0366 \times 30, e^{-1.1} = 0.3328$$

$$\lambda_3 = \frac{0.693}{11.2} = 0.061875 \text{ วัน}^{-1}, \lambda_3 t = 0.0618 \times 30, e^{-1.856} = 0.15625$$

$$= 7.16 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{18.9}{22 \times 365 - 18.9} = \frac{18.9}{8030 - 18.9} = \frac{18.9}{8011.1} = 2.3592 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_1 N_1^0 = 2 \times 3.7 \times 10^7 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}, \lambda_1 = 9.9885 \times 10^{-10} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$N_1^0 = \frac{2 \times 3.7 \times 10^7}{9.9885 \times 10^{-10}} = 3.7 \times 10^7 \times 10^{10} \times 0.2 \text{ อะตอม}$$

$$\lambda_2 = 4.2438 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

แทนค่าในสูตร

$$N_2 = 2.3592 \times 10^{-3} \cdot \frac{2 \times 3.7 \times 10^7}{9.9885 \times 10^{-10}} (0.9974 - 0.3328) = 1.16 \times 10^{14} \text{ อะตอม}$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 N_2 &= \frac{4.2438 \times 10^{-7} \times 2.3592 \times 10^{-3} \times 2 \times 3.7 \times 10^7 \times 0.6646}{9.9885 \times 10^{-10}} \cdot \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}} \\ &= \frac{4.9295 \times 10^7}{3.7 \times 10^7} \text{ มิลลิวูรี} \end{aligned}$$

$$A_2 = 1.33 \text{ มิลลิวูรี}$$

$$\text{ความแรงของธาตุที่ 2 เมื่อเวลาผ่านไป 30 วัน} = 1.33 \text{ มิลลิวูรี}$$

หาความแรงของธาตุ C

จากเบทแมน

$$\text{สูตร } N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} N_1^0 e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} N_1^0 e^{-\lambda_3 t}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{22 \times 3.15 \times 10^7} = 0.01 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-2.589 \times 10^{-3}} = 0.9974$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{18.9 \times 8.64 \times 10^4} = 4.24 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-1.1} = 0.3328$$

$$\lambda_3 = \frac{0.693}{11.2 \times 8.64 \times 10^4} = 7.16 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}, e^{-1.856} = 0.1562$$

$$\lambda_2 - \lambda_1 = 10^{-7} (4.24 - 0.01) = 4.23 \times 10^{-7}$$

$$\lambda_3 - \lambda_1 = 10^{-7} (7.16 - 0.01) = 7.15 \times 10^{-7}$$

$$\lambda_3 - \lambda_2 = 10^{-7} (7.16 - 4.24) = 2.92 \times 10^{-7}$$

แทนค่า

$$N_3 = N_1^0 \left[\frac{0.01 \times 4.24}{(4.23)(7.15)} \times 0.9974 + \frac{0.01 \times 4.24 \times 0.3328}{-(4.23)(2.92)} + \frac{0.01 \times 4.24}{+(7.15)(2.92)} \times 0.1562 \right]$$

$$= N_1^0 [1.3982 \times 10^{-3} - 1.1424 \times 10^{-3} + 0.3172 \times 10^{-3}]$$

$$\lambda_3 N_3 = N_1^0 \times 0.573 \times \lambda_3$$

$$= 0.2 \times 3.7 \times 10^7 \times 10^{10} \times 0.573 \times 7.16 \times 10^{-7} = 3.03 \times 10^{10} \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$= 0.82 \text{ คูรี}$$

ข้อ 4.3 ไอโซโทป Ag^{108} สลายได้ 3 วิธี คือ โดยการส่งอิเล็กตรอน 96% ไปยังสภาวะกาวาน์ของ Cd^{108} , เกิด E.C. 1.7% และส่งโพซิตรอน 0.28% ไปยังสภาวะกาวาน์ของ Pd^{108} ถ้าครึ่งชีวิตของการสลายเท่ากับ 2.41 นาที จงหา

(ก) ครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

$$(ข) \text{ ถ้ากำหนดมวลของ } {}_{46}\text{Pd}^{108} = 107.90388 \text{ เอเอมยู}$$

$${}_{47}\text{Ag}^{108} = 107.90594 \text{ เอเอมยู}$$

$${}_{48}\text{Cd}^{108} = 107.90418 \text{ เอเอมยู}$$

จงหาพลังงานของอิเล็กตรอนและโพซิตรอน

(ค) เขียนแผนผังการสลายสำหรับการเปลี่ยนแปลงแบบไอโซบาริก

เฉลย

(ก) หาค่าคงที่ของการสลายสำหรับแต่ละวิธีการสลายก่อน แล้วจึงหาครึ่งชีวิต

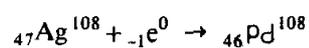
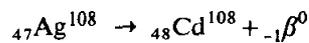
$$\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{2.41 \times 60} = 2.7925 \times 10^{-3} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{96}{100} \times 4.79 \times 10^{-3} = 4.59 \times 10^{-3} \text{ วินาที}^{-1}, (t_{1/2})_{\beta^-} = 1.5 \times 10^2 \text{ วินาที}$$

$$\lambda_{\text{E.C.}} = \frac{1.7}{100} \times 4.79 \times 10^{-3} = 8.14 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}, (t_{1/2})_{\text{E.C.}} = 8.5 \times 10^3 \text{ วินาที}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{0.28}{100} \times 4.79 \times 10^{-3} = 1.34 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}, (t_{1/2})_{\beta^+} = 5.16 \times 10^4 \text{ วินาที}$$

(ข) สมการ



$$\text{พลังงานของอิเล็กตรอน} = [M(\text{Ag}^{108}) - M(\text{Cd}^{108})]931.5$$

$$= [107.90594 - 107.90418]931.5$$

$$= 1.76 \times 10^{-3} \times 931.5$$

$$= 1.639$$

เอมอีวี

$$\text{พลังงานของโพซิตรอน} = [M(\text{Ag}^{108}) - M(\text{Pd}^{108})]931.5 - 1.022$$

