

บทที่ 1

สารไอดิลีคทริก

วัสดุประดิษฐ์

1. ศึกษาคุณสมบัติต่างๆ ของสารไอดิลีคทริก
2. ศึกษาไฟฟ้าเรโซนанс , สนามไฟฟ้าชนิดแมกโนว์ , สนามทำด้วยโพลาไรซ์
3. ศึกษาสภาพรับไว้ได้โดยอิเล็กทริก
4. ศึกษาสนามไฟฟ้าห้องถังท่ออะตอม , สนามของวนซ์ , สนามไฟฟ้าภายในโพรง
5. ศึกษาค่าคงที่ไอดิลีคทริกและสภาพมีข้อได้
6. ศึกษาผลึกเพอร์ไอดิลีคทริก
7. ศึกษาไฟฟ้าเรโซนансและการสื่อสารไฟฟ้า
8. ศึกษาทฤษฎีการเปลี่ยนไฟฟ้าและน้ำ
9. ศึกษาแอนตี้ฟอยล์ไอดิลีคทริกชีต
10. ศึกษาเพอร์ไอดิลีคทริกโดยเน้น
11. ศึกษาเพียร์โซนไอดิลีคทริก , เพอร์ไอดิลีคทริก

ในบทนี้จะศึกษาผลของสนามไฟฟ้าที่มีต่อสาร สารมีหลายชนิด เช่น ของแข็ง ของเหลว แก๊ส โลหะ ไม่ แก้ว แต่ละชนิดจะตอบสนองต่อสนามไฟฟ้าแตกต่างกัน อย่างไรก็ตาม เราสามารถแบ่งสารที่พบทั่วไปออกเป็น 2 กลุ่มใหญ่ คือ ตัวนำ (conductor) และฉนวน (insulator) หรือ สารไอดิลีคทริก (dielectric) ในสารไอดิลีคทริกประจุเก็บทึบหมัด จะถูกดึงดูดติดกับอะตอมหรือโมเลกุล โดยอาจจะเคลื่อนที่อยู่ภายในโมเลกุลแต่จะไม่หลุดจากโมเลกุล

1.1 โพลาไรเซชัน

เมื่อว่างสารไดอิเล็กทริกไว้ภายในสนามไฟฟ้า สนามไฟฟ้าจะเหนี่ยวนำแต่ละอะตอมซึ่งเป็นกลาง ทำให้เกิดโมเมนต์ไดโอล ซึ่งไปในทิศของสนามไฟฟ้า ทำให้สารไดอิเล็กทริกถูกโพลาไรซ์ เราสามารถวัดผลจากสนามไฟฟ้านี้ด้วยจำนวนโมเมนต์ไดโอลต่อหน่วยปริมาตร (P) ซึ่งเรียกว่า โพลาไรเซชัน โมเมนต์ไดโอลรวม

$$P = \sum q_n r_n$$

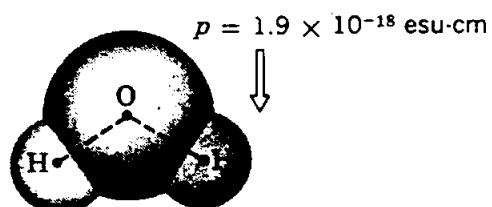
เมื่อ r_n เป็นเวกเตอร์ ตำแหน่งของตัวแทนของประจุ q_n โมเมนต์ไดโอลของโมเลกุลน้ำแสดงในรูปที่ 1.1 สนามไฟฟ้าที่มีค่า r จากจุดของโมเมนต์ p คือ

$$E(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5} \quad \text{หน่วย CGS}$$

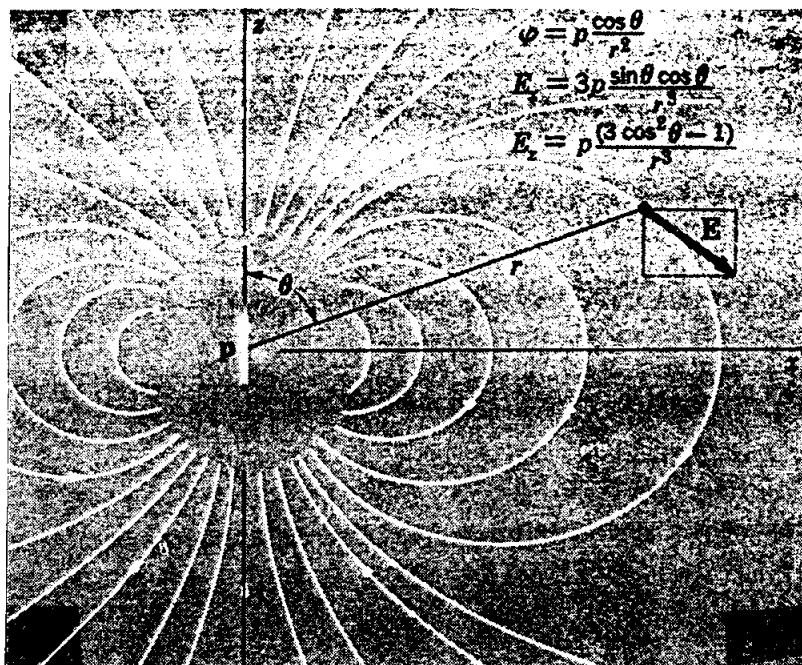
หรือ

$$E(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^3 \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^5} \quad \text{หน่วย SI}$$

เดินทางเนื่องจากไดโอลซึ่งซึ่งไปในทิศ z แสดงในรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.1 ไดโอลโมเมนต์ถาวรของโมเลกุลของน้ำ



รูปที่ 1.2 ศักย์ไฟฟ้าสถิตย์และสนามไฟฟ้าของไดโอดที่ชี้ไปในทิศ z

1.2 สนามไฟฟ้านิคแมกโกร

สนามไฟฟ้าภายในวัตถุ ได้มาจากการสนามไฟฟ้าจากภายนอก (E_0)

$$E_0 \equiv \text{สนามจากประจุคงที่ภายนอกวัตถุ}$$

นอกจากนี้ ยังได้มาจากการรวมของสนามจากประจุของวัตถุ ถ้าวัตถุเป็นกล่อง จะสามารถเขียนสนามเฉลี่ยในเทอมของสนามจากไดโอดของแต่ละอะตอม
นิยามของสนามเฉลี่ย $E(r_0)$ คือ สนามไฟฟ้าภายในปริมาตรของเซลล์ของพลีก ที่
ประกอบด้วยจุดในแลททิซ r_0

$$\bar{E}(r_0) = \frac{1}{V_c} \int d\tau \bar{e}(r)$$

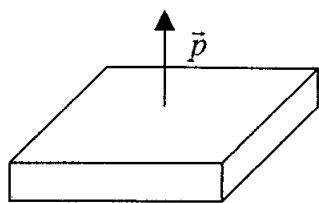
เมื่อ $\bar{e}(r)$ เป็นสนามไฟฟ้านิคในโกรที่จุด r

การหาผลของโพลาไรเซชันที่มีต่อสนาณนิคแมกโคร เรายังต้องหาผลบวกของไคโพล ทั้งหมดภายในวัตถุนั้น จากกฎภูททางไฟฟ้าสถิตย์ สนาณไฟฟ้านิคแมกโครเนื่องจากโพลาไรเซชัน จะมีค่าเท่ากับสนาณไฟฟ้าภายนอกภูที่ผิวของวัตถุ โดยมีความหนาแน่นของประจุที่ผิว (σ) ดังนี้

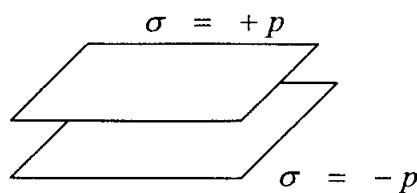
$$\sigma = \hat{n} \cdot \vec{p}$$

เมื่อ \hat{n} เป็นเวกเตอร์หน่วยทั้งสามกับพื้นผิว ในทิศพุ่งออกมาจากวัตถุโพลาไรซ์

สำหรับแผ่นไอดิเล็กทริกบางในรูปที่ 1.3 ซึ่งมีโพลาไรเซชัน p กระจายอย่างสม่ำเสมอ สนาณไฟฟ้า $E_0(r)$ ที่เกิดจากโพลาไรเซชันมีค่าเท่ากับสนาณที่เกิดจากความหนาแน่นประจุพื้นผิว $\sigma = \hat{n} \cdot \vec{p}$ บนผิวของแผ่นไอดิเล็กทริก



(ก)



(ห)

รูปที่ 1.3 (ก) แผ่นไอดิเล็กทริกซึ่งมีโพลาไรเซชันอย่างสม่ำเสมอ (p) ในทิศตั้งฉากกับ แผ่น (ห) แผ่นนานางสองแผ่น จะให้สนาณไฟฟ้าเท่ากับข้อ (ก) โดยแผ่นบน มีความหนาแน่นประจุที่ผิว $\sigma = +p$ และแผ่นล่างมีความหนาแน่นประจุที่ ผิว $\sigma = -p$

สำหรับแผ่นบน เวกเตอร์หน่วย \hat{n} จะชี้ในทิศขึ้น โดยที่แผ่นล่างจะชี้ในทิศลง ดังรูปที่ 1.3 (ห) แผ่นบนจะมีประจุ $\sigma = \hat{n} \cdot \vec{p} = p$ ต่อพื้นที่และแผ่นล่างจะมีประจุ $-p$ ต่อพื้นที่

สนาณไฟฟ้า E_1 เนื่องจากประจุเหล่านี้ จะมีค่าเท่ากันทุกภูทุกภาคในแผ่นนาน แต่ที่ขอบ จะมีค่าลดลงเป็นครูบ

จากกฎของเกาส์

$$E_1 = 4\pi|\sigma| = -4\pi p \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$E_1 = -\frac{|\sigma|}{\epsilon_0} = -\frac{p}{\epsilon_0} \quad (\text{SI})$$

สนามไฟฟ้านิดแมกโคร้ายในแผ่น ไดอิเล็กทริกจะมีค่าเท่ากับผลรวมของสนามไฟฟ้า E_1 และสนามไฟฟ้าที่ให้แก่แผ่น ไดอิเล็กทริก E_0 โดยที่ \hat{z} เป็นเวกเตอร์หน่วยตั้งฉาก กับระนาบของแผ่น ไดอิเล็กทริก

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = E_0 - 4\pi p \hat{z} \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1 = E_0 - \frac{p}{\epsilon_0} \hat{z} \quad (\text{SI})$$

นิยามของ E_1 คือ

$$E_1 \equiv \text{สนามไฟฟ้าจากประจุบนผิว } \hat{n} \cdot \vec{p}$$

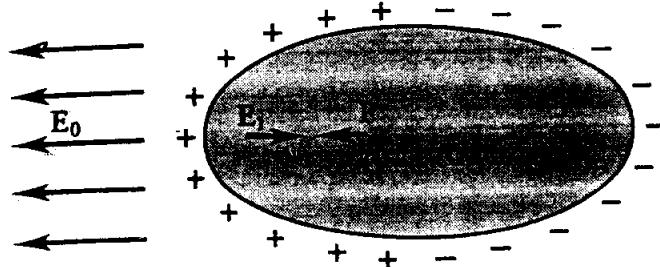
1.3 สนามทำลายโพลาไรซ์ (E_1)

สนามไฟฟ้านิดแมกโคร ได้มาจากการสนามไฟฟ้า E_0 และสนามไฟฟ้า E_1

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_1$$

เมื่อ \vec{E}_0 เป็นสนามไฟฟ้าที่ให้แก่วัตถุ และ \vec{E}_1 เป็นสนามเนื่องจากโพลาไรเซชัน

สนามไฟฟ้า E_1 มีชื่อเรียกว่า สนามทำลายโพลาไรซ์ภายในวัตถุ จะมีทิศตรงข้ามกับ สนามไฟฟ้าที่ให้กับวัตถุ E_0 ดังรูปที่ 1.4



รูปที่ 1.4 สนามทำลายโพลาไรเซชัน E_1 มีพิศรวมข้ามกับ p

วัตถุที่มีรูปทรงเรขาคณิตเป็นรูปวงรี เช่น ทรงกลม ทรงกระบอก และແຜ່ນกลม ถ้าโพลาไรเซชันกระจายอย่างสม่ำเสมอ จะทำให้เกิดสนามทำลายโพลาไรซ์ที่สม่ำเสมอด้วย กำหนดให้ p_x, p_y, p_z เป็นองค์ประกอบของโพลาไรเซชัน p ดังนั้น องค์ประกอบของสนามทำลายโพลาไรซ์ คือ

$$E_{1x} = -N_x p_x ; \quad E_{1y} = -N_y p_y ; \quad E_{1z} = -N_z p_z \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$E_{1x} = \frac{-N_x p_x}{\epsilon_0} ; \quad E_{1y} = \frac{N_y p_y}{\epsilon_0} ; \quad E_{1z} = \frac{-N_z p_z}{\epsilon_0} \quad (\text{SI})$$

