

บทที่ 2

ไกดอร์แมกเนทิซึมและพาราแมกเนทิซึม

วัสดุประดิษฐ์

1. ศึกษาคุณสมบัติของสาร ไกดอร์แมกเนทิกและสารพาราแมกเนทิก
2. ศึกษาแมกนีติกชัน
3. ศึกษาไดอะแมกเนทิกแอนด์เรวิน
4. ศึกษาการถอดรหัสความต้นของสารพาราแมกเนทิก
5. ศึกษาไอโอดินของกลุ่มน้ำแข็งเออเรช
6. ศึกษากฎของอุนค์
7. ศึกษาสถานะแมกนีติก
8. ศึกษาสารพาราแมกเนทิก

โนเมนต์แม่เหล็กของอะตอมอิสระ ได้มาจากแหล่งใหญ่สามแหล่ง คือ 1. สปีนของ อิเล็กตรอน 2. โนเมนต์เชิงมุนออร์บิทอลของอิเล็กตรอน และ 3. การเปลี่ยนแปลงของโนเมนต์ออร์บิทอลเมื่อได้รับสนามแม่เหล็ก สองแหล่งแรกทำให้เกิดพาราแมกเนทิซึม และแหล่งสุดท้ายให้ไกดอร์แมกเนทิซึม สเตทพื้น 1^s ของอะตอมไฮโดรเจนจะมีค่าโนเมนต์ออร์บิทอลเป็นศูนย์ และโนเมนต์แม่เหล็กมาจากการสปีนของอิเล็กตรอนทำให้เกิดโนเมนต์ไกดอร์แมกเนทิกเพียงเล็กน้อย แต่ในสเตท 1² ของไฮเดรน ทั้งสปีนและโนเมนต์ออร์บิทอลจะเป็นศูนย์ จะมีเพียงโนเมนต์หนึ่งยวนนำ ซึ่งโนเมนต์เหล่านี้ได้มาจากเซลล์ที่ว่าง

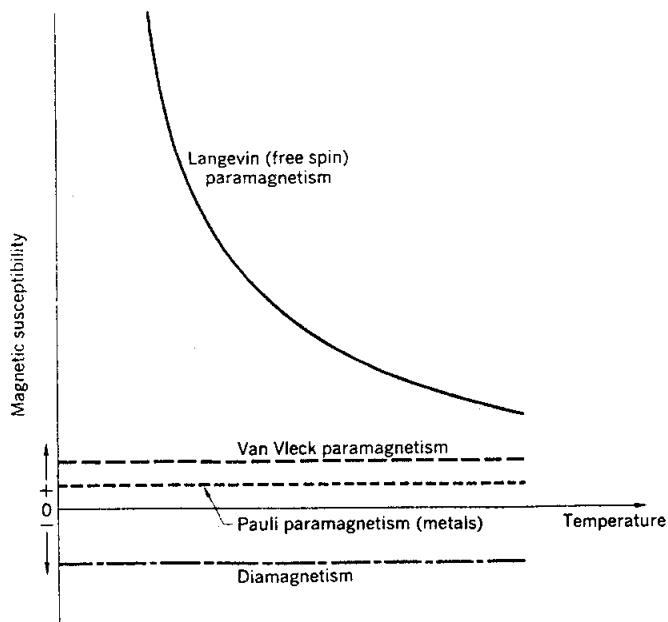
2.1 แมกเน่ไฟเซชัน (magnetization)

แมกเน่ไฟเซชัน M มีค่าเท่ากับโนเมนต์แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตร สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$\chi = \frac{M}{B} \quad (\text{CGS})$$

$$\chi = \frac{\mu_0 M}{B} \quad (\text{SI})$$

เมื่อ B เป็นความเข้มสนามแม่เหล็กแมกโกร χ ไม่มีหน่วย บางครั้ง B อยู่ในหน่วยต่อนวตหรือต่ำโน้มของสาร สภาพรับไว้ได้โนลาร์ χ_M หรือโนเมนต์แม่เหล็กต่อกรัมแทนด้วย σ สารที่มีสภาพรับไว้ได้แม่เหล็กเป็นลบ เรียกว่า สารไกดอมากเนติก ส่วนสารที่มีสภาพรับไว้ได้ เป็นบวก



รูปที่ 2.1 สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กของสารไกดอมากเนติกและสารพารามากเนติก

เรียกว่า สารพาราแมกнетิก ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ถ้าจัดตามการเรียงตัวของโนมэнต์แม่เหล็กจะแบ่งเป็นเฟอร์โรแมกเนติก เฟอร์ริแมกเนติก และต์เฟอร์โรแมกเนติก เฮลิกออล หรือรูปที่ซับซ้อนอื่น ๆ โนมэнต์แม่เหล็กนิวเคลียร์ ทำให้เกิดนิวเคลียร์พาราแมกเนทิซึ่ม โนมэнต์แม่เหล็กของนิวเคลียสจะมีค่าน้อยกว่าโนมэнต์แม่เหล็กของอิเล็กตรอน 10^{-3} เท่า

2.2 สมการไดอะแมกเนติกและวิน

สารไดอะแมกเนติกจะมีประจุไฟฟ้า ทำหน้าที่ป้องกันเนื้อกายในจากสนามแม่เหล็ก ในวิชาแม่เหล็กไฟฟ้ามีกฎของเลนซ์ซึ่งกล่าวว่า เมื่อฟลักซ์ของวงจรไฟฟ้าเปลี่ยน จะทำให้เกิดกระแสเหนี่ยวนำในทิศตรงข้ามกับการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์นั้นในสารตัวนำယุดึงหรือในอิเล็กตรอนที่หมุนรอบอะตอมกระแสเหนี่ยวนำจะมีผลลดเวลาที่มีสนามไฟฟ้าสนามแม่เหล็กของกระแสเหนี่ยวนำ จะมีทิศตรงข้ามกับสนามภายนอกที่ได้รับ และ โนมэнต์แม่เหล็กที่เกิดจากการแสตนด์เจ็ปเป็นโนมэнต์ไดอะแมกเนติกในสารโลหะทั่วไปจะมีไดอะแมกเนติกจากอิเล็กตรอนในແตนบนำ และการเป็นสารไดอะแมกเนติกจะไม่ถูกทำลายโดยการชนของอิเล็กตรอน

ทฤษฎีของลาร์มอร์ (Larmor theorem) ใช้ในการอธิบายภาวะไดอะแมกเนติกซึ่ง ภายนอกได้สนามแม่เหล็ก การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนจะเหมือนกับการเคลื่อนที่เมื่อไม่มีสนามแม่เหล็ก ยกเว้นว่าจะมีการซ้อนทับ (superposition) ของการหมุนของอิเล็กตรอนด้วยความถี่

$$\omega = \frac{eB}{2mc} \quad (\text{CGS})$$

$$\omega = \frac{eB}{2m} \quad (\text{SI})$$

ถ้าให้สนามแม่เหล็กอย่างร้าว การเคลื่อนที่ภายนอกระบบหมุนจะเหมือนกับการเคลื่อนที่ของระบบก่อนให้สนามแม่เหล็ก ถ้ากระแสอิเล็กตรอนเคลื่ยรอบนิวเคลียสเริ่มต้นเป็นศูนย์ เมื่อให้สนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดกระแสรอบนิวเคลียส โดยที่กระแสมีค่าเท่ากับโนมэнต์แม่เหล็กในทิศตรงข้ามกับสนามที่ให้ ความถี่ลาร์มอร์นี้ค่าต่ำกว่าความถี่ของการเคลื่อนที่ภายนอกได้สนาม

การหมุนลาร์มอร์ของอิเล็กตรอน Z ตัว จะมีค่าเท่ากับกระแส

$$I = \frac{\text{ประจุ}}{\text{รอบ / เวลา}} = (-Ze) \left(\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e2mB}{2\pi} \right) \quad (\text{SI})$$

โนเมนเด้มเพอร์เมต์เรียก μ ของห่วงกระแส (current loop) มีค่าเท่ากับผลคูณระหว่างกระแสกับพื้นที่ของห่วงพื้นที่ห่วงรัศมี ρ คือ $\pi\rho^2$ เราได้

$$\mu = \frac{-Ze^2 B}{4me^2} \langle \rho^2 \rangle \quad (\text{CGS})$$

$$\mu = \frac{-Ze^2 B}{4m} \langle \rho^2 \rangle \quad (\text{SI})$$

เมื่อ $\langle \rho^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle$ เป็นค่าเฉลี่ยของกำลังสอง ของระยะทางตั้งฉากของอิเล็กตรอนจากแกนของสนามผ่านนิวเคลียส ค่าเฉลี่ยยกกำลังสองของระยะทางของอิเล็กตรอนจากนิวเคลียส คือ $\langle r^2 \rangle = \langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle + \langle z^2 \rangle$ สำหรับประจุที่กระจายโดยมีสมมาตรทรงกลมจะได้ $\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle$ ดังนั้น $\langle r^2 \rangle = \frac{3}{2} \langle \rho^2 \rangle$ สถาพรับไว้ได้โดยแมกเนติกต่อหน่วยปริมาตร ถ้า N เป็นจำนวนอะตอมต่อหน่วยปริมาตร มีค่าดังนี้

$$\chi = \frac{N\mu}{B} = \frac{-NZe^2}{6mc^2} \langle r^2 \rangle \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\chi = \frac{\mu_0 N\mu}{B} = \frac{-\mu_0 NZe^2}{6m} \langle r^2 \rangle \quad (\text{SI})$$

นี่คือผลจากแทนเงินดึงเดิน

ในการคำนวณค่าสภารับไว้ได้โดยแมกเนติกของอะตอมอิสระ จะต้องหาค่า $\langle r^2 \rangle$ ก่อน โดยที่ $\langle r^2 \rangle$ เป็นการกระจายของอิเล็กตรอนภายในอะตอม ซึ่งการกระจายนี้สามารถคำนวณได้โดยอาศัยกลศาสตร์ความนิ้ม ค่าจากการทดลองของก้าชเนื้อยหาได้จ่าย ค่าสภารับไว้ได้โดยสารของธาตุบางชนิดจากการทดลองมีค่าดังนี้

