

บทที่ 3

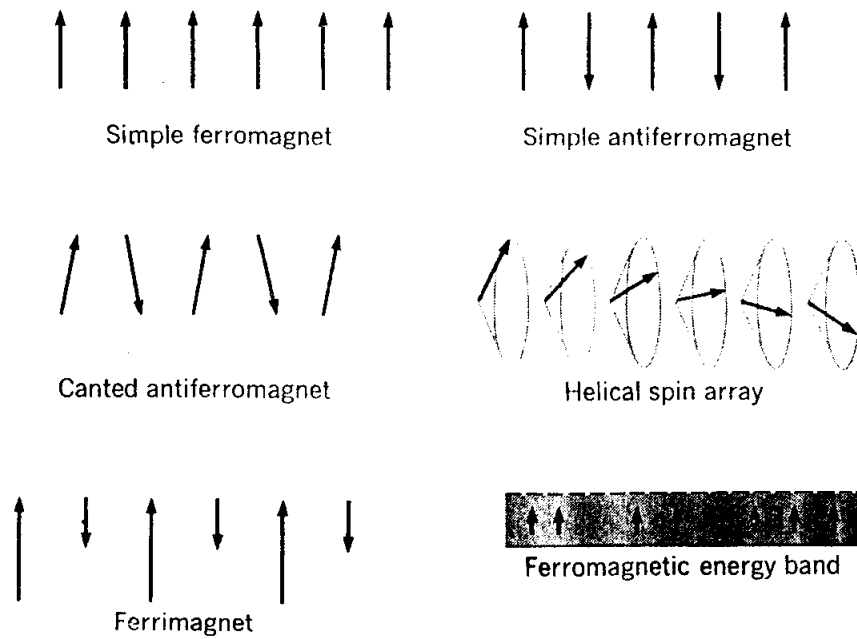
วัตถุประสงค์

1. ศึกษาคุณสมบัติต่าง ๆ ของสารเฟอร์โรแมกเนติกและแอนตี้เฟอร์โรแมกเนติก
2. ศึกษาอุณหภูมิกูรีและการอินทีเกรตเปลี่ยน
3. ศึกษาแมกเนไทเซชัน
4. ศึกษาแมกนอน
5. ศึกษาความเป็นระเบียบของสารเฟอร์โรแมกเนติกและแอนตี้เฟอร์โรแมกเนติก
6. ศึกษาแมกนอนของสารแอนตี้เฟอร์โรแมกเนติก

สารเฟอร์โรแมกเนติกมีโมเมนต์แม่เหล็กถาวรถึงแม้ว่าจะไม่ได้รับสนามแม่เหล็กจากภายนอก แสดงว่าสปินของอิเล็กตรอนและโมเมนต์แม่เหล็กเรียงตัวเป็นระเบียบ การเรียงตัวจะมีหลายชนิด ตามรูปที่ 3.1 ยกเว้นแอนตี้เฟอร์โรแมกเนติกจะมีโมเมนต์แม่เหล็กในตัวซึ่งมีชื่อเรียกว่า โมเมนต์อ้อมตัว

3.1 อุณหภูมิกูรีและการอินทีเกรตเปลี่ยน

พิจารณาสารพาราแมกเนติกที่มีความเข้มข้นของไอออน N ตัว และมีสปิน S ให้ปฏิบัติการภายในพยายามที่จะเรียงโมเมนต์แม่เหล็กทุกตัวในทิศทางนกัน ก็คือสารเฟอร์โรแมกเนติก ปฏิกริยานี้เรียกว่า สนามเปลี่ยน (exchange field) โดยที่สนามเปลี่ยนจะพยายามเรียงโมเมนต์แม่เหล็กขณะที่ความร้อนจะทำลายการเรียงตัว



รูปที่ 3.1 การจัดเรียงตัวของสปินของอิเล็กตรอน

เราจะคิดว่าสนามเปลี่ยนสามารถแทนได้ด้วยสนามแม่เหล็ก B_E ขนาดของสนามเปลี่ยนอาจสูงถึง 10^7 เกาส์ เราสมมุติว่า B_E เป็นสัดส่วนกับแมกเนไทเซชัน M โดยที่แมกเนไทเซชันเป็นโมเมนต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตรภายในโดเมน (domain) ในการประมาณค่าสนามเฉลี่ย เราสมมุติว่า อะตอมแมกเนติกแต่ละอะตอมจะมีสนามเป็นอัตราส่วนกับแมกเนไทเซชัน

$$\vec{B}_E = \lambda \vec{M}$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

อุณหภูมิคูรี (Curie temperature) T_c เป็นอุณหภูมิซึ่งแมกเนไทเซชันภายในจะหมดไป เมื่ออุณหภูมิสูงกว่าค่านี้ เป็นอุณหภูมิแบ่งเฟสพาราแมกเนติกที่ไม่เป็นระเบียบ เมื่อ $T > T_c$ จากเฟสเฟอร์โรแมกเนติกที่เป็นระเบียบ เมื่อ $T < T_c$ เราสามารถหาค่า T_c ในเทอมของ λ พิจารณาเฟส

พาราแมกเนติก สนามภายนอก B_α จะทำให้เกิดแมกเนไทเซชัน ซึ่งทำให้เกิดสนามเปลี่ยน B_E ถ้า χ_p เป็นสภาพรับไว้ได้พาราแมกเนติก

$$M = \chi_p (B_\alpha + B_E) \quad (\text{CGS})$$

หรือ
$$\mu_0 M = \chi_0 (B_\alpha + B_E) \quad (\text{SI})$$

สภาพรับไว้ได้พาราแมกเนติกได้มาจากกฎของคูรี $\chi_p = C/T$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่คูรี จะได้

$$\begin{aligned} MT &= C(B_\alpha + \lambda M) \\ \text{และ} \quad \chi &= \frac{M}{B_\alpha} = \frac{C}{(T - C\lambda)} \quad (\text{CGS}) \end{aligned}$$

สภาพรับไว้ได้จะมีซิงกูลาร์ที่ $T = C\lambda$ ที่อุณหภูมินี้ (และต่ำกว่า) จะมีแมกเนไทเซชันภายใน เพราะว่า ถ้า χ มีค่าไม่จำกัด เราจะมีค่า M จำกัด เมื่อ B_α เป็นศูนย์ กฎคูรี-ไวส์ คือ

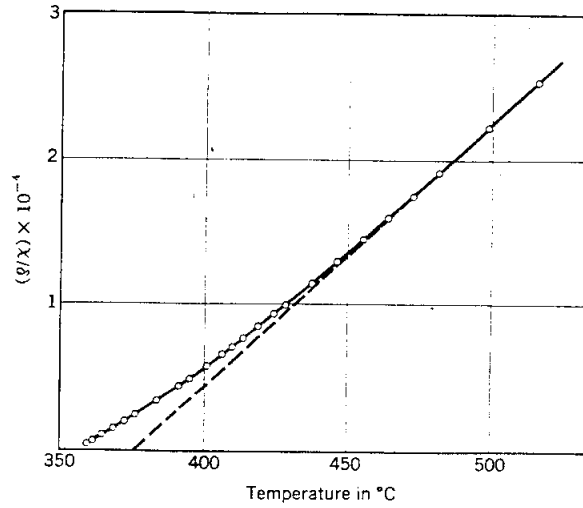
$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad ; \quad T_c = C\lambda \quad (\text{CGS})$$