เมื่อ N_x, N_y, N_z เป็นแฟกเตอร์ของการทำลายโพลาไรซ์ ซึ่งมีค่าขึ้นกับแกนสำคัญของทรงรี N มีค่าเป็นบวก โดยที่

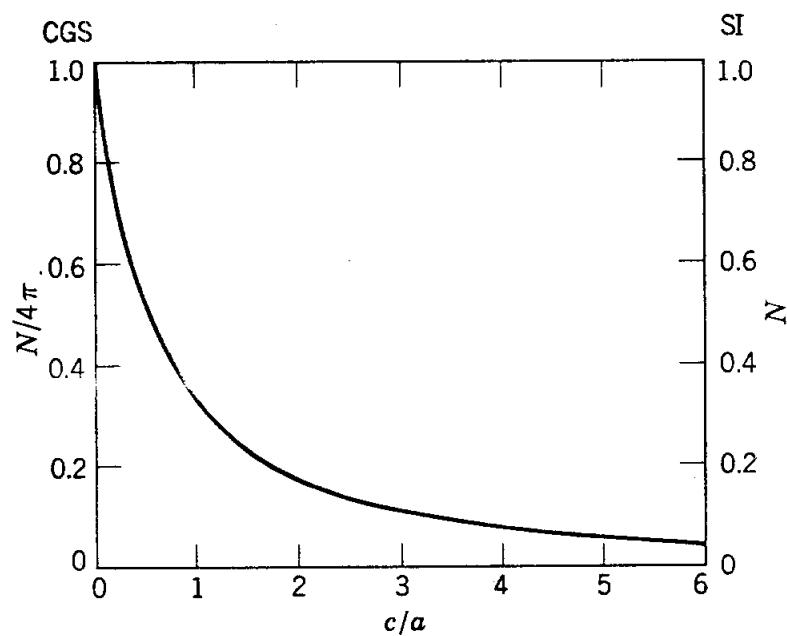
$$N_x + N_y + N_z = 4\pi \quad (\text{CGS})$$

และ

$$N_x + N_y + N_z = 1 \quad (\text{SI})$$

ค่าของ N แสดงในรูปที่ 1.5 และเฉพาะบางกรณีจะมีค่าดังนี้

รูปร่าง	แกน	N (CGS)	N (SI)
ทรงกลม	ไดagonal	$4\pi/3$	$1/3$
แผ่นบาง	ตั้งฉาก	4π	1
แผ่นบาง	ในระนาบ	0	0
ทรงกรวยอ กขวาง	ตามยาว	0	0
ทรงกรวยอ กขวาง	ตามขวาง	2π	$1/2$

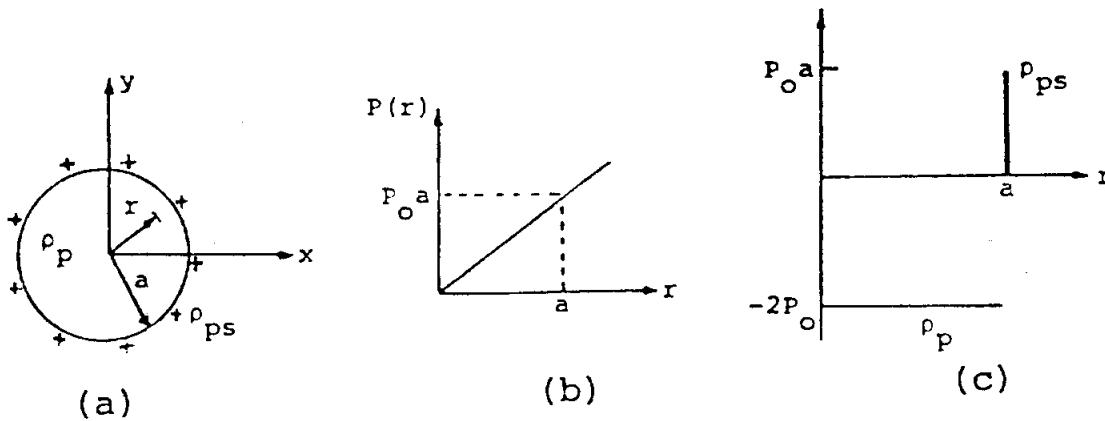


รูปที่ 1.5 แฟกเตอร์ของการทำลายโพลาไรซ์ N

ตัวอย่างที่ 1.1 แผ่นทรงกระบอกมีโพลาไรเซชันแปรเรียงเส้นกับระยะทาง r

$$\vec{p}(r) = \hat{a}_r p_0 r$$

จงหาประจุโพลาไรซ์ภายในแผ่นและที่ผิว



วิธีทำ ประจุมีค่าดังนี้

$$\rho_p = -\vec{\nabla} \cdot \vec{p} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rp_0 r) = -2p_0$$

ซึ่งมีค่าคงที่

ประจุที่ผิว $r = a$ หาได้จาก

$$\rho_{ps} = \hat{a}_r \cdot \vec{p} = p_0 a$$

รูป (ค) แสดงกราฟของประจุ

ตัวอย่างที่ 1.2 จงหาโพลาไรเซชัน \vec{p} ความหนาแน่นประจุโพลาไรซ์ ρ_p และความหนาแน่นประจุโพลาไรซ์ที่ผิว ρ_{ps} ของทรงกระบอกมี a ประจุ Q (คูลอนปี/หน่วยความยาว) จมอยู่ในตัวกลางໄอดิเอ็กทริก

วิธีทำ เลือกจุดศูนย์กลางของทรงกระบอกเป็นจุดกำเนิดของระบบพิกัดทรงกระบอก จากกฎของเก้าอี้ ความหนาแน่นฟลักก์ภายในสารໄอดิเอ็กทริกหาได้จาก

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi r} \hat{a}_r$$

ความเข้มสนามไฟฟ้าในสารไดอิเล็กทริก คือ

$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon r} \hat{a}_r$$

และโพลาไรเซชัน คือ

$$\vec{p} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} = \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \vec{D}$$

ที่ดำเนินร่องห่างมากกว่ารัศมีของทรงกระบอก $\rho = 0$ และ $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$ ดังนั้น $\vec{\nabla} \cdot \vec{p} = 0$ หมายความว่า $\rho_p = 0$ อย่างไรก็ตาม ความหนาแน่นประจุโพลาไรเซชันจะไม่เป็นศูนย์

$$\rho_{ps} = -\hat{a}_r \cdot \vec{p} = -\left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \rho_s$$

$$\text{เมื่อ } \rho_{ps} = \frac{Q}{2\pi a}$$

เป็นความหนาแน่นประจุที่ผิวทรงกลม ซึ่งมาจากการประจุอิสระ

1.4 สภาพรับไว้ได้ไดอิเล็กทริก (χ)

สนามไฟฟ้าแมกโกร (E) สัมพันธ์กับโพลาไรเซชัน p ดังนี้

$$\vec{p} = \chi \vec{E} \quad (\text{CGS})$$

$$\vec{p} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (\text{SI})$$

คั่งน้ำ

$$E = E_0 + E_1 = E_0 - NP \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$E = E_0 - \frac{NP}{\epsilon_0} \quad (\text{SI})$$

$$p = \chi(E_0 - NP) ; P = \frac{\chi}{1+N\chi} E_0 \quad (\text{CGS})$$

$$p = \chi(\epsilon_0 E_0 - NP) ; P = \frac{\chi \epsilon_0}{1+N\chi} E_0 \quad (\text{SI})$$

1.5 สนามไฟฟ้าห้องถินที่อะตอม

ค่าของสนามไฟฟ้าห้องถินที่กระทำกับอะตอมมีค่าแตกต่างจากสนามไฟฟ้าแมกโกรพิจารณาทรงกลม สนามไฟฟ้าแมกโกรของทรงกลมประกอบด้วย

$$E = E_0 - E_1 = E_0 - \frac{4\pi}{3} p \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$E = E_0 - E_1 = E_0 - \frac{1}{3\epsilon_0} p \quad (\text{SI})$$

พิจารณาสนามซึ่งกระทำกับอะตอมที่ชุดศูนย์กลางของทรงกลม ถ้าได้โพลทั้งหมดบนกับแกน z และมีขนาด p องค์ประกอบทางแกน z ของสนามที่ชุดศูนย์กลางเนื่องจากได้โพลอื่นทั้งหมด มีค่าดังนี้

$$E_{dipole} = p \sum_i \frac{3z_i^2 - r_i^2}{r_i^5} = p \sum_i \frac{2z_i^2 - x_i^2 - y_i^2}{r_i^5} \quad (\text{CGS})$$

ในหน่วยแอล์ฟาร์ด แรงแทน p ด้วย $p/4\pi\epsilon_0$ ทิศ x, y, z จะเท่ากัน เพราะว่ามีสมมาตรของเดาทิชและของทรงกลม ดังนั้น

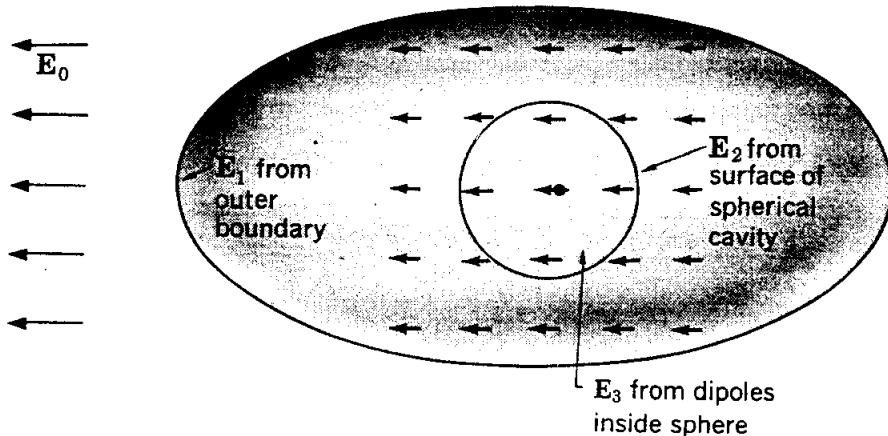
$$\sum_i \frac{z_i^2}{r_i^5} = \sum_i \frac{x_i^2}{r_i^5} = \sum_i \frac{y_i^2}{r_i^5}$$

เมื่อ $E_{dipole} = 0$ ค่าสนามท้องถิ่นจะเท่ากับสนามที่กระทำกับวัตถุ $E_{dipole} = E_0$ สำหรับอะตอมที่อยู่ภายในรูปทรงลูกบาศก์ ภายในวัตถุรูปทรงกลม ดังนั้นสนามท้องถิ่นจะไม่เท่ากับสนามเฉลี่ยแมกโคร

เราจะศึกษาสนามท้องถิ่นภายในแลบทิชได ๆ โดยที่แลบทิชไม่จำเป็นจะต้องมีสมมาตรลูกบาศก์ สนามถิ่นที่อะตอมมีค่าเท่ากับผลรวมของสนามไฟฟ้า E_0 จากแหล่งกำเนิดภายในกับสนามจากไฟฟ้าภายนอกที่กระทำกับวัตถุ เราเมธีการคำนวณที่ง่ายขึ้น โดยการแบ่งสนามได้โดยออกเป็นส่วนย่อย เพื่อที่จะสามารถแทนส่วนที่เป็นผลรวมจากไฟฟ้าทั้งหมดด้วยการอินทิเกรต เราสามารถเขียนได้ว่า

$$E_{local} = E_0 + E_1 + E_2 + E_3$$

เมื่อ E_0 = สนามไฟฟ้าจากภายนอกที่กระทำกับวัตถุ
 E_1 = สนามทำลายโพลาไรซ์ เกิดจากประจุบนผิวนอกของวัตถุ $\hat{n} \cdot \vec{p}$
 E_2 = สนามโพรงลอดเลนซ์ จากประจุโพลาไรซ์ ภายในโพรงทรงกลม ภายในประจุ ดังรูปที่ 1.6 $E_1 + E_2$ เป็นสนามจากโพลาไรเซชันของวัตถุซึ่งมีโพรง
 E_3 = สนามของอะตอมภายในโพรง