	He	Ne	Ar	Kr	Xe
χ_M ($10^{-4} \text{ cm}^3 / \text{mole}$)	-1.9	-7.2	-19.4	-28.0	-43.0

2.3 พาราแมกเนติก

สารพาราแมกเนติก ประกอบด้วย

- อะตอม โนเกลุต และแอลทิชบกพร่องที่ประกอบด้วยจำนวนอิเล็กตรอนเป็นเลขคู่ ซึ่งทำให้สเปนรวมของระบบไม่เป็นศูนย์ ตัวอย่างเช่น อะตอมโซเดียม แก๊สไนโตริกออกไซด์ (NO) อนุกูลอินทรีย์อิสระ เช่น ไทรฟินล์เมทธิลิค C_6H_5 , ศูนย์กาก F ในอัลคาไลไซเดอร์
- อะตอมและไอออนอิสระซึ่งเซลล์ชั้นในมีอิเล็กตรอนบางส่วน (ไม่เต็ม) ธาตุทรานซิชันไอออนซึ่งบีดกับธาตุทรานซิชัน ก้าชเนื้อยและธาตุแยกตัวในค ตัวอย่างเช่น Mn^{2+} , Gd^{3+} , U^{4+}
- สารประกอบบางชนิดซึ่งมีจำนวนอิเล็กตรอนเป็นเลขคู่ร่วมทั้งโนเกลุตอีกชิ้น และอนุกูลอุ่นทรีย์
- โลหะ

ตัวอย่างที่ 2.1 สมมุติว่าสานามแม่เหล็กทำให้เกิดโถมนต์ไดโอลแม่เหล็ก 10^{-23} Am^2 ต่อละตอม ให้มี 10^{27} ละตอม / m^3 จงหาความหนาแน่นกระแสที่ผิวชั้นทำนุน 45° กับ \bar{M}

$$\text{วิธีทำ} \quad j_m = \bar{M} \times \hat{n} = Nm \sin 45^\circ$$

องค์ประกอบตามแนวเส้นลัมพัสของ \bar{M} คือ

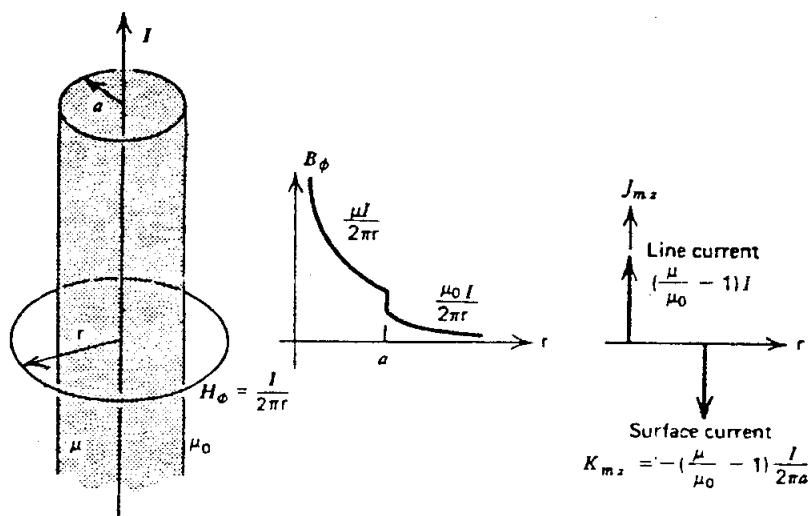
$$(10^{27})(10^{-23})(0.707) = 7070 \text{ Am}^{-1}$$

ซึ่งก็คือ ความหนาแน่นของกระแสที่ผิว

เนื่องจาก 10^{27} ละตอม / m^3 เท่ากับ 10^9 ละตอม / m ดังนั้น ผลที่แต่ละละตอมมีส่วนคือ j_m คือ

$$7.07 \times 10^{-6} \text{ A / ละตอม}$$

ตัวอย่างที่ 2.2 เส้นลวดยาวมีกระแสไฟล์ผ่าน I อยู่ภายในทรงกระบอกรัศมี a ซึ่งมีสภาพอนรับได้ (permeability) μ ดังรูป รอบทรงกระบอกเป็นอากาศ จงหาสนาม \vec{B} , \vec{H} และ \bar{M} และจงหากระแสแมกเนติก



วิธีที่ 2 เลือกวิวัฒน์คลีมี r รอบกระแส อาห์ยอกกูของแม่เหล็ก สนาม H จะมีค่าเท่ากันทุกจุด ไม่ว่าจะเป็นภายในหรือภายนอกทรงกระบอก

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_\phi 2\pi r = I$$

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi r}$$

ความหนาแน่นฟลักก์แม่เหล็กจะแตกต่างกันทุกจุด เพราะว่า สภาพยอนรับได้แตกต่างกัน

$$B_\phi = \begin{cases} \mu H_\phi &= \frac{\mu I}{2\pi r}, \quad 0 < r < a \\ \mu_0 H_\phi &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad r > a \end{cases}$$

หมายเหตุ เช่นเดียวกับความสัมพันธ์

$$\vec{M} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}$$

เมื่อ

$$M_\phi = \begin{cases} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) H_\phi &= \frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \frac{I}{2\pi r}, \quad 0 < r < a \\ 0 &, \quad r > a \end{cases}$$

กระแสแม่กน์ไฟซ์ปรินาตรหาได้จาก

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} = \frac{-\partial M_\phi}{\partial Z} \hat{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r M_\phi) \hat{i}_Z = 0 \quad 0 < r < a$$

ไม่มีกระแสแม่เหล็กในแกนใหญ่ทั้งก้อน เพราะว่า ไม่มีกระแสอิสระทั้งก้อน อย่างไรก็ตาม มีกระแสแม่เหล็กในแกนใหญ่ของเส้นลวดที่ $r = 0$ และกระแสแม่เหล็กในแกนใหญ่ของผิวที่ $r = a$ ซึ่งจะหาค่าได้โดยใช้ทฤษฎีของสโต๊ก

$$\oint_s (\vec{\nabla} \times \vec{M}) \cdot d\vec{s} = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \int_s \vec{J}_m \cdot d\vec{s}$$

เลือกเส้นรอบวงรอบจุดศูนย์กลางของทรงกระบอกโดยที่ $r < a$

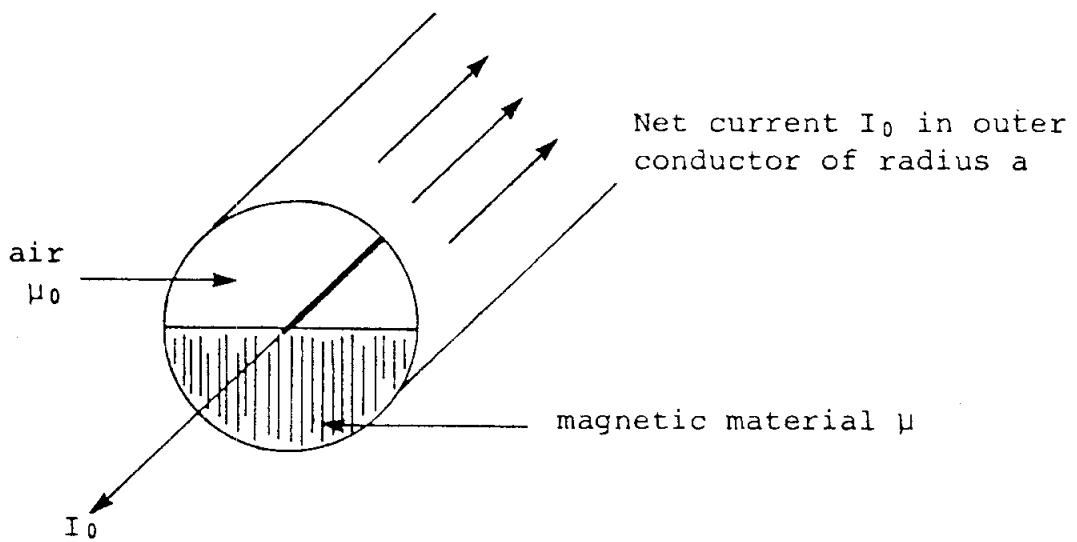
$$M_\phi 2\pi r = \left(\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \right) I = I_m$$

เมื่อ I_m เป็นกระแสแม่เหล็กในแกนใหญ่ของเส้นลวด ผลที่ได้จะยังคงไม่เปลี่ยนเมื่อ $r < a$ เนื่องจากไม่มีกระแสอยู่ภายใน เพราะว่า $\vec{J}_m = 0$ เมื่อ $0 < r < a$

เมื่อ $r > a$, M_ϕ เป็นศูนย์ เพราะว่า กระแสแม่เหล็กในแกนใหญ่รวมเป็นศูนย์ ดังนั้น ที่ $r = a$ จะต้องมีกระแสแม่เหล็กที่ผิวซึ่งมีขนาดเท่ากับกระแสแม่เหล็กภายในเส้นลวด แต่มีทิศตรงกันข้าม

$$K_{Zm} = \frac{-I_m}{2\pi a} = -\frac{(\mu - \mu_0)I}{\mu_0 2\pi a}$$

ตัวอย่างที่ 2.3 สายเคเบิลคู่ประกอนด้วยลวดบางอยู่ตระกลางโดยมีกระแสไฟหล่อผ่าน I_0 และตัวนำบางภายนอกซึ่งมีกระแส I_0 ด้วยแต่มีทิศตรงข้าม ครึ่งหนึ่งระหว่างตัวนำทั้งสองบรรจุด้วยสารแม่เหล็กที่มีเพอโนมิทิกวิตี้ μ และอีกครึ่งหนึ่งเป็นอากาศ ดังรูป จงหา \vec{H}, \vec{B} และ μ ที่จุดภายในสายเคเบิล