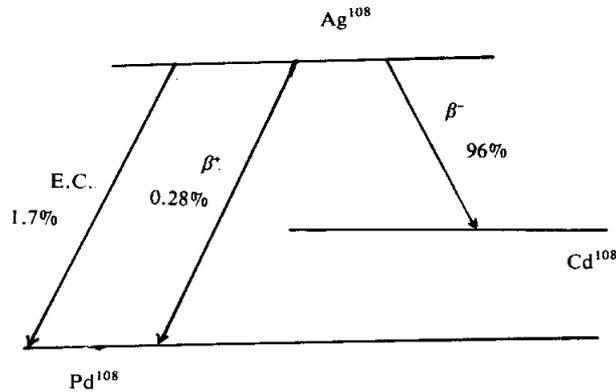
เอมอีวี

$$= [107.90594 - 107.90388]931.5 - 1.022$$

$$\begin{aligned}
&= (2.06 \times 10^{-3})931.5 - 1.022 \\
&= 1.918 - 1.022 \\
&= 0.89689
\end{aligned}$$

เอมอีวี

(ค) แผนผังการสลาย



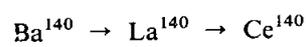
ข้อ 4.4 โจทย์ แบเรียม - 140 (ครึ่งชีวิต 12.8 วัน) สลายแล้วเกิดเป็น แลนทานัม - 140 (ครึ่งชีวิต 40.5 ชั่วโมง) และสลายต่อไปเป็นซีเรียม - 140 ซึ่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ เมื่อเริ่มต้นกำหนดให้มีแบเรียม - 140 อยู่ 5 มิลลิวรี จงหา

- (ก) จำนวนอะตอมของแบเรียม - 140 เมื่อเริ่มต้น
- (ข) จำนวนอะตอมของซีเรียม - 140 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน
- (ค) ความแรงในหน่วยมิลลิวรี ของซีเรียม - 140 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน

$$\text{กำหนด } e^{-0.0541} = 0.9472,$$

$$e^{-0.4106} = 0.6632$$

เฉลย



$$(ก) \lambda_1 N_1 = 5 \times 3.7 \times 10^7$$

อะตอม
วินาที

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{12.8} = 0.0541 \text{ วัน}^{-1} = 6.26 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$N_1 = \frac{5 \times 3.7 \times 10^7}{6.26 \times 10^{-7}} = 2.955 \times 10^{14} \text{ อะตอม}$$

$$(ข) \quad \lambda_2 = \frac{0.693}{40.5 \times 60 \times 60} = 4.753 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{40.5}{12.8 \times 24 - 40.5} = \frac{40.5}{266.7} = 0.15$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{12.8 \times 24}{12.8 \times 24 - 40.5} = \frac{307.2}{266.7} = 1.15$$

$$N_3 = N_1^0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\lambda_1 t = 0.0541, \quad e^{-0.0541} = 0.9472$$

$$\lambda_2 t = 0.4106, \quad e^{-0.4106} = 0.6632$$

$$\begin{aligned} N_3 &= 2.955 \times 10^{14} (1 + 0.15 \times 0.6632 - 1.15 \times 0.9472) \\ &= 2.955 \times 10^{14} (1 + 0.09948 - 1.08928) \\ &= 2.955 \times 10^{14} \times 0.0102 \text{ อะตอม} \\ &= 3.01 \times 10^{12} \text{ อะตอม} \end{aligned}$$

เนื่องจากธาตุซีเรียม - 140 เป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ $\lambda_3 = 0$
 ดังนั้น ความแรงจึงต้องได้มาจาก $\lambda_2 N_2$

$$\begin{aligned} \text{หา } N_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \\ &= 0.15 \times 2.955 \times 10^{14} (0.9472 - 0.6632) \\ &= 0.15 \times 2.955 \times 10^{14} \times 0.2839 = 1.258 \times 10^{13} \text{ อะตอม} \\ \lambda_2 N_2 &= 4.753 \times 10^{-6} \times 1.258 \times 10^{13} \\ &= 5.979 \times 10^7 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}} \\ &= \frac{5.979 \times 10^7}{3.7 \times 10^7} \\ &= 1.616 \text{ มิลลิวูรี} \end{aligned}$$

ข้อ 4.5 โจทย์ โดยการใช้สูตรของเบทแมน จงแสดงการหาสูตร เพื่อหาจำนวนอะตอมที่เกิดขึ้น N_3 เมื่อเวลา t โดยกำหนดว่า เมื่อ $t = 0, N_1 = N_1^0, N_2 = N_2^0 = \dots\dots\dots = 0$ และธาตุ N_3 เสถียรภาพ

เฉลย

$$N_n(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} + \dots C_n e^{-\lambda_n t}$$

$$N_3(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t}$$

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)}$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}$$

$$N_3(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}$$

$$\lambda_3 = 0$$

$$N_3(t) = -\frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 (\lambda_2 - \lambda_1)} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 (\lambda_1 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_1^0}{\lambda_1 \lambda_2}$$

$$N_3(t) = N_1^0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right)$$

ข้อ 4.6 โภทย์ แบริยม -140 สลายด้วยครึ่งชีวิต 12.8 วัน โดยการส่งเบตาเนกาตรอน เกิดเป็นแลนทานัม -140 ซึ่งจะสลายต่อไปด้วยครึ่งชีวิต 40.2 ชั่วโมง กลายเป็นซีเรียม -140 ซึ่งมีเสถียรภาพ

ถ้าเดิมมีแบริยม -140 อยู่ 5 มิลลิลิวรี จงหาความแรงของแลนทานัม -140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง กำหนด

$$e^{-0.0067} = 0.9932, e^{-0.0517} = 0.9495$$

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_1 N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \dots \dots \dots (1)$$

$$\lambda_1 N_1^0 = 5 \text{ มิลลิลิวรี}$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}, \text{ เมื่อ } T \text{ คือครึ่งชีวิต}$$

$$= \frac{12.8 \times 24}{12.8 \times 24 - 40.2} = \frac{307.2}{307.2 - 40.2} = \frac{307.2}{267} = 1.15$$

$$\lambda_{1t} = \frac{0.693 \times 3}{12.8 \times 24} = 6.7675 \times 10^{-3}, e^{-0.0067} = 0.9932$$

$$\lambda_{2t} = \frac{0.693 \times 3}{40.2} = 0.0517, e^{-0.0517} = 0.9495$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$A_2 = 1.15 \times 5 (\text{มิลลิลิตร}) [0.9932 - 0.9495]$$

$$= 1.15 \times 5 \times 0.0436$$

$$= 0.25 \text{ มิลลิลิตร}$$

$$= 0.25 \times 3.7 \times 10^7 = 9.25 \times 10^6 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