รูปที่ 1.6 สนามไฟฟ้านอกต่ำสุดในผลลัพธ์เป็นผลรวมของสนามภายนอก E_0 และ
สนามจากต่ำสุดอื่นภายในผลลัพธ์

สนามรวมที่ต่ำสุดหนึ่งได้มาจากการไม่มีผลต่อไปจากต่ำสุดอื่น

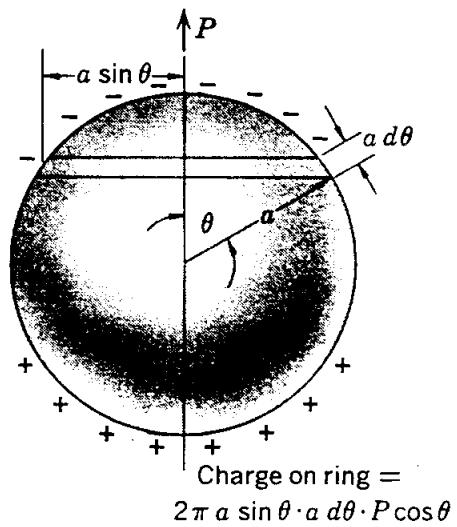
$$E_1 + E_2 + E_3 = \sum_i \frac{3(\vec{p}_i \cdot \vec{r}_i)\vec{r}_i - r_i^2 \vec{p}_i}{r_i^5} \quad (\text{CGS})$$

ถ้าเป็นหน่วย SI ให้แทน p_i ด้วย $p_i / 4\pi\epsilon_0$

1.6 สนามลอเลนซ์ E_2

สนาม E_2 เนื่องจากประจุโพลาไรซ์บนผิวของโพรง ได้มีการคำนวณโดยลอเลนซ์ ถ้า θ เป็นมุมโพลาร์ (รูปที่ 1.7) ความหนาแน่นของประจุบนผิวของโพรง คือ $-P \cos \theta$ สนามไฟฟ้าที่จุดศูนย์กลางของโพรงทรงกลมรัศมี a คือ

$$\begin{aligned} E_2 &= \int_0^\pi (a^{-2})(2\pi a \sin \theta)(ad\theta)(\vec{p} \cos \theta)(\cos \theta) \\ &= \frac{4\pi}{3} \vec{p} \quad (\text{CGS}) \\ E_2 &= \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{p} \quad (\text{SI}) \end{aligned}$$



รูปที่ 1.7 การคำนวณสนามในโพรงทรงกลม ภายในวัตถุซึ่งโพลาไรซ์อย่างสม่ำเสมอ

1.7 สนามจากไ/do/pola/gay ในโพรง E_3

สนาม E_3 จากไ/do/pola/gay ในโพรงทรงกลมจะเป็นอยู่กับโครงสร้างของพลีก สำหรับจุดซึ่งล้อมรอบด้วยลูกบาศก์ภายในทรงกลมจะได้ $E_3 = 0$ ถ้าเราแทนอะตอมทุกด้วยไ/do/pola/xanadu เล็กมีพิเศษนานกัน

สนามท้องถิ่นทั้งหมดที่ดำเนินร่องลูกบาศก์ คือ

$$\begin{aligned}\vec{E}_{local} &= \vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \frac{4\pi}{3} \vec{p} \\ &= \vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{p}\end{aligned}\quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\vec{E}_{local} = \vec{E} + \frac{1}{3\epsilon_0} \vec{p} \quad (\text{SI})$$

นี่คือ ความสัมพันธ์ลดลงของ สนามที่กระทำบนอะตอมที่ดำเนินร่องลูกบาศก์ มีค่าเท่ากับ สนามแมกโกร \vec{E} และ $4\pi\vec{p}/3$ หรือ $\vec{p}/3\epsilon_0$ จากการโพลาไรซ์ของอะตอมอื่นภายในวัตถุนี้ ค่าจากการทดลองของพลีก ไ/do/onikru/pula/gay ตรงกับความสัมพันธ์ลดลงของ

ตัวอย่างที่ 1.3 สายตัวนำคู่แกนร่วม (coaxial conductor pair) ประกอบด้วยแผ่นไอดิเล็กทริกที่มีสภาพยอนรับได้ ϵ ดังรูป ซึ่งว่างที่เหลือระหว่างตัวนำเป็นอากาศ สมมุติว่า มีประจุบวกและลบที่ผิวทุก ๆ ความยาว ℓ ของทรงกลมในและทรงกลมนอกตาน้ำด้าน อาศัยการสมมาตร จงหาค่าต่าง ๆ ต่อไปนี้ ในแต่ละบริเวณระหว่างตัวนำ

ก) สนาม \vec{D}

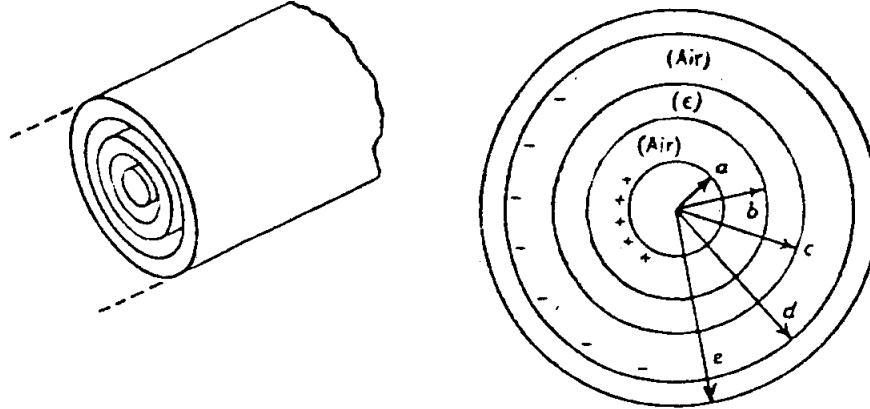
ข) สนาม \vec{E}

ค) สนาม \vec{P}

จ) ρ_s บนผิวของตัวนำ และความหนาแน่นประจุของผิวที่ $r = b$ และ $r = c$

ฉ) ถ้า $a = 1$ ซม. $b = 2$ ซม. $c = 3$ ซม. $d = 4$ ซม. $e = 4.2$ ซม.

$Q/\ell = 10^{-2} \mu C/m$ และ $\epsilon = 2.1\epsilon_0$ จงหาค่าของ \vec{D}, \vec{E} และ \vec{P} ภายใต้ผิว $r = b$ เพียงเล็กน้อย



วิธีทำ ก) ข) และ ค)

เมื่อ

$$r < a, Q_{enclosed} = 0$$

ดังนั้น

$$\vec{D} = \vec{E} = \vec{P} = 0$$

เมื่อ

$$a < r < b$$

จากกฎของเกาส์

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_{enclosed}$$

$$D(2\pi r\ell) = Q$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi r \ell} \vec{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon r \ell} \vec{r}$$

$$P = 0 \quad \text{ในอากาศ}$$

เมื่อ $b < r \leq c$

\vec{D} จะเหมือนกับในอากาศ

$$\vec{D} = \frac{Q \vec{r}}{2\pi r \ell}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{2\pi \varepsilon r \ell}$$

$$P = D - \varepsilon_0 E$$

$$= \frac{Q}{2\pi r \ell} - \frac{\varepsilon_0 Q}{2\pi r \ell \varepsilon}$$

$$= \frac{Q}{2\pi r \ell} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)$$

เมื่อ $c \leq r \leq d$

ค่าที่ได้จะเหมือนกับเมื่อ $a < r \leq b$ เพราะว่าเป็นบริเวณที่มีอากาศเหมือนกัน

เมื่อ $d < r \leq e$

ประจุภายในเป็นศูนย์

ดังนั้น $\vec{D} = \vec{E} = \vec{P} = 0$

เมื่อ $r > e$ สมมุติว่าประจุรวมของรวมของตัวนำอันนอก เท่ากับ Q

$$\begin{aligned} Q_{\text{enclosed}} &= Q \\ \vec{D} &= \frac{Q}{2\pi r \ell} \vec{r} \\ \vec{E} &= \frac{Q}{2\pi \epsilon_0 r \ell} \vec{r} \\ \vec{P} &= 0 \end{aligned}$$

ง) บนพิวของตัวนำ ที่ $r = a$ และ $r = d$

$$\begin{aligned} \rho_s (\text{ที่ } r = a) &= \frac{Q}{\text{พื้นที่}} \\ &= \frac{Q}{2\pi \ell a} \quad (C/m^2) \\ \rho_s (\text{ที่ } r = d) &= \frac{-Q}{2\pi \ell d} \quad (C/m^2) \end{aligned}$$

ความหนาแน่นประจุโพลาไรเซชันที่พิวหาได้จาก $\rho_s = \vec{P} \cdot \hat{n}$

$$\begin{aligned} \text{ที่ } r = b \qquad \rho_s &= \frac{-Q}{2\pi b \ell} \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) \quad (C/m^2) \\ \text{ที่ } r = c \qquad \rho_s &= \frac{Q}{2\pi c \ell} \left(1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) \quad (C/m^2) \end{aligned}$$

ง) แทนค่า $a, b, c, d, e, Q/\ell$ และ ϵ ลงในสมการเมื่อ $r = b$ จะได้

$$\vec{D} = \frac{Q}{2\pi r \ell} \vec{r} = \frac{10^{-2}}{2\pi r} = \frac{10^{-2}}{2\pi(0.2)} = 0.796 \mu C/m^2 \hat{r}$$

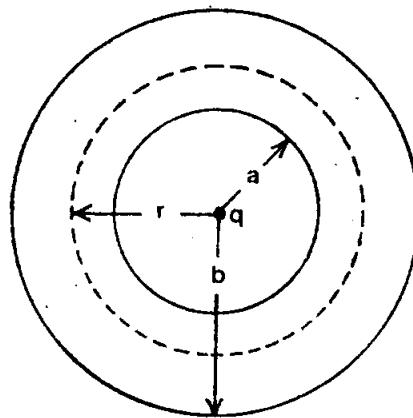
$$\vec{E} = \frac{Q}{2\pi \epsilon r \ell} \hat{r} = \frac{(10^{-2})(10^{-6})}{2\pi(\epsilon)(0.2)(2.1)} = 4.29 k_r / m \hat{r}$$

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \vec{E} = 4.2 \times 10^{-2} \mu C/m^2 \hat{r}$$

ตัวอย่างที่ 1.4 ประจุ q อยู่ภายในชลล์ทรงกลมไอดิเล็กทริก รัศมีภายใน a รัศมีภายนอก b ดังรูป

ก) จงหาการกระซัดอิเล็กทริก \vec{D} และสนามไฟฟ้า \vec{E} เมื่อ $r < a$, $a < r < b$, $b < r$ โดยใช้กฎของเกาส์

บ) จงหาโพลาไรเซชันอิเล็กทริก \vec{P} และความหนาแน่นประจุขึ้น ρ' เมื่อ $r < a$, $a < r < b$, $r > b$



วิธีทำ ก) จากกฎของเกาส์ในสารไอดิเล็กทริก

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = q$$

เมื่อ q = ประจุอิสระที่อยู่ภายใน

$$\oint (D_r \hat{r} + D_\theta \hat{\theta} + D_\phi \hat{\phi}) \cdot \hat{r} da = q$$

ใช้ผิวทรงกลมรัศมี r เป็นผิวเกาส์เชี้ยน

$$D_r \oint da = D_r (4\pi r^2) = q$$

$$D_r = \frac{q}{4\pi r^2}$$

เมื่อ $r < a$, $a < r < b$, $r > b$

เมื่อ $r < a$ และ $r > b$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0} = \frac{q\hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

ถ้า ϵ_0 เป็นส่วนของรับได้ของอากาศ เมื่อ $a < r < b$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \hat{r}$$

ข) โพลาไรเซชันอิเล็กทริกไฟฟ้าได้จาก

$$\vec{P} = \vec{D} - \epsilon_0 \quad \text{เมื่อ } a < r < b$$

$$= \frac{q}{4\pi r^2} - \frac{\epsilon_0 q}{4\pi\epsilon r^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi r^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)$$

