

บทที่ 3

สารเฟอร์โรแมกเนติกและแอนติเฟอร์โรแมกเนติก

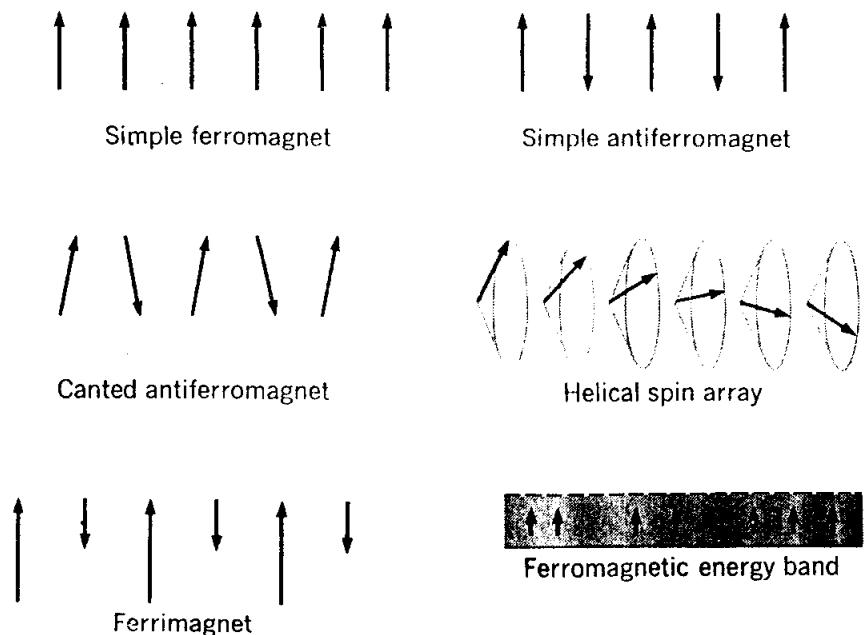
วัสดุประสรุค

- ศึกษาคุณสมบัติต่าง ๆ ของสารเฟอร์โรแมกเนติกและแอนติเฟอร์โรแมกเนติก
- ศึกษาอุณหภูมิครูรีและการอินพีเกรตเปลี่ยน
- ศึกษาแผนกษาไทยชั้น
- ศึกษาแมกนอม
- ศึกษาความเป็นระเบียบของสารเฟอร์โรแมกเนติกและแอนติเฟอร์โรแมกเนติก
- ศึกษาเมกนอมของสารแอนติเฟอร์โรแมกเนติก

สารเฟอร์โรแมกเนติกมีโนเมนต์แม่เหล็กถาวรถึงแม้ว่าจะไม่ได้รับสนามแม่เหล็กจากภายนอก แสดงว่าสปินของอิเล็กตรอนและโนเมนต์แม่เหล็กเรียงตัวเป็นระเบียบ การเรียงตัวจะมีหลายชนิด ตามรูปที่ 3.1 ยกเว้นแอนติเฟอร์โรแมกเนติกจะมีโนเมนต์แม่เหล็กในตัวซึ่งมีชื่อเรียกว่า โนเมนต์อิ่มตัว

3.1 อุณหภูมิ ครูรีและการอินพีเกรตเปลี่ยน

พิจารณาสารพารามากเนติกที่มีความเข้มข้นของไอออน N ตัว และมีสปิน S ให้ปฏิกริยาภายในพยากรณ์ที่จะเรียงโนเมนต์แม่เหล็กทุกตัวในทิศทางกัน ก็คือสารเฟอร์โรแมกเนติกปฏิกริยานี้ เรียกว่า สนามเปลี่ยน (exchange field) โดยที่สนามเปลี่ยนจะพยากรณ์เรียงโนเมนต์แม่เหล็กขณะที่ ความร้อนจะทำลายการเรียงตัว



รูปที่ 3.1 การจัดเรียงตัวของสปินของอิเล็กตรอน

เราจะคิดว่าสนามเปลี่ยนสนามรอกแทนได้ด้วยสนามแม่เหล็ก B_E ขนาดของสนามเปลี่ยนอาจจะสูงถึง 10^7 เกาซ์ เราสมมุติว่า B_E เป็นสัดส่วนกับแมกเน่ไฟเซชัน M โดยที่แมกเน่ไฟเซชันเป็นโน้ม-menต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตรภายในโดเมน (domain) ในการประมาณค่าสนามเฉลี่ย เราสมมุติว่า อะตอมแมกเนติกแต่ละอะตอมจะมีสนามเป็นอัตราส่วนกับแมกเน่ไฟเซชัน

$$\vec{B}_E = \lambda \vec{M}$$

เมื่อ λ เป็นค่าคงที่ ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ

อุณหภูมิครี (Curie temperature) T_c เป็นอุณหภูมิซึ่งแมกเน่ไฟเซชันหายใจหมดไป เมื่ออุณหภูมิสูงกว่าค่านี้ เป็นอุณหภูมิแบบเฟล์ฟาร่าแมกเนติกที่ไม่เป็นระเบียบ เมื่อ $T > T_c$ จากเฟล์ฟาร่าแมกเนติกที่เป็นระเบียบ เมื่อ $T < T_c$ เราสามารถหาค่า T_c ในเทอมของ λ พิจารณาเฟล์

พาราแมกเนติก สนามภายนอก B_α จะทำให้เกิดแมกเน่ไฟเซ็นซ์ ซึ่งทำให้เกิดสนามเปลี่ยน B_E ถ้า χ_p เป็นส่วนรับไว้ได้พาราแมกเนติก

$$M = \chi_p (B_\alpha + B_E) \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\mu_0 M = \chi_0 (B_\alpha + B_E) \quad (\text{SI})$$

สภาพรับไว้ได้พาราแมกเนติกได้มาจากการของคูรี $\chi_p = C/T$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่คูรี จะได้

$$MT = C(B_\alpha + \lambda M)$$

และ

$$\chi = \frac{M}{B_\alpha} = \frac{C}{(T - C\lambda)} \quad (\text{CGS})$$

สภาพรับไว้ได้จะมีชิงคู่การที่ $T = C\lambda$ ที่อุณหภูมนี้ (และต่ำกว่า) จะมีแมกเน่ไฟเซ็นภายใน เพราะว่า ถ้า χ มีค่าไม่จำกัด เราจะมีค่า M จำกัด เมื่อ B_α เป็นศูนย์ กูรี-ไวส์ คือ

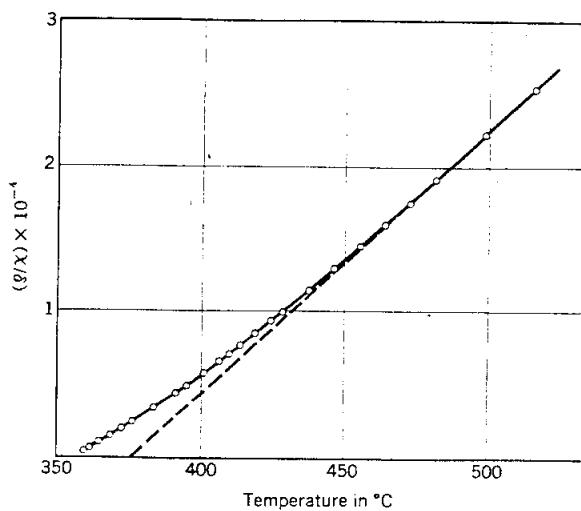
$$\chi = \frac{C}{T - T_c} ; \quad T_c = C\lambda \quad (\text{CGS})$$