วิธีทำ อาศัยสภาวะของเขต

$$H_{r1} = H_{r2} = 0$$

เพราะว่า องค์ประกอบทั้งหมดของสนามแม่เหล็กอยู่ในทิศเดียวกันกับรัศมี ซึ่งตั้งฉากกับผิวระหว่างสารแม่เหล็กและอากาศ

$$B_{2n} = B_{1n}$$

อาศัยกฎของแอมเปอร์

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{r} = I$$

เมื่อ $r < a$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{r} = I_0$$

$$\oint_C (\vec{H}_{air} + \vec{H}_{mat}) \cdot d\vec{r} = I_0$$

$$\oint_C \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} + \frac{\vec{B}}{\mu} \right) \cdot d\vec{r} = I_0$$

จาก $d\vec{r} = \vec{r}d\theta$
ดังนั้น

$$\int_0^\pi \frac{B}{\mu_0} r d\theta + \int_\pi^{2\pi} \frac{B}{\mu} r d\theta = I_0$$

$$\frac{\pi Br}{\mu_0} + \frac{\pi Br}{\mu} = I_0$$

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r}$$

เมื่อ $r > a$ กระแสรวมที่ไฟลผ่านเส้นโค้ง (รัศมี $> a$) เป็นศูนย์ ดังนั้น $B = 0$

เมื่อ $r < a$

ในอากาศ

$$H_a = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\mu I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r}$$

ในสารแม่เหล็ก

$$H_m = \frac{B}{\mu} = \frac{\mu_0 I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r}$$

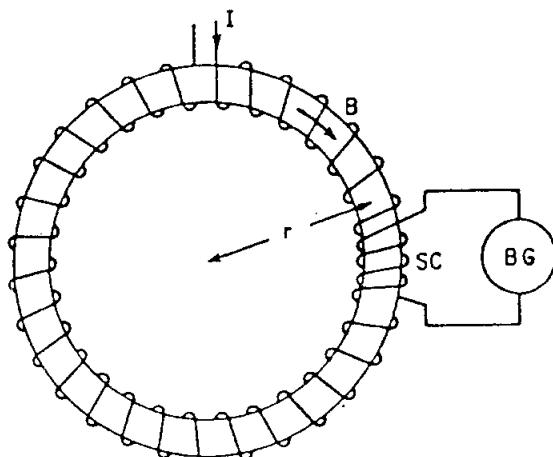
$$\text{ในอากาศ} \quad \vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H}_a = \vec{H} - \vec{H} = 0$$

$$\text{ในสารแม่เหล็ก} \quad \vec{M} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{H}_m$$

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{\mu I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r} - \frac{\mu_0 I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r} \\
 &= \frac{I}{\mu_0 \pi r + \mu \pi r} (\mu - \mu_0) = \frac{I(\mu - \mu_0)}{\pi r (\mu + \mu_0)} \\
 &= \frac{I}{\pi r} \left[\frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} \right]
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2.4 บคคลวด trodyค์ดังรูป มีรัศมี 15 ซม. พื้นที่หน้าตัด 3 ซม² แกนเป็นเหล็กอ่อนพันด้วยคลวด 900 รอบ เมื่อเริ่มนั่นแกนเหล็กถูกทำลายความเป็นแม่เหล็ก หลังจากนั้นให้กระแส 0.0292 แอมเปียร์ ผ่านบคคลวด พบว่า วัดการเปลี่ยนแปลงของฟลักก์โดยใช้บอลลิสติกกัลวานอเมเตอร์ได้ 10.5×10^{-6} wb. จงหา

- ก) ความหนาแน่นฟลักก์เฉลี่ย
- ข) ความเข้มสนามแม่เหล็กเฉลี่ยในแกนเหล็ก
- ค) สภาพให้ซึมได้ของเหล็กในสภาพนี้
- ง) สภาพให้ซึมได้สัมพัทธ์
- จ) สภาพรับไว้ได้แม่เหล็ก
- ฉ) ความเข้มของแมกเน่ไฟเซ็น
- ช) ความเข้มกระแสลิเนียร์



วิธีทำ ก) เพราะว่า เหล็กถูกทำลายความเป็นแม่เหล็กก่อน
ดังนั้น พลักจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของพลัก

$$B = \frac{\phi}{A} = 3.5 \times 10^{-2} \text{ wb/m}^2$$

ข) $H = \frac{NI}{2\pi r} = 27.9 \text{ amp.turns/m}$

ค) $\mu = \frac{B}{H} = 1.26 \times 10^{-3} \text{ wb/amp.m}$
 $= 1.26 \times 10^{-3} \text{ henry/m}$

ง) $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1000$

จ) $\chi = \mu_r - 1 = 999$

ฉ) $I = \chi H = 27,900 \text{ amp/meter}$

ช) $j_m = I = 27,900 \text{ amp/m}$

เปรียบเทียบกับ 27.9 amp/m ของ H เนื่องจากกระแสเห็นยิ่งนำในการพัน

2.4 กลศาสตร์ความตั้งของสารพารามากเนติก

โนเมนต์แม่เหล็กของอะตอมหรือไอออนหาได้จาก

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{J} = -g \mu_B \vec{J}$$

เมื่อ โมเมนตัมเชิงมุ่งรวม $\hbar\vec{J}$ มีค่าเท่ากับผลบวกของ โมเมนตัมเชิงมุ่งออร์บิทอล $(\hbar\vec{L})$ และ โมเมนตัมเชิงมุ่งสpin $(\hbar\vec{s})$ ค่าคงที่ γ เป็นอัตราส่วนระหว่าง โมเมนต์แม่เหล็กกับ โมเมนตัมเชิงมุ่ง ค่า γ มีชื่อเรียกว่า อัตราส่วนไจโรแมกเนติก (gyromagnetic ratio) หรืออัตราส่วนแมกนีโต้ไจริก (magnetogyric ratio) ปริมาณ g มีชื่อเรียกว่า จีแฟกเตอร์ (g factor)

$$g\mu_B = -\gamma\hbar$$

สำหรับสpinของอิเล็กตรอน $g = 2.0023$ หรือใช้ค่า $g = 2.00$

สำหรับอะตอมอิสระ ค่า g หาได้จากสมการของแลนเด (Lande equation)

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

ค่าบอร์แมกนีตัน (Bohr magneton)

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2mc} \quad (\text{CGS})$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (\text{SI})$$

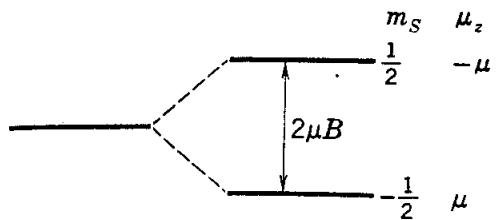
มีค่าใกล้กับ โมเมนต์แมกเนติกสpinของอิเล็กตรอนอิสระ

ระดับพลังงานของระบบที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็ก คือ

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m_J g \mu_B B$$

เมื่อ m_J เป็นเลขค่าอนตัมอชิมุทและมีค่า $J, J-L, \dots, -J$

สำหรับสปินเดี่ยวที่ไม่มีโน้มนต์ออร์บิทอล จะได้ $m_s = \pm 1/2$ และ $g = 2$ ดังนั้น $U = \pm \mu_0 B$ การแตกตัวของระดับพลังงานนี้แสดงในรูปที่ 2.2



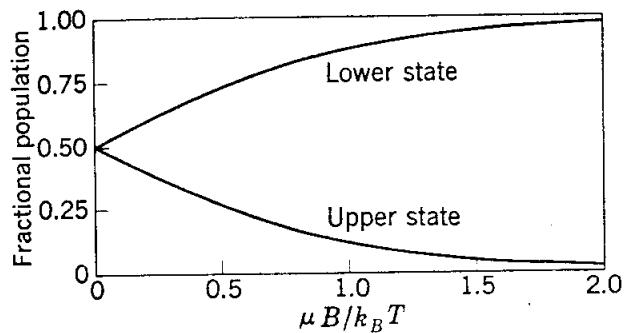
รูปที่ 2.2 การแตกตัวของระดับพลังงานเมื่อยู๊ดในสถานะแม่เหล็ก

ถ้าระบบมีระดับพลังงานสองระดับ ประชากรในแต่ละระดับ เมื่อ $\tau \equiv k_B T$ คือ

$$\frac{N_1}{N} = \frac{\exp(\mu B / \tau)}{\exp(\mu B / \tau) + \exp(-\mu B / \tau)}$$

$$\frac{N_2}{N} = \frac{\exp(-\mu B / \tau)}{\exp(\mu B / \tau) + \exp(-\mu B / \tau)}$$

เมื่อ N_1, N_2 เป็นจำนวนประชากรของของระดับพลังงานระดับต่ำและระดับสูง และ $N = N_1 + N_2$ เป็นจำนวนอะตอมทั้งหมด จำนวนประชากรแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 จำนวนประชากรของระบบสองระดับซึ่งอยู่ภายใต้ภาวะสมดุลย์ที่อุณหภูมิ T และสนามแม่เหล็ก B