สมการนี้ จะให้ค่าการเปลี่ยนแปลงของสภาพรับไว้ได้ในบริเวณพาราแมกเนติกเหนือจุดคูรี จากการคำนวณอย่างละเอียด จะได้

$$\chi \propto \frac{1}{(T - T_c)^{1.33}}$$

ที่อุณหภูมิใกล้กับ T_c ได้ค่าตรงกับทดลอง ดังแสดงในตารางที่ 3.1 ส่วนกลับของสภาพรับไว้ได้ของนิกเกิลแสดงในรูปที่ 3.2

ตารางที่ 3.1 เอ็กโพเนนเชียลของสารเฟอร์โรแมกเนติก



	γ	β	T_c , in K
Fe	1.33 ± 0.015	0.34 ± 0.04	1043
Co	1.21 ± 0.04	—	1388
Ni	1.35 ± 0.02	0.42 ± 0.07	627.2
Gd	1.3 ± 0.1	—	292.5
CrO ₂	1.63 ± 0.02	—	386.5
CrBr ₃	1.215 ± 0.02	0.368 ± 0.005	32.56
EuS	—	0.33 ± 0.015	16.50

Experimental data collected by H. E. Stanley.

รูปที่ 3.2 ส่วนกลับของสภาพไร้ได้ต่อกรัมของนิกเกิลในช่วงอุณหภูมิใกล้ศูนย์เคลวิน (358°C)

สนามเปลี่ยนจะให้อันตรกิริยาเปลี่ยน ในวิชาควอนตัมเราสามารถแสดงได้ว่า พลังงานของอันตรกิริยาของอะตอม i, j ซึ่งมีสปิน S_i, S_j จะประกอบด้วยเทอม

$$U = -2J\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

เมื่อ J เป็นอินทิกรัลเปลี่ยน และสัมพันธ์กับการซ้อนทับของการกระจายประจุของอะตอม i, j สมการข้างบนนี้ มีชื่อเรียกว่า โมเดลไฮเซนเบิร์ก

การกระจายของประจุของระบบที่มีสปินสองตัวจะขึ้นกับว่า สปินเป็นชนิดขนานหรือชนิดตรงกันข้ามจากหลักของเพาลี อิเล็กตรอนที่มีสปินเท่ากัน จะไม่สามารถอยู่ ณ ที่เดียวกันได้ ดังนั้น พลังงานไฟฟ้าสถิตย์ของระบบจะขึ้นกับทิศทางของสปิน ความแตกต่างของพลังงาน คือ ค่าพลังงานเปลี่ยน โดยที่พลังงานเปลี่ยนของอิเล็กตรอนสองตัวสามารถเขียนได้ในรูป $-2J\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ คล้ายกับว่ามีการซ้อนทับระหว่างทิศทางของสปินทั้งสอง สำหรับสารเฟอร์โรแมกเนติก อาจจะได้ว่าสปินเป็นเวกเตอร์โมเมนตัมเชิงมุมดั้งเดิม

เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างการอินทิกรัลเปลี่ยน J กับค่าคงที่เปลี่ยน λ เราจะสมมติว่า อะตอมที่กำลังพิจารณามีอะตอมใกล้เคียง Z โดยเชื่อมกันด้วยปฏิกริยา J สำหรับอะตอมที่อยู่ไกล จะให้ J เป็นศูนย์ ผลจากทฤษฎีสนามเฉลี่ย คือ

$$J = \frac{3k_B T_c}{2Zs(s+1)}$$

สำหรับผลึกที่มีโครงสร้างรูป se, bee และ fee ซึ่ง $s = \frac{1}{2}$ จากการคำนวณของรัชบรู๊คและวู้ด จะได้ $k_B T_c / zJ = 0.28$, 0.325 และ 0.346 ตามลำดับ ซึ่งถ้าหากคำนวณจากสมการข้างบน

โครงสร้างทั้งสามชนิด จะได้ ค่า 0.500 เท่ากัน ถ้าแทนเหล็กด้วยโมเดลไฮเซนเบิร์ก โดยที่ $s=1$ จะได้อุณหภูมิเทียบกับ $J = 11.9 \text{ MeV}$

3.2 การขึ้นกับอุณหภูมิของแมกเนไทเซชันอิมิตัว

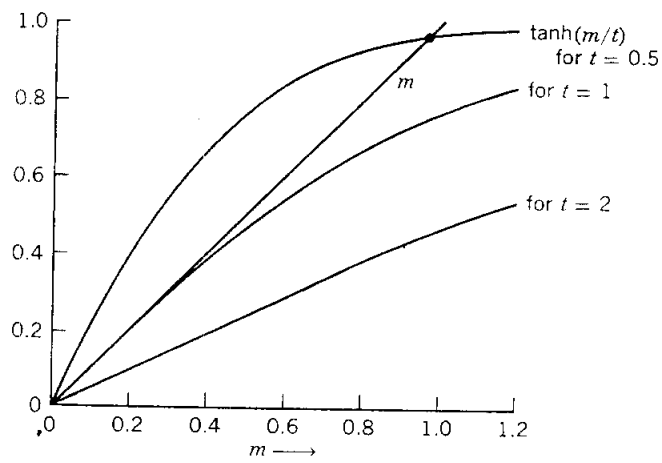
เราจะใช้การประมาณสนามเฉลี่ยที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิกูรี หาค่าแมกเนไทเซชัน เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ เราใช้สมการบริลลูอินสำหรับแมกเนไทเซชัน สำหรับสปิน $\frac{1}{2}$ จะได้ $M = N\mu \tanh(\mu B / k_B T)$ ถ้าเราไม่คิดสนามแม่เหล็กที่ให้ และแทน B ด้วยสนามโมเดล $B_E = \lambda M$ จะได้

$$M = N\mu \tanh(\mu \lambda M / k_B T)$$

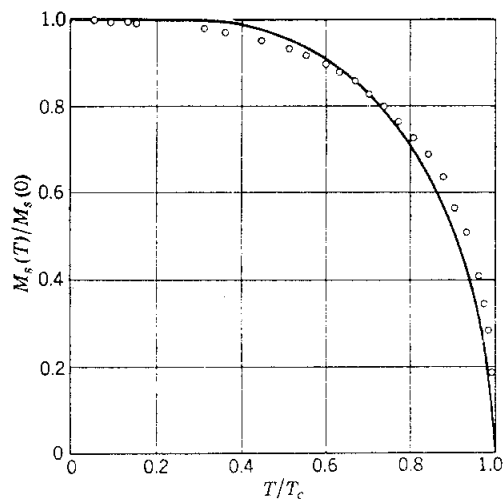
เราจะเห็นได้ว่า คำตอบของสมการนี้ เมื่อ M ไม่เป็นศูนย์จะมีค่าอยู่ในช่วงอุณหภูมิ 0 ถึง T_c ให้ $m = M / N\mu$ และอุณหภูมิ $t = k_B T / N\mu^2 \lambda$ ดังนั้น

$$m = \tanh(m/t)$$

ถ้าเขียนกราฟทางด้านขวาและด้านซ้ายของสมการแยกกัน เป็นฟังก์ชันของ m ดังรูปที่ 3.3 จุดตัดของกราฟทั้งสองจะให้ค่า m ที่อุณหภูมิ T อุณหภูมิวิกฤต คือ $t=1$ หรือ $T_c = N\mu^2 \lambda / k_B$ กราฟระหว่าง M กับ T ซึ่งหาได้โดยวิธีนี้ จะให้ค่าตรงกับค่าจากการทดลอง ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.3 กราฟของสมการ $m = \tanh(m/t)$ สำหรับแมกเนไทเซชัน m เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ



รูปที่ 3.4 แมกเนไทเซชันอิ่มตัวของนิเกิลเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ เปรียบเทียบค่าจากทฤษฎีกับการทดลอง

ทฤษฎีสถานามเฉลี่ยไม่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ M ที่อุณหภูมิต่ำ เมื่อ $T \ll T_c$ ตัวแปรของ \tanh จะมีค่ามาก ดังนั้น

$$\tanh \xi \cong 1 - 2e^{-2\xi}$$

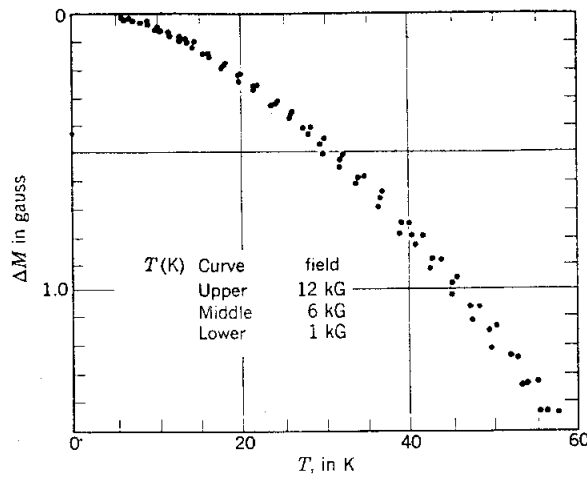
ในลำดับต่ำสุด การเปลี่ยนแปลงแมกเนไทเซชัน $\Delta M \equiv M(0) - M(T)$ คือ

$$\Delta M = 2N\mu \exp(-2\lambda N\mu^2 / k_B T)$$

ตัวแปรของเทอมเอ็กโปเนนเชียลมีค่าเท่ากับ $-2T_c/T$ เมื่อ $T = 0.1 T_c$ จะได้ $\Delta M / N\mu \cong 4 \times 10^{-9}$ จากการทดลองพบว่า ΔM ขึ้นกับอุณหภูมิ ที่อุณหภูมิต่ำ เมื่อ $T = 0.1 T_c$ จะได้ $\Delta M / M \cong 2 \times 10^{-3}$ จากผลลัพธ์ของรูปที่ 3.5 เทอมแรกจากการทดลองจะอยู่ในรูป

$$\frac{\Delta M}{M(0)} = AT^{3/2}$$

เมื่อ ค่าคงที่ A จากการทดลองสำหรับนิกเกิล คือ $(7.5 \pm 0.2) \times 10^{-4} \text{ deg}^{-3/2}$ และสำหรับเหล็ก คือ $(3.4 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ deg}^{-3/2}$



รูปที่ 3.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแมกเนไทเซชันกับอุณหภูมิของนิกเกิล

แมกเนไทเซชันอิมิตัวที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์

ค่าแมกเนไทเซชันอิมิตัว M_s ค่าอุณหภูมิคูรีสารเฟอร์โรแมกเนติก และค่าเลขแมกเน็ตันยังผล $M_s(0) = n_B N \mu_B$ แสดงในตารางที่ 3.2

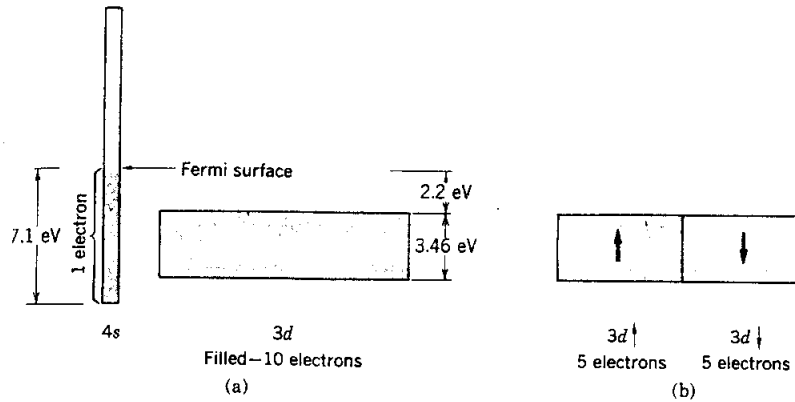
ตารางที่ 3.2 ผลึกเฟอร์โรแมกเนติก

Substance	Magnetization M_s , in gauss		$n_B(0\text{ K})$, per Formula Unit	Curie Temperature, in K
	Room Temperature	0 K		
Fe	1707	1740	2.22	1043
Co	1400	1446	1.72	1388
Ni	485	510	0.606	627
Gd	—	2060	7.63	292
Dy	—	2920	10.2	88
MnAs	670	870	3.4	318
MnBi	620	680	3.52	630
MnSb	710	—	3.5	587
CrO ₂	515	—	2.03	386
MnOFe ₂ O ₃	410	—	5.0	573
FeOFe ₂ O ₃	480	—	4.1	858
NiOFe ₂ O ₃	270	—	2.4	858
CuOFe ₂ O ₃	135	—	1.3	728
MgOFe ₂ O ₃	110	—	1.1	713
EuO	—	1920	6.8	69
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	130	200	5.0	560

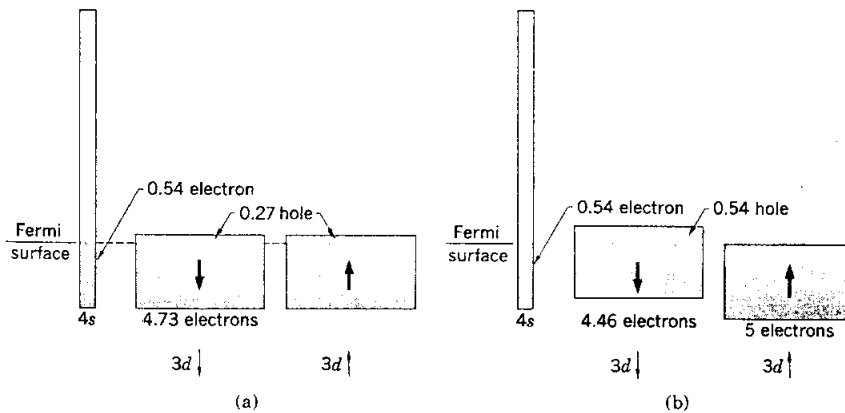
ค่า n_B จะขึ้นกับแฟกเตอร์หลายประการ อันหนึ่งคือ อันตรกิริยาสปินออร์บิต ซึ่งทำให้โมเมนต์แม่เหล็กเพิ่มขึ้นหรือลดลง อันที่สองเกิดจากแมกเนไทเซชันของอิเล็กตรอนในแถบนำ ซึ่งเกิดจากแกนเหล็กพาราแมกเนติก อันที่สามจากการเรียงตัวของสปินในสารเฟอร์โรแมกเนติก ถ้าอะตอมหนึ่งมีโพเจชันของสปิน $-s$ ทุก ๆ สองอะตอม $+s$ ค่าสปินเฉลี่ยจะมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{3}s$

ตัวอย่างของฉนวนชนิดเฟอร์โรแมกเนติกอย่างง่าย คือ CrBr_3 , EuO และ EuS .