ความแรงของแลนทานัม - 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 ชม. = $9.25 \times 10^6 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

ข้อ 4.7 ไอโซทอป แบเรียม - 140 มีครึ่งชีวิต 12.8 วัน สลายแล้วเกิดเป็นแลนทานัม - 140 ซึ่งมีครึ่งชีวิต 40.5 ชั่วโมง และสลายต่อไปเป็นซีเรียม - 140 ซึ่งเป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ เมื่อเริ่มต้นกำหนดให้มีแบเรียม - 140 อยู่ 1 มิลลิกรัม จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของแบเรียม - 140 เมื่อเริ่มต้น

(ข) จำนวนอะตอมของแลนทานัม - 140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน

(ค) ความแรงของแลนทานัม - 140 (คูรี) เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน

(ง) นานเท่าไร จำนวนอะตอมของแลนทานัม - 140 จึงจะมีค่ามากที่สุด

$$\text{กำหนด } e^{-0.1623} = 0.8501,$$

$$e^{-1.2318} = 0.2917$$

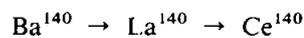
$$\log 0.4106 = -0.3865,$$

$$\log 0.0541 = -1.2668$$

$$\ln 0.4106 = -0.8901,$$

$$\ln 0.0541 = -2.9169$$

เฉลย



$$(ก) \text{จำนวนอะตอมของ Ba}^{140} = N = \frac{W \cdot N_a}{M}$$

$$\text{เมื่อเริ่มต้นมีแบเรียม - 140} = \frac{10^{-3} \times 0.602 \times 10^{24}}{140} = 4.3 \times 10^{18} \text{ อะตอม}$$

$$(ข) \quad \lambda_1 = \frac{0.693}{12.8} = 0.0541 \text{ วัน}^{-1} = 6.26 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{40.5} \times 24 = 0.4106 \text{ วัน}^{-1} = 4.753 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{0.0541}{0.4106 - 0.0541} = \frac{0.0541}{0.3565} = 0.1517$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$e^{-\lambda_1 t} = e^{-\frac{0.693 \times 3}{12.8}} = e^{-0.1623} = 0.8501$$

$$e^{-\lambda_2 t} = e^{-\frac{0.693 \times 24 \times 3}{40.5}} = e^{-1.2318} = 0.2917$$

แทนค่าใน (1)

$$N_2 = 0.15 N_1^0 (0.8501 - 0.2917)$$

$$= 0.15 \times 4.3 \times 10^{18} \times 0.5584$$

$$= 0.3601 \times 10^{18} = 3.6 \times 10^{17} \text{ อะตอม}$$

จำนวนอะตอมของแลนทานัม-140 เมื่อเวลาผ่านไป 3 วัน = 3.6×10^{17} อะตอม

$$(ค) \text{ ความแรงของ } \text{La}^{140} = \lambda_2 N_2$$

$$= \frac{0.4106 \times 3.6 \times 10^{17}}{24 \times 60 \times 60} \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$= 46.21 \quad \text{คูรี}$$

$$(ง) \text{ เวลาที่จะเกิด } \text{La}^{140} \text{ มากที่สุด} = t_m$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$\log \lambda_2 - \log \lambda_1 = 0.4343 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) t$$

$$\log 0.4106 - \log 0.0541 = 0.4343(0.4106 - 0.0541)t$$

$$-0.3865 - (-1.2668) = 0.4343(0.3565)t$$

$$t_m = \frac{0.8803}{0.1548}$$

$$= 5.68 \text{ วัน}$$

จำนวนอะตอมของแลนทานัม -140 จะมีค่ามากที่สุดเมื่อเวลาผ่านไป 5.68 วัน

ข้อ 4.8 ไอโซโทป Ba^{140} สลายโดยการส่งอนุภาคเบตาด้วยครึ่งชีวิต 12.8 วัน เกิดเป็นแลนทานัม -140 มีครึ่งชีวิต 40.2 ชั่วโมง ถ้าเดิมมี Ba^{140} อยู่ 5 มิลลิวรี จงหา

(ก) เวลาที่ทำให้เกิดแลนทานัม -140 มากที่สุด

(ข) ความแรงขณะนั้น

กำหนดค่า

$$e^{-0.3060} = 0.7364, \quad e^{-2.3388} = 0.0964$$

$$\ln 0.1308 = -2.0340$$

เฉลย

(ก) เวลาที่ทำให้เกิดแลนทานัม -140 มากที่สุด หาได้จาก

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{e^{-\lambda_2 t}}{e^{-\lambda_1 t}}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = e^{-\lambda_2 t + \lambda_1 t}$$

$$\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\lambda_2 t + \lambda_1 t$$

$$\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = (\lambda_1 - \lambda_2)t$$

$$t = \frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{12.8 \times 24} \text{ ชม}^{-1} = 2.25 \times 10^{-3} \text{ ชม}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{40.2} \text{ ชม}^{-1} = 0.0172 \text{ ชม}^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\ln \frac{0.00225}{0.0172}}{0.00225 - 0.0172} \\
 &= \frac{\ln 0.1308}{-0.01495} = \frac{-2.033}{-0.01495} \\
 &= 135.98 \quad \text{ชม} \\
 &= 5.66 \quad \text{วัน}
 \end{aligned}$$