สมการนี้ จะให้ค่าการเปลี่ยนแปลงของสภาพรับไว้ได้ในบริเวณพาราแมกเนติกเหนือจุดคูรี จากการคำนวณอย่างละเอียด จะได้

$$\chi \propto \frac{1}{(T - T_c)^{1.33}}$$

ที่อุณหภูมิใกล้กับ T_c ได้ค่าตรงกับการทดลอง ดังแสดงในตารางที่ 3.1 ส่วนกลับของสภาพรับไว้ได้ของนิกเกิลแสดงในรูปที่ 3.2

ตารางที่ 3.1 เอ็กโพเนนจุดวิกฤตของสารเฟอร์โรแมกเนท



	γ	β	T_c , in K
Fe	1.33 ± 0.015	0.34 ± 0.04	1043
Co	1.21 ± 0.04	—	1388
Ni	1.35 ± 0.02	0.42 ± 0.07	627.2
Gd	1.3 ± 0.1	—	292.5
CrO_2	1.63 ± 0.02	—	386.5
CrBr_3	1.215 ± 0.02	0.368 ± 0.005	32.56
EuS	—	0.33 ± 0.015	16.50

Experimental data collected by H. E. Stanley.

รูปที่ 3.2 ส่วนกลับของสภาพรับไว้ได้ต่อกรัมของนิกเกิลในช่วงอุณหภูมิไกล์อุณหภูมิคูรี ($358^\circ C$)

สถานะเปลี่ยนจะให้อันตรกิริยาเปลี่ยน ในวิชาความต้มเราสามารถแสดงได้ว่า พลังงานของอันตรกิริยาของอะตอม i, j ซึ่งมีสpin S_i, S_j จะประกอบด้วยเทอม

$$U = -2\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

เมื่อ J เป็นอินทร์เกอร์เปลี่ยน และสัมพันธ์กับการซ้อนทับของการกระจายประจุของอะตอม i, j สมการข้างบนนี้ มีชื่อเรียกว่า โนเดลไไซเซนเบร็ค

การกระจายของประจุของระบบที่มีสpinสองตัวจะขึ้นกับว่า สpinเป็นชนิดข่านหรือชนิดตรงกันข้ามจากหลักของเพาลี อิเล็กตรอนที่มีสpinเท่ากัน จะไม่สามารถอยู่ ณ ที่เดียวกันได้ ดังนั้น พลังงานไฟฟ้าสถิตย์ของระบบจะขึ้นกับทิศทางของสpin ความแตกต่างของพลังงาน คือ ค่าพลังงานเปลี่ยน โดยที่พลังงานเปลี่ยนของอิเล็กตรอนสองตัวสามารถเขียนได้ในรูป $-2\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2$ คล้ายกับว่า มีการซ้อนทับระหว่างทิศทางของสpinทั้งสอง สำหรับสารเคมีโรแมกเนติก อาจจะถือว่าสpinเป็นเวกเตอร์โนเมนตัมเชิงบุ่มคั่งเดิม

เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างการอินทร์เกอร์เปลี่ยน J กับค่าคงที่เปลี่ยน λ เราจะสมมุติว่า อะตอมที่กำลังพิจารณา มีอะตอมไกล์เคียง Z โดยเชื่อมกันด้วยปฏิกิริยา J สำหรับอะตอมที่อยู่ไกล จะให้ J เป็นศูนย์ ผลกระทบทฤษฎีสนามเฉลี่ย คือ

$$J = \frac{3k_B T_c}{2Zs(s+1)}$$

สำหรับผลลัพธ์ที่มีโครงสร้างรูป se, bee และ fee ซึ่ง $s = \frac{1}{2}$ จากการคำนวณของรัชบูรุคและวูด จะได้ $k_B T_c / zJ = 0.28, 0.325$ และ 0.346 ตามลำดับ ซึ่งถ้าหากคำนวณจากสมการข้างบน

โครงสร้างหังสารานนิค จะได้ค่า 0.500 เท่ากัน ถ้าแทนเหล็กด้วยโนเดลไไซเซนเบร็ค โดยที่ $s = 1$ จะได้อุณหภูมิคูรีเทียบกับ $J = 11.9 \text{ MeV}$

3.2 การเขียนกับอุณหภูมิของแมกเน่ไทเซชันอิมตัว

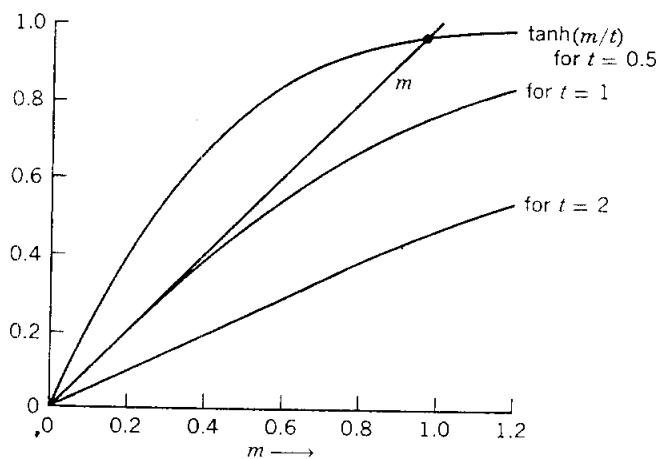
เราจะใช้การประมาณสามาณเฉลี่ยที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิคูรี หากค่าแมกเน่ไทเซชัน เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ เราใช้สมการบริลลูอินสำหรับแมกเน่ไทเซชัน สำหรับสปิน $\frac{1}{2}$ จะได้
 $M = N\mu \tan \hbar(\mu B / k_B T)$ ถ้าเราไม่คิดสามาณแม่เหล็กที่ให้ และแทน B ด้วยสามาณโนเดล
 $B_E = \lambda M$ จะได้

$$M = N\mu \tanh(\mu \lambda M / k_B T)$$

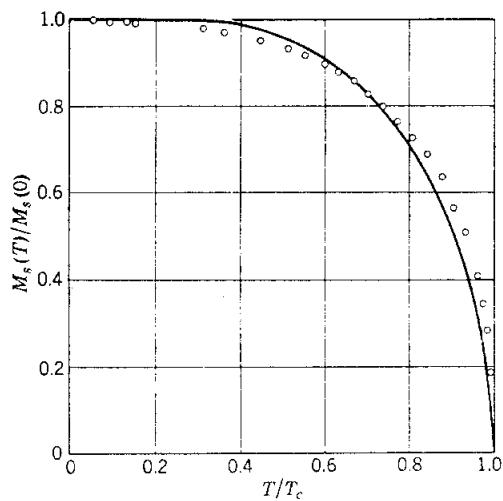
เราจะเห็นได้ว่า คำตอบของสมการนี้ เมื่อ M ไม่เป็นศูนย์จะมีค่าอยู่ในช่วงอุณหภูมิ 0 ถึง T_c ให้ $m = M / N\mu$ และอุณหภูมิ $t = k_B T / N\mu^2 \lambda$ ดังนั้น

$$m = \tanh(m/t)$$

ถ้าเขียนกราฟทางด้านขวาและด้านซ้ายของสมการแยกกัน เป็นฟังก์ชันของ m ดังรูปที่ 3.3 ขุคตัดของกราฟทั้งสองจะให้ค่า m ที่อุณหภูมิ T อุณหภูมิวิกฤต คือ $t = 1$ หรือ $T_c = N\mu^2 \lambda / k_B$ กราฟระหว่าง M กับ T ซึ่งหาได้โดยวิธีนี้ จะให้ค่าตรงกับค่าจากการทดลอง ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.3 กราฟของสมการ $m = \tanh(m/t)$ สำหรับแมกเน่ไทเซ็น m เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ



รูปที่ 3.4 แมกเน่ไทเซ็นอิ่มตัวของนิเกิลเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ เปรียบเทียบค่าจากทฤษฎีกับการทดลอง

ทฤษฎีสถานะเฉลี่ยไม่สามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของ M ที่อุณหภูมิต่ำ เมื่อ $T \ll T_c$ ตัวแปรของ \tanh จะมีค่านาก ดังนั้น

$$\tanh \xi \quad \approx \quad 1 - 2e^{-2\xi}$$

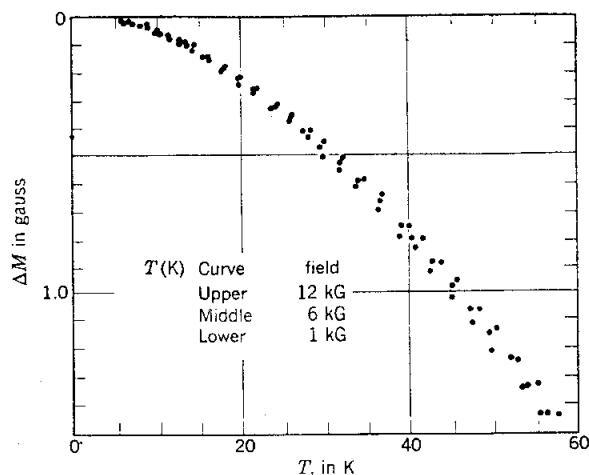
ในลำดับต่ำสุด การเปลี่ยนแปลงแมgneti ไฟเซชัน $\Delta M \equiv M(0) - M(T)$ คือ

$$\Delta M \quad = \quad 2N\mu \exp(-2\lambda N\mu^2 / k_B T)$$

ตัวแปรของเทอมอีกโพเน็นมีค่าเท่ากับ $-2T_c/T$ เมื่อ $T = 0.1 T_c$ จะได้ $\Delta M/N\mu \cong 4 \times 10^{-9}$ จากการทดลองพบว่า ΔM ขึ้นกับอุณหภูมิ ที่อุณหภูมิต่ำ เมื่อ $T = 0.1 T_c$ จะได้ $\Delta M/M \cong 2 \times 10^{-3}$ จากผลลัพธ์ของรูปที่ 3.5 เทอมแรกจากการทดลองจะอยู่ในรูป

$$\frac{\Delta M}{M(0)} \quad = \quad AT^{3/2}$$

เมื่อ ค่าคงที่ A จากการทดลองสำหรับนิเกิล คือ $(7.5 \pm 0.2) \times 10^{-4} \text{ deg}^{-3/2}$ และสำหรับเหล็ก คือ $(3.4 \pm 0.2) \times 10^{-6} \text{ deg}^{-3/2}$



รูปที่ 3.5 ความสัมพันธ์ระหว่างแมgneti ไฟเซชันกับอุณหภูมิของนิเกิล

แมกเนไทเซ็นอิมตัวที่คุณยื่องคลั่นบูรณา

ค่าแมกเนไทเซ็นอิมตัว M_s ค่าอุณหภูมิคิรีสารเฟอร์โรแมกเนติก และค่าเลขแมกนีตันยังผล $M_s(0) = n_B N \mu_B$ แสดงในตารางที่ 3.2

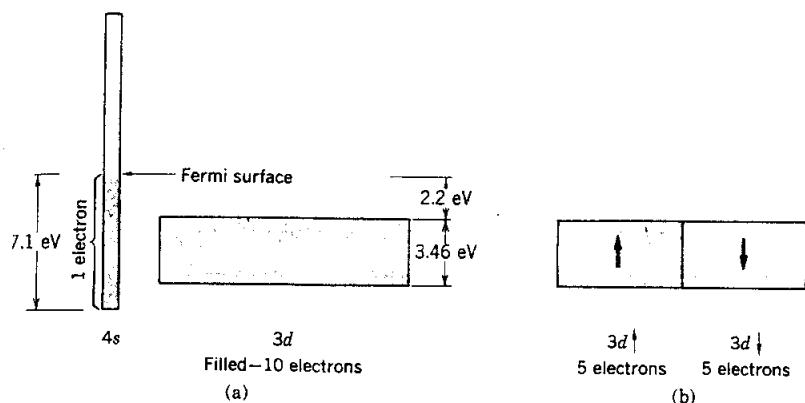
ตารางที่ 3.2 ผลลัพธ์ของแมกเนติก

Substance	Magnetization M_s , in gauss		$n_B(0 \text{ K})$, per Formula Unit	Curie Temperature, in K
	Room Temperature	0 K		
Fe	1707	1740	2.22	1043
Co	1400	1446	1.72	1388
Ni	485	510	0.606	627
Gd	—	2060	7.63	292
Dy	—	2920	10.2	88
MnAs	670	870	3.4	318
MnBi	620	680	3.52	630
MnSb	710	—	3.5	587
CrO ₂	515	—	2.63	386
MnOFe ₂ O ₃	410	—	5.0	573
FeOFe ₂ O ₃	480	—	4.1	858
NiOFe ₂ O ₃	270	—	2.4	858
CuOFe ₂ O ₃	135	—	1.3	728
MgOFe ₂ O ₃	110	—	1.1	713
EuO	—	1920	6.8	69
Y ₃ Fe ₅ O ₁₂	130	200	5.0	560

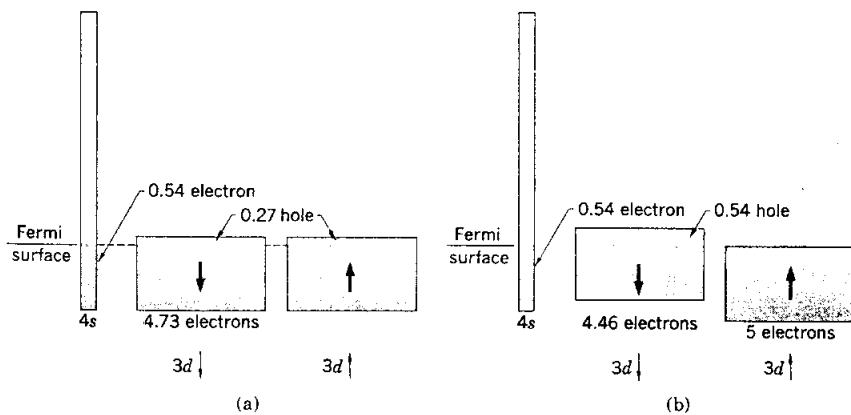
ค่า n_B จะขึ้นกับเฟกเตอร์หลายประการ อันหนึ่งคือ อันตรกิริยาสปินออร์บิท ซึ่งทำให้ โนเมนต์แม่เหล็กเพิ่มขึ้นหรือลดลง อันที่สองเกิดจากแมกเนติกเส้นทางอิเล็กตรอนในແตนนำ ซึ่ง เกิดจากแกนเหล็กพาราแมกเนติก อันที่สามจากการเรียงตัวของสปินในสารเฟอร์ริแมกเนท ถ้า อะตอมหนึ่งมีโพรงชั้นของสปิน $-s$ ทุก ๆ สองอะตอม $+s$ ค่าสปินเฉลี่ยจะมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{3}s$

ตัวอย่างของอนุวนัชนิคเพอร์เมกเน็ทอย่างง่าย คือ CrBr_3 , EuO และ EuS .