การเป็นสารเฟอร์โรแมกเนติกของโลหะทรานซิชัน Fe, Co, Ni เกิดจากแถบอิเล็กตรอนดังแสดงในรูปที่ 3.6 และ 3.7 ความสัมพันธ์ของแถบ 4s และ 3d ของทองแดงซึ่งไม่ใช่สารเฟอร์โรแมกเนติกแสดงในรูปที่ 3.6 ถ้าเราแยกอิเล็กตรอน 1 ตัว ออกจากทองแดง เราจะได้ निकเกิด ซึ่งมีโฮลในแถบ 3d โครงสร้างของแถบพลังงานของ निकเกิด แสดงในรูปที่ 7a เมื่อ $T > T_c$ โดยการแยกอิเล็กตรอน $2 \times 0.27 = 0.54$ ส่วนจากแถบ 3d และ 0.46 ส่วนจากแถบ 4s เมื่อเทียบกับทองแดง



รูปที่ 3.6(a) ความสัมพันธ์ระหว่างแถบ 4s และแถบ 3d ในทองแดง แถบ 3d จะมีอิเล็กตรอนได้ 10 ตัว ต่ออะตอม ซึ่งในทองแดงจะมีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ส่วนแถบ 4s จะมีอิเล็กตรอนได้ 2 ตัว ต่ออะตอม โดยที่แถบ 4s ของทองแดงจะมีอิเล็กตรอนเพียงตัวเดียว รูปที่ 3.6(b) แถบ 3d ของทองแดงซึ่งมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มอาจจะเขียนแทนด้วยแถบ 2 อัน ซึ่งมีสปินชี้ขึ้นและสปินชี้ลง โดยที่แถบแต่ละอันมีอิเล็กตรอน 5 ตัว เนื่องจากแถบย่อยแต่ละอันมีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ดังนั้นสปินรวม (และแมกเนไทเซชัน) ของแถบ d จะมีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 3.7(a) แถบของนิกเกิลเหนืออุณหภูมิคูรี โมเมนต์แม่เหล็กสุทธิเป็นศูนย์ เพราะว่า จำนวนโฮลในแถบ $3d\downarrow$ เท่ากับในแถบ $3d\uparrow$ รูปที่ 3.7(b) แถบพลังงานนิกเกิลที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ พลังงานของแถบ $3d\uparrow$ และ $3d\downarrow$ แตกต่างกันเนื่องจากปฏิกิริยาแลกเปลี่ยน แถบ $3d\uparrow$ มีอิเล็กตรอนเต็ม 5 ตัว แต่แถบ $3d\downarrow$ มีอิเล็กตรอน 4.46 ส่วน และโฮล 0.54 ส่วน แถบ 4s โดยทั่วไปจะมีอิเล็กตรอนที่มีสปินเท่ากันทั้งสองทิศทาง โมเมนต์แม่เหล็กสุทธิ $0.54 \mu_B$ ต่ออะตอม เกิดจากการที่อิเล็กตรอนในแถบ $3d\uparrow$ มากกว่าแถบ $3d\downarrow$ หรืออาจจะกล่าวได้ว่าแมกเนไทเซชันได้มาจากโฮล 0.54 ส่วนในแถบ $3d\downarrow$

โครงสร้างแถบพลังงานของนิกเกิลที่อุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์แสดงในรูป 3.7(b) นิกเกิลเป็นสารเฟอร์โรแมกเนติก และที่อุณหภูมิศูนย์องศา จะมี $n_B = 0.60$ โบร์แมกนิตันต่ออะตอม โมเมนต์แม่เหล็กจะมีผลต่อการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน ทำให้นิกเกิลมีอิเล็กตรอนมากกว่า 0.54 ส่วนซึ่งมีสปินในทิศทางหนึ่ง

3.3 แมกนอน (Magnons)

แมกนอนเป็นคลื่นสปินที่มีค่าควอนไทซ์ เราจะศึกษาแมกนอน โดยใช้วิธีการของฟิสิกส์

ดั้งเดิมที่ใช้ในการศึกษาโฟนอน (Phonons) หาค่าดิสเพชัน (dispersion) ของแมกนอน ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง ω กับ k หลังจากนั้น จะควอนไทซ์พลังงานของแมกนอนในเทอมของสปิน

สภาวะพื้นของสารเฟอร์โรแมกเน็ทอย่างง่ายจะมีสปินขนานกันดังรูปที่ 3.8(a) พิจารณาสปิน N ตัว แต่ละตัวมีขนาด S โดยที่ตัวที่อยู่ใกล้กันจะเกิดอันตรกิริยาชนิดไฮเซนเบิร์ก (Heisenberg interaction)

$$U = -2J \sum_{p=1}^N \vec{S}_p \cdot \vec{S}_{p+1}$$

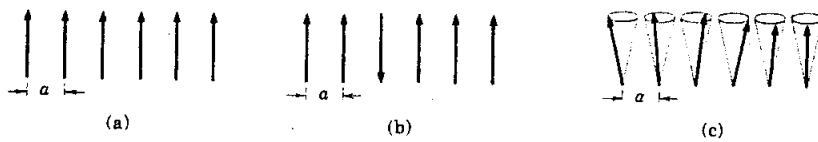
เมื่อ J เป็นอินทิเกรตแลกเปลี่ยน

$\hbar \vec{S}_p$ เป็นโมเมนตัมเชิงมุมของสปินที่ตำแหน่ง p

ในสภาวะพื้น $\vec{S}_p \cdot \vec{S}_{p+1} = S^2$

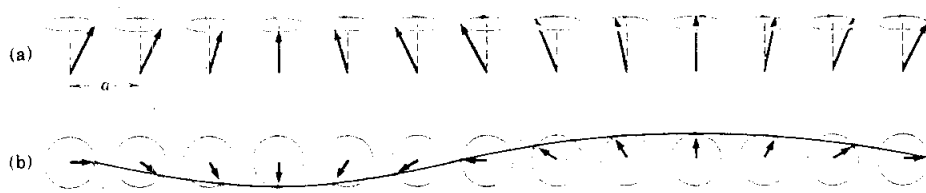
และพลังงานแลกเปลี่ยนของระบบ คือ

$$U_0 = -2NJS^2$$



รูปที่ 3.8 a) สภาวะพื้นฐานของเฟอร์โรแมกเน็ท สปินทั้งหมดมีทิศขนานกัน b) ภาวะกระตุ้นสปินตัวหนึ่งกลับทิศ c) เกิดคลื่นสปิน

การกระตุ้นของระบบสปินจะมีรูปร่างคล้ายคลื่น เรียกว่า แมกนอน (รูปที่ 3.9) ซึ่งจะมีลักษณะคล้ายการสั่นของแลตทิซหรือโฟนอนคลื่นสปินเป็นการสั่นของตำแหน่งของสปินบนแลตทิซ