องค์ประกอบของโนเมนต์แม่เหล็กของสเทบันตามทิศสนามคือ $-\mu$ และสเทกล่าง คือ μ ค่าแมกนีไฟเซ็นของอะตอม N ตัวต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$M = (N_1 - N_2)\mu$$

$$= N\mu \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$= N\mu \tan x$$

$$\text{เมื่อ } x = \mu B / k_B T$$

ถ้า $x \ll 1$, $\tanh \approx x$ จะได้

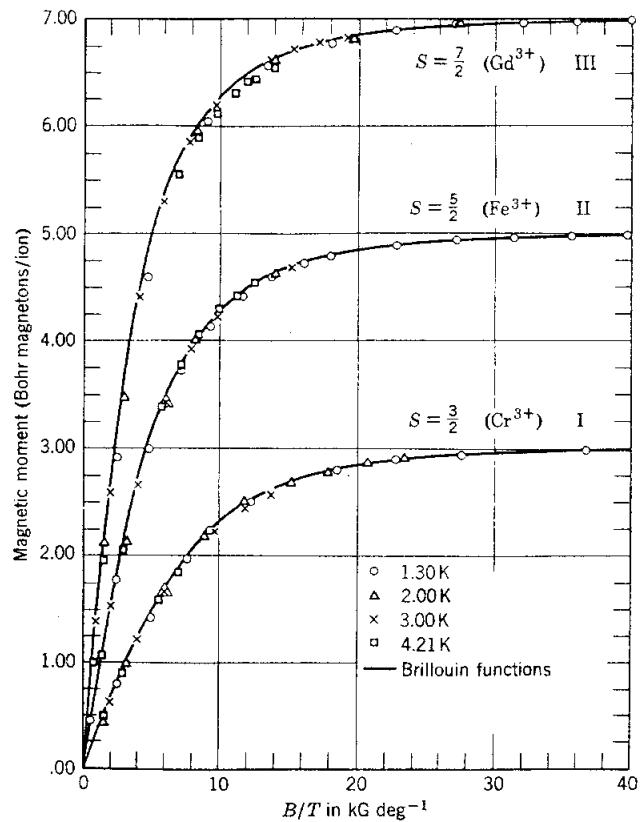
$$M \approx N\mu(\mu B / k_0 T)$$

อะตอมซึ่งมีเลขค่าอนต้มเชิงมุม J จะมีระดับพลังงาน $2J+1$ ระดับ แมกเน่ไซเซชัน (รูปที่ 2.4) มีค่าดังนี้

$$M = Ng\mu_B B_J(x) \quad , \quad (x = gJ\mu_B B / k_B T)$$

เมื่อ พิ่งก์ชันบริลลูอิน B_J มีค่าดังนี้

$$B_J(x) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{ctnh}\left(\frac{(2J+1)x}{2J}\right) - \frac{1}{2J} \operatorname{ctnh}\left(\frac{x}{2J}\right)$$



รูปที่ 2.4 โนเมนต์แม่เหล็กกับ B/T

กรณีพิเศษ เมื่อ $J = \frac{1}{2}$ ถ้า $x \ll 1$ จะได้

$$ctnh = \frac{1}{x} + \frac{x}{3} - \frac{x^3}{48} + \dots$$

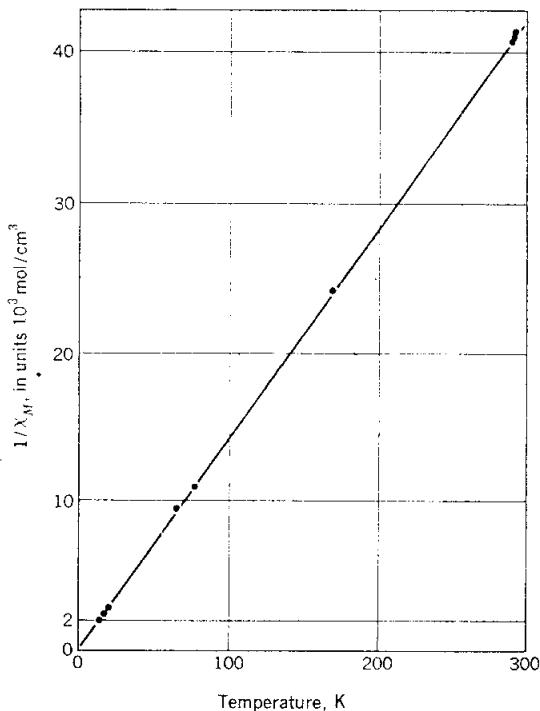
ดังนั้น สภาพรับไว้ได้ คือ

$$\frac{M}{B} \approx \frac{NJ(J+1)g^2\mu_B^2}{3k_B J} = \frac{Np^2\mu_B^2}{3k_B T} = \frac{C}{T}$$

เมื่อ p ค่าของแมgnีตัน โดยที่

$$p \equiv g[J(J+1)]^{1/2}$$

ค่าคงที่ C เรียกว่า ค่าคงที่คูรี (Curie constant) สมการนี้ชื่อเรียกว่ากฎของคูรี ผลจากไอออนพาราแมกเนติกของเกลือแแกดโคลิเนียม แสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 กราฟของ $1/\chi$ กับ T ของเกลือแแกดโคลิเนียม

2.5 ไอออนของกลุ่มธาตุแร่อิร์ฟ

ไอออนของธาตุแร่อิร์ฟ จะมีคุณสมบัติทางเคมีใกล้เคียงกัน เราสามารถแยกธาตุแร่อิร์ฟออกมาเป็นธาตุบริสุทธิ์ได้นานนานแล้ว คุณสมบัติทางเคมีเหล็กของธาตุเหล่านี้เป็นสิ่งที่น่าสนใจ มีคุณสมบัติและความซับซ้อนแตกต่างกันไป คุณสมบัติทางเคมีของไอออนที่มีวาเลนซ์อิเล็กตรอนสามตัว จะเหมือนกันเพราะว่า ชั้นอิเล็กตรอนนอกสุดมีการขัดเรียงอิเล็กตรอนเหมือนกัน คือ $5s^2 5p^6$ เมื่อถูกดึงออกจะมีค่าเดียวกันในชั้น $4f$ แต่จะมีความต่างกันในชั้น $4f$ 1 ตัว และจำนวนเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ภาคในกลุ่มนี้มีเทอบียมมีอิเล็กตรอน 13 ตัว และเต็มชั้น $4f^{14}$ ในลูเทคเซียม รัศมีของไอออนชนิดไตรเวเลนซ์ จะลดลงตามธาตุภายในกลุ่ม จาก 1.11 \AA ของเซียม ลดลงเป็น 0.94 \AA ที่เทอบียม เรียกว่า การลดขนาดของธาตุกลุ่มและนาโนขนาดประมาณ 0.3 \AA แม้แต่ในโลหะ ชั้น $4f$ จะมีผลต่อคุณสมบัติของอะตอมไม่มีธาตุกลุ่มใดในตารางเพอร์იодิกที่จะมีคุณสมบัติที่น่าสนใจเท่ากับธาตุในกลุ่มนี้

พิจารณาสารพารามากเนติกที่สเตทในสภาวะพื้นที่การแตกตัว $2j+1$ เมื่ออุ่นในสภาวะแม่เหล็ก ผลกระทบอื่นที่สูงขึ้นของระบบจะไม่คิด ซึ่งจะใช้ได้กับไอออนแร่อิร์ฟ ในตารางที่ 2.1 ค่าแมกนีตันคำนวณได้จากค่า g จากแคนเด และทฤษฎีของอนุรัชซึ่งใช้หาสเตทพื้น ความแตกต่างระหว่างค่าจากการทดลองและค่าจากการคำนวณ มีค่าต่ำมากใน Eu^{3+} และ Sm^{3+} ในไอออนทั้งสองชนิดนี้ จะต้องนำผลจากสเตทที่สูงขึ้นมาคิดด้วยเพราะว่า ช่วงระหว่างสเตทไม่นักเมื่อเทียบกับ $k_B T$ ที่อุณหภูมิห้อง มัลติเพลท (multiplet) คือ เชิงของระดับที่มี J แตกต่างกัน ซึ่งเป็นผลมาจากการ L และ S การแตกตัวของมัลติเพลทได้มาจากการอันตรกิริยาของออร์บิทและสปิน (spin-orbit interaction)

ตารางที่ 2.1 ค่าเมกนีตันยังพล p ของไอออนกลุ่มแ伦ทานาในตัว

Ion	Configuration	Basic Level	$p(\text{calc}) = g[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}$	$p(\text{exp}),$ Approximate
Ce ³⁺	$4f^15s^2p^6$	$^2F_{5/2}$	2.54	2.4
Pr ³⁺	$4f^25s^2p^6$	3H_4	3.58	3.5
Nd ³⁺	$4f^35s^2p^6$	$^4I_{9/2}$	3.62	3.5
Pm ³⁺	$4f^45s^2p^6$	5I_4	2.68	—
Sm ³⁺	$4f^55s^2p^6$	$^6H_{5/2}$	0.84	1.5
Eu ³⁺	$4f^65s^2p^6$	7F_0	0	3.4
Gd ³⁺	$4f^75s^2p^6$	$^8S_{7/2}$	7.94	8.0
Tb ³⁺	$4f^85s^2p^6$	7F_6	9.72	9.5
Dy ³⁺	$4f^95s^2p^6$	$^6H_{15/2}$	10.63	10.6
Ho ³⁺	$4f^{10}5s^2p^6$	5I_8	10.60	10.4
Er ³⁺	$4f^{11}5s^2p^6$	$^4I_{15/2}$	9.59	9.5
Tm ³⁺	$4f^{12}5s^2p^6$	3H_6	7.57	7.3
Yb ³⁺	$4f^{13}5s^2p^6$	$^2F_{7/2}$	4.54	4.5

2.6 กฎของอุนค์

กฎของอุนค์ใช้ได้กับอิเล็กตรอนภายในชั้นที่กำหนดให้เพื่อให้อิเล็กตรอนอยู่ภายใต้ออร์บิทัลซึ่งทำให้สเตทพื้นเมืองสมบัติ ดังนี้

- ค่าสเปินรวมสูงสุด S เป็นไปตามหลักการกีดกัน (exclusion principle)
- ค่าโนเมนตัมเชิงมุนออร์บิทัล L มากที่สุดจะเป็นไปตาม S
- ค่าของโนเมนตัมเชิงมุนรวม J มีค่าเท่ากับ $|L - S|$ เมื่อชั้นวงโคจรมีอิเล็กตรอนน้อยกว่าครึ่งหนึ่ง และมีค่า $L + S$ เมื่อชั้นวงโคจรมีอิเล็กตรอนมากกว่าครึ่ง เมื่อชั้นวงโคจรมีอิเล็กตรอนครึ่งหนึ่งพอดี จากกฎข้อแรก จะได้ $L = 0$ ดังนั้น $J = S$