ประจุขึ้นไฟฟ้าได้จาก

$$\rho' = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

แต่ \vec{P} ขึ้นกับ r อย่างเดียว

$$\text{ดังนั้น} \quad \rho' = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

$$= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 P_r)$$

$$= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{r^2 q}{4\pi r^2} \left(1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right) \right]$$

$$= 0$$

ในช่วง $r < a$, $r > b$

$$\vec{P} = 0 \quad (\text{ไม่มีไคโอเล็กทริก})$$

$$\text{ดังนี้} \quad \rho' = 0$$

1.8 ค่าคงที่ไคโอเล็กทริกและสภาพมีข้าวได้

ค่าคงที่ไคโอเล็กทริกของตัวกลางหาได้จาก

$$\varepsilon \equiv \frac{E + 4\pi P}{E} = 1 + 4\pi\chi \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\varepsilon \equiv \frac{\varepsilon_0 E + P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \chi \quad (\text{SI})$$

สภาพรับไว้ได้จะสัมพันธ์กับค่าคงที่ไคโอเล็กทริก ดังนี้

$$\chi = \frac{P}{E} = \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \quad (\text{CGS})$$

$$\chi = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \varepsilon - 1 \quad (\text{SI})$$

สำหรับผลึกที่ไม่ใช่ถูกบาศก์ จะอธิบายการตอบสนองไคโอเล็กทริกด้วยเท็นเซอร์ (tensor) ซึ่งอาจจะเป็นเท็นเซอร์ของค่าสภาพรับไว้ได้ หรือเท็นเซอร์ของค่าคงที่ไคโอเล็กทริก

$$P_\mu = \chi \mu \nu E_\nu ; \quad \varepsilon_{\mu \nu} = 1 + 4\pi \chi_{\mu \nu} \quad (\text{CGS})$$

$$P_\mu = \chi \mu \nu E_\nu ; \quad \varepsilon_{\mu \nu} = 1 + \chi_{\mu \nu} \quad (\text{SI})$$

สภาพโพลาไรซ์ α ของอะตอม มีความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้าดังนี้

$$P = \alpha E_{local}$$

เมื่อ P เป็นโนเมนต์ไดโอล สภาพโพลาไรซ์จะขึ้นกับชนิดของอะตอม แต่ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกจะขึ้นกับรูปร่างของผลึก โพลาไรเซชันของผลึกมีค่าโดยประมาณเท่ากับผลลัพธ์ของสภาพโพลาไรซ์กับสนามไฟฟ้า

$$P = \sum_j N_j p_j = \sum_j N_j \alpha_j E_{loc}(j)$$

เมื่อ N_j เป็นความเข้มข้น และ α_j เป็นสภาพโพลาไรซ์ของอะตอม j และ $E_{loc}(j)$ เป็นสนามห้องถินที่อะตอมซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง j เราต้องการหาความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ไดอิเล็กทริกกับสภาพโพลาไรซ์ ความสัมพันธ์นี้จะขึ้นกับความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าแมกโกรกับสนามไฟฟ้าห้องถิน

ถ้าสนามห้องถินเป็นไปตามความสัมพันธ์ลอเรนซ์ จะได้

$$P = \left(\sum N_j \alpha_j \right) \left(E + \frac{4\pi}{3} P \right)$$

ดังนั้น

$$\chi = \frac{P}{E} = \frac{\sum N_j \alpha_j}{1 - \frac{4\pi}{3} \sum N_j \alpha_j} \quad (\text{CGS})$$

จากนิยาม $\epsilon = 1 + 4\pi\chi$ จะได้

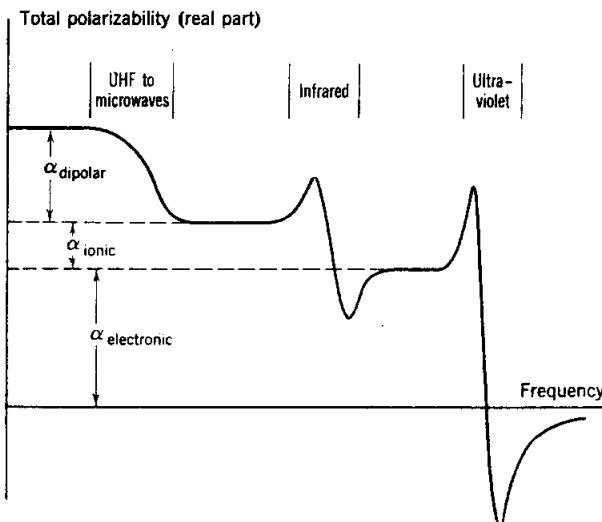
$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} \sum N_j \alpha_j \quad (\text{CGS})$$

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{1}{3\epsilon_0} \sum N_j \alpha_j \quad (\text{SI})$$

ความสัมพันธ์ข้างบนนี้เรียกว่า ความสัมพันธ์คลอสเซียสมอสโซไซตี้ (Clausius – Mossotti relation) แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างค่าคงที่ไดอิเล็กทริก กับสภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์ และใช้ได้เฉพาะผลึกที่มีโครงสร้างซึ่งให้สานานลอเรนซ์เท่านั้น

สภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์

สภาพโพลาไรซ์รวมสามารถแบ่งเป็น 3 ส่วน อิเล็กทรอนิกส์ ไอออนิก และไดโอลาร์



รูปที่ 1.8 ความสัมพันธ์ระหว่างสภาพโพลาไรซ์รวม กับความถี่

สภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระบบจัดของอิเล็กตรอน เพียงกับนิวเคลียส ส่วนสภาพโพลาไรซ์ไดโอลาร์เกิดจากไมเลกุลที่มีโมเมนต์ไดโอลาราซึ่งจะเปลี่ยนทิศทางเมื่อได้รับสานานไฟฟ้า

ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกที่ความถี่ในช่วงแสงที่มองเห็น ได้จำมาจากสภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์ ผลจากไดโอลาร์และไอออนิกจะมีค่าข้อบ่งคัดความถี่สูงเพราะว่ามีความเหลื่อยของไมเลกุลและไอออน ความถี่ในช่วงแสงจะได้

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} \sum N_j \alpha_j \quad (\text{อิเล็กทรอนิกส์}) \quad (\text{CGS})$$

โดยที่ $n^2 = \epsilon$ เมื่อ n เป็นค่านิการหักเห เราสามารถคำนวณสภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์โดยใช้สมการข้างบน ผลลัพธ์ที่ได้ตรงกับที่ได้จากค่านิการหักเห

ตารางที่ 1.1 สภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์ของไอออน หน่วย 10^{-24} ชม³

	He	Li+	Be ²⁺	B ³⁺	C ⁴⁺		
Pauling JS	0.201 0.029	0.029	0.008	0.003	0.0013		
Pauling JS-(TKS)	O ²⁻ 3.88 (2.4)	F ⁻ 1.04 0.858	Ne 0.390	Na ⁺ 0.179 0.290	Mg ²⁺ 0.094	Al ³⁺ 0.052	Si ⁴⁺ 0.0165
Pauling JS-(TKS)	S ²⁻ 10.2 (5.5)	Cl ⁻ 3.66 2.947	Ar 1.62	K ⁺ 0.83 1.133	Ca ²⁺ 0.47 (1.1)	Sc ³⁺ 0.286	Ti ⁴⁺ (0.19)
Pauling JS-(TKS)	Se ²⁻ 10.5 (7.)	Br ⁻ 4.77 4.091	Kr 2.46	Rb ⁺ 1.40 1.679	Sr ²⁺ 0.86 (1.6)	Y ³⁺ 0.55	Zr ⁴⁺ 0.37
Pauling JS-(TKS)	Te ²⁻ 14.0 (9.)	I ⁻ 7.10 6.116	Xe 3.99	Cs ⁺ 2.42 2.743	Ba ²⁺ 1.55 (2.5)	La ³⁺ 1.04	Ce ⁴⁺ 0.73

ทฤษฎีดังเดิมของสภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์

อิเล็กตรอนซึ่งถูกดึงดูดติดกับนิวเคลียสของอะตอมจะสั่นแบบ Harmónic อย่างง่าย และเกิดการดูดกลืนเรโซแนนซ์ที่ความถี่ $\omega_0 = (\beta/m)^{1/2}$ เมื่อ β เป็นค่าคงที่ของแรง การกระจัด x ของอิเล็กตรอน เมื่อได้รับสนามไฟฟ้า E_{loc} จะหาได้จาก

$$-eE_{loc} = \beta x = m\omega_0^2 x$$

ดังนั้น สภาพโพลาไรซ์อิเล็กทรอนิกส์สตatic คือ

$$\alpha \text{ (อิเล็กทรอนิกส์) } = \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

แต่ในช่วงแสงที่มองเห็นได้ การขึ้นกับความถี่ (ดิสเพอชัน) จะไม่สำคัญสำหรับวัตถุไปร่องแสง

ตัวอย่างที่ 1.5 จงหาการเขียนกับความถี่ของสภาพไฟฟ้า ใจเด็กทรอนิกส์ของอิเล็กตรอนที่มีความถี่เรโซแนนซ์ ω_0 โดยสมมุติว่าระบบเป็นชาร์มอนิกของสัมภาระอย่างง่าย

วิธีทำ สมการการเคลื่อนที่ภายในไฟฟ้า $E_{loc} \sin \omega t$ คือ

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\omega_0^2 x = -eE_{loc} \sin \omega t$$

ดังนั้น สำหรับ $x = x_0 \sin \omega t$

$$m(-\omega^2 + \omega_0^2)x_0 = -eE_{loc}$$

ไม่เม้นต์ได้ไฟฟ้าจะมีขนาด

$$p_0 = -ex_0 = \frac{e^2 E_{loc}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

ซึ่งจะได้

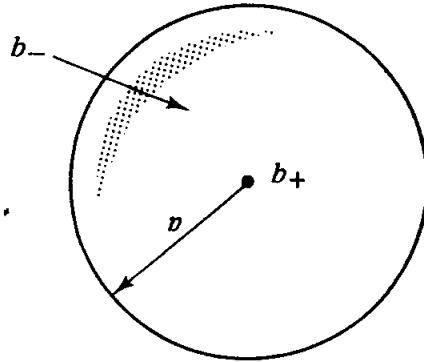
$$\alpha \text{ (อิเล็กทรอนิกส์)} = \frac{e^2 / m}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

ในทฤษฎีความต้ม จะได้

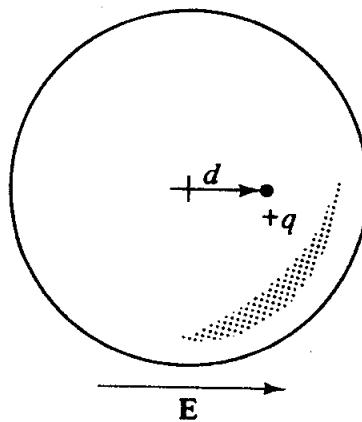
$$\alpha \text{ (อิเล็กทรอนิกส์)} = \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_{ij}}{\omega_{ij}^2 - \omega^2}$$

เมื่อ f_{ij} เป็นความเข้มของสัมภาระ ของการเคลื่อนที่ของไฟฟ้าระหว่างสเก็ต i และ j

ตัวอย่างที่ 1.6 โนเดลเก่าของอะตอมประกอบด้วย นิวเคลียส $(+q)$ อ่ายุ่ตระกลางของอะตอม มีค่าอิเล็กตรอน โครงการอ่ายุ่ตระกลางภายในรัศมี a งค่านวนสภาพมีข้อได้อะตอม (atomic polarizability) ของอะตอมนั้น



วิธีทำ เมื่อให้สนามไฟฟ้าจากภายนอก E กับอะตอมในทิศทางซ้ายไปขวาดังรูป จะทำให้นิวเคลียสเลื่อนไปทางขวา และกลุ่มอิเล็กตรอนเลื่อนไปทางซ้าย เมื่อจากระยะทางที่เลื่อนไปมีค่าน้อย จึงอาจคิดว่ากลุ่มอิเล็กตรอนยังคงอยู่ในรูปทรงกลมเหมือนเดิม



ที่ดำเน้นงสมดุล์ ให้นิวเคลียสเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง d จากจุดศูนย์กลางของทรงกลมที่ดำเน้นงนี้ สนามภายนอกซึ่งผลักนิวเคลียสไปทางขวาจะมีค่าเท่ากับสนามภายในซึ่งดึงนิวเคลียสไปทางซ้าย $E = E_e$ เมื่อ E_e เป็นสนามที่เกิดจากกลุ่มอิเล็กตรอนสนามไฟฟ้าที่ระยะทาง d จากจุดศูนย์กลางของทรงกลมที่มีประจุกระจายอย่างสามาំเสมอ คือ

$$E_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{a^3}$$

ที่จุดสมดุล์

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qd}{a^3}$$

หรือ

$$p = qd = (4\pi\epsilon_0 a^3)E$$

สภาพมีข้าวได้อะตอม คือ

$$\alpha = 4\pi\epsilon_0 a^3 = 3\epsilon_0 V$$

เมื่อ V เป็นปริมาตรของอะตอม

ถึงแม้ว่าโมเดลนี้ค่อนข้างทบายน แต่ผลลัพธ์ที่ได้ค่อนข้างจะถูกต้องสำหรับอะตอมอย่างง่าย เช่น ไฮโดรเจน อีเลี่ยน ลิเซียม คาร์บอน เป็นต้น