รูปที่ 3.9 คลื่นสปิน a) มองด้านข้าง b) มองด้านบน

ต่อไปจะหาความสัมพันธ์คิสเพอชันของแมกนอน พจน์ที่เกี่ยวข้องกับสปินที่ p คือ

$$-2J\vec{S}_p \cdot (\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})$$

เราเขียนโมเมนต์แม่เหล็กที่ตำแหน่ง p คือ

$$\vec{\mu}_p = -g\mu_B\vec{S}_p$$

ดังนั้น เทอมที่เกี่ยวข้องกับสปินที่ p คือ

$$-\vec{\mu}_p \cdot [(-2J/g\mu_B)(\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})]$$

ซึ่งอยู่ในรูป $-\vec{\mu}_p \cdot \vec{B}_p$ เมื่อสนามแม่เหล็กขั้วผลหรือสนามแลกเปลี่ยนที่กระทำกับสปินตัวที่ p คือ

$$\vec{B}_p = (-2J/g\mu_B)(\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})$$

เมื่อ u, v เป็นค่าคงที่
 p เป็นเลขเต็มหน่วย
 และ a เป็นค่าคงที่แลตทิจ

แทนผลเฉลยลงในสมการดิฟเฟอเรนเชียลจะได้

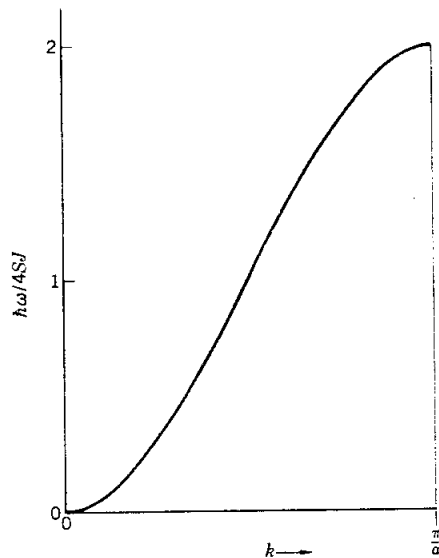
$$\begin{aligned} -i\omega u &= (2JS/\hbar)(2 - e^{-ika} - e^{ika})v \\ &= (4JS/\hbar)(1 - \cos ka)v \\ -i\omega v &= -(2JS/\hbar)(2 - e^{-ika} - e^{ika})u \\ &= -(4JS/\hbar)(1 - \cos ka)u \end{aligned}$$

จะหาค่า u และ v ได้ โดยการเซตให้ดีเทอร์มิแนนซ์ของสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์

$$\begin{vmatrix} i\omega & (4JS/\hbar)(1 - \cos ka) \\ -(4JS/\hbar)(1 - \cos ka) & i\omega \end{vmatrix} = 0$$

จะได้ $\hbar\omega = 4JS(1 - \cos ka)$

สมการนี้คือ ความสัมพันธ์ดิสเพอชันของคลื่นสปินใน 1 มิติ กราฟของสมการนี้แสดง
 ในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 ความสัมพันธ์ดิสเพอชันของแมกนอนในสารเฟอร์โรแมกเนติกใน 1 มิติ

เราสามารถหาได้ว่า $v = -iu$ ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบแกน z ดังนั้น

$$\begin{aligned} S_p^x &= U \cos(pka - \omega t) \\ S_p^y &= U \sin(pka - \omega t) \end{aligned}$$

ในช่วงความยาวคลื่นยาว $ka \ll 1$ ดังนั้น

$$(1 - \cos ka) \approx \frac{1}{2}(ka)^2$$

และ $\hbar\omega \approx (2JSa^2)k^2$

ความถี่แปรตาม k^2 ซึ่งในกรณีของโฟนอนจะแปรตาม k

ความสัมพันธ์ดิสเพอร์ชันสำหรับแลตทิซชนิดลูกบาศก์ของสารเฟอร์โรแมกเนติก คือ

$$\hbar\omega = 2JS \left[Z - \sum_{\delta} \cos(\vec{k} \cdot \vec{\delta}) \right]$$

เมื่อ $ka \ll 1$

$$\hbar\omega = (2JSa^2)k^2$$

ควอนไทเซชันของคลื่นสปินจะเหมือนกับของโฟตอนและโฟนอน พลังงานของโหมดของความถี่ ω_k ซึ่งประกอบด้วยแมกนอน n_k ตัว คือ

$$\mathcal{E}_k = \left(n_k + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_k$$

3.4 การกระตุ้นแมกนอนด้วยความร้อน

ภายใต้สมดุลความร้อน จำนวนแมกนอนเฉลี่ยที่ถูกกระตุ้น หาได้จากการกระจายของพลังค์

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_k / k_B T - 1)}$$

จำนวนแมกนอนทั้งหมดที่ถูกกระตุ้นที่อุณหภูมิ T คือ

$$\sum_k n_k = \int d\omega D(\omega) \langle n(\omega) \rangle$$

เมื่อ $D(\omega)$ เป็นจำนวนโหมดของแมกนอนต่อความถี่ ในช่วงอุณหภูมิต่ำ เราจะอินทิเกรตระหว่าง 0 กับ ∞ เพราะว่า $\langle n(\omega) \rangle \rightarrow 0$ อย่างเอ็กโพเนนเชียล เมื่อ $\omega \rightarrow \infty$

จำนวนของแมกนอน $D(\omega)d\omega$ ซึ่งมีความถี่ ω คือ $(1/2\pi)^3 (4\pi k^2) (dk/d\omega) d\omega$ โดยการประมาณค่า

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{4JSa^2 k}{\hbar} = 2 \left(\frac{2JSa^2}{\hbar} \right)^{1/2} \omega^{1/2}$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของโหมดของแมกนอน คือ

$$D(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2} \right)^{3/2} \omega^{1/2}$$

ดังนั้น จำนวนแมกนอนทั้งหมด คือ

$$\begin{aligned} \sum_k n_k &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^{1/2}}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k_B T}{2JSa^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty dx \frac{x^{1/2}}{e^x - 1} \end{aligned}$$

ค่าอินทิเกรตหาได้จากตาราง ซึ่งมีค่า $(0.0587)(4\pi^2)$

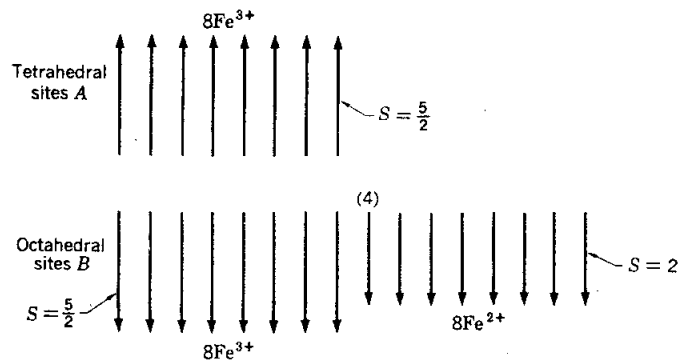
จำนวนอะตอมต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร (N) มีค่าเท่ากับ Q/a^3 เมื่อ $Q=1,2,4$ สำหรับแลตทิซชนิด sc, bcc และ fcc ตามลำดับ ค่า $(\sum n_k)/NS$ มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของแมกเนไทเซชัน $\Delta M/M(0)$ ดังนั้น

$$\frac{\Delta M}{M(0)} = \frac{0.0587}{SQ} \cdot \left(\frac{k_B T}{2JS}\right)^{3/2}$$