กฎข้อแรกของสุนด์มีรากฐานมาจากหลักการกีดกันและแรงคูลومปีของอิเล็กตรอน หลักการกีดกันไม่ยอมให้อิเล็กตรอนสองตัวที่มีสปินเหมือนกันอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน ดังนั้น อิเล็กตรอนสองตัวที่มีสปินเหมือนกันจะต้องอยู่แยกกัน ไกลกว่าอิเล็กตรอนที่มีสปินในทิศตรงข้าม เนื่องจากแรงคูลอมปี พลังงานของอิเล็กตรอนที่มีสปินเหมือนกันจะต่ำกว่า ค่าพลังงานศักย์เฉลี่ยของอิเล็กตรอนที่มีสปินนานกันจะมีค่าน้อยกว่าอิเล็กตรอนที่มีสปินในทิศตรงข้าม ตัวอย่างที่ดี คือ ไอออน Mn^{2+} ไอออนนี้มีอิเล็กตรอน 5 ตัว ในชั้น 3d ก็คือ มีอิเล็กตรอนอยู่ครึ่งหนึ่งสปินอาจจะนานกันถ้าแต่ละอิเล็กตรอนมีอิทธิพลต่างกัน ซึ่งมีทั้งหมด 5 อิทธิพล คือ $m_L = 2, 1, 0, -1, -2$ อิเล็กตรอนทั้งห้าแยกกันอยู่ในอิทธิพลทั้งห้านี้ เราคาดว่า $S = \frac{3}{2}$ และเนื่องจาก $\sum m_L = 0$ ค่าที่เป็นไปได้ของ L คือ 0 ตรงกับค่าจากการสังเกต

กฎข้อที่สองของสุนด์ ได้มาจากการคำนวณของพอลลิงค์และวิลสัน เช่น การคำนวณพจน์ที่ได้จากการจัดตัวชนิด p^2 กฎข้อที่สาม ได้มาจากการคำนวณของออร์บิทและสปิน สำหรับอิเล็กตรอนเดียว พลังงานจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อสปินมีทิศตรงข้ามกับไมแมนตั้มเชิงมุมของอิทธิพล แต่ถ้าพลังงานต่ำ m_L, m_S จะถูกบรรจุเมื่อเราเพิ่มอิเล็กตรอนให้แก่ชั้นพลังงาน จากหลักการกีดกัน เมื่อชั้นของพลังงานมีอิเล็กตรอนมากเกินครึ่งหนึ่ง สเตทที่มีพลังงานต่ำสุด จะมีสปินนานกับวงโคลร์

พิจารณาตัวอย่างการใช้กฎของสุนด์ ไอออน Ce^{3+} มีอิเล็กตรอนในชั้น f ตัวเดียว อิเล็กตรอนในชั้น f มี $l=3$ และ $s=\frac{1}{2}$ เนื่องจากชั้น f มีอิเล็กตรอนน้อยกว่าครึ่งหนึ่ง ค่า J คือ $|L-S| = L - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ไอออน Pr^{3+} มีอิเล็กตรอนในชั้น f สองตัว จากกฎของสปิน รวมกันได้ $S=1$ อิเล็กตรอนในชั้น f ทั้งสองตัวไม่สามารถมี $m_L = 3$ ทั้งคู่ เพราะว่า จะไม่เป็นไปตามหลักการกีดกันเพัวร์ตี ดังนั้น L ที่มีค่าตามหลักการเพัวร์ตี จะมีค่าไม่เท่ากับ 6 แต่เท่ากับ S ค่า J คือ $|L-S| = 5 - 1 = 4$

2.7 ไอออนกลุ่มเหล็ก

ค่าแมกนีตันจากการทดลองของเกลือในกลุ่มเหล็ก แสดงในตารางที่ 2.2 ค่าที่ได้แตกต่างจาก การคำนวณ แต่ถ้าคำนวณจาก $p = 2[s(s+1)]^{1/2}$ เพื่อไม่คิดโมเมนต์อิรบิห์ล จะได้ค่าที่ตรงกว่า

ตารางที่ 2.2 ค่าแมกนีตันของไอออนกลุ่มเหล็ก

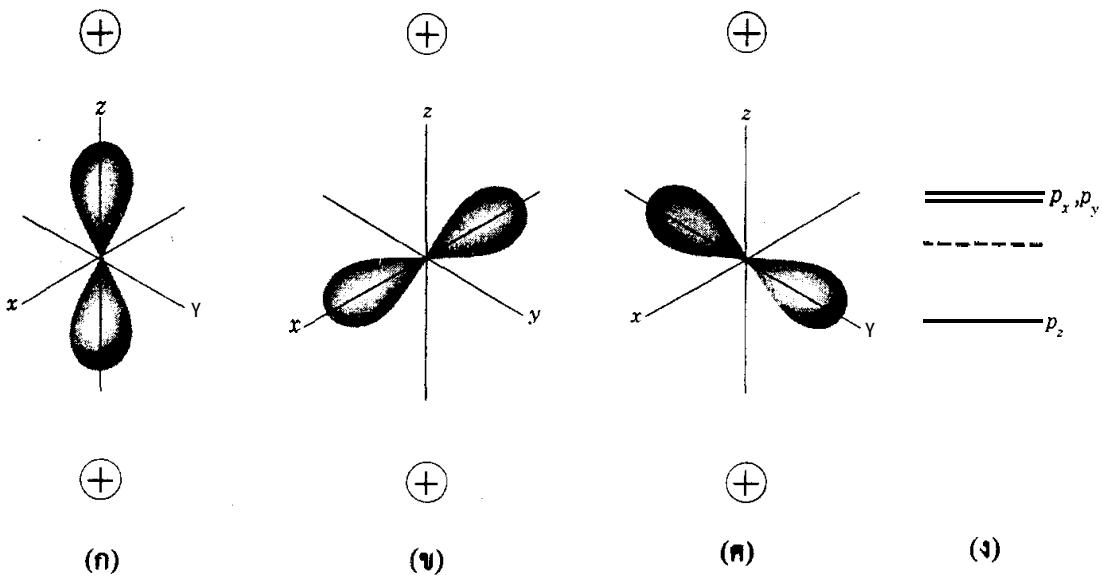
Ion	Config- uration	Basic Level	$p(\text{calc}) =$ $g[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}$	$p(\text{calc}) =$ $2[S(S+1)]^{\frac{1}{2}}$	$p(\text{exp})^a$
Ti ³⁺ , V ⁴⁺	$3d^1$	$^2D_{3/2}$	1.55	1.73	1.8
V ³⁺	$3d^2$	3F_2	1.63	2.83	2.8
Cr ³⁺ , V ²⁺	$3d^3$	$^4F_{3/2}$	0.77	3.87	3.8
Mn ³⁺ , Cr ²⁺	$3d^4$	5D_0	0	4.90	4.9
Fe ³⁺ , Mn ²⁺	$3d^5$	$^6S_{5/2}$	5.92	5.92	5.9
Fe ²⁺	$3d^6$	5D_4	6.70	4.90	5.4
Co ²⁺	$3d^7$	$^4F_{9/2}$	6.63	3.87	4.8
Ni ²⁺	$3d^8$	3F_4	5.59	2.83	3.2
Cu ²⁺	$3d^9$	$^2D_{5/2}$	3.55	1.73	1.9

^aRepresentative values.

2.8 การแตกตัวของสนามผลึก

คุณสมบัติที่ต่างกันของกลุ่มแร่อิร์ท และกลุ่มเหล็ก คือ ชั้น $4f$ ซึ่งมีผลต่อการเป็นพาราแมกเนติกในแร่อิร์ท จะอยู่ลึกเข้าไปในไอออน ภายในชั้น $5s$ และ $5p$ ส่วนในกลุ่มเหล็ก ชั้น $3d$ ที่มีผลต่อพาราแมกเนติก จะอยู่ในชั้นนอก ชั้น $3d$ จะได้รับสนามไฟฟ้าจากไอออนที่อยู่ใกล้เคียง สนามไฟฟ้านี้มีชื่อเรียกว่า สนามผลึก (crystal field) ปฏิกิริยาของไอออนพาราแมกเนติก กับ สนามผลึก มีผลสองประการ คือ การคัพเพลิงของ L และ S จะแตกออก ทำให้ไม่สามารถใช้ค่า

J ในการบ่งสเตทได้ และระดับ $2L+1$ อาจจะแตกตัวออกโดยสามารถพิจารณาได้ ดังรูปที่ 2.6 การแตกตัวนี้ ทำให้ผลของการเคลื่อนที่เป็นวงโคจรที่มีค่าโมเมนต์แม่เหล็กคล่อง

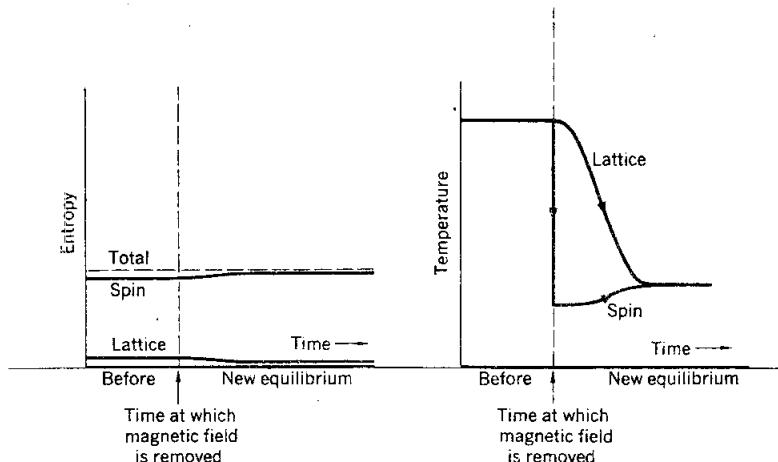


รูปที่ 2.6 พิจารณาอะตอมที่มีโมเมนต์เชิงนุ่ม $L=1$ วางแผนอչุกัยได้สำนวนพลีก ที่ประกอบด้วย ไออ่อนบวก 2 ตัว วางแผนอչุกัยในแกน z สำหรับอะตอมอิสระสเตท $m_L = \pm 1, 0$ มีพลังงานเท่ากัน เกิดการ degenerate ภายในพลีก อะตอมมีพลังงานต่ำกว่า เมื่อกลุ่มอิเล็กตรอนใกล้กับประจุบวกเข่น (ก) มากกว่าเมื่อออยู่กึ่งกลางใน (ข) และ (ก) ฟังก์ชันคลื่นที่ทำให้เกิดการกระจายของประจุจะออยู่ในรูป $zf(r)$, $xf(r)$ และ $yf(r)$ และมีชื่อเรียกว่า ออร์บิทัล p_x, p_z, p_y ตามลำดับในสำนวน สมมาตรกับแกน ดังรูป ออร์บิทัล p_x และ p_y จะแตกตัว ระดับพลังงานของอะตอมอิสระเขียนเป็นเส้นไข่ปลา ดังรูป (ง) ถ้าสำนวนไฟฟ้าไม่มีสมมาตรทางแกน สเตททั้งสามจะมีพลังงานต่างกัน