ตารางที่ 1.2 สภาพมีข้าวได้อะตอม (ตารางแสดงค่า $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \alpha$ ในหน่วย 10^{-30} ม³)

ธาตุ	H	He	Li	Be	C	Ne	Na	A	K
	0.66	0.21	12	9.3	1.5	0.4	27	1.6	34

ตัวอย่างที่ 1.7 จงคำนวณมุมวิกฤตของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งเคลื่อนที่ผ่านสารไครอเจ็กทริกต่อไปนี้ ออกสู่อากาศ

วัสดุ	ϵ / ϵ_0
น้ำกลั่น แก้ว	81.1 9

วิธีทำ ให้สารไดอิเล็กทริกเป็นตัวกลางที่ 1 และอากาศเป็นตัวที่ 2 นุ่มนิวเคลียร์จากสูตร

$$\theta_C = \sin^{-1} \sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon}$$

สำหรับน้ำกือน

$$\theta_C = \sin^{-1} \sqrt{1/81.1} = 6.3^\circ$$

สำหรับแก้ว

$$\theta_C = \sin^{-1} \sqrt{1/9} = 19.4^\circ$$

ตัวอย่างที่ 1.8 ถ้าค่าคงที่ไดอิเล็กทริกของเทฟرون (K) เท่ากับ 2.0 จึงหาค่าสภาพรับไว้ได้ และสภาพยอมรับได้ และจงหาขนาดของโนมเมนต์ไดโพลและความหนาแน่นประจุที่ผิวของแผ่นเทฟرونซึ่งอยู่ระหว่างแผ่นขานานที่มีความต่างศักย์ 1000 โวลต์

วิธีทำ ค่าสภาพรับไว้ได้ของเทฟرون คือ

$$\begin{aligned}\chi_e &= K - 1 \\ &= 1.0\end{aligned}$$

และค่าสภาพยอมรับได้ คือ

$$\begin{aligned}\varepsilon &= K\varepsilon_0 \\ &= 2.0 \times 8.9 \times 10^{-12} \\ &= 1.8 \times 10^{-11} \quad C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}\end{aligned}$$

พลานิรเซชัน P ของแผ่นเทฟرونที่อยู่ระหว่างแผ่นขานาน คือ

$$\begin{aligned}P &= \varepsilon_0 \chi_e E \\ &= \varepsilon_0 \chi \frac{V}{d} \\ &= \frac{8.9 \times 10^{-12} \times 1.0 \times 10^3}{0.50 \times 10^{-2}} \\ &= 1.8 \times 10^{-6} \quad C \cdot m^{-2}\end{aligned}$$

ความหนาแน่นของประจุที่พิวของเทฟرون คือ

$$\delta_p = 1.8 \times 10^{-6} C \cdot m^{-2}$$

ขนาดของโนมเมนต์ไดโพลของแผ่นคือ

$$PAL = 1.8 \times 10^{-6} \times 10^{-2} \times 0.50 \times 10^{-2} \\ = 9.0 \times 10^{-11} C \cdot m$$

ตัวอย่างที่ 1.9 แผ่นตัวนำนาน 2 แผ่น ความยาวทางด้าน y และด้าน z มาก วางอยู่ที่ $x = -d$
และ $x = +d$ ระหว่างแผ่นนานเป็นสารไคอเล็กทริกซึ่งมีเพอมวิททิวิตี้ขึ้นกับระยะทาง
 x ดังนี้

$$\varepsilon = \frac{4\varepsilon_0}{\left(\frac{x}{d}\right)^2 + 1}$$

แผ่นที่ตำแหน่ง $x = d$ มีความต่างศักย์ V_0 เทียบกับแผ่นที่ตำแหน่ง $x = -d$

- ก) จงหาสนามไฟฟ้าและการกระจายของศักย์ระหว่างแผ่นนาน
- ข) จงโพลาไรเซชัน \vec{P} และความหนาแน่นของประจุโพลาไรซ์, ρ_p

วิธีทำ ความสัมพันธ์ระหว่าง \vec{E} และ \vec{D} คือ

$$\varepsilon \vec{E} = \vec{D}$$

\vec{D} มีองค์ประกอบทางแกน x อย่างเดียว เพราะว่าในตัวอย่างนี้ ε ขึ้นกับ x เท่านั้น

ภายใต้ไคอเล็กทริก

$$E_x = \frac{D_x}{\varepsilon} = \frac{D_x}{4\varepsilon_0} \left[\left(\frac{x}{d} \right)^2 + 1 \right]$$

ศักย์ที่จุค x คือ

$$\begin{aligned} V(x) &= - \int_{-d}^x E_x dx \\ &= \frac{-D_x d}{4\epsilon_0} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{x}{d} \right)^3 + \frac{x}{d} + \frac{4}{3} \right] \end{aligned}$$

เมื่อ $V(-d)$ เป็นค่าใดๆ ให้ $V(-d)=0$, $V(d)=V_0$ หมายความว่า D_x ได้

$$D_x = -\frac{3}{2} \frac{\epsilon_0 V_0}{d}$$

โพลาไรเซชัน P หาได้จาก

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

ดังนั้น

$$\vec{P} = i_x \vec{P}_x = \hat{i}_x (D_x - \epsilon_0 E_x)$$

$$P_x = \frac{D_x}{4} \left[3 - \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right]$$

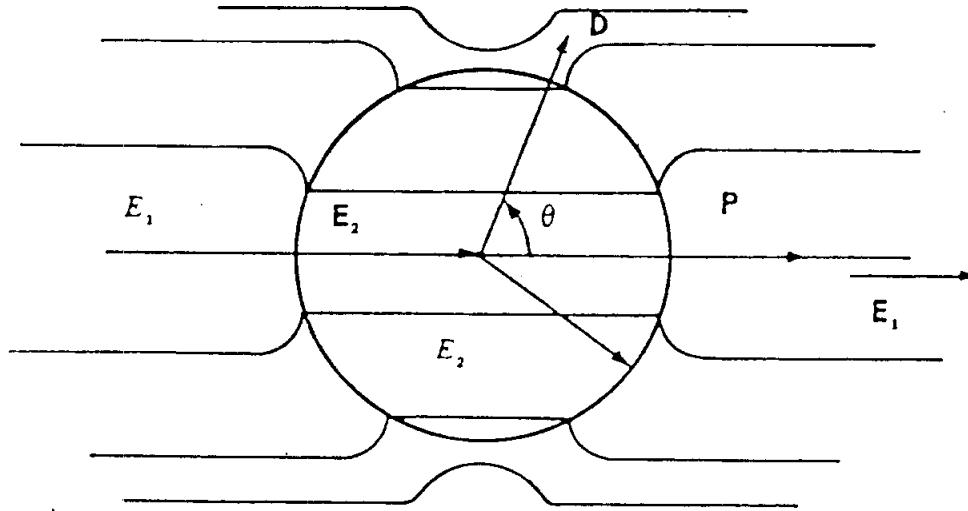
ความหนาแน่นประจุโพลาเรซ์ คือ

$$\rho_p = -\operatorname{div} \vec{P}$$

$$= -\frac{\partial P_x}{\partial x}$$

$$= \frac{x D_x}{2 d^2}$$

ตัวอย่างที่ 1.10 พิจารณาสนามไฟฟ้า \vec{E}_1 ที่เกิดจากขั้วไฟฟ้าคู่หนึ่งซึ่งอยู่ห่างกันจนทำให้เกิดเส้นฟลักก์ขนาดกันในตัวกลางที่มีส่วนภาพย่อนรับได้ ϵ_1 วางทรงกลมไดอิเล็กทริกที่มีส่วนภาพยอมรับได้ ϵ_2 ไว้ในตัวกลาง ϵ_1 ดังรูป จงหาสนามภายในทรงกลม (ถือว่ามีค่า σ สามาเสมอ) ซึ่งนอกจากจะมี E_1 ภายนอกทรงกลม ยังมีไดโอดเมค่า P อยู่ภายในทรงกลม (อยู่ตั้งแต่กลางของทรงกลม)



วิธีทำ ศักย์ภายในทรงกลม ถ้า r เป็นรัศมีของทรงกลม คือ

$$v_2 = -E_2 r \cos \theta$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ \vec{E} และ \vec{D}

$$\text{ส่วนที่ได้จากศักย์ที่ } r \text{ เนื่องจากโมเมนต์ไดโอด } \text{ คือ } \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

และศักย์ภายนอกทรงกลมเนื่องจากสนาม คือ $-E_1 r \cos \theta$

ดังนั้น ศักย์รวมภายนอกทรงกลม คือ

$$v_1 = -E_1 r \cos \theta + \frac{P}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

จากกฎการอนุรักษ์ของพลังงานที่ขอบ ศักย์จะต้องต่อเนื่อง ดังนั้น $v_1 = v_2$

$$-E_2 r = -E_1 r + \frac{P}{4\pi\varepsilon_v r^2} \quad \dots(1.1)$$

ดังนั้น เกรเดียนซ์ (ดิฟเฟอเรนเชียล) จะต้องเท่ากันที่ขอบ ทำให้ได้

$$\varepsilon_1 \frac{\partial v_1}{\partial r} = \varepsilon_2 \frac{\partial v_2}{\partial r}$$

$$-\varepsilon_1 E_1 \cos\theta - \frac{2P}{4\pi\varepsilon_v r^3} \cos\theta = -\varepsilon_1 E_1 \cos\theta$$

หรือ

$$-\varepsilon_2 E_2 = -\varepsilon_1 E_1 - \frac{2\varepsilon_1 P}{4\pi\varepsilon_v r^3}$$

ทำให้ได้

$$-\varepsilon_2 E_2 r^3 = -\varepsilon_2 E_1 r^3 + \frac{\varepsilon_2 P}{4\pi\varepsilon_v}$$

$$-\varepsilon_2 E_2 r^3 = -\varepsilon_1 E_1 r^3 - \frac{2\varepsilon_1 P}{4\pi\varepsilon_v}$$

นำสองสมการข้างบนมาลบกัน จะได้

$$0 = -\varepsilon_2 E_1 r^3 + \varepsilon_1 E_1 r^2 + \frac{P}{4\pi\varepsilon_v} (\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)$$

หรือ

$$0 = E_1 r^3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) + \frac{P}{4\pi\varepsilon_v} (\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)$$

แก้สมการได้

$$\frac{P}{4\pi\varepsilon_v} = -E_1 r^3 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}$$

แทนกลับเข้าไปในสมการ (1.1)

$$-E_2r = -E_1r - E_1r \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

หรือ

$$\begin{aligned} E_2 &= E_1 \left(1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \\ &= E_1 \left(\frac{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \end{aligned}$$

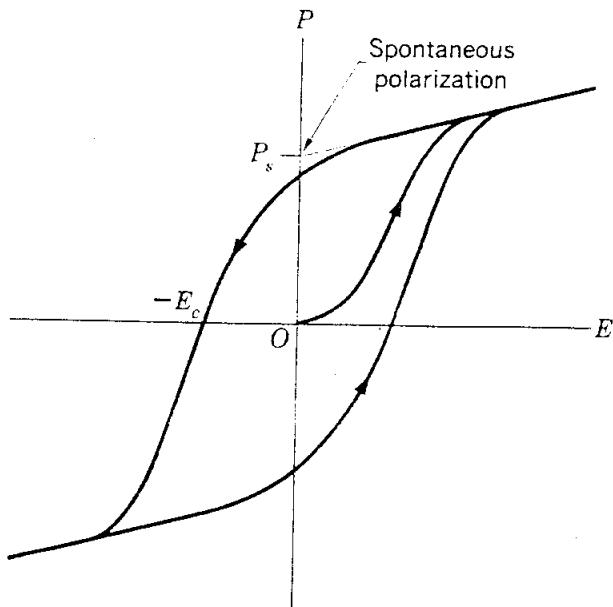
ดังนั้น

$$E_2 = E_1 \left(\frac{3\varepsilon_1}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right)$$

1.9 ผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริก (Ferroelectric crystal)

ผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริกจะมีได้โพลโนเมนต์การถึงแม้ว่าไม่มีสนามไฟฟ้าจากภายนอก ในสภาวะเฟอร์โรอิเล็กทริก จุดศูนย์กลางของประจุบวกของผลึกจะไม่ตรงกับจุดศูนย์กลางของประจุลบ กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโพลาไรเซชันกับสนามไฟฟ้าของสารเฟอร์โรอิเล็กทริกแสดงในรูปที่ 1.9 グラฟจะเป็นรูปปีก เรียกว่า ฮิสเตอเรซิสลูป (hysteresis loop) เราสามารถตัดเส้นกราฟนี้ในการศึกษาสเตทเฟอร์โรอิเล็กทริก ผลึกที่อยู่ในสเตทไดอิเล็กทริก โดยทั่วไปจะไม่เกิดฮิสเตอเรซิส เมื่อให้สนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างช้าๆ ในผลึกบางชนิด โนเมนต์ไดโอดจะไม่เข้ากับสนามไฟฟ้าที่ได้รับจากภายนอก ไม่ว่าจะให้สนามไฟฟ้ามากเพียงไร ผลึกชนิดนี้ ค่าโนเมนต์จะเปลี่ยนเมื่อให้ความร้อน การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิจะทำให้โนเมนต์ไดโอดเปลี่ยนด้วย ผลึกนี้เรียกว่า ไฟโรอิเล็กทริก ขณะที่ผลึกซึ่งโนเมนต์ไดโอดเปลี่ยนทิศเมื่อได้รับสนามไฟฟ้ามีชื่อเรียกว่า เฟอร์โรอิเล็กทริก ผลึกซึ่งในโครงสร้าง LiNbO₃ เป็นไฟโรอิเล็กทริกที่อุณหภูมิห้อง มีอุณหภูมิเปลี่ยนสภาวะสูง ($T_c = 1470\text{ K}$) และโพลาไรเซชันอัมตัวสูง จะเกิดโพลาไรเซชันจากสนามไฟฟ้า เมื่ออุณหภูมิสูงเกิน 1000°C

สเตทเฟอร์โรอิเล็กทริกจะลื้นสุดเมื่ออุณหภูมิสูงถึงอุณหภูมิранซิรัน ผลึกจะอยู่ในสภาวะพาราอิเล็กทริกโดยผลึกพาราอิเล็กทริก ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกจะลดลงเมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้น



รูปที่ 1.9 ฮิสเทอเรซิสสูปของสารเฟอร์โรอิเล็กทริก

การจำแนกผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริก

ผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริกแสดงในตารางที่ 1.2 พร้อมกับอุณหภูมิранชิชัน T_c หรือ จุดคิรี (Curie point) ซึ่งผลึกจะเปลี่ยนจากสเตท โพลาไรซ์ที่อุณหภูมิต่ำเป็นสเตทไม่โพลาไรซ์ที่อุณหภูมิสูง การเคลื่อนที่เนื่องจากความร้อน จะทำลายสภาพเฟอร์โรอิเล็กทริก ผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริกบางชนิดไม่มี จุดคิรี เพราะว่าผลึกหลอมเหลว ก่อนที่จะถึงอุณหภูมิранชิชัน นอกจานี้ภายในตารางยังแสดงค่า สปอนเตเนียสโพลาไรเซชัน P_s ด้วย

หากค่า P_s ในหน่วยแอลส์โอลเป็น Cm^{-2} โดยการคูณค่าในหน่วย CGS ด้วย 3×10^5 และหากค่า P_s ในหน่วย $\mu coul/cm^2$ โดยการหารค่าในหน่วย CGS ด้วย 3×10^2

ตารางที่ 1.2 ผลึกเฟอร์โรอิเล็กทริก

		T_c , in K	P_s in esu cm ⁻² , at T K	
<i>KDP type</i>	KH_2PO_4	123	16,000	[96]
	KD_2PO_4	213	13,500	—
	RbH_2PO_4	147	16,800	[90]
	RbH_2AsO_4	111	—	—
	KH_2AsO_4	96	15,000	[80]
<i>TGS type</i>	GeTe	670	—	—
	Tri-glycine sulfate	322	8,400	[293]
	Tri-glycine selenate	295	9,600	[273]
<i>Perovskites</i>	BaTiO_3	393	78,000	[296]
	SrTiO_3	~0	(9,000)	[4]
	KNbO_3	712	90,000	[523]
	PbTiO_3	763	>150,000	[300]
	LiTaO_3	890	70,000	[720]
	LiNbO_3	1470	900,000	—

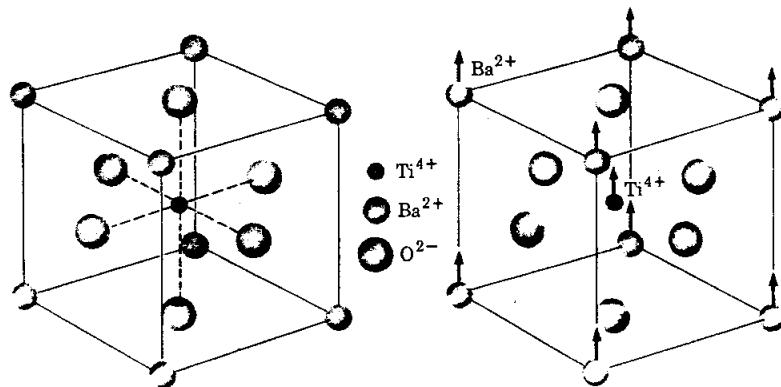
พิจารณาแบบเรียบไทยแทนที่ค่า P_s ที่อุณหภูมิห้อง (รูปที่ 1.10) คือ 8×10^4 esu cm⁻² ปริมาตรของเซลล์ คือ $(4 \times 10^{-8})^3 = 64 \times 10^{-24} \text{ cm}^3$ ดังนั้นโมเมนต์ไดโอลของเซลล์ คือ

$$\begin{aligned} p &\equiv (8 \times 10^4 \text{ esu cm}^{-2})(64 \times 10^{-24} \text{ cm}^3) \\ &= 5 \times 10^{-18} \text{ esu cm} \end{aligned} \quad (\text{CGS})$$

หรือ

$$\begin{aligned} p &\equiv (3 \times 10^{-1} \text{ Cm}^{-2})(64 \times 10^{-30} \text{ m}^3) \\ &= 2 \times 10^{-29} \text{ Cm} \end{aligned} \quad (\text{SI})$$

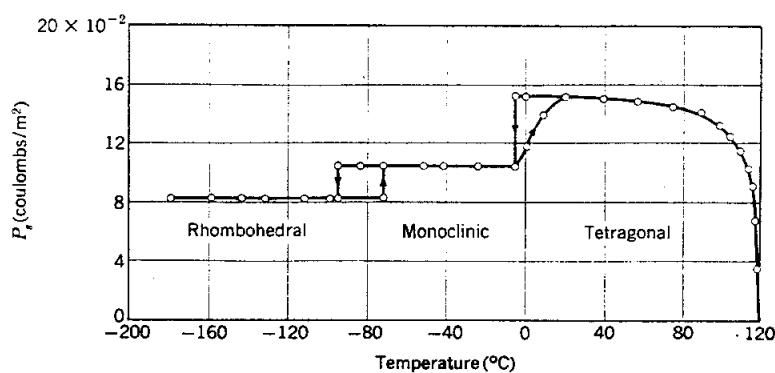
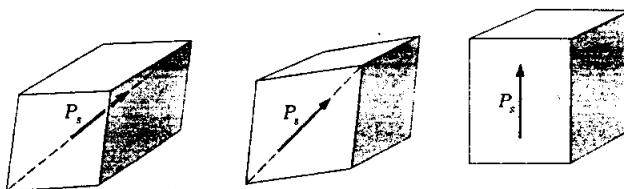
ถ้าไอออนบวก Ba^{2+} และ Ti^{4+} เคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง $\delta = 0.1 \text{ }^\circ\text{A}$ เมื่อเทียบกับ ไอออนลบ O^{2-} โมเมนต์ไดโอลของเซลล์จะมีค่าเท่ากับ $6e\delta \equiv 3 \times 10^{-18} \text{ esu cm}$



(ก)

(ข)

รูปที่ 1.10 ก) โครงสร้างของผลึกแบบเริ่มไทเทเนท ข) ที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิคริสตัลization จะเปลี่ยนรูปไปเล็กน้อย



รูปที่ 1.11 สปองเกเนียสโพลาริเซชันของแบเริ่มไทเทเนทเป็นฟังก์ชันของอุณหภูมิ

1.10 โพลาไรเซชันแคಥาสโตรฟี (Polarization Catastrophe)

เป็นปรากฏการณ์ที่โพลาไรเซชันมีค่ามาก สนามไฟฟ้าห้องถินที่เกิดจากโพลาไรเซชันเพิ่มขึ้น เร็วกว่าแรงสูงสภาพเดิมของไอลอนภายในผลึก เราสามารถเขียนค่าคงที่ได้อิเล็กทริกในรูป

$$\varepsilon = \frac{1 + \frac{8\pi}{3} \sum N_i \alpha_i}{1 - \frac{4\pi}{3} \sum N_i \alpha_i} \quad (\text{CGS})$$

เมื่อ α_i เป็นสภาพโพลาไรซ์ชนิดไอลอนนิกรรมกับชนิดอิเล็กทรอนิกของไอลอนชนิด i และ N_i เป็นจำนวนของไอลอน i ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรค่าคงที่ได้อิเล็กทริกจะมีค่ามาก เมื่อ

$$\sum N_i \alpha_i = 3/4\pi$$

นี่คือเงื่อนไขที่ทำให้เกิดโพลาไรเซชันแคಥาสโตรฟีค่า ε จะขึ้นกับผลต่างระหว่าง $\sum N_i \alpha_i$ และ $3/4\pi$ ถ้าเราเขียน

$$(4\pi/3) \sum N_i \alpha_i = 1 - 3s \quad (\text{CGS})$$

เมื่อ $s \ll 1$ จะได้ค่าคงที่ได้อิเล็กทริก

$$\varepsilon \approx 1/s$$

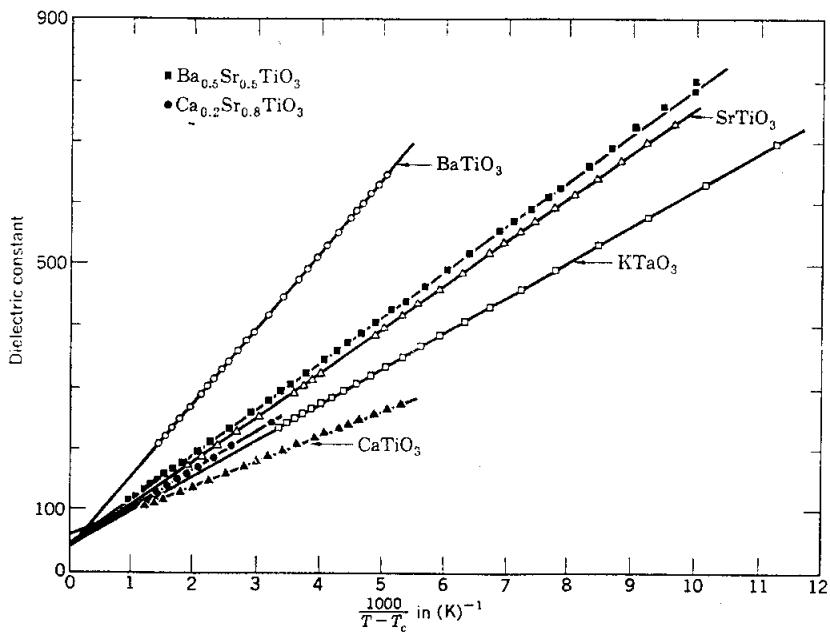
สมนुติว่า ไกลักชุนภูมิวิกฤติ α แปรโดยตรงกับอุณหภูมิ

$$s \approx (T - T_c)/\xi$$

เมื่อ ξ มีค่าคงที่ การเปลี่ยนแปลงของ s หรือ $\sum N_i \alpha_i$ จะได้จากการขยายตัวเนื่องจากความร้อนของแลಥทิช ค่าคงที่ได้อิเล็กทริกจะอยู่ในรูป

$$\varepsilon \approx \frac{\xi}{T - T_c}$$

ซึ่งมีค่าไกลักกับการเปลี่ยนอุณหภูมิของสเตทพาราอิเล็กทริก รูปที่ 1.12



รูปที่ 1.12 ค่าคงที่ไคลอเล็กทริกกับ $1/(T - T_c)$ ของสเตตพาราอิเล็กทริก $T > T_c$ ของผลึกเพอโรสไกท์