เวลาที่จะทำให้เกิดแลนทานัม -140 มากที่สุด = 5.66 วัน

(ข) หาความแรงขณะนั้น

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \\
 &= \frac{0.00225}{0.0172 - 0.00225} N_1^0 (e^{-0.00225 \times 135.98} - e^{-0.0172 \times 135.98}) \\
 &= \frac{0.00225}{0.01495} N_1^0 (e^{-0.3060} - e^{-2.3388}) \\
 &= 0.15 N_1^0 (0.7364 - 0.0964) \\
 &= 0.15 N_1^0 \times 0.64 = 0.096 N_1^0 \\
 \lambda_2 N_2 &= \lambda_2 \cdot N_1^0 \times 0.096 \\
 &= \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1 N_1^0}{\lambda_1} \times 0.096 \\
 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} &= \frac{0.693 \times 12.8 \times 24}{40.2 \times 0.693} = 7.64 \\
 \lambda_2 N_2 &= 7.64 \times 5 \times 0.096 \\
 &= 3.66 \text{ มิลลิลิวรี} \\
 \text{ความแรงขณะที่เกิดมากที่สุด} &= 3.66 \text{ มิลลิลิวรี}
 \end{aligned}$$

ข้อ 4.9 โทรม์ ถ่านหินโบราณ 5 กรัม มีคาร์บอน -14 ซึ่งเป็นธาตุกัมมันตรังสี มีความ
 แรงแจ 68 อะตอม/นาที่ ส่วนคาร์บอนในไม้ที่มีชีวิต มีความแรงแจ 15.3 อะตอม/กรัม
 /นาที่ กำหนดครึ่งชีวิตของคาร์บอน -14 = 5,720 ปี จงหาอายุของถ่านหิน

เฉลย

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\lambda t$$

$$\lambda t = \ln \frac{A_0}{A}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_0}{A}$$

$$A_0 = 15.3 \frac{\text{อะตอม}}{\text{นาทีกกรัม}}$$

$$A = 12.6 \frac{\text{อะตอม}}{\text{นาทีกกรัม}}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{5720} \text{ปี}^{-1}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{15.3}{12.6}$$

$$= \frac{1}{\lambda} \ln 1.2142$$

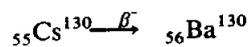
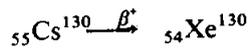
$$= \frac{1}{0.693} \times 0.1941 \times 5720$$

$$= 1602.5 \text{ ปี}$$

$$\text{อายุของถ่านหิน} = 1602.5 \text{ ปี}$$

ข้อ 4.10 โจทย์ ในการสลายของธาตุซีเซียม - 130 จะส่งอนุภาคโพซิตรอน และอนุภาคเบตา ออกมาด้วยอัตราส่วน 27.5 : 1 โดยมีครึ่งชีวิต 30 นาที จงหาครึ่งชีวิตสำหรับการส่ง แต่ละอนุภาค

เฉลย



ครึ่งชีวิต 30 นาที

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{30 \times 60} = 3.85 \times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{1}{28.5} \times \frac{0.693}{30 \times 60} = 1.35 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{27.5}{28.5} \times \frac{0.693}{30 \times 60} = 3.71 \times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$t_{\frac{1}{2}}(\beta^-) = \frac{0.693}{\lambda_{\beta^-}} = \frac{0.693}{0.693} \times 28.5 \times 30 \times 60 \text{ วินาที} = 51300 \text{ วินาที} \\ = 14.25 \text{ ชม.}$$

$$t_{\frac{1}{2}}(\beta^+) = \frac{0.693}{\lambda_{\beta^+}} = \frac{0.693 \times 28.5 \times 30 \times 60 \text{ วินาที}}{0.693 \times 27.5} = 1865.45 \text{ วินาที} \\ = 31.09 \text{ นาที}$$

ครึ่งชีวิตสำหรับการส่งอิเล็กตรอน = 14.25 ชั่วโมง

ครึ่งชีวิตสำหรับการส่งโพซิตรอน = 31.09 นาที

ข้อ 4.11 โจทย์ ในการสลายโดยการส่งเบตาเนกาตรอน, อิเล็กตรอนแคปเจอร์ และโพซิตรอน
ของนิวไคลด์ Cu^{64} พบการส่ง $\beta^- : \text{E.C.} : \beta^+ = 2.0 : 2.0 : 1$ ครึ่งชีวิตของ Cu^{64}
= 12.8 ชั่วโมง

(ก) จงคำนวณหาค่าคงที่ของการสลาย, และค่าคงที่ของการสลายสำหรับแต่ละวิธี
การสลายในหน่วย วินาที⁻¹

(ข) จงหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับการส่งเบตาเนกาตรอน

(ค) จงหาความแรงในหน่วยมิลลิวรีของ Cu^{64} ซึ่งส่งเบตาเนกาตรอน 3.7×10^7
อนุภาคต่อวินาที

เฉลย

(ก) การหาค่าคงที่ของการสลาย และสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

$$\lambda = \frac{0.693}{12.8 \times 60 \times 60} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{2}{5} \times \frac{0.693}{12.8 \times 60 \times 60} = 6.015 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\text{E.C.}} = \frac{2}{5} \times \frac{0.693}{12.8 \times 60 \times 60} = 6.015 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{1}{5} \times \frac{0.693}{12.8 \times 60 \times 60} = 3.0078 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

(ข) การหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับการส่งเบตาเนกาตรอน

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{การส่ง } \beta^-, \quad t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{6.015 \times 10^{-6}} = 115200 \text{ วินาที} = 32 \text{ ชั่วโมง}$$

(ค) ส่ง $\beta^- = 3.7 \times 10^7$ อนุภาค/วินาที

$$\begin{aligned} \text{ความแรงของ } \text{Cu}^{64} &= \frac{5}{2} \times 3.7 \times 10^7 \\ &= 2.5 \text{ มิลลิวูรี} \end{aligned}$$

ข้อ 4.12 ไอโซทอป ทองแดง -64 มีครึ่งชีวิต 12.8 ชั่วโมง โดยการส่งอิเล็กตรอน 39%, โพซิตรอน 19% และการจับอิเล็กตรอน (E.C.) 42% จงคำนวณค่าคงที่ของการสลายสำหรับแต่ละวิธีการสลาย