2.9 การเย็นตัวโดยการทำลายแม่เหล็กแบบอะเดียนาติกของกลีอพาราแมกเนติก

วิธีการที่จะทำให้อุณหภูมิต่ำกว่า 1 K ก็คือ ใช้วิธีการทำลายแม่เหล็กแบบอะเดียนาติก ซึ่งอาศัยหลักการที่ว่า ที่อุณหภูมิกังที่ สามารถลดอันโนที่ปีของระบบโนเมนต์แม่เหล็กได้โดยการให้สนามแม่เหล็ก เอ็นโนที่มีเป็นการวัดความไม่เป็นระเบียบของระบบ ระบบที่มีความไม่เป็นระเบียบมาก เอ็นโนที่มีจำนวนมาก ภายใต้สนามแม่เหล็ก โนเมนต์จะเรียงตัวเป็นระเบียบขึ้น ทำให้อันโนที่ลดลง เอ็นโนที่จะลดลงถ้าอุณหภูมิกดลง เพราะว่าโนเมนต์เรียงตัวเป็นระเบียบขึ้น

ถ้าหากว่าสามารถนำสนามแม่เหล็กออกไปโดยไม่เปลี่ยนอันโนที่ปีของระบบสpin ความเป็นระเบียบของระบบที่ปีจะเหมือนกับว่ามีอุณหภูมิต่ำกว่าระบบที่ได้รับสนามแม่เหล็ก เมื่อสารถูกทำลายแม่เหล็กแบบอะเดียนาติก เอ็นโนที่ปีของระบบสpin จะเพิ่มขึ้นถ้ามีการสั่นของเลนทิช ดังรูปที่ 2.7 โดยทั่วไปเอ็นโนที่จากการสั่นของเลนทิชมีค่าน้อยจนสามารถละทิ้งได้ ดังนั้น เอ็นโนที่ปีของระบบสpin จะมีค่าคงที่ระหว่างการทำลายแม่เหล็กแบบอะเดียนาติก การเย็นลงของแม่เหล็กเป็นการกระทำครั้งเดียว ไม่ได้เป็นรอบ



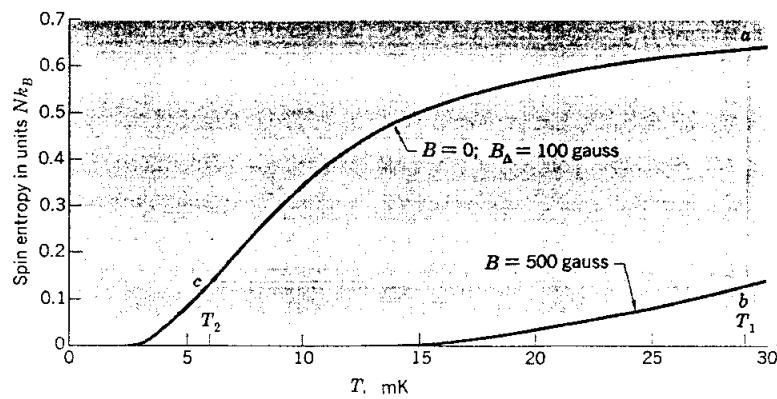
รูปที่ 2.7 ระหว่างขั้นตอนการทำลายแม่เหล็กชนิดอะเดียนาติกเอ็นโนที่ปีรวมของสาร จะมีค่าคงที่

เราจะสามารถอธิบายให้ระบบที่มีไอออน N ตัว แต่ละตัวมีสปิน S ที่อุณหภูมิสูง ระบบสปินจะไม่เป็นระเบียบ สมมุติว่า T มีอุณหภูมิสูงกว่าอุณหภูมิ Δ มาก ซึ่งแสดงคุณสมบัติของพลังงานของปฏิกิริยา ($E_{\text{int}} \equiv k_B \Delta$) ที่ทำให้สปินเรียงตัวเป็นระเบียบ นิยามของอิเล็กตรอนในระบบที่มี G สเตท คือ $\sigma = k_B \ln G$ ที่อุณหภูมิสูงมากจนกระทั้งสเตททั้งหมด 2s+1 สเตท มีจำนวนอิเล็กตรอนเกือบทั้งหมด G จะเป็นจำนวนวิธีที่จัดสปิน N ตัว ใน $2s+1$ สเตท ดังนั้น $G = (2s+1)^N$ เมื่ออธิบายให้สปิน คือ

$$\sigma_s = k_B \ln(2s+1)^N = Nk_B \ln(2s+1)$$

อิเล็กตรอนในระบบตามสมการบนนี้ ที่มีค่าลดลงเมื่อยุ่งกับได้สนามแม่เหล็ก สนามแบ่งสเตท $2s+1$ และระดับต่ำกว่าจะมีประชากรเพิ่มขึ้น

ขั้นตอนในขบวนการทำให้เย็นลงแสดงในรูปที่ 2.8 ให้สนามแม่เหล็กที่อุณหภูมิ T_1 ซึ่งสารตัวอย่างสัมผัสกับตัวกลางที่ถ่ายเทความร้อนได้ดี ทำให้ได้วิต ab ชนิดอุณหภูมิไม่เปลี่ยน แล้วคูลสารตัวอย่างด้วยจำนวนป่องกันไม่ให้มีการถ่ายเทความร้อนแก่สารตัวอย่าง แล้วตักสนามแม่เหล็กออกสารตัวอย่างจะมีอิเล็กตรอนในระบบที่ตามวิธี bc และมีอุณหภูมิสุดท้าย T_2 การทำให้อุณหภูมิลดลงที่ T_1 กระทำโดยใช้แก๊สชีเดิม แล้วใช้ปั๊มดูดชีเดิมทิ้ง



รูปที่ 2.8 อิเล็กตรอนในระบบสปิน $\frac{1}{2}$ เป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

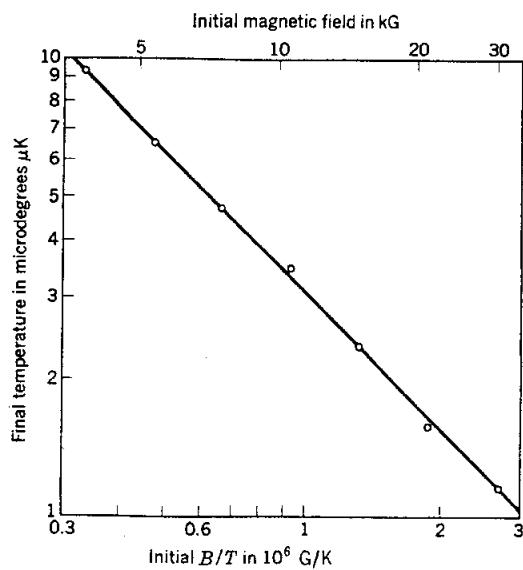
2.10 การทำลายแม่เหล็กนิวเคลียร์

ประชากรของระดับที่เกิดจากการแตกตัวโดยสนามแม่เหล็กจะเป็นฟังก์ชันของ $\mu B / k_B T$ หรือ B/T เมื่อ T เป็นอุณหภูมิและ B เป็นสนามบีปีสปิน ดังนั้น เมื่อ T เป็นอุณหภูมิและ B เป็นสนามบีปีสปิน จึงได้ $B/T = B_\Delta / B$ เป็นสนามบีปีสปินที่ได้จากการทดลองที่อุณหภูมิสุดท้าย T_2 ที่ได้จากการทดลอง คือ

$$T_2 = T_1 (B_\Delta / B)$$

เมื่อ B เป็นสนามเริ่มต้น และ T_1 เป็นอุณหภูมิเริ่มต้น

เนื่องจากไม่มีแม่เหล็กนิวเคลียร์มีค่าต่ำกว่าปฎิกริยา อิเล็กทรอนิกส์มาก อุณหภูมิจากพาราแมกเนติกนิวเคลียร์จะต่ำกว่าพาราแมกเนติกต่อน ถึง 1000 เท่า อุณหภูมิเริ่มต้น T_1 ในการทดลองการเย็บตัวโดยใช้สปีนนิวเคลียร์จะต้องต่ำกว่าการใช้สปีน อิเล็กตรอนมาก ถ้าเราเริ่มต้นที่ $B = 50 \text{ kG}$ และ $T_1 = 0.01 \text{ K}$ ดังนั้น $\mu B / k_B T_1 \approx 0.5$ และ เมื่อ T ลดลงจากแมกเนติกเซ็นเซอร์ มากกว่า 10 % ของอุณหภูมิสูงสุด อุณหภูมิสุดท้าย T_2 มีค่าประมาณ 10^{-7} K การทดลองการเย็บตัวนิวเคลียร์กระทำเป็นครั้งแรกบนนิวเคลียส Cu โดย เริ่มต้นจากอุณหภูมิ 0.02 K โดยใช้การเย็บแบบอิเล็กทรอนิกส์ อุณหภูมิต่ำสุดที่ได้ คือ $1.2 \times 10^{-6} \text{ K}$ ค่าจากการทดลองรูปที่ 2.9 เป็นไปตามสมการ $T_2 = T_1 (3.1 / B)$ เมื่อ B เป็นเกาส์ ดังนั้น $B_\Delta = 3.1 \text{ เกาส์}$