การเป็นสารเฟอร์โรแมกнетิกของโลหะทรานซิชัน Fe , Co , Ni เกิดจากแคนอิเล็กตรอนดังแสดงในรูปที่ 3.6 และ 3.7 ความสัมพันธ์ของแคน $4s$ และ $3d$ ของทองแดงซึ่งไม่ใช่สารเฟอร์โรแมกเนติกแสดงในรูปที่ 3.6 ถ้าเราแยกอิเล็กตรอน 1 ตัว ออกจากทองแดง เราจะได้นิกเกิล ซึ่งมีไฮโลในแคน $3d$ โครงสร้างของแคนพลังงานของนิกเกิล แสดงในรูปที่ 7a เมื่อ $T > T_c$ โดยการแยกอิเล็กตรอน $2 \times 0.27 = 0.54$ ส่วนจากแคน $3d$ และ 0.46 ส่วนจากแคน $4s$ เมื่อเทียบกับทองแดง



รูปที่ 3.6(a) ความสัมพันธ์ระหว่างแคน $4s$ และแคน $3d$ ในทองแดง แคน $3d$ จะมีอิเล็กตรอนได้ 10 ตัว ต่ออะตอม ซึ่งในทองแดงจะมีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ส่วนแคน $4s$ จะมีอิเล็กตรอนได้ 2 ตัว ต่ออะตอม โดยที่แคน $4s$ ของทองแดงจะมีอิเล็กตรอนเพียงตัวเดียว รูปที่ 3.6(b) แคน $3d$ ของทองแดงซึ่งมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มอาจจะเขียนแทนด้วยแคน 2 อัน ซึ่งมีสpinซึ่งขึ้นและสpinซึ่งลง โดยที่แคนแต่ละอันมีอิเล็กตรอน 5 ตัว เนื่องจากแคนย่อยแต่ละอันมีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ดังนั้นสpinรวม (และแมกเนโกราฟิชัน) ของแคน d จะมีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 3.7(a) แบบของนิกเกิลหนีอุณหภูมิคู่รี โนเมนต์แม่เหล็กสุทธิเป็นศูนย์ เพราะว่า จำนวน โซลไนด์แบบ $3d\downarrow$ เท่ากันในแบบ $3d\uparrow$ รูปที่ 3.7(b) แบบพลังงานนิกเกิลที่ศูนย์องค์สัมบูรณ์ พลังงานของแบบ $3d\uparrow$ และ $3d\downarrow$ แตกต่างกันเนื่องจากปฏิกริยาแลกเปลี่ยน แบบ $3d\uparrow$ มี อิเล็กตรอนเต็ม 5 ตัว แต่แบบ $3d\downarrow$ มีอิเล็กตรอน 4.46 ส่วน และโซล 0.54 ส่วน แบบ 4s โดยทั่วไปจะมีอิเล็กตรอนที่มีสปินเท่ากันทั้งสองทิศทาง โนเมนต์แม่เหล็กสุทธิ $0.54 \mu_B$ ต่อ อะตอม เกิดจากการที่อิเล็กตรอนในแบบ $3d\uparrow$ มากกว่าแบบ $3d\downarrow$ หรืออาจกล่าวได้ว่า แมกнетไซเซชันได้มาจากโซล 0.54 ส่วนในแบบ $3d\downarrow$

โครงการสร้างแบบพลังงานของนิคเกิลที่อุณหภูมิสูงยึดศาสสมบูรณ์แสดงในรูป 3.7(b) นิคเกิลเป็นสารเฟอร์โรแมกнетิก และที่อุณหภูมิสูงยึดศาส จะมี $n_B = 0.60$ โบร์แมกนิตันต่ออะตอม โดยเมนต์แม่เหล็กจะมีผลต่อการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน ทำให้นิคเกิลมีอิเล็กตรอนมากกว่า 0.54 ส่วนซึ่งมีส่วนในพิเศษทางหนึ่ง

3.3 แมกโนน (Magnons)

แมกนอնเป็นคลื่นสปีนที่มีค่าความไทย๊ ราชศึกษาแมกนอն โดยใช้วิธีการของฟิสิกส์

คั่งเดินที่ใช้ในการศึกษาโฟนอน (Phonons) หากค่าดิสเพอชัน (dispersion) ของแมกนอน ซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง ω กับ k หลังจากนี้ จะควบคุมพลังงานของแมกนอนในเทอนของสปีน

สภาวะพื้นของสารเฟอร์โรแมกเน็ตอย่างง่ายจะมีสปีนบนนากันดังรูปที่ 3.8(a) พิจารณาสปีน N ตัว แต่ละตัวมีขนาด S โดยที่ตัวที่อยู่ใกล้กันจะเกิดอันตรกิริยานิดไซเซนเบร็ก (Heisenberg interaction)

$$U = -2J \sum_{p=1}^N \vec{S}_p \cdot \vec{S}_{p+1}$$

เมื่อ J เป็นอินทิเกรตแลกเปลี่ยน

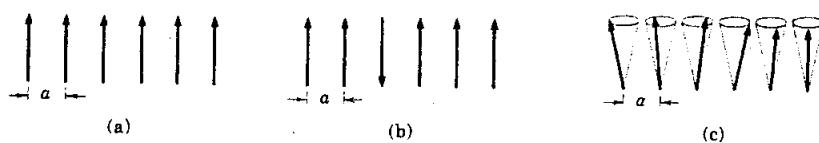
$\hbar \vec{S}_p$ เป็นโนเมนตัมเชิง努ของสปีนที่ตำแหน่ง p

ในภาวะพื้น

$$\vec{S}_p \cdot \vec{S}_{p+1} = S^2$$

และพลังงานแลกเปลี่ยนของระบบ คือ

$$U_0 = -2NJS^2$$



รูปที่ 3.8 a) ภาวะพื้นฐานของเฟอร์โรแมกเน็ต สปีนทั้งหมดมีทิศนาณกัน b) ภาวะกระตุ้นสปีนด้านหนึ่งกลับทิศ c) เกิดคลื่นสปีน

การกระตุ้นของระบบสปินจะมีรูปร่างคล้ายคลื่น เรียกว่า แมgnon (รูปที่ 3.9) ซึ่งจะมีลักษณะคล้ายการสั่นของเหล็กหรือโฟโนนคลื่นสปินเป็นการสั่นของดำเน่นของสปินบนແลททิช



รูปที่ 3.9 คลื่นสปิน a) มองด้านข้าง b) มองด้านบน

ต่อไปจะหาความสัมพันธ์คิสเพอชันของแมgnon พจน์ที่เกี่ยวข้องกับสปินที่ p คือ

$$-2J\vec{S}_p \cdot (\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})$$

เราเขียนโนມเมนต์แม่เหล็กที่ดำเน่น p คือ

$$\vec{\mu}_p = -g\mu_B\vec{S}_p$$

ดังนั้น เทอมที่เกี่ยวข้องกับสปินที่ p คือ

$$-\vec{\mu}_p \cdot [(-2J/g\mu_B)(\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})]$$

ซึ่งอยู่ในรูป $-\vec{\mu}_p \cdot \vec{B}_p$ เมื่อสนานแม่เหล็กบังพลหรือสนานแลกเปลี่ยนที่กระทำกับสปินตัวที่ p คือ

$$\vec{B}_p = (-2J/g\mu_B)(\vec{S}_{p-1} + \vec{S}_{p+1})$$

จากกลศาสตร์ อัตราการเปลี่ยนโนมเนตัมเชิงมุ่ง $\hbar\vec{S}_p$ มีค่าเท่ากับทอร์ก $\vec{\mu}_p \times \vec{B}_p$ ซึ่ง
กระทำบนสpin

$$\hbar d\vec{S}_p / dt = \vec{\mu}_p \times \vec{B}_p$$

หรือ

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{S}_p}{dt} &= (-g\mu_B / \hbar)\vec{S}_p \times \vec{B}_p \\ &= (2J / \hbar)(\vec{S}_p \times \vec{S}_{p+1} + \vec{S}_p \times \vec{S}_{p-1}) \end{aligned}$$