ซึ่งก็คือ กฎ $T^{3/2}$ ของบล็อก (Block $T^{3/2}$ law) และให้ค่าตรงกับค่าที่ได้จากการทดลอง

3.5 ความเป็นระเบียบ

ในผลึกเฟอร์โรแมกเนติก แมกเนไทเซชันอิมิตัวที่ $T=0$ K° อาจจะไม่ได้อธิบายจากการเรียงตัวอย่างขนานของโมเมนต์แม่เหล็กทั้งหมด ตัวอย่าง คือ Fe_3O_4 หรือ $FeO \cdot Fe_2O_3$ ไอออน Fe^{3+} อยู่ในสเตทที่มี $S = \frac{5}{2}$, 0 ไอออนแต่ละตัวจะเพิ่มโมเมนต์อิมิตัว $5\mu_B$ ส่วนไอออน Fe^{2+} มีสปิน 2 จะเพิ่มโมเมนต์อิมิตัว $4\mu_B$ จำนวนบอร์แมกเนติกต่อ Fe_3O_4 คือ $2 \times 5 + 4 = 14$ ถ้าสปินทั้งหมดขนานกัน แต่ค่าจากการทดลอง คือ 4.1 ดังนั้น โมเมนต์ของไอออน Fe^{3+} บางตัว จะมีทิศกลับกัน ดังนั้น โมเมนต์ที่สังเกตเห็นจะมาจากไอออน Fe^{2+} ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 การเรียงตัวของสปิน $FeO \cdot Fe_2O_3$ แสดงถึงโมเมนต์ของไอออน Fe^{3+} หักล้างกัน เหลือแต่โมเมนต์ของไอออน Fe^{2+}

อันตรกิริยาของแอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ตที่ได้มาจากเฟอร์โรแมกเน็ต สนามแลกเปลี่ยนเฉลี่ยที่กระทำบนแลตทิซสปิน A และ B สามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{B}_A = -\lambda\vec{M}_A - \mu\vec{M}_B$$

$$\vec{B}_B = -\lambda\vec{M}_A - \nu\vec{M}_B$$

ค่าคงที่ λ, μ, ν เป็นบวกทั้งหมด เครื่องหมายลบแทนอันตรกิริยาระหว่างในทิศทางตรงข้าม ความหนาแน่นพลังงานอันตรกิริยา คือ

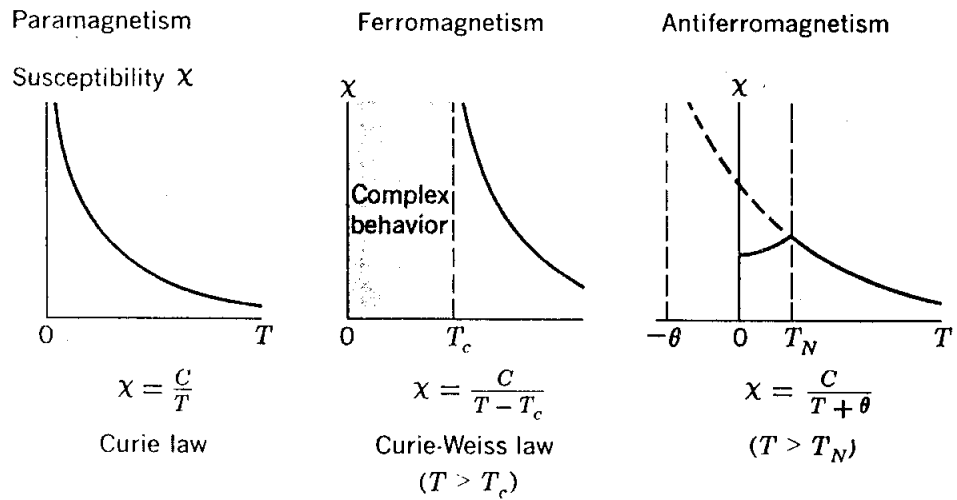
$$\begin{aligned} U &= -\frac{1}{2}(\vec{B}_A \cdot \vec{M}_A + \vec{B}_B \cdot \vec{M}_B) \\ &= \frac{1}{2}\lambda M_A^2 + \mu\vec{M}_A \cdot \vec{M}_B + \frac{1}{2}\nu M_B^2 \end{aligned}$$

เมื่อ $\mu M_A M_B > \frac{1}{2}(\lambda M_A^2 + \nu M_B^2)$ สเตตพื้นฐานจะมี M_A ตรงข้าม M_B

ส่วนในสารแอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ต สปินจะเรียงตัวสลับทิศกับทำให้ผลรวมของโมเมนต์เป็นศูนย์ที่อุณหภูมิต่ำกว่าการเป็นระเบียบหรืออุณหภูมิเนล (Neel temperature) สภาพที่ปรับไว้ได้ของแอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ต จะมีค่าไม่จำกัดที่ $T = T_N$ ดังรูปที่ 3.12 แอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ตเป็นกรณีพิเศษของเฟอร์โรแมกเน็ตซึ่งแลตทิซย่อย A และ B มีแมกเนไทเซชันอ้อมตัวเท่ากัน ค่าอุณหภูมิเนล จะมีค่าดังนี้

$$T_N = \mu C$$

เมื่อ C เป็นแลตทิซย่อยเดี่ยว



รูปที่ 3.12 สภาพรีโซได้ขึ้นกับอุณหภูมิของพาราแมกเนติก เฟอร์โรแมกเนติก และแอนตี้เฟอร์โรแมกเนติก

สภาพรีโซได้ของพาราแมกเนติก เมื่อ $T > T_N$ หาได้จาก

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{2CT - 2\mu C^2}{T^2 - (\mu C)^2} \\ &= \frac{2C}{T + \mu C} \\ &= \frac{2C}{T + T_N} \end{aligned}$$

ค่าจากการทดลอง เมื่อ $T > T_N$ คือ

$$\chi = \frac{2C}{T + \theta}$$

ค่าของ θ/T_N จากการทดลองแสดงในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ผลึกแอนติเฟอร์โรแมกเนติก

Substance	Paramagnetic Ion Lattice	Transition Temperature, T_N , in K	Curie-Weiss θ , in K	$\frac{\theta}{T_N}$	$\frac{\chi(0)}{\chi(T_N)}$
MnO	fcc	116	610	5.3	$\frac{2}{3}$
MnS	fcc	160	528	3.3	0.82
MnTe	hex. layer	307	690	2.25	
MnF ₂	bc tetr	67	82	1.24	0.76
FeF ₂	bc tetr	79	117	1.48	0.72
FeCl ₂	hex. layer	24	48	2.0	<0.2
FeO	fcc	198	570	2.9	0.8
CoCl ₂	hex. layer	25	38.1	1.53	
CoO	fcc	291	330	1.14	
NiCl ₂	hex. layer	50	68.2	1.37	
NiO	fcc	525	~2000	~4	
Cr	bcc	308			