รูปที่ 2.9 การทำลายแม่เหล็กนิวเคลียร์ของนิวเคลียสทองแดงเริ่มจากอุณหภูมิ 0.012 K

2.11 สภาพรับไว้ได้พารามากเนติกของอิเล็กตรอนในແຄນນໍາ

ທѹມງົງອີເລີກຕրອນອີສະຮະດັ່ງເດີມໄນ່ສາມາດອອັບຍາສភາພັນໄວ້ໄດ້ພາຣາແມກແນຕິກຂອງອີເລີກຕրອນໃນແຄນນໍາ ອີເລີກຕրອນນີ້ໂມ່ແນນດີແມ່ແລ້ກ ໜຶ່ງນອ້ມແກນນີ້ດັ່ງ μ_B ອີເລີກຕրອນໃນແຄນນໍາ ຈະໄໝພາຣາແມກແນຕິກແກ່ແມກເນີໄຫ້ເຊັ້ນຂອງໂລດຂະ $M = N\mu_B^2 B / k_B T$ ຈາກການທົດລອງ ພນວ່າແມກເນີໄຫ້ເຊັ້ນຂອງໂລດຂະນິດທີ່ໄໝເປັນເຝື່ອຮ່ວມມືການ ຈະໄໝຈິ້ນກັນອຸ່ນຫຼຸມ

ເພາດີ ແສດຈວ່າ ດ້ວຍການກະຈາຍເຝອຣົມ-ດີແຮກ ມາຊ່ວຍໃນການຄໍານວນຈະທຳໄຫ້ຄ່າທѹມງົງຖຸກຕ້ອງຢືນຢັນ ຄວາມນໍາຈະເປັນຂອງອະຕອນທີ່ຈະເຮັງຕ້ວງນານກັບສະນາມ B ມີຄ່າມາກກວ່າຄວາມນໍາຈະເປັນທີ່

จะเรียงตัวในทิศตรงกันข้าม ประมาณ $\mu B / k_B T$ ถ้ามีอะตอม N ตัว / หนึ่งหน่วยปริมาตร จะได้ค่าแมกเน่ไฟเซ็นรวม $\approx N\mu^2 B / k_B T$

อิเล็กตรอนในແຄນນໍາໃນໂລທະເກືອນທັງໝົດ ຈະໄມ້ມີກາຣກລັບທິສທາງສປິນ ເມື່ອໄຫ້ສະນາມແມ່ເໜຶກ ເພົ່າວ່າ ອອຮົບຝັດທັງໝົດທີ່ມີສປິນໜານ ຈະມີອີເລີກຕຣອນບຣຸຊູ່ເຕັມມີອີເລີກຕຣອນບາງຕົວທີ່ອູ່ໃນຂ່າວງ $k_B T$ ຂອງສ່ວນນັບອະນາຍາກເພື່ອຮົມເຖິງນັ້ນ ທີ່ມີໂອກາສໃນກາຣໜູນກລັບທິສເມື່ອໄດ້ຮັບສະນາ ດັ່ງນັ້ນ ອີເລີກຕຣອນເພີ່ງ T/T_F ສ່ວນ ເຖິງນັ້ນ ທີ່ມີຜລຕ່ອສກາພັບໄວ້ໄດ້ ຈະໄດ້

$$M = \frac{N\mu^2 B}{k_B T} \frac{T}{T_F} = \frac{N\mu^2}{kT_F} B$$

ຈຶ່ງໄມ້ຂຶ້ນກັບອຸປະກອນ

ຕ່ອໄປຈະຫາສມາກຂອງສກາພັບໄວ້ໄດ້ພາຣາແມກແຕກຂອງອີເລີກຕຣອນອີສະຣະທີ່ $T \ll T_F$ ຄວາມເຂັ້ມຂຶ້ນຂອງອີເລີກຕຣອນທີ່ມີໂນມັນຕີແມ່ເໜຶກບ່ານນານກັບສະນາມແມ່ເໜຶກ ຄື່ອ

$$\begin{aligned} N_+ &= \frac{1}{2} \int_{-\mu}^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon) D(\varepsilon + \mu B) \\ &\equiv \frac{1}{2} \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon) D(\varepsilon) + \frac{1}{2} \mu B D(\varepsilon_F) \end{aligned}$$

ເມື່ອ $f(\varepsilon)$ ເປັນພິງກໍ່ຂັນກາຣະຈາຍເພື່ອຮົມ-ດີແຮກ ແລະ $\frac{1}{2} D(\varepsilon + \mu B)$ ເປັນຄວາມໜາແນ່ນຂອງອອຮົບຝັດ ຂອງສປິນໃນທິສທາງນີ້ ຜົ່ງພັ້ງງານຄດລົງ $-\mu B$ ຄວາມເຂັ້ມຂຶ້ນຂອງອີເລີກຕຣອນທີ່ມີໂນມັນຕີແມ່ເໜຶກໃນທິສທາງຂ້າມກັບສະນາມແມ່ເໜຶກ ຄື່ອ

$$\begin{aligned}
N_- &= \frac{1}{2} \int_{\mu B}^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon) D(\varepsilon - \mu B) \\
&\approx \frac{1}{2} \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon f(\varepsilon) D(\varepsilon) - \frac{1}{2} \mu B D(\varepsilon_F)
\end{aligned}$$

แมกนีไฟเซ็นจะหาได้จาก $M = \mu(N_+ - N_-)$ ดังนั้น

$$M = \mu^2 D(\varepsilon_F) B = \frac{3N\mu^2}{2k_B T_F} B$$

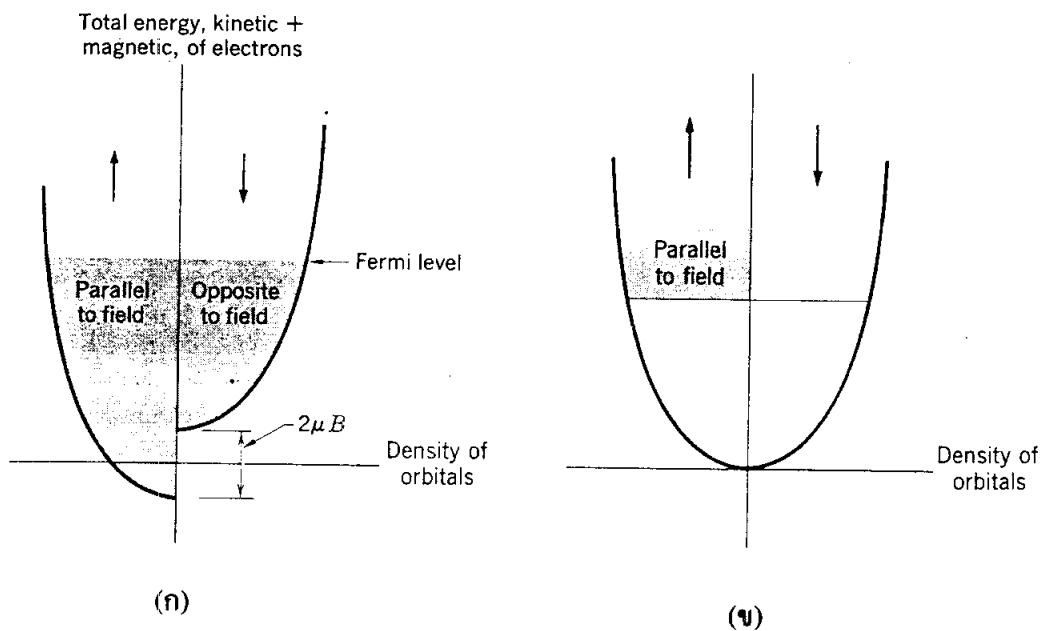
เป็นแมกเนไฟเซ็นสปินเพาลีของอิเล็กตรอนในแบบน้ำ

เมื่อ

$$D(\varepsilon_F) = 3N/2\varepsilon_F = 3N/2k_B T_F$$

ในการหาค่าสภารับไว้ได้พาราแมกเนต์ เราสมมุติว่า การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนไม่ขึ้นกับ
สนามแม่เหล็ก แต่พิงก์ชันคลื่นจะเปลี่ยนเมื่อได้รับสนามแม่เหล็ก และดาวไว้พิสูจน์ว่า อิเล็กตรอน
อิสระที่ทำให้เกิดโน้ม-menต์ไดอะแมกเนติกมีค่าเท่ากับ $-\frac{1}{3}$ ของโน้ม-menต์พาราแมกเนติก ดังนั้น แมก
เนไฟเซ็นรวมของอิเล็กตรอนอิสระ คือ

$$M = \frac{N\mu_B^2 B}{k_B T_F}$$



รูปที่ 2.10 พาราเมติกเพาลีที่อุณหภูมิสัมบูรณ์ ออร์บิทัลในบริเวณแรงไฟฟ้า

(ก) จะมีอิเล็กตรอนเต็ม จำนวนอิเล็กตรอนในแบบขึ้นและแบบลงจะถูกปรับจนพลังงานระดับเฟอร์มีมีค่าเท่ากัน ใน (ข) แสดงอิเล็กตรอนที่มีสpin ขึ้นซึ่งมีจำนวนมากกว่าเมื่อออยู่ในสถานะแม่เหล็ก

ก่อนที่จะเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากการทดลองจะต้องนำแกนไออกอนิก ผลจากแบบ และอันตรกิริยา อิเล็กตรอน – อิเล็กตรอน มาช่วยในการคำนวณด้วย ในโซเดียม ผลจากปฏิกิริยาจะทำให้ค่าสภาพรับไว้ได้เพิ่มประมาณ 75 % สภาพรับไว้ได้แม่เหล็กจะมีค่าสูงในโลหะทรานซิชัน (ซึ่งวงโคจรชั้นในมีอิเล็กตรอนไม่เต็ม) มากกว่าโลหะอัลคาไล (รูปที่ 2.11) ซึ่งแสดงว่า ความหนาแน่นของออร์บิทัลมีค่ามากในโลหะทรานซิชัน ซึ่งตรงกับการทดลองวัดความจุความร้อนอิเล็กทรอนิก