เฉลย

$$\lambda = \frac{0.693}{12.8} = 0.054 \text{ ชั่วโมง}^{-1} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{39}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.02 \text{ ชั่วโมง}^{-1} = 76.01 \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\beta^+} = \frac{19}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.01 \text{ ชั่วโมง}^{-1} = 37.03 \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_{\text{E.C.}} = \frac{42}{100} \times \frac{0.693}{12.8} = 0.0227 \text{ ชั่วโมง}^{-1} = 81.86 \text{ วินาที}^{-1}$$

ข้อ 4.13 ไอโซทอป อินเดียม-112 สลายโดยการส่งอิเล็กตรอน, E.C. และโพซิตรอน ด้วยครึ่งชีวิต 14 นาที จงหาอัตราการสลายของอินเดียม-112 ในหน่วย คูรี/กรัม

เฉลย

$$\text{อินเดียม 1 กรัม} = \frac{1 \times 0.602 \times 10^{24}}{112} = 5.375 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{14} \text{ ต่อ นาที}$$

$$= \frac{0.693}{14 \times 60} = 8.25 \times 10^{-4} \text{ ต่อวินาที}$$

$$\begin{aligned}
\text{อัตราการสลาย} &= \lambda N \\
&= \frac{0.693}{14 \times 60} \times \frac{0.602 \times 10^{24}}{112} \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที.กรัม}} \\
&= \frac{4.434 \times 10^{18}}{3.7 \times 10^{10}} \frac{\text{คูรี}}{\text{กรัม}} \\
&= 11.98 \times 10^7 \frac{\text{คูรี}}{\text{กรัม}}
\end{aligned}$$

ข้อ 4.14 โจทย์ จงหาน้ำหนักของไอโอดีน-131 ครึ่งชีวิต 8.06 วัน ที่มีความแรงเท่ากับ อินเดียม-112 ครึ่งชีวิต 14 นาที หนัก 1 กรัม

เฉลย

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}}$$

$$\frac{0.693}{8.06 \times 24 \times 60} \times \frac{W \cdot N_a}{131} = \frac{0.693}{14} \times \frac{1 \times N_a}{112}$$

$$W = \frac{131 \times 8.06 \times 24 \times 60}{14 \times 112}$$

$$= 969.667 \text{ กรัม}$$

$$\text{น้ำหนักของไอโอดีน-131} = 969.667 \text{ กรัม}$$

ข้อ 4.15 โจทย์ โปแตสเซียม-40 มีอับนแดนซ์ 0.012% ถ้าโปแตสเซียม 1 กรัม ส่งอิเล็กตรอน 29 อนุภาค/วินาที และยังเกิดการจับอิเล็กตรอน เมื่อเกิดการจับอิเล็กตรอน 1 ครั้ง จะส่งโฟตอนออกมา 1 ตัว พบอัตราส่วนระหว่างการส่งรังสีแกมมา ต่อการส่งอนุภาค เบตาเท่ากับ 0.12 จงหาครึ่งชีวิต (ปี) ของโปแตสเซียม-40, และเขียนแผนผังการสลาย

เฉลย

$$K^{40} \text{ มีจำนวนอะตอม} = \frac{0.012}{100} \times \frac{1}{40} \times 0.602 \times 10^{24} \text{ อะตอม}$$

$$= 1.806 \times 10^{18} \text{ อะตอม}$$

$$A = \lambda N = 29 = \lambda_{\beta^-} \cdot N$$

$$= \lambda_{\beta^-} \times 1.806 \times 10^{18}$$

$$\lambda_{\beta^-} = \frac{29}{1.806 \times 10^{18}}$$

$$= 16.0575 \times 10^{-18} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\frac{E.C.}{\beta^-} = 0.12, \quad \lambda_{E.C.} = 0.12 \lambda_{\beta^-}$$

$$\lambda_{E.C.} = 0.12 \times 16.0575 \times 10^{-18}$$

$$= 1.9269 \times 10^{-18} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{E.C.} = (16.0575 + 1.9269) \times 10^{-18}$$

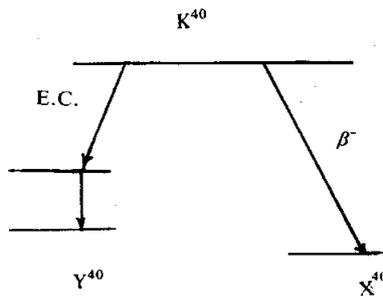
$$= 17.9844 \times 10^{-18} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{0.693}{\lambda} = \frac{0.693}{17.9844 \times 10^{-18}}$$

ครึ่งชีวิตของโปตัสเซียม-40 = 0.0385×10^{18} วินาที

$$= \frac{0.0385 \times 10^{18}}{3.15 \times 10^7} = 1.22 \times 10^9 \text{ ปี}$$

แผนผังการสลาย



ข้อ 4.16 โจทย์ โดยเฉลี่ยแล้วร่างกายมนุษย์ประกอบด้วยธาตุโปตัสเซียม 250 กรัม ในโปตัสเซียม จะมี K^{40} ซึ่งเป็นธาตุกัมมันตรังสีอยู่ 0.012% สลายโดยการส่งรังสีเบต้ามี่ครึ่งชีวิต 1.3×10^9 ปี จงคำนวณอัตราการเกิดรังสีเบตาในร่างกาย และจงหาความแรงในหน่วยไมโครคูรีด้วย

เฉลย

$$\text{ปริมาณ } K^{40} \text{ ในร่างกาย} = \frac{0.012}{100} \times 250 \quad \text{กรัม}$$

$$= \frac{0.012}{100} \times \frac{250 \times 0.602 \times 10^{24}}{40} \quad \text{อะตอม}$$

$$= 4.5 \times 10^{20} \quad \text{อะตอม}$$

$$\text{สำหรับ } K^{40}, \quad \lambda = \frac{0.693}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{0.693}{1.3 \times 10^9 \times 3.15 \times 10^7} = 1.68 \times 10^{-17} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\text{อัตราการสลาย} = \lambda N = 1.68 \times 10^{-17} \times 4.5 \times 10^{20} \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$\text{อัตราการเกิดรังสีเบตาในร่างกาย} = 7.57 \times 10^3 \quad \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$\begin{aligned} \text{ความแรง} &= \frac{7.57 \times 10^3}{3.7 \times 10^{10}} = 2.046 \times 10^{-7} \text{ คูรี} \\ &= 0.21 \text{ ไมโครคูรี} \end{aligned}$$