3.6 สภาพรับไว้ได้ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมินีล

แบ่งเป็นสองกรณี กรณีที่สนามแม่เหล็กตั้งฉากกับแกนของสปิน และกรณีที่สนามแม่เหล็กขนานกับแกนของสปิน ที่อุณหภูมินีล สภาพรับไว้ได้จะไม่ขึ้นกับทิศทางของสนาม สำหรับ \vec{B}_a ตั้งฉากกับแกนของสปิน เราสามารถคำนวณสภาพรับไว้ได้ ความหนาแน่นพลังงานในกรณีที่มีสนาม ซึ่ง $M = |M_A| = |M_B|$

$$U = \mu \vec{M}_A \cdot \vec{M}_B - \vec{B}_a \cdot (\vec{M}_A + \vec{M}_B)$$

$$\approx -\mu M^2 \left[1 - \frac{1}{2} (2\phi)^2 \right] - 2B_a M \phi$$

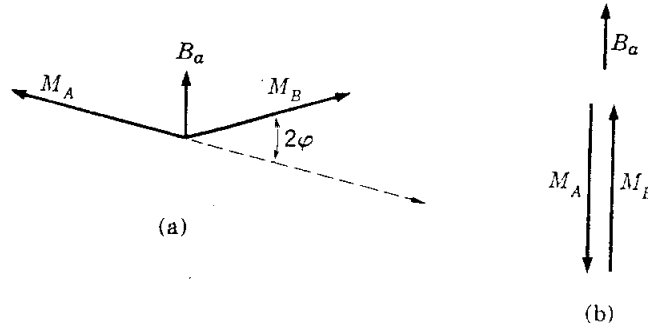
เมื่อ 2ϕ เป็นมุมระหว่างสปิน รูปที่ 3.13 พลังงานจะมีค่าต่ำสุด เมื่อ

$$\frac{dU}{d\phi} = 0 = 4\mu M^2 \phi - 2B_a M$$

$$\phi = B_a / 2\mu M$$

$$\chi_{\perp} = 2M\phi / B_a = 1/\mu$$

ดังนั้น

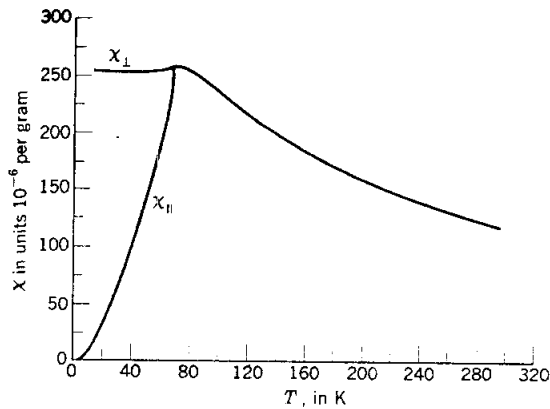


รูปที่ 3.13 การคำนวณสภาพรับไว้ได้ในทิศ (a) ตั้งฉาก (b) ขนาน

ในทิศขนาน (รูป 3.13 b) พลังงานแม่เหล็กจะไม่เปลี่ยน ถ้าระบบสปริง A และ B ทำมุมกับสนามเท่ากัน ดังนั้น สภาพรับไว้ได้ที่ $T = 0 \text{ K}^\circ$ เป็นศูนย์

$$\chi_{\parallel}(0) = 0$$

สภาพรับไว้ได้ขนานเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น จนช่วงอุณหภูมิถึง T_N ค่าจากการวัดใน $M_n F_2$ แสดงในรูป 3.14 ในสนามที่มีค่ามาก ระบบสปริงจะมีต่อเนื่องจากทิศขนานไปยังทิศตั้งฉาก ซึ่งพลังงานมีค่าต่ำกว่า



รูปที่ 3.14 สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กของ $M_n F_2$

3.7 แมกนอนของแอนติเฟอร์โรแมกเน็ต

จะหาความสัมพันธ์ดิสเพนชันของแมกนอนในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ต กำหนดให้สปินที่มีดัชนีคู่ $2p$ ประกอบเป็นแลตทิซย่อย A ก็คือ มีสปินทิศชี้ขึ้น ($S_x = S$) และให้สปินที่มีดัชนีคู่ $2p+1$ ประกอบเป็นแลตทิซย่อย B ก็คือมีสปินทิศชี้ลง ($S_x = -S$) เราจะพิจารณาอันตรกิริยาข้างเคียง ซึ่ง J เป็นลบ ทำให้ได้

$$ds_{2p}^x / dt = (2JS/\hbar)(-2S_{2p}^y - S_{2p-1}^y - S_{2p+1}^y)$$

$$ds_{2p}^y / dt = -(2JS/\hbar)(-2S_{2p}^x - S_{2p-1}^x - S_{2p+1}^x)$$

สมการสำหรับสปินบน B คือ

$$ds_{2p+1}^x / dt = (2JS/\hbar)(2S_{2p+1}^y + S_{2p}^y + S_{2p+2}^y)$$

$$ds_{2p+1}^y / dt = -(2JS/\hbar)(2S_{2p+1}^x + S_{2p}^x + S_{2p+2}^x)$$

ให้ $S^+ = S_x + iS_y$ ดังนั้น

$$ds_{2p}^+ / dt = (2iJS/\hbar)(2S_{2p}^+ + S_{2p-1}^+ + S_{2p+1}^+)$$

$$ds_{2p+1}^+ / dt = -(2iJS/\hbar)(2S_{2p+1}^+ + S_{2p}^+ + S_{2p+2}^+)$$

ให้ผลเฉลยอยู่ในรูป

$$S_{2p}^+ = u \exp(ipka - i\omega t)$$

$$S_{2p+1}^+ = v \exp(ipka - i\omega t)$$

จะได้

$$\omega u = \frac{1}{2} \omega_{ex} (2u + ve^{-ika} + ve^{ika})$$

$$-\omega v = \frac{1}{2} \omega_{ex} (2v + ue^{-ika} + ue^{ika})$$

โดยที่ $\omega_{ex} = -4JS/\hbar = 4|J|S/\hbar$ สมการบนจะมีผลเฉลย เมื่อ

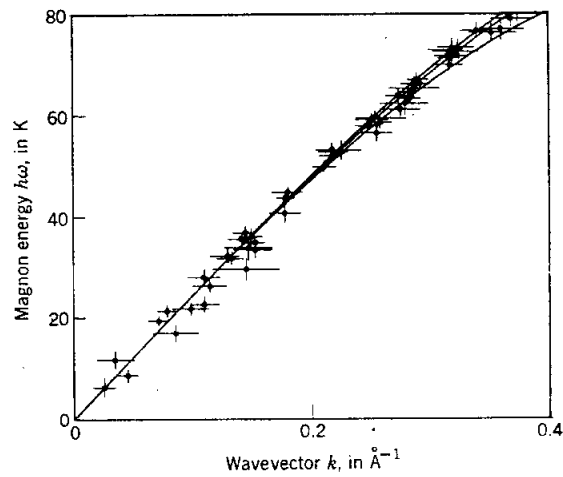
$$\begin{vmatrix} \omega_{ex} - \omega & \omega_{ex} \cos ka \\ \omega_{ex} \cos ka & \omega_{ex} + \omega \end{vmatrix} = 0$$