กำหนดให้ n_p และ n_a เป็นความเป็นขั้นของอิเล็กตรอน ดังนี้ โนเมนต์แม่เหล็กจะมีพิษนานและทิศตรงข้ามกับสถานะแม่เหล็ก

$$n_p = \frac{1}{2} \int_{-\mu_B B}^E F(E) Z(E + \mu_B B) dE$$

เมื่อ $\frac{1}{2} Z(E + \mu_B B)$ เป็นความหนาแน่นของสเตทที่มีสปินบวก โดยมีพลังงานต่ำลง $-\mu_B B$ ตัวเลข $\frac{1}{2}$ แสดงว่าคิดสปินในทิศทางเดียวเท่านั้น เมื่อจาก $F(E) = 1$ ในช่วงของการอินทิเกรต ที่ $T = 0 \text{ K}^\circ$ จะได้

$$F(E)[Z(E + \mu_B B)] = \left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{8m}{h^2}\right)^{3/2} (E + \mu_B B)^{1/2}$$

ดังนั้น

$$n_p = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{8m}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\mu_B B}^E (E + \mu_B B)^{1/2} dE$$

เช่นเดียวกัน

$$n_a = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{8m}{h^2}\right)^{3/2} \int_{\mu_B B}^E (E - \mu_B B)^{1/2} dE$$

ดังนั้น จะได้เมกเนไฟเซ็นต์ดังนี้

$$M = \mu_B (n_p - n_a)$$

$$= \frac{\mu_B}{2} \left(\frac{\pi}{2}\right) \left(\frac{8m}{h^2}\right)^{3/2} \int_{-\mu_B B}^E (E + \mu_B B)^{1/2} dE - \int_{\mu_B B}^{E_p} (E - \mu_B B)^{1/2} dE$$

เราสามารถให้ค่าลิมิตอินทิเกรต ค่าล่างเป็นศูนย์พราะว่า (ก) $\mu_B H \ll KT$ และ (ข) มีจำนวนน้อยมากใกล้ $E = 0$ ดังนั้น

$$M = \frac{\mu_B \pi}{4} \left(\frac{8m}{h^2}\right)^{3/2} \left[\int_0^{E_p} (E + \mu_B B)^{1/2} dE - \int_0^{E_p} (E - \mu_B B)^{1/2} dE \right]$$

เมื่อจาก

$$(E + \mu_B B)^{1/2} - (E - \mu_B B)^{1/2} = \sqrt{E \left(1 + \frac{\mu_B B}{E}\right)} - \sqrt{E \left(1 - \frac{\mu_B B}{E}\right)}$$

$$\begin{aligned}
&= E^{1/2} \left[\left(1 + \frac{\mu_B B}{E} \right)^{1/2} - \left(1 - \frac{\mu_B B}{E} \right)^{1/2} \right] \\
&= E^{1/2} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_B B}{E} \right) - 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_B B}{E} \right) \right] \\
&= E^{1/2} \left[\frac{\mu_B B}{E} \right] = \frac{\mu_B B}{\sqrt{E}}
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
M &= \left(\frac{\pi \mu_B}{4} \right) \left(\frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^E \frac{\mu_B B}{\sqrt{E}} dE \\
&= \frac{\pi \mu_B^2 B}{4} \left(\frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^E E^{-1/2} dE \\
&= 2 \left[\frac{\pi \mu_B^2 B}{4} \right] \left[\frac{8m}{h^2} \right]^{1/2} E_F^{1/2}
\end{aligned}$$

สภาพรับໄว์ได้ของสารพาราเมกнетิก คือ

$$\chi_p = M / H = \mu_0 (M / B)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
\chi_p &= \mu_0 \left(\frac{\pi \mu_B^2}{2} \right) \left(\frac{8m}{h^2} \right)^{3/2} \left(\frac{h^2}{8m} \right) \left(\frac{3n}{\pi} \right) \frac{1}{E_F} \\
&= \frac{3}{2} \left(\frac{n \mu_0 \mu_B^2}{E_F} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{\mu_0 n \mu_B^2}{T_F k_B} \right)
\end{aligned}$$

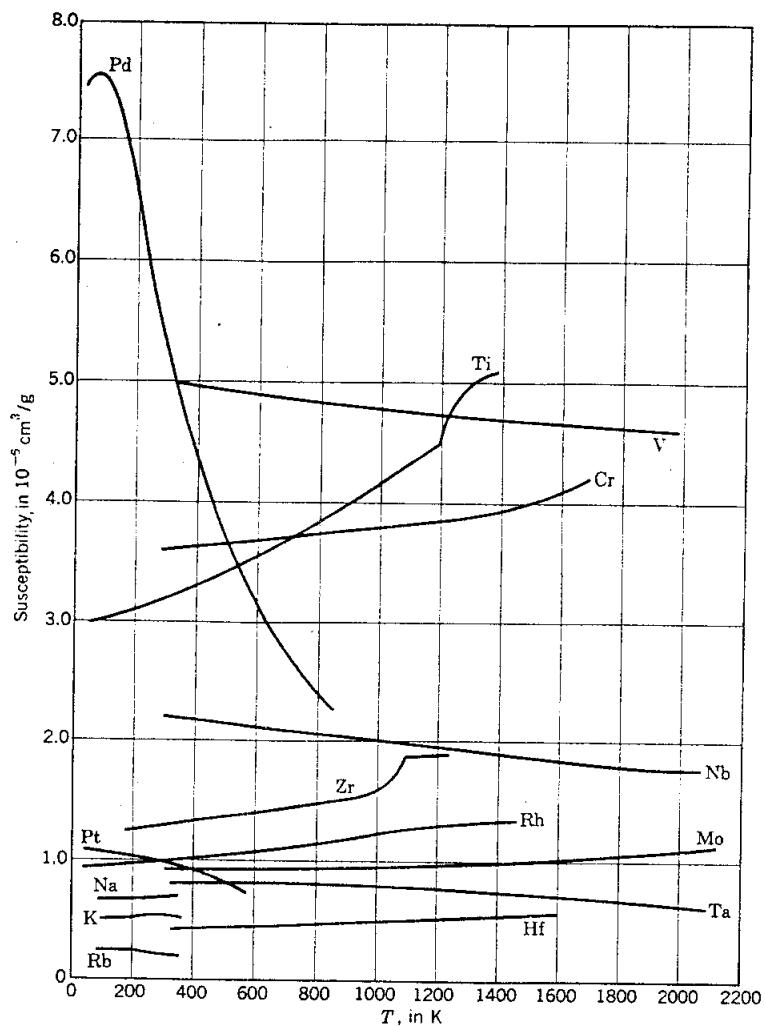
จาก

$$\chi = \mu_0 n \mu_B^2 / k_B T$$

จะได้

$$\chi_p = \left(\frac{3}{2} \right) \chi_c \left(\frac{T}{T_F} \right)$$

เมื่อ χ_c เป็นส่วน率รับไว้ได้คงเดิม และ T_F เป็นอุณหภูมิเฟอร์นิ สมการสุดท้ายนี้ซึ่งเรียกว่า สูตรพาราแมกเนติกของเพวาร์ตี ชี้แจงดังว่า χ ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ จากการทดลองจะพบในลิขียม โลเดียม โนಡเตตส์เทียม และอะลูมิเนียม



รูปที่ 2.11 ความสัมพันธ์ระหว่างส่วน率รับไว้ได้แม่เหล็กกับอุณหภูมิ

สรุป (หน่วย CGS)

1. สภาพรับไว้ได้โดยแมกเนติก (χ) ของอะตอม N ตัว ที่มีเลขอะตอม Z มีค่าเท่ากับ $-Ze^2N <r^2>/6 mc^2$ เมื่อ $<r^2>$ ค่าเฉลี่ยของอะตอมยกกำลังสอง (แลนเจวิน)
2. อะตอมที่มีโน้ม-menต์แม่เหล็กดาวร μ จะมีสภาพรับไว้ได้พาราแมกเนติก $\chi = N\mu^2 / 3k_B T$ เมื่อ $\mu B \ll k_B T$ (คูรี-ແلنเจวิน)
3. สำหรับที่สปิน $s = \frac{1}{2}$ แมกเนไทเซชัน คือ $M = N\mu \tanh(\mu B / k_B T)$ เมื่อ $\mu = \frac{1}{2} g\mu_B$ (บริคลูอิน)
4. สเตทพื้นของอิเล็กตรอนในวงโคจรขั้นเดียวทั้งหมดจะมีค่า S มากที่สุดตามหลักการเพาลี และ L มากสุดที่ล้มพังกับ S นี้ ค่า J เท่ากับ $L+S$ ถ้าขั้นมีอิเล็กตรอนมากกว่าครึ่งหนึ่ง และเท่ากับ $|L-S|$ ถ้าขั้นมีอิเล็กตรอนน้อยกว่าครึ่งหนึ่ง
5. ขบวนการทำให้เย็นกระทำได้โดยใช้วิธีการทำลายแมกเนไทเซชันของเกลือพาราแมกเนติก ที่เย็นໂหปีคงที่ อุณหภูมิสุดท้ายจะอยู่ในช่วง $(B_\Delta / B)T_{initial}$ เมื่อ B_Δ เป็นสนามท้องถิ่นยังคง และ B เป็นสนามแม่เหล็กที่ให้เริ่มต้น
6. สภาพรับไว้ได้พาราแมกเนติกของแก๊สเพอร์มิของอิเล็กตรอนในเดบัน คือ $\chi = 3N\mu^2 / 2\varepsilon_F$ ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ เมื่อ $k_B T \ll \varepsilon_F$ (เพาลี)