ในรูปองค์ประกอบทางแกน x , y และ z

$$dS_p^x / dt = (2J / \hbar)[S_p^y(S_{p-1}^z + S_{p+1}^z) - S_p^z(S_{p-1}^y + S_{p+1}^y)]$$

สำหรับ dS_p^y / dt และ dS_p^z / dt จะมีรูปแบบคล้ายกัน

ถ้าขนาดของการกระตุนมีค่าน้อย ($S_p^x, S_p^y \ll S$) จะประมาณค่าสมการเหล่านี้ได้โดย
ให้ $S_p^z = S$ และถือว่าพจน์ที่เป็นผลคูณของ S^x และ S^y มีค่าน้อย จะได้สมการ

$$dS_p^x / dt = (2JS / \hbar)[2S_p^y - S_{p-1}^y - S_{p+1}^y]$$

$$dS_p^y / dt = -(2JS / \hbar)[2S_p^x - S_{p-1}^x - S_{p+1}^x]$$

$$dS_p^z / dt = 0$$

ใช้วิธีการเดียวกับไฟฟอน ผลเฉลยจะอยู่ในรูปคลื่นเกลื่อนที่

$$\begin{aligned} S_p^x &= u \exp[i(pka - \omega t)] \\ S_p^y &= v \exp[i(pka - \omega t)] \end{aligned}$$

เมื่อ u, v เป็นค่าคงที่
 p เป็นเลขเดิมหน่วย
 และ a เป็นค่าคงที่ແລทิกซ์

แทนผลเฉลยลงในสมการดิฟเพอร์เซปจจะได้

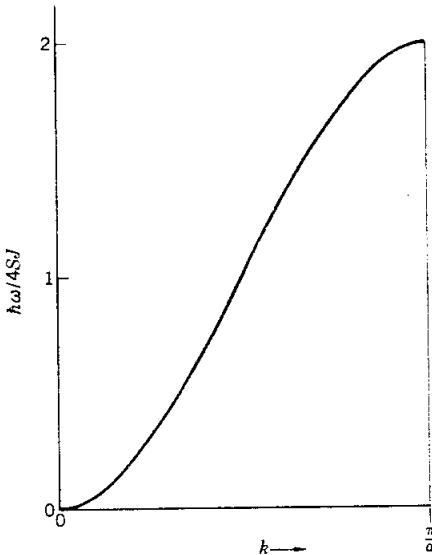
$$\begin{aligned}-i\omega u &= (2JS/\hbar)(2 - e^{-ika} - e^{ika})v \\&= (4JS/\hbar)(1 - \cos ka)v \\-i\omega v &= -(2JS/\hbar)(2 - e^{-ika} - e^{ika})u \\&= -(4JS/\hbar)(1 - \cos ka)u\end{aligned}$$

จะหาค่า u และ v ได้ โดยการเช็ทให้ i เทอมิเนนซ์ของสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์

$$\begin{vmatrix} i\omega & (4JS/\hbar)(1 - \cos ka) \\ -(4JS/\hbar)(1 - \cos ka) & i\omega \end{vmatrix} = 0$$

จะได้ $\hbar\omega = 4JS(1 - \cos ka)$

สมการนี้คือ ความสัมพันธ์คิสเพอชันของคลื่นสปินใน 1 มิติ กราฟของสมการนี้แสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 ความสัมพันธ์คิสเพอชันของแมกน่อนในสารเพอร์โรมแอกเน็ทใน 1 มิติ

เราสามารถหาได้ว่า $v = -iu$ ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบแกน z ดังนั้น

$$\begin{aligned} S_p^x &= U \cos(pka - \omega t) \\ S_p^y &= U \sin(pka - \omega t) \end{aligned}$$

ในช่วงความยาวคลื่นข้าว $ka \ll 1$ ดังนี้

$$(1 - \cos ka) \approx \frac{1}{2}(ka)^2$$

$$\text{และ } \hbar\omega \approx (2JSa^2)k^2$$

ความถี่เปรตาน k^2 ซึ่งในกรณีของโฟนอนจะเปรตาน k

ความสัมพันธ์คิสเพอชันสำหรับแลบทิชชันดิลูบนาศก์ของสารเฟอร์โรแมกเน็ท คือ

$$\hbar\omega = 2JS \left[Z - \sum_{\delta} \cos(\vec{k} \cdot \vec{\delta}) \right]$$

เมื่อ $ka \ll 1$

$$\hbar\omega = (2JSa^2)k^2$$

ความไทเซนของคลื่นสปินจะเหมือนกับของโฟตอนและโฟนอน พลังงานของ荷มดของความถี่ ω_k ซึ่งประกอบด้วยแมกน่อน n_k ด้วย คือ

$$\varepsilon_k = \left(n_k + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_k$$

3.4 การกระตุ้นแมกน่อนด้วยความร้อน

ภายใต้สมมุติความร้อน จำนวนแมกน่อนเฉลี่ยที่ถูกกระตุ้น หาได้จากการกระจายของพลังค์

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_k / k_B T - 1)}$$

จำนวนแมกนอนทั้งหมดที่ถูกกระตุ้นที่อุณหภูมิ T คือ

$$\sum_k n_k = \int d\omega D(\omega) \langle n(\omega) \rangle$$

เมื่อ $D(\omega)$ เป็นจำนวนโหนดของแมกนอนต่อความถี่ ในช่วงอุณหภูมิค่า เราจะอินทีเกรตระหว่าง 0 กับ ∞ เพราะว่า $\langle n(\omega) \rangle \rightarrow 0$ อย่างเรียบเนียนเมื่อ $\omega \rightarrow \infty$

จำนวนของแมกนอน $D(\omega)d\omega$ ซึ่งมีความถี่ ω คือ $(1/2\pi)^3 (4\pi k^2) (dk/d\omega)d\omega$ โดยการประมาณค่า

$$\frac{d\omega}{dk} = \frac{4JSa^2 k}{\hbar} = 2\left(\frac{2JSa^2}{\hbar}\right)^{1/2} \omega^{1/2}$$

ดังนั้น ความหนาแน่นของโหนดของแมกนอน คือ

$$D(\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2}\right)^{3/2} \omega^{1/2}$$

ดังนั้น จำนวนแมกนอนทั้งหมด คือ

$$\begin{aligned} \sum_k n_k &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2JSa^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^{1/2}}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{k_B T}{2JSa^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty dx \frac{x^{1/2}}{e^x - 1} \end{aligned}$$