ข้อ 4.17 โจทย์ จงแสดงการหาค่าชีวิตเฉลี่ยของธาตุกัมมันตรังสี โดยใช้วิธีทางคณิตศาสตร์

เฉลย

$$dN = -\lambda N dt$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty N_0 \lambda t e^{-\lambda t} dt$$

$$= \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt$$

ชีวิตเฉลี่ย

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

ข้อ 4.18 โจทย์ จงแสดงวิธีหาเวลาที่จะทำให้จำนวนอะตอม N_2 มีค่ามากที่สุด

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

t_m = เวลาที่จะเกิดอะตอมของธาตุใหม่มากที่สุด

$$\frac{dN_2}{dt} = 0 = (-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m})$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

ข้อ 4.19 โจทย์ ถ้า t_m เป็นเวลาที่ทำให้จำนวนนิวไคลด์ของธาตุที่ 2 เกิดมากที่สุด และ $\lambda_1, \lambda_2, T_1, T_2, \tau_1, \tau_2$ เป็นค่าคงที่ของการสลาย, ครึ่งชีวิต, ชีวิตเฉลี่ยของธาตุที่ 1 และที่ 2 ตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$t_m = \tau_2 \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} \right) \ln \frac{T_1}{T_2}$$

เฉลย

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{e^{-\lambda_2 t_m}}{e^{-\lambda_1 t_m}}$$

$$\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = -\lambda_2 t_m \ln e + \lambda_1 t_m \ln e$$

$$= -t_m (\lambda_2 - \lambda_1)$$

$$t_m = -\frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$= \frac{\ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$= \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1}}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{0.693},$$

$$= \frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 \tau_2}}$$

$$= \tau_2 \left(\frac{T_1}{T_1 - T_2} \right) \cdot \ln \frac{T_1}{T_2}$$

ข้อ 4.20 โจทย์

(ก) จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$N_3 = N_1^0 - N_1 - N_2$$

เมื่อ N_1^0 เป็นจำนวนอะตอมของธาตุเดิมที่จะสลาย และ

N_3 เป็นธาตุเสถียรภาพ

(ข) ถ้า λ_1 มีค่าน้อยมาก (ไม่เป็นศูนย์) จงแสดงให้เห็นจริงว่า

$$N_3 = \lambda_1 t N_1^0 - N_2$$

เฉลย

$$\begin{aligned} (ก) \quad N_3 &= N_1^0 \left[1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right] \\ &= N_1^0 \left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + e^{-\lambda_1 t} \right] \\ &= N_1^0 \left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_1 e^{-\lambda_2 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \right] \\ &= N_1^0 \left[1 - e^{-\lambda_1 t} - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \right] \dots\dots\dots(1) \\ &= N_1^0 - N_1 - N_2 \end{aligned}$$

(ข) $\lambda_1 \rightarrow 0, e^{-\lambda_1 t} = 1 - \lambda_1 t$

จากสมการ (1)

$$\begin{aligned} N_3 &= N_1^0 [1 - (1 - \lambda_1 t)] - N_2 \\ &= \lambda_1 t N_1^0 - N_2 \end{aligned}$$

ข้อ 4.21 ไอโซทอป ในปฏิกิริยา $Na^{23}(d, p)Na^{24}$ พบว่าเกิด ${}_{11}Na^{24}$ 110 มิลลิลิวรี/ชั่วโมง กำหนด

ค่าครึ่งชีวิตของ $Na^{24} = 14.8$ ชั่วโมง จงหา

- (ก) ความแรงของ Na^{24} ที่จะเกิดมากที่สุด
 - (ข) ความแรงของ Na^{24} ที่จะเกิดขึ้น เมื่อมีปฏิกิริยาเกิดขึ้นนาน 8 ชั่วโมง
 - (ค) 8 ชั่วโมงหลังจากที่นำออกมาจากปฏิกิริยาแล้ว
- กำหนด $e^{-0.3745} = 0.6875$

เฉลย

(ก) ในปฏิกิริยา เกิด $Na^{24} = 110$ มิลลิลิวรี/ชม.

เมื่อไม่มีการสลาย จะเกิดความแรงสูงสุด คือ $110 \frac{\text{มิลลิลิวรี}}{\text{ชม.}} \cdot \tau$ ชม.

$$\begin{aligned} \tau = \frac{1}{\lambda}, & & & = 110 \times \frac{14.8}{0.693} \text{ มิลลิลิวรี} \\ & & & = 2.34 \text{ ชั่วโมง} \end{aligned}$$

(ข) ปฏิกริยาเกิดอยู่นาน 8 ชั่วโมง

$$\begin{aligned} A &= A_0(1 - e^{-\lambda t}) \\ &= 2.34\left(1 - e^{-\frac{0.693}{14.8} \times 8}\right) \\ &= 2.34\left(1 - e^{-0.3745}\right) \\ &= 2.34 \times (1 - 0.6875) \\ &= 2.34 \times 0.3124 = 0.731 \text{ คูรี} \end{aligned}$$

(ค) 8 ชั่วโมงต่อมา $A(t) = Ae^{-\lambda \times 8(\text{ชม.})}$

$$\begin{aligned} &= 0.731 \times e^{-\frac{0.693}{14.8} \times 8} \\ &= 0.731 \times e^{-0.3745} \\ &= 0.731 \times 0.6875 \\ &= 0.502 \text{ คูรี} \end{aligned}$$