1.11 ทฤษฎีการเปลี่ยนเฟสของแคนดาว

สมมุติว่าเราสามารถถะกระจายความหนาแน่นของพลังงานอิสระของแคนดาว \vec{F} ได้เป็น

$$\hat{F}(P; T; E) = -EP + g_0 + \frac{1}{2}g_2 P^4 + \frac{1}{6}g_6 P^6 + \dots$$

เมื่อสัมประสิทธิ์ g_n ขึ้นกับอุณหภูมิ โพลาไรเซชันสมดุลซึ่งในส่วนนี้ไฟฟ้าจะเป็นไปตามสมการ

$$\frac{\partial \vec{F}}{\partial P} = 0 = -E + g_2 P + g_4 P^3 + g_6 P^5 + \dots$$

สำหรับตอนนี้ เราสมมุติว่าวัตถุเป็นแท่งยาว มีส่วนไฟฟ้าภายนอก E ขนาดกับแกนยาว

ในการหาสูตรเพื่อเรอีเล็กทริก เราจะสมมุติว่าสัมประสิทธิ์ของพจน์ P^2 ผ่านจุดศูนย์ที่ อุณหภูมิ T_0

$$g_2 = \gamma(T - T_0)$$

เมื่อ γ เป็นค่าคงที่บวก และ T_0 อาจจะมีค่าเท่ากับหรือน้อยกว่าอุณหภูมิทราบซึ่งกัน ถ้า g_2 มีค่า น้อยและเป็นบวกหมายความว่า แลบทิชเป็นชนิดที่อาจจะไม่มีเสถียรภาพได้ง่าย g_2 มีค่าขึ้นกับ อุณหภูมิ

การเปลี่ยนแปลงลำดับสอง

ถ้า g_4 เป็นบวก สามารถตั้ง g_6 ได้โดยไรเรชันเมื่อไม่ให้สนใจไฟฟ้าจากภายนอกจะ หายไปจาก

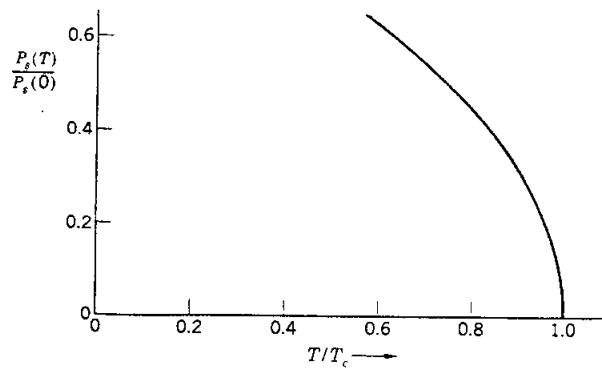
$$\gamma(T - T_0)P_s + g_4 P_s^3 = 0$$

$$\text{ดังนั้น } P_s = 0 \text{ หรือ } P_s^2 = (\gamma/g_4)(T_0 - T)$$

สำหรับ $T \geq T_0$ รากของสมการจะอยู่ที่ $P_s = 0$ เพราะว่า γ และ g_4 เป็นบวก ดังนั้น T_0 เป็น อุณหภูมิครูรี

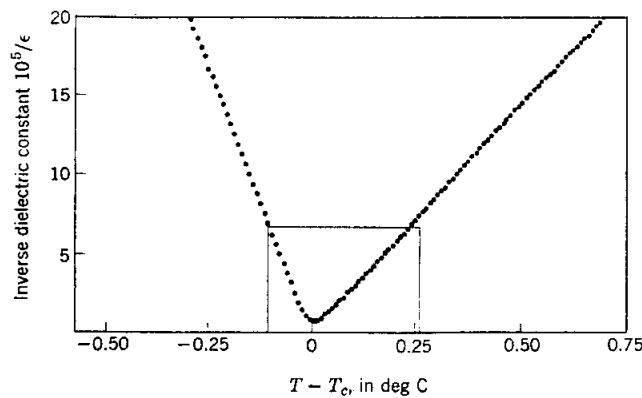
สำหรับ $T < T_0$ พลังงานอิสระของแلنคาวเมื่อสนใจภายนอกเป็นศูนย์ จะอยู่ที่

$$|P_s| = (\gamma/g_4)^{1/2}(T_0 - T)^{1/2}$$



รูปที่ 1.13 สปองเทเนิสโพลาไรเซชัน กับอุณหภูมิสำหรับการเปลี่ยนเฟสลำดับสอง

การเปลี่ยนเฟสเป็นการเปลี่ยนลำดับสอง เพราะว่า โพลาไรเซชันเป็นสูญญ์ที่อุณหภูมิранซิชัน ตัวอย่างของการเปลี่ยนลำดับสอง คือ การเปลี่ยนในไตรกลีซีนชัลเฟต ตามรูปที่ 1.14 ค่ายกกำลังของ $(T_0 - T)$ คือ 0.51 ± 0.05



รูปที่ 1.14 ค่าพกผันของค่าคงที่ไอดีเอ็กทริกกับผลต่างของอุณหภูมิ $\Delta T = T - T_c$ ของไตรกลีซีนชัลเฟต

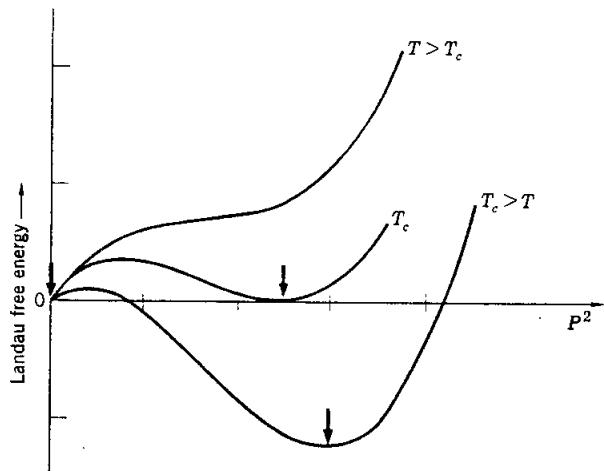
การเปลี่ยนแปลงลำดับหนึ่ง

การเปลี่ยนแปลงจะเป็นชนิดลำดับหนึ่งเมื่อ g_4 เป็นลบ เราต้องนำ g_6 มาคิดค่าว'y และให้ g_6 เป็นบวกเพื่อที่จะทำให้ \bar{F} ไม่มีค่าเท่ากับ $-\infty$ (รูป 1.15) ภาวะสมดุลย์ เมื่อ $E = 0$ คือ

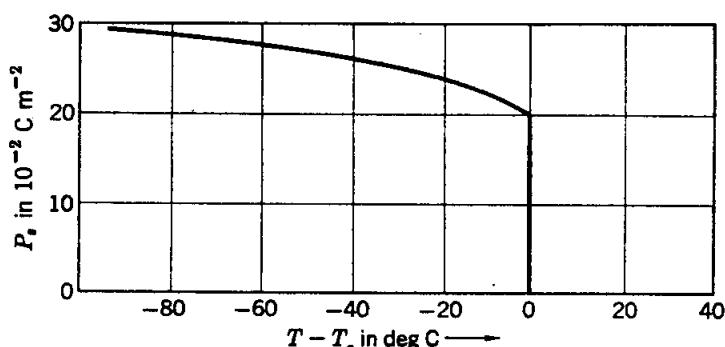
$$\gamma(T - T_0)P_s - |g_4|P_s^3 + g_6 P_s^5 = 0$$

ดังนั้น $P_s = 0$ หรือ

$$\gamma(T - T_0) - |g_4|P_s^2 + g_6 P_s^4 = 0$$



รูปที่ 1.15 พังก์ชันพลังงานอิสระของແلنດາກับ $(\text{โพลาไรเซชัน})^2$ สำหรับการเปลี่ยนแปลงลำดับหนึ่ง



รูปที่ 1.16 ค่าที่ได้จากการคำนวณของส่วนของเนื้อโพลาไรเซชันกับอุณหภูมิสำหรับแบบเรียนไทยแทนต

ตัวอย่างที่ 1.11 สารอิเล็กทรอน (electret) มีไดโพลไมเมนต์ถาวร แม้ว่าไม่มีประจุอิสระ กำหนดให้ทรงกลมแม่เหล็กรัศมี R เวกเตอร์โพลาไรเซชันอิเล็กทริก

$$\vec{P} = \hat{r} P_0 r$$

จงหาความหนาแน่นประจุขึด (bound charge density) ρ' เวกเตอร์การกระจัดอิเล็กทริก (electric displacement vector) \vec{D} และสนามไฟฟ้า \vec{E} เป็นพังก์ชันของ r

วิธีทำ ความหนาแน่นประจุขึด หาได้จาก

$$\rho' = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

อาศัยระบบพิกัดทรงกลม

$$\rho' = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r^2 P_r(r)]$$

$$P_r = P_0 r$$

$$\text{เนื่องจาก } P \neq f(\theta, \phi)$$

$$\begin{aligned} \rho' &= -\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r^3 P_0] \\ &= \frac{1}{r^2} 3r^2 P_0 = 3P_0 \end{aligned}$$

หาค่า \vec{D} อาศัยกฎของเกass

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q$$

เมื่อ Q เป็นประจุอิสระภายในผิว ในตัวอย่างนี้ไม่มีประจุที่อยู่ภายใน ดังนั้น $\vec{D} = 0$

การหาค่า \vec{E} ใช้

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q_{total}}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_{free} + q_{bound})$$

อาศัยพิวากัสเซียนทรงกลม (spherical Gaussian surface) รัศมี r

$$\begin{aligned}\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} &= \int [E_r \hat{r} + E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi}] \cdot \hat{r} da \\ &= \oint E_r da \\ &= E_r \oint da \\ &= E_r (4\pi r^2) = \frac{q_{bound}}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

โดยที่

$$q_{bound} = \int \rho dv$$

เมื่อ $r < R$

$$\begin{aligned}E_r (4\pi r^2) &= \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho' dv = \frac{-3P_0}{\epsilon_0} \int dv \\ E_r (4\pi r^2) &= \frac{-3P_0}{\epsilon_0} \int_0^r 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{-4\pi P_0 r^2}{\epsilon_0} \\ \text{ดังนั้น} \quad \vec{E} &= -\hat{r} \frac{P_0 r}{\epsilon_0} \quad \text{เมื่อ } r < R\end{aligned}$$

เมื่อ $r < R$, $q_{total} = 0$ เพราะว่า ได้ผลของสารไดอิเล็กทริกมีประจุบวกเท่ากับประจุลบ
ดังนั้น $\vec{E} = 0$ เมื่อ $r < R$

โฟโนน

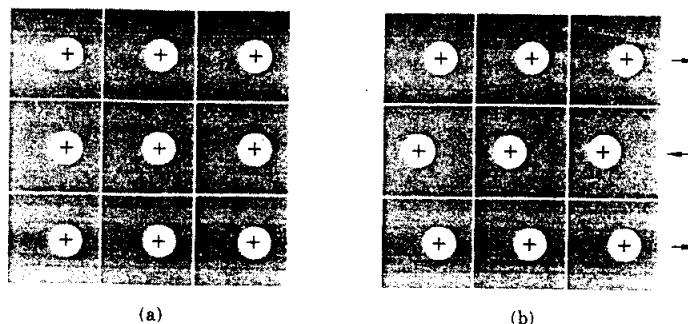
ความสัมพันธ์ลิดเดน-ชาคส์-เทลเลอร์ (Lyddane - Sachs - Teller) คือ

$$\omega_T^2 / \omega_L^2 = \varepsilon(\infty) / \varepsilon(0)$$

สำหรับสารเพอโรอิเล็กทริก ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกจะมีค่ามากขึ้นเมื่อความถี่ของโฟโนนตาม
ขวางมีค่าลดลง เมื่อค่าคงที่ไดอิเล็กทริก $\varepsilon(0)$ มีค่ามาก เช่น 100 - 10,000 ω_T จะมีค่าน้อย เมื่อ
 $\omega_T = 0$ ผลึกจะอยู่ในสภาพไม่เสถียร เพราะว่า ไม่มีแรงกลับคืน

1.12 แอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริกิตี้ (Antiferroelectricity)