ค่าอินทิเกรตหาได้จากตาราง ซึ่งมีค่า $(0.0587)(4\pi^2)$

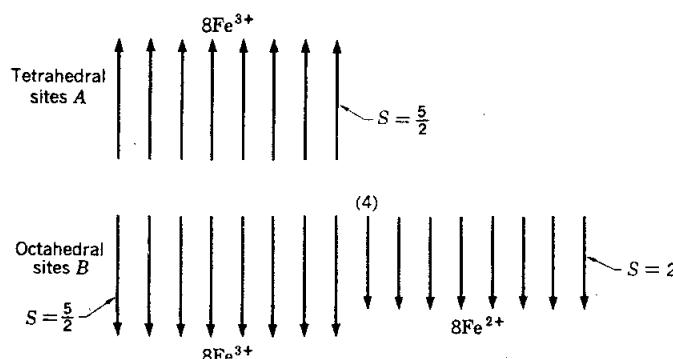
จำนวนอะตอมต่อหน่วยผิวปิริมาตร (N) มีค่าเท่ากับ Q/a^3 เมื่อ $Q=1,2,4$ สำหรับ แอลทิชานิค sc, bcc และ fcc ตามลำดับ ค่า $(\sum n_k)/NS$ มีค่าเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของแมกเนติกเซซัน $\Delta M/M(0)$ ดังนั้น

$$\frac{\Delta M}{M(0)} = \frac{0.0587}{SQ} \cdot \left(\frac{k_B T}{2JS} \right)^{3/2}$$

ซึ่งก็คือ กฎ $T^{3/2}$ ของบล็อก (Block $T^{3/2}$ law) และให้ค่าตรงกับค่าที่ได้จากการทดลอง

3.5 ความเป็นระเบียบ

ในผลึกเฟอร์โรแมกเนติก แมกนีไฟเซซันอิ่มตัวที่ $T = 0 \text{ K}^\circ$ อาจจะไม่ได้เกิดจากการเรียงตัวอย่างขานของโน้ม-menต์แม่เหล็กทั้งหมด ตัวอย่าง คือ Fe_3O_4 หรือ $FeO \cdot Fe_2O_3$ ไอออน Fe^{3+} อยู่ในสเตทที่มี $S = \frac{5}{2}, 0$ ไอออนแต่ละตัวจะเพิ่มโน้ม-menต์อิ่มตัว $5\mu_B$ ส่วน ไอออน Fe^{2+} มีสpin 2 จะเพิ่มโน้ม-menต์อิ่มตัว $4\mu_B$ จำนวนอร์เมกนิตอน ต่อ Fe_3O_4 คือ $2 \times 5 + 4 = 14$ ถ้าสpinทั้งหมดขนาดกัน แต่จากการทดลอง คือ 4.1 ดังนั้น โน้ม-menต์ของไอออน Fe^{3+} บางตัว จะมีทิศกัดบันกัน ดังนั้น โน้ม-menต์ที่สังเกตเห็นจะมาจากการของไอออน Fe^{2+} ดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 การเรียงตัวของสpin $FeO \cdot Fe_2O_3$ และถึงโน้ม-menต์ของไอออน Fe^{3+} หักล้างกัน เหลือแต่โน้ม-menต์ของไอออน Fe^{2+}

อันตรกิริยาของแอนติเฟอร์โรแมกเน็ทได้มาจากการเฟอร์โรแมกเน็ท สามารถแยกเปลี่ยนเคลื่อนที่กระทำบนเหล็กที่ซึ่งสpins A และ B สามารถเขียนได้เป็น

$$\vec{B}_A = -\lambda \vec{M}_A - \mu \vec{M}_B$$

$$\vec{B}_B = -\lambda \vec{M}_A - \nu \vec{M}_B$$

ค่าคงที่ λ, μ, ν เป็นบวกทั้งหมด เครื่องหมายลบแทนอันตรกิริยานานในทิศตรงข้าม ความหนาแน่นพลังงานอันตรกิริยา คือ

$$U = -\frac{1}{2}(\vec{B}_A \cdot \vec{M}_A + \vec{B}_B \cdot \vec{M}_B)$$

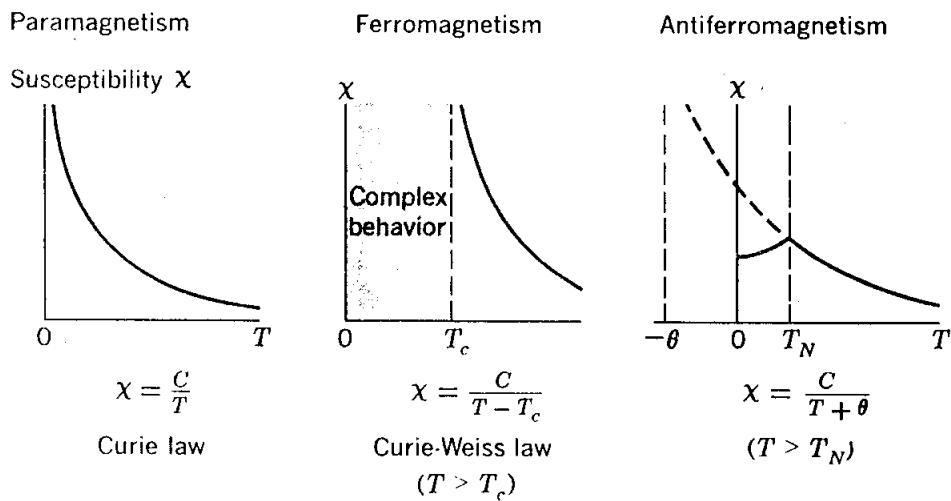
$$= \frac{1}{2}\lambda M_A^2 + \mu \vec{M}_A \cdot \vec{M}_B + \frac{1}{2}\nu M_B^2$$

เมื่อ $\mu M_A M_B > \frac{1}{2}(\lambda M_A^2 + \nu M_B^2)$ สเตทพื้นฐานจะมี M_A ตรงข้าม M_B

ส่วนในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท สpin จะเรียงตัวสลับทิศกันทำให้ผลรวมของโมเมนต์เป็นศูนย์ที่อุณหภูมิต่ำกว่าการเป็นระเบียบหรืออุณหภูมนิ่ด (Neel temperature) สภาพรับໄว้ได้ของแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท จะมีค่าไม่จำกัดที่ $T = T_N$ ดังรูปที่ 3.12 แอนติเฟอร์โรแมกเน็ทเป็นกรณีพิเศษของเฟอร์โรแมกเน็ทซึ่งเหล็กที่ซึ่ง A และ B มีแมgneto ไซเซชันอยู่ตัวเท่ากัน ค่าอุณหภูมนิ่ด จะมีค่าดังนี้

$$T_N = \mu C$$

เมื่อ C เป็นเหล็กที่ซึ่งมีค่า



รูปที่ 3.12 สภาพรับไว้ได้ขึ้นกับอุณหภูมิของพาราแมกเน็ท เฟอร์โรแมกเน็ท และแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท

สภาพรับไว้ได้ของพาราแมกเน็ท เมื่อ $T > T_N$ หาได้จาก

$$\chi = \frac{2CT - 2\mu C^2}{T^2 - (\mu C)^2}$$

$$= \frac{2C}{T + \mu C}$$

$$= \frac{2C}{T + T_N}$$

ค่าจากการทดลอง เมื่อ $T > T_N$ คือ

$$\chi = \frac{2C}{T + \theta}$$

ค่าของ θ/T_N จากการทดลองแสดงในตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ผลลัพธ์ของการทดลองแสดงในตารางที่ 3.3

Substance	Paramagnetic Ion Lattice	Transition			
		Temperature, T_N , in K	Curie-Weiss θ , in K	$\frac{\theta}{T_N}$	$\frac{\chi(0)}{\chi(T_N)}$
MnO	fcc	116	610	5.3	$\frac{3}{2}$
MnS	fcc	160	528	3.3	0.82
MnTe	hex. layer	307	690	2.25	
MnF ₂	bc tetr	67	82	1.24	0.76
FeF ₂	bc tetr	79	117	1.48	0.72
FeCl ₂	hex. layer	24	48	2.0	<0.2
FeO	fcc	198	570	2.9	0.8
CoCl ₂	hex. layer	25	38.1	1.53	
CoO	fcc	291	330	1.14	
NiCl ₂	hex. layer	50	68.2	1.37	
NiO	fcc	525	~2000	~4	
Cr	bcc	308			