ข้อ 4.22 ไอโซทอป ฟอสฟอรัส-32 1 ไมโครกรัม, มีครึ่งชีวิต 14.3 วัน จงคำนวณหา

(ก) จำนวนอะตอมที่สลายในระหว่างวันที่ 2

(ข) ส่วนที่สลายออกมาจากนิวไคลด์นี้ในเวลา 10 วัน

$$\begin{aligned} \text{กำหนด } e^{-0.0484} &= 0.9526, & e^{-0.0969} &= 0.9076, \\ e^{-0.4846} &= 0.6159 \end{aligned}$$

เฉลย

$$(ก) N = \frac{1 \times 10^{-6} \times 0.602 \times 10^{24}}{32} = 0.0188 \times 10^{18} \text{ อะตอม}$$

$$\begin{aligned} t = 1 \text{ วัน, } N_1 &= N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{0.693}{14.3} \times 1} \\ &= N_0 e^{-0.0484} = 0.9526 N_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t = 2 \text{ วัน, } N_2 &= N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{0.693}{14.3} \times 2} \\ &= N_0 e^{-0.0969} = 0.9076 N_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{ในระหว่างวันที่ 2 สลายได้} &= N_1 - N_2 \\
&= N_0(0.9526 - 0.9076) \\
&= 0.045 \times 0.0188 \times 10^{18} \\
&= 8.46 \times 10^{14} \text{ อะตอม}
\end{aligned}$$

(ข) ส่วนที่สลายออกมาใน 10 วัน

$$\begin{aligned}
N &= N_0(1 - e^{-\lambda t}) \\
&= N_0\left(1 - e^{-\frac{0.693 \times 10}{14.3}}\right) = N_0(1 - e^{-0.4846}) \\
&= N_0(1 - 0.6159) = 0.3841 \times 0.0188 \times 10^{18} \\
&= 7.22 \times 10^{15} \text{ อะตอม}
\end{aligned}$$

ข้อ 4.23 ไอโซทอป ${}_{78}\text{Pt}^{190}$ เป็นธาตุกัมมันตรังสี ที่มีอยู่ตามธรรมชาติ 0.0127% สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟาพลังงาน 3.11 เมออีวี ด้วยครึ่งชีวิต 7×10^{11} ปี จงหาจำนวนพลาดินัมเป็นกรัม เพื่อจะให้ได้ความแรง 1 ไมโครคูรี

เฉลย

$$1 \text{ ไมโครคูรี} = 3.7 \times 10^4$$

อะตอม
วินาที

$$\lambda N = 3.7 \times 10^4$$

$$\lambda = \frac{0.693}{7 \times 10^{11} \times 3.15 \times 10^7} = 3.142 \times 10^{-20} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$N = \frac{0.0127 \times W \times 0.602 \times 10^{24}}{100 \times 190} = 4.02 \times 10^{17} W \text{ อะตอม}$$

$$3.142 \times 10^{-20} \times 4.02 \times 10^{17} W = 3.7 \times 10^4$$

$$W = 2.92 \times 10^6 \text{ กรัม}$$

$$\text{น้ำหนักของพลาดินัม} = 2.92 \times 10^6 \text{ กรัม}$$

ข้อ 4.24 ไอโซทอป Ra^{223} สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา พลังงาน 5.71 เมออีวี ด้วยครึ่งชีวิต 11.7 วัน จงหา

(ก) ค่าคงที่ของการสลาย

(ข) พลังงานที่ส่งออกมา ถ้ามี Ra^{223} อยู่ 10^6 อะตอม

(ค) ทั้งไวนาน 5 วัน จะวัดอัตราการสลายได้เท่าไร

(ง) อะตอมของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มีค่าเท่าไร

เฉลย

$$(ก) \text{ ค่าคงที่ของการสลาย } \lambda = \frac{0.693}{11.7} = 0.0592 \text{ วัน}^{-1} = 6.85 \times 10^{-7} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$(ข) \text{ ความแรง } A = \lambda N = 6.85 \times 10^{-7} \times 10^6 = 6.85 \times 10^{-1} \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

$$\begin{aligned} \text{พลังงานที่ส่งออกมา} &= 6.85 \times 10^{-1} \times 5.71 \frac{\text{เอ็มอีวี}}{\text{วินาที}} \\ &= 3.91 \frac{\text{เอ็มอีวี}}{\text{วินาที}} \end{aligned}$$

$$(ค) t = 5 \text{ วัน}, e^{-\frac{0.693}{11.7} \times 5} = e^{-0.2961} = 0.7436$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A = 6.85 \times 10^{-7} \times N_0 \times 0.7436$$

$$\text{อัตราการสลายเมื่อเวลาผ่านไป 5 วัน} = 5.09 \times 10^{-7} N_0 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

(ง) อะตอมของธาตุที่เกิดใหม่เมื่อเวลาผ่านไป 5 วัน

$$N(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t})$$

$$= N_0(1 - 0.7436)$$

$$= 0.2564 N_0$$

$$\text{อะตอมที่เกิดใหม่} = 25.64\% \text{ ของจำนวนอะตอมเดิม}$$

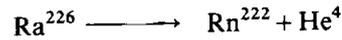
ข้อ 4.25 โทrium-226 สลายให้เรดอน-222 ด้วยครึ่งชีวิต 1,622 ปี และเรดอน-222 มีครึ่งชีวิต 3.82 วัน ถ้าเดิมมีเรเดียม-226 1 กรัม และเรดอน-222 1 ไมโครกรัม

(ก) จงหาจำนวนอะตอมของ เรดอน-222 เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

(ข) จงหาอัตราการสลายของเรดอน-222 ขณะนั้น

$$\text{กำหนด } e^{-0.0037} = 0.9962$$

เฉลย



$$N_1^0 = \frac{1}{226} \times 0.602 \times 10^{24} = 2.66 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$N_2^0 = \frac{10^{-6}}{222} \times 0.602 \times 10^{24} = 2.71 \times 10^{15} \text{ อะตอม}$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{1622 \times 3.15 \times 10^7} = 1.35 \times 10^{-11} \text{ วินาที}^{-1}, \lambda_1 t \text{ มีค่าน้อยมาก, } e^{-\lambda_1 t} \rightarrow 1$$

$$\lambda_2 = \frac{0.693}{3.82 \times 24 \times 60 \times 60} = 2.09 \times 10^{-6} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693 \times 30}{3.82 \times 24 \times 60}, e^{-3.7794 \times 10^{-3}} = 0.9962$$