ผลึกที่มีรูปร่างชนิดเพโตรสไกท์จะมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างอื่นนอกเหนือจากการกระซัดของเฟอร์โรอิเล็กทริก การเปลี่ยนแปลงนี้ จะทำให้ค่าคงที่ไดอิเล็กทริกเปลี่ยนแปลงไป การเปลี่ยนแปลงชนิดนี้เรียกว่า แอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริก จะมีการเปลี่ยนแปลงของแนวของไอออน ดังรูปที่ 1.17 เพื่อให้จะแกรมของระบบเพโตรสไกท์ เช่น ระบบ $PbZrO_3 - PbTiO_3$ แสดงการเปลี่ยนระหว่างสเตทของพารา เฟอร์โรและแอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริก



รูปที่ 1.17 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงของ (ก) เฟอร์โรอิเล็กทริกกับ (ข) แอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริก

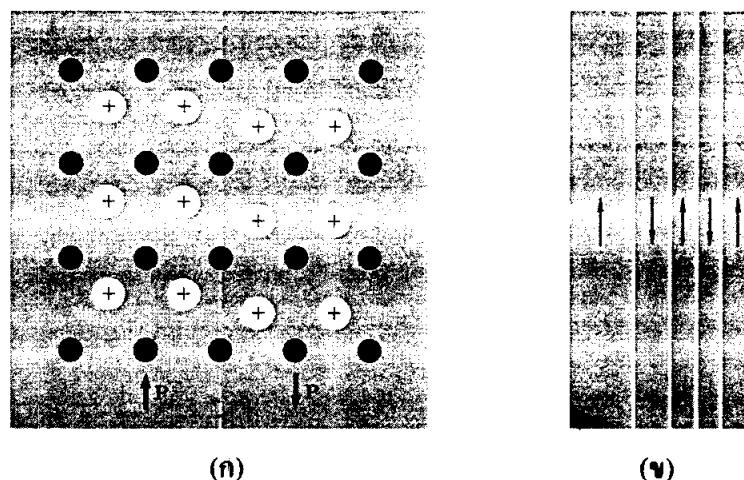
แอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริกของไดโพลโมเมนต์ถาวรที่อุณหภูมิต่ำจะพบในเกลือแอมโนเนียม และไฮโดรเจนแอมรายด์ ผลึกหลายชนิดมีอนิโพราร์สเตทแสดงในตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 ผลึกแอนตี้เฟอร์โรอิเล็กทริก

Crystal	Transition Temperature to Antiferroelectric State, in K
WO_3	1010
$NaNbO_3$	793, 911
$PbZrO_3$	506
$PbHfO_3$	488
$NH_4H_2PO_4$	148
$ND_4D_2PO_4$	242
$NH_4H_2AsO_4$	216
$ND_4D_2AsO_4$	304
$(NH_4)_2H_3IO_6$	254

1.13 เฟอโรอิเล็กทริกโอดเมน

พิจารณาผลึกเฟอโรอิเล็กทริก (เช่น แบนเรย์ม ไทยแทนต) ซึ่งสปอร์บทเนียสโพลาไรเซชันมีทิศขึ้นหรือลงตามแกน c ของผลึก จะมีริเวณที่เรียกว่า โดเมน (domains) ซึ่งโพลาไรเซชันมีทิศเดียวกัน แต่โอดเมนใกล้เคียง โพลาไรเซชันจะมีทิศต่างกัน รูปที่ 1.18 แสดงโอดเมนที่มีทิศตรงข้าม



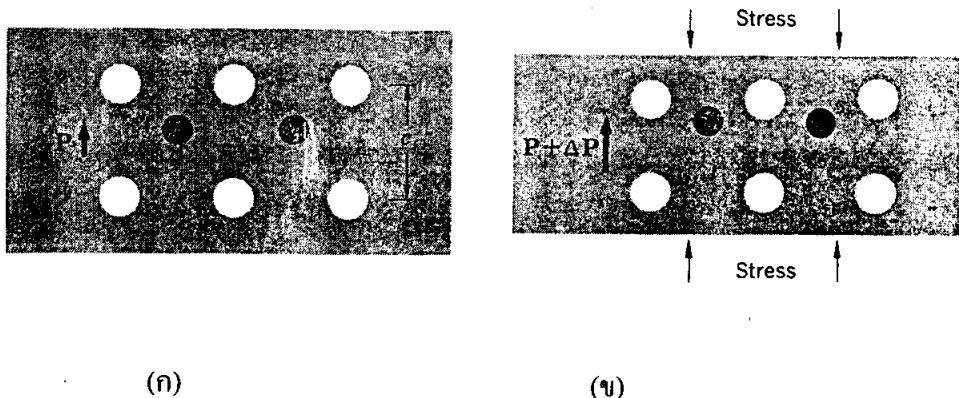
รูปที่ 1.18 (ก) ภาพวัวดแสดงการกระจายของตะอมหั้งสองข้างของขบวนเบคซึ่งโอดเมนโพลาไรซ์ในทิศตรงกันข้าม (ข) ภาพโอดเมนซึ่งโพลาไรซ์ในทิศตรงกันข้าม

1.14 เพียโซอิเล็กทริก

ผลึกทุกชนิดที่อยู่ในสเตทเฟอโรอิเล็กทริก จะเป็นเพียโซอิเล็กทริกด้วย ถ้าให้แรงดัน z แก่ ผลึกจะทำให้โพลาไรเซชันของผลึกเปลี่ยนไป (รูป 1.19) เช่นเดียวกัน เมื่อให้สนามไฟฟ้า E แก่ ผลึกจะทำให้ผลึกเกิดความเครียด สมการของเพียโซอิเล็กทริกใน 1 มิติ คือ

p = Zd + E\chi ; \quad e = Zs + Ed \quad (\text{CGS})

เมื่อ p เป็นโพลาไรเซชัน Z เป็นแรงดัน d เป็นค่าคงที่ความเครียดเพียโซอิเล็กทริก E เป็นสนามไฟฟ้า χ เป็นค่าซึ่งขึ้นไดอิเล็กทริก e เป็นความเครียด และ s เป็นค่าคงที่อิเล็กทริก ถ้าในหน่วย SI ให้แทน χ ด้วย $\epsilon_0 \chi$

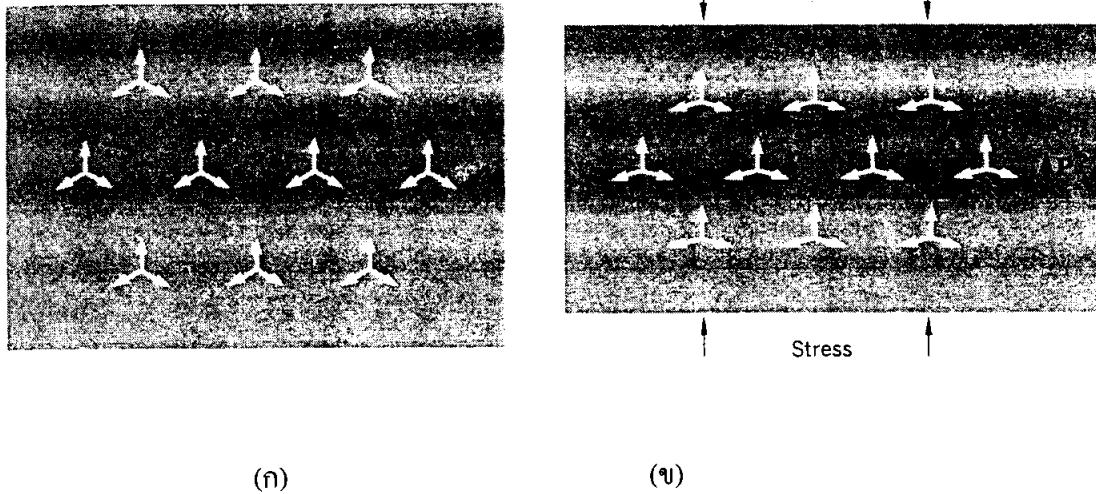


รูปที่ 1.19 (ก) ผลึกเพื่อโรอิเล็กทริกที่ไม่ได้รับแรงดัน
 (ข) ผลึกเพื่อโรอิเล็กทริกที่ได้รับแรงดันทำให้โพลาไรเซชันเปลี่ยนไป ΔP

ผลึกอาจจะเป็นเพียงสหซิอิเล็กทริกโดยไม่จำเป็นต้องเป็นเพื่อโรอิเล็กทริก ผลึกควรซึ่งเป็นเพียงสหซิอิเล็กทริก แต่ไม่เป็นเพื่อโรอิเล็กทริก ส่วนแบนเริ่มใหญาแนบที่เป็นทึ่งคู่ ในความซึ่ง $d \approx 10^{-7} \text{ cm/statvolt}$ และในแบนเริ่มใหญาแนบท $d \approx 10^{-5} \text{ cm/statvolt}$ นิยามของค่าคงที่ความเครียดเพียงสหซิอิเล็กทริก คือ

$$d_{ik} = (\partial e_k / \partial E_i)_z$$

เมื่อ $i = x, y, z$ และ $k = xx, yy, zz, yz, zx, xy$
 ถ้าเปลี่ยนหน่วย cm/statV จากค่าของ d_{ik} ในหน่วย m/v ให้คูณด้วย 3×10^4



รูปที่ 1.20 (ก) พลีกที่ไม่ได้รับแรงค่านจะมีสมมาตรชนิดทริโพล ลูกศรแทนโนเมนค์ไดโพล
 (ข) พลีกเมื่อรับแรงคืนจะเกิดโพลาไรเซชันในทิศทางดังรูป

1.15 เพอโรอิลัสทริซิตี้

พลีกเป็นชนิดเพอโรอิลัสติกเมื่อมีสเตทเสถีธร 2 หรือมากกว่า 2 สเตท และถ้าพลีกนั้นสามารถเปลี่ยนจากสเตทหนึ่งไปยังอีกสเตทหนึ่งโดยการให้แรงคืนตัวอย่างของพลีกนี้ เช่น การโคลนเนินโนลินเดท $Gd_2(MoO_4)_2$ ประกอบด้วยเพอโรอิลลีกทริก – เพอโรอิลัสติก ตะกั่วฟอสเฟส $Pb_2(PO_4)_2$ มีแต่เพอโรอิลัสติกอย่างเดียว ยังมีพลีกอีกหลายชนิดที่ประกอบด้วยเพอโรแมกнетิก – เพอโรอิลลีกทริก

สรุป

1. สนามไฟฟ้าเฉลี่ยของสาร กือ สนามไฟฟ้าแมกโกร E ที่ใช้ในการของแมกเวลส์
2. สนามไฟฟ้าที่จุด r_j ของอะตอม j กือ สนามไฟฟ้าท้องถิ่น E_{loc} เป็นผลรวมของประจุทั้งหมด

$$E_{loc}(\vec{r}_j) = E_0 + E_1 + E_2 + E_3(r_j) \quad \text{เมื่อ}$$

E_0 = สนามไฟฟ้ายานออก

E_1 = สนามทำลายโพลาไรซ์

E_2 = สนามจากโพลาไรเซชันภายนอกทรงกลมศูนย์กลางที่ r_j

$E_3(r_j)$ = สนามที่ r_j จากอะตอมทั้งหมดภายในทรงกลม

3. สนาม E จากสมการของแมกเวลส์ มีค่าเท่ากับ $E_0 + E_1$ ซึ่งโดยทั่วไปจะไม่เท่ากับ $E_{loc}(r_j)$
4. สนามทำลายโพลาไรซ์ในรูปทรงรี กือ $E_{1\mu} = -N_{\mu\nu} P_\nu$ เมื่อ $N_{\mu\nu}$ เป็นเทนเซอร์ทำลายโพลาไรซ์ โพลาไรเซชัน \bar{P} กือ โมเมนต์ไดโพลต่อหน่วยปริมาตร ในรูปทรงกลม $N = 4\pi/3$
5. สนามลอเรนซ์ $E_2 = 4\pi P/3$
6. สภาพโพลาไรซ์ α ของอะตอมในเทอมของสนามท้องถิ่น $p = \alpha E_{loc}$
7. สภาพซึ่งขับไลอเล็กทริก χ และค่าคงที่ไลอเล็กทริก ϵ ในเทอมของสนามไฟฟ้า $D = E + 4\pi P = \epsilon E = (1 + 4\pi\chi)E$ หรือ $\chi = P/E$ ในหน่วย SI จะได้ $\chi = P/\epsilon_0 E$
8. อะตอมที่จุดสมนาตรลูกบาศก์ $E_{loc} = E + (4\pi/3)P$ และเป็นไปตามความสัมพันธ์ความเขียวสีเขียว – น้ำเงินสีฟ้า