3.6 สภาพรับไว้ได้ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมนีล

แบ่งเป็นสองกรณี กรณีที่สนามแม่เหล็กตั้งฉากกับแกนของสปิน และกรณีที่สนามแม่เหล็กขนานกับแกนของสปิน ที่อุณหภูมนีล สภาพรับไว้ได้จะไม่ซึ้งกับพิศทางของสนาม สำหรับ \vec{B}_a ตั้งฉากกับแกนของสปิน เราสามารถคำนวณสภาพรับไว้ได้ ความหนาแน่นพลังงานในกรณีที่มีสนามซึ่ง $M = |M_A| = |M_B|$

$$\begin{aligned} U &= \mu \vec{M}_A \cdot \vec{M}_B - \vec{B}_A \cdot (\vec{M}_A + \vec{M}_B) \\ &\approx -\mu M^2 \left[1 - \frac{1}{2}(2\phi)^2 \right] - 2B_a M \phi \end{aligned}$$

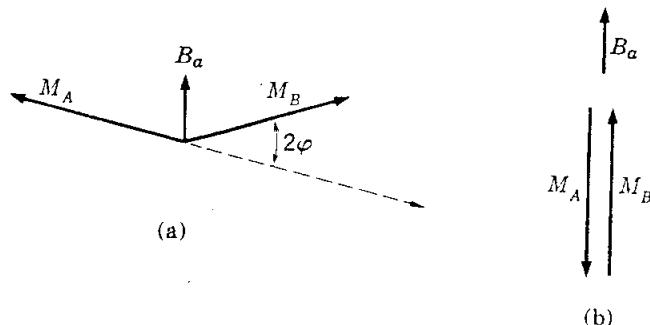
เมื่อ 2ϕ เป็นมุมระหว่างสปิน รูปที่ 3.13 พลังงานจะมีค่าต่ำสุด เมื่อ

$$\frac{dU}{d\phi} = 0 = 4\mu M^2 \phi - 2B_a M$$

ดังนั้น

$$\phi = B_a / 2\mu M$$

$$\chi_{\perp} = 2M\phi / B_a = 1/\mu$$

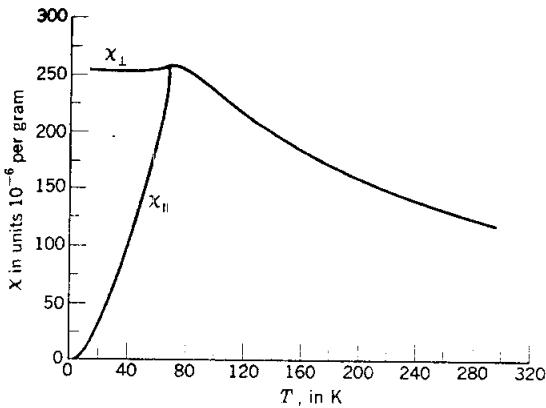


รูปที่ 3.13 การคำนวณสภารับไว้ได้ในทิศ (a) ตั้งฉาก (b) ขนาน

ในทิศขนาน (รูป 3.13 b) พลังงานแม่เหล็กจะไม่เปลี่ยน ถ้าระบบสpin A และ B ทำมุกกับ
สนามเท่ากัน ดังนั้น สภารับไว้ได้ที่ $T = 0 \text{ K}^\circ$ เป็นศูนย์

$$\chi_{11}(0) = 0$$

สภารับไว้ได้ขนานเพิ่มขึ้น เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น จนช่วงอุณหภูมิถึง T_N ค่าจากการวัดใน M_nF_2 แสดงในรูป 3.14 ในสนามที่มีค่ามาก ระบบสpin จะมีต่อเนื่องจากทิศขนานไปยังทิศตั้งฉาก
ซึ่งพลังงานมีค่าต่ำกว่า



รูปที่ 3.14 สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กของ $M_n F_2$

3.7 เมกนอนของแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท

จะหาความสัมพันธ์ดิสเพอซันของเมกนอนในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ท กำหนดให้สpinที่มีค่านี้คู่ $2p$ ประกอบเป็นแลบททิชย่อย A ก็คือ มีสpinทิศชี้ขึ้น ($S_x = S$) และให้สpinที่มีค่านี้คี่ $2p+1$ ประกอบเป็นแลบททิชย่อย B ก็คือมีสpinทิศชี้ลง ($S_x = -S$) เราจะพิจารณาอันตรกริยาข้างเคียง ซึ่ง J เป็นลบ ทำให้ได้

$$ds_{2p}^x / dt = (2JS / \hbar)(-2S_{2p}^y - S_{2p-1}^y - S_{2p+1}^y)$$

$$ds_{2p}^y / dt = -(2JS / \hbar)(-2S_{2p}^x - S_{2p-1}^x - S_{2p+1}^x)$$

สมการสำหรับสปินบน B คือ

$$ds_{2p+1}^x / dt = (2JS/\hbar)(2S_{2p+1}^y + S_{2p}^y + S_{2p+2}^y)$$

$$ds_{2p+1}^y / dt = -(2JS/\hbar)(2S_{2p+1}^x + S_{2p}^x + S_{2p+2}^x)$$

ให้ $S^+ = S_x + iS_y$ ดังนี้

$$ds_{2p}^+ / dt = (2iJS/\hbar)(2S_{2p}^+ + S_{2p-1}^+ + S_{2p+1}^+)$$

$$ds_{2p+1}^+ / dt = -(2iJS/\hbar)(2S_{2p+1}^+ + S_{2p}^+ + S_{2p+2}^+)$$

ให้ผลเฉลยอยู่ในรูป

$$S_{2p}^+ = u \exp(ipka - i\omega t)$$

$$S_{2p+1}^+ = v \exp(ipka - i\omega t)$$

จะได้

$$\omega u = \frac{1}{2} \omega_{ex} (2u + ve^{-ika} + ve^{ika})$$

$$-\omega v = \frac{1}{2} \omega_{ex} (2v + ue^{-ika} + ue^{ika})$$

โดยที่ $\omega_{ex} = -4JS/\hbar = 4|J|S/\hbar$ สมการบนจะมีผลเฉลย เมื่อ

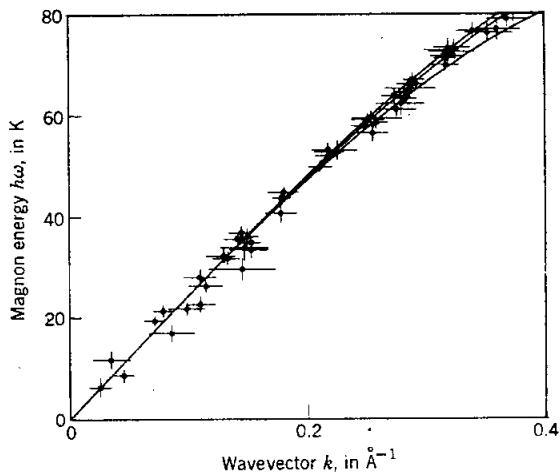
$$\begin{vmatrix} \omega_{ex} - \omega & \omega_{ex} \cos ka \\ \omega_{ex} \cos ka & \omega_{ex} + \omega \end{vmatrix} = 0$$