ดังนั้น

$$\omega^2 = \omega_{ex}^2(1 - \cos^2 ka)$$

$$\omega = \omega_{ex}|\sin ka|$$

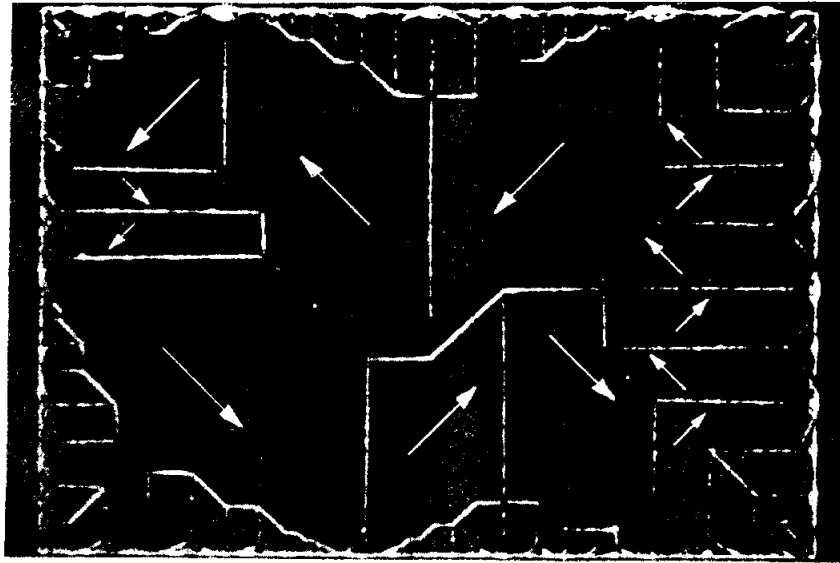
ความสัมพันธ์ดิสเพนชันของแมกนอนในสารแอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ตจะแตกต่างจากของแมกนอนในสารเฟอร์โรแมกเน็ต เมื่อ $ka \ll 1$ จะได้ $\omega \approx \omega_{ex}|ka|$ สเปกตรัมของแมกนอนใน $RbMnF_3$ แสดงในรูปที่ 3.15 โดยอาศัยการทดลองการกระเจิงแบบอินอีลาสติกของนิวตรอน



รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์ดิสเพนชันแมกนอนใน $RbMnF_3$

3.8 โดเมนเฟอร์โรแมกเน็ต

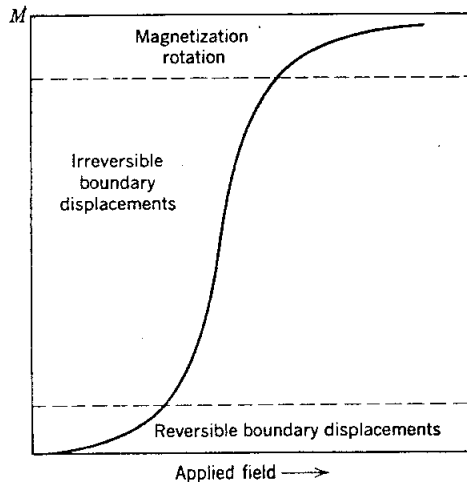
ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิคูรี โมเมนต์แม่เหล็กของสารเฟอร์โรแมกเน็ตจะเรียงตัวขึ้น ในสารตัวอย่างทั้งก้อน โมเมนต์แม่เหล็กในแต่ละบริเวณจะเรียงตัวแตกต่างกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.16 บริเวณเหล่านี้มีชื่อเรียกว่า โดเมน (domains) ทิศทางของแมกนีไทเซชันในโดเมนที่ต่างกันจะไม่ขนานกัน จะพบโดเมนในสารแอนตี้เฟอร์โรแมกเน็ต เฟอร์โรอิเล็กทริก แอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริก เฟอร์โรอีลาสติก สารตัวนำยวดยิ่ง และโลหะบางชนิด



รูปที่ 3.16 โดเมนในสารเฟอร์โรแมกเนติก

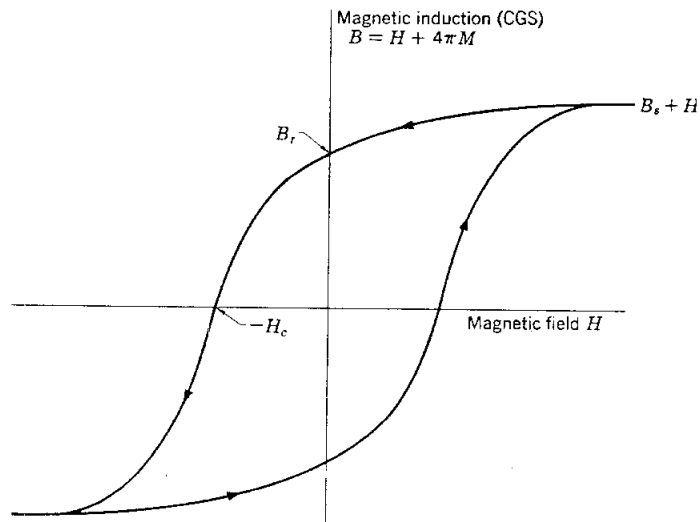
การเพิ่มของโมเมนต์แม่เหล็กภายใต้สนามแม่เหล็กแบ่งเป็นสองขบวนการ คือ

1. ในสนามที่มีความเข้มน้อย ปริมาตรของโดเมน (รูปที่ 3.17) ที่มีทิศทางเดียวกับสนามมีค่าเพิ่มขึ้น
2. ในสนามที่มีความเข้มมาก แมกนีไทเซชันจะหมุนในทิศของสนาม



รูปที่ 3.17 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและแมกเนไทเซชัน

พจน์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการอธิบายฮิสเตอรีซิสถูกแสดงในรูปที่ 3.18 โครงสร้างโดเมนของสารเฟอร์โรแมกเนติกจะมีผลต่อคุณสมบัติในแกนทรานสเฟอร์เมอร์ เราต้องการสภาพให้ซึมได้ (permeability) สูง ในแม่เหล็กถาวรเราต้องการแรงโคเออร์ซิฟ (coercive force) สูงโดยการใช้วัสดุที่บริสุทธิ์ เป็นเนื้อเดียวกัน และมีทิศทางเดียว จะทำให้เกิดการขจัด ทำให้ได้สภาพให้ซึมได้สูง ค่าที่วัดได้สูงถึง 3.8×10^6 โดยการทำให้การขจัดลดลง จะได้แรงโคเออร์ซิฟสูง



รูปที่ 3.18 กราฟแสดงแมกเนไทเซชัน

สรุป (ในหน่วย CGS)

1. สภาพรับไว้ได้ของสารเฟอร์โรแมกเน็ทที่อุณหภูมิมากกว่าอุณหภูมิคูรี จะอยู่ในรูป

$$\chi = C/(T - T_c)$$

2. สนามแม่เหล็กซึ่งรู้สึกโดยโมเมนต์แม่เหล็กในสารเฟอร์โรแมกเน็ท คือ $\vec{B}_0 + \lambda \vec{M}$ เมื่อ $\lambda = T_c / C$ และ \vec{B}_0 เป็นสนามแม่เหล็ก
3. การกระตุ้นพื้นฐานในสารเฟอร์โรแมกเน็ท คือ แมกนอน
4. ในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท แลตทิซสปินทั้งสองจะเท่ากัน แต่มีทิศตรงกันข้าม
5. ในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท สภาพรับไว้ได้เหนืออุณหภูมินีล จะอยู่ในรูป

$$\chi = 2C/(T + \theta)$$