แทนค่าในสมการ (1)

$$N_2 = \frac{1.35 \times 10^{-11}}{2.09 \times 10^{-6}} N_1^0 (1 - 0.9962) + N_2^0 \times 0.9962$$

$$= 6.45 \times 10^{-6} N_1^0 \times 0.0038 + N_2^0 \times 0.9962$$

$$= 6.45 \times 10^{-6} \times 2.66 \times 10^{21} \times 0.0038 + 2.71 \times 10^{15} \times 0.9962$$

$$\text{จำนวนอะตอมของเรดอน-222} = 6.51 \times 10^{13} + 2.69 \times 10^{15}$$

$$= 2.76 \times 10^{15} \text{ อะตอม}$$

$$A = \lambda_2 N_2 = 2.09 \times 10^{-6} \times 2.76 \times 10^{15}$$

$$\text{อัตราการสลายของเรดอน-222 ขณะนั้น} = 5.76 \times 10^9 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

ข้อ 4.26 โจทย์ ขณะที่ธาตุ X ซึ่งสลายไปเป็นธาตุ Y อยู่ในสภาวะสมดุลทางกัมมันตภาพรังสี ปริมาณของธาตุ X มีค่า 3×10^6 เท่าของอะตอมของธาตุ Y ถ้าครึ่งชีวิตของธาตุ Y เท่ากับ 1,600 ปี จงหาครึ่งชีวิตของธาตุ X

เฉลย

$$\text{ขณะสมดุล} \quad \lambda_X N_X = \lambda_Y N_Y$$

$$\frac{0.693 \times 3 \times 10^6 N_Y}{T_X} = \frac{0.693 \times N_Y}{1600}$$

$$T_X = 1600 \times 3 \times 10^6 \text{ ปี}$$

$$\text{ครึ่งชีวิตของธาตุ X} = 4.8 \times 10^9 \text{ ปี}$$

ข้อ 4.27 โดทียม ยูเรเนียม-235 สลายให้ธอเรียม-231 ด้วยครึ้งชีวิต 7.13×10^8 ปี และธอเรียม-231 มีครึ้งชีวิต 25.6 ชั่วโมง ถ้าเดิมมียูเรเนียม-235 อยู่ 1 กรั้ม และธอเรียม-231 อยู่ 0.01 ไมโครกรั้ม จงหาจำนวนอะตอม และอัตราการสลายของธอเรียม-231 เมื่อเวลาผ่านไป 1 วัน

$$\text{กำหนด } e^{-0.6496} = 0.5222$$

เฉลย

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_1^0 = 1 \text{ กรั้ม} = \frac{1 \times 0.602 \times 10^{24}}{235} = 2.56 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

$$N_2^0 = \frac{0.01 \times 10^{-6} \times 0.602 \times 10^{24}}{231} = 2.6 \times 10^{13} \text{ อะตอม}$$

$$N_2 = \frac{25.6 \times 60 \times 60}{7.13 \times 10^8 \times 3.15 \times 10^7} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693 \times 24}{25.6} = 0.6496, \quad e^{-\lambda_2 t} = 0.5222$$

$$\begin{aligned} N_2 &= 4103.386 \times 10^{-15} \times N_1^0 (1 - 0.5222) + N_2^0 \times 0.5222 \\ &= 4103.386 \times 10^{-15} \times 2.56 \times 10^{21} \times 0.4778 + 2.6 \times 10^{13} \times 0.5222 \\ &= 5.01 \times 10^9 + 1.357 \times 10^{13} \\ &= 1.35 \times 10^{13} \text{ อะตอม} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{อัตราการสลาย} &= \lambda_2 N_2 \\ &= \frac{0.693}{25.6 \times 3600} \times 1.35 \times 10^{13} \\ &= 7.519 \times 10^{-6} \times 1.35 \times 10^{13} \end{aligned}$$

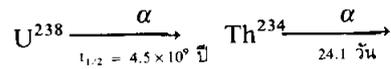
$$\text{อัตราการสลายของธอเรียม-231} = 1.015 \times 10^8 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$

ข้อ 4.28 โดทียม ยูเรเนียม-238 หนัก 1 กรั้ม ครึ้งชีวิต 4.5×10^9 ปี สลายแล้วเกิดเป็นธอเรียม-234 ซึ่งจะส่งอนุภาคแอลฟา ด้วยครึ้งชีวิต 24.1 วัน จงหาความแรงของธอเรียม-234 เมื่อเวลาผ่านไป 2 วัน และจงหาจำนวนอะตอมขณะนั้น

กำหนด

$$e^{-0.0575} = 0.9441$$

เฉลย



$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{24.1}{4.5 \times 10^9 \times 365 - 24.1} \approx 0.0146 \times 10^{-9}$$

$$\lambda_1 t = \frac{0.693 \times 2}{4.5 \times 10^9 \times 365}, \quad e^{-8.4383 \times 10^{-13}} \cong 1$$

$$\lambda_2 t = \frac{0.693}{24.1} \times 2, \quad e^{-0.0575} = 0.9441$$

$$N_1^0 = \frac{1 \times 0.602 \times 10^{24}}{238} = 2.529 \times 10^{21} \text{ อะตอม}$$

แทนค่าใน (1)

$$N_2(t) = 0.0146 \times 10^{-9} \times 2.529 \times 10^{21} (1 - 0.9441)$$

$$= 0.0146 \times 2.529 \times 0.0559 \times 10^{12}$$

$$= 0.002064 \times 10^{12}$$

$$\text{จำนวนอะตอม} = 2.0 \times 10^9 \text{ อะตอม}$$

$$\lambda_2 N_2 = \frac{0.693}{24.1 \times 8.64 \times 10^4} \times 2.0 \times 10^9$$

$$\text{ความแรงขณะนั้น} = 6.65 \times 10^2 \frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$$