ดังนั้น

$$\omega^2 = \omega_{ex}^2 (1 - \cos^2 ka)$$

$$\omega = \omega_{ex} |\sin ka|$$

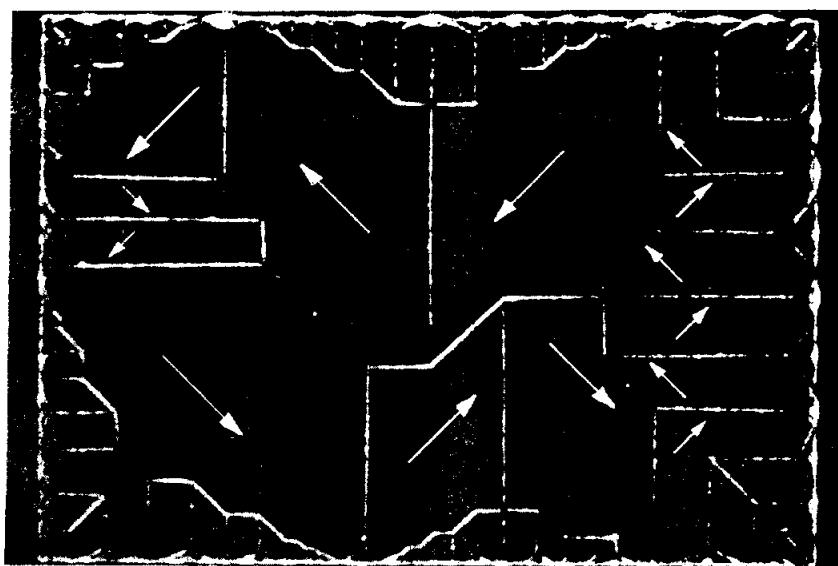
ความสัมพันธ์คือสเพอชันของแมกนอนในสารแอนติเฟอร์โรแมกนีทจะแตกต่างจากของแมกนอนในสารเฟอร์โรแมกนีท เมื่อ $ka \ll 1$ จะได้ $\omega \approx \omega_{ex} |ka|$ สเปกตรัมของแมกนอนใน $RbMnF_3$ แสดงในรูปที่ 3.15 โดยอาศัยการทดลองการกระเจิงแบบอิเล็กทริกของนิวตรอน



รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์คือสเพอชันแมกนอนใน $RbMnF_3$

3.8 โดเมนเฟอร์โรแมกเนติก

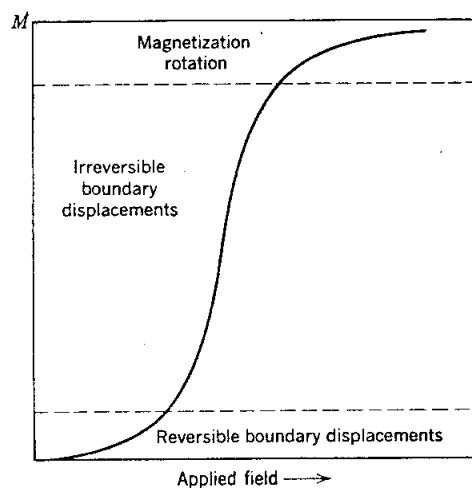
ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิคริว โนเมนต์แม่เหล็กของสารเฟอร์โรแมกเนติกจะเรียงตัวขึ้น ในสารตัวอย่างทั้งก้อน โนเมนต์แม่เหล็กในแต่ละบริเวณจะเรียงตัวแตกต่างกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.16 บริเวณเหล่านี้มีชื่อเรียกว่า โดเมน (domains) ทิศทางของแมgneti Thai เชชั่นในโดเมนที่ต่างกันจะไม่相關 กัน จะพบโดเมนในสารแอนติเฟอร์โรแมกเนติก เฟอร์โรอิเล็กทริก แอนติเฟอร์โรอิเล็กทริก เฟอร์โรอิเล็กทริก สารตัวนำยวดยิ่ง และโลหะบางชนิด



รูปที่ 3.16 โดเมนในสารเฟอร์โรแมกเนติก

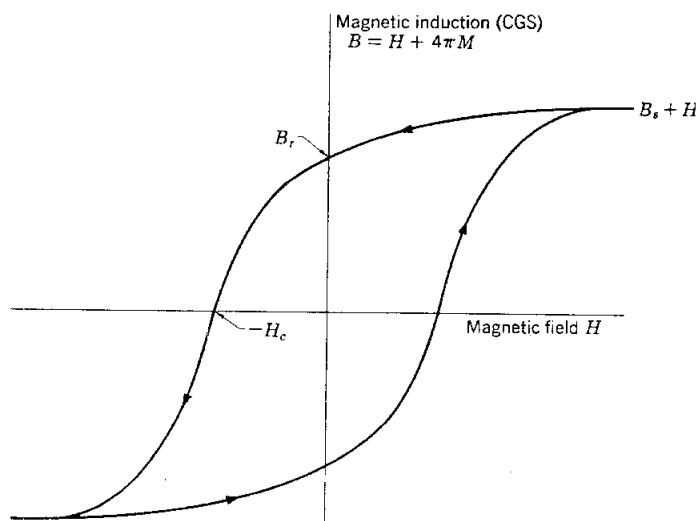
การเพิ่มของโนเมนต์แม่เหล็กภายในสารให้สานามแม่เหล็กแบ่งเป็นสองขบวนการ คือ

1. ในสานามที่มีความเข้มน้อย ปริมาตรของโดเมน (รูปที่ 3.17) ที่มีทิศทางเดียวกับสานาม มีค่าเพิ่มน้อย
2. ในสานามที่มีความเข้มมาก แมgneti Thai เชชั่นจะหมุนในทิศของสานาม



รูปที่ 3.17 ความสัมพันธ์ระหว่างสนามแม่เหล็กและแมกนีไทเซ็น

พจน์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการอธิบายชีสเตอร์ซิลูปแสดงในรูปที่ 3.18 โครงสร้างโดยเมนของสารเฟอร์โรแมกเนติกจะมีผลต่อคุณสมบัติในแกนทรานสฟอร์เมอร์ เราต้องการสภาพให้มีได้ (permeability) สูง ในแม่เหล็กถาวรเราต้องการแรงโคลอเรชิฟ (coercive force) สูงโดยการใช้วัสดุที่บริสุทธิ์ เป็นเนื้อเดียวกัน และมีทิศทางเดียว จะทำให้เกิดการขัด ทำให้ได้สภาพให้มีได้สูง ค่าที่วัดได้สูงถึง 3.8×10^6 โดยการทำให้การขัดลดลง จะได้แรงโคลอเรชิฟสูง



รูปที่ 3.18 กราฟแสดงแมกนีไทเซ็น

สรุป (ในหน่วย CGS)

- สภาพรับไว้ได้ของสารเฟอร์โรแมกเน็ตที่อุณหภูมินากกว่าอุณหภูมิคู่ จะอยู่ในรูป

$$\chi = C/(T - T_c)$$

- สนามแม่เหล็กซึ่งรักษาโดยโโนเมนต์แม่เหล็กในสารเฟอร์โรแมกเน็ต คือ $\vec{B}_a + \lambda \vec{M}$ เมื่อ $\lambda = T_c/C$ และ \vec{B}_a เป็นสนามแม่เหล็ก
- การกระตุ้นพื้นฐานในสารเฟอร์โรแมกเน็ต คือ แมgnon
- ในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ต และทิชสปินหั้งสองจะเท่ากัน แต่มีทิศตรงกันข้าม
- ในสารแอนติเฟอร์โรแมกเน็ต สภาพรับไว้ได้เหนืออุณหภูมนิด จะอยู่ในรูป

$$\chi = 2C/(T + \theta)$$