บทที่ 2
ปรากฏการณ์ที่นำไปสู่ทฤษฎีสัมพัทธภาพ

วัตถุประสงค์

1. ให้สามารถคำนวณปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ได้ในระดับแบบฝึกหัดท้ายบทข้อ 1, 2 และ 3
2. ให้สามารถคำนวณมุมซึ่งเกิดจากความคลาดของแสงจากดาวฤกษ์ได้
3. ให้สามารถวิเคราะห์ปรากฏการณ์ที่คาดหวังจากการทดลองของไมเคิลสัน-มอร์เลย์
4. ให้สามารถคำนวณความเร็วรังสีของแสง และความเร็วเฟสของแสง ตามทฤษฎีอีเทอร์ได้

2.1 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (The Doppler effect)

จากสมการที่ (1.56)

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{v}{c}\cos\alpha\right)$$

แสดงถึงความสัมพันธ์ ความถี่ ν' ในระบบพิกัด s' ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ไปทางทิศ $+x$ ของระบบพิกัด s ซึ่งอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับอีเทอร์ ถ้า $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วย ในทิศที่ตั้งได้ฉากกับหน้าของคลื่น $\bar{v}$ เป็นความเร็วของ s' เทียบกับ s (เทียบกับอีเทอร์) สมการข้างบนที่กล่าวถึง (1.56) อาจจะดัดแปลงเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right) \tag{2.1}$$

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์เกิดขึ้นเมื่อผู้สังเกตการณ์เคลื่อนที่เมื่อเทียบกับจุดกำเนิดแสง แต่สมการ (2.1) จะใช้ได้กับกรณีที่อีเทอร์อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับระบบพิกัด s เท่านั้น โดยทั่วไปแล้ว ทั้งจุดกำเนิดแสงและผู้สังเกตการณ์จะต้องเคลื่อนที่ไปเมื่อเทียบกับอีเทอร์ด้วย ถ้าหาก ν° เป็นความถี่ของจุดกำเนิดแสง $\bar{v}^\circ$ เป็นความเร็วของจุดกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์ ดังนั้นจากสมการ (2.1)

$$\nu^\circ = \nu\left(1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}^\circ}{c}\right) \tag{2.2}$$

เมื่อ ν เป็นค่าความถี่ที่ปรากฏในระบบพิกัดซึ่งอีเทอร์อยู่นิ่ง หาค่า ν จากสมการ (2.2) แล้วแทนค่า ν ในสมการ (2.1)

$$\nu' = \nu^\circ \frac{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}}{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}^\circ}{c}} \tag{2.3}$$

ค่า ν', ν° ทิศของการเคลื่อนที่ของคลื่น $\hat{n}$ และความเร็วสัมพัทธ์ $\bar{v}_r = \bar{v} - \bar{v}^\circ$ อาจจะหาได้โดยตรงจากการทดลอง ดังนั้นสมการ (2.3) อาจจะใช้เป็นสมการที่จะใช้หาความเร็วของจุดกำเนิดแสง $\bar{v}^\circ$ หรือความเร็วของผู้สังเกตการณ์ $\bar{v}$ เทียบกับอีเทอร์ แต่เนื่องจาก $\bar{v}$ และ $\bar{v}^\circ$ มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความเร็วของแสง c เราอาจจะกระจายสมการ (2.3) ได้ดังนี้

$$\nu' = \nu^\circ\left(1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right)\left\{1 + \frac{\hat{n}.\bar{v}^\circ}{c} + \left(\frac{\hat{n}.\bar{v}^\circ}{c}\right)^2 + \ldots\right\}$$

$$= \nu^\circ\left(1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}_r}{c} - \frac{(\hat{n}.\bar{v}^\circ)(\hat{n}.\bar{v}_r)}{c^2}\right) + \ldots \tag{2.4}$$

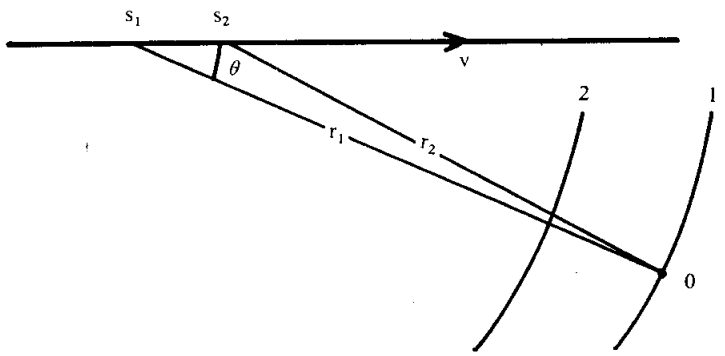
ดังนั้นจะเห็นว่าสำหรับเทอม $\frac{1}{c}$ มีเฉพาะความเร็วสัมพัทธ์ $\bar{v}_r$ ค่าความเร็วของจุดกำเนิดแสง $\bar{v}^\circ$ ไปปรากฏเอาในเทอม $\frac{1}{c^2}$

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ปรากฏในสเปกตรัมของแสงดาว เส้นสเปกตรัมของแสงดาวจะเคลื่อนไปทางเส้นสีม่วง หรือไปทางเส้นสีแดง ขึ้นอยู่กับว่าโลกเคลื่อนที่ไปทางใด ในการเคลื่อนที่ของมันไปตามทางรอบดวงอาทิตย์ในปีหนึ่ง ถ้ามันเคลื่อนเข้าไปใกล้เส้นสเปกตรัมก็จะเคลื่อนไปทางสีม่วง แต่ถ้าหากมันเคลื่อนหนีไปจากดวงอาทิตย์เส้นสเปกตรัมก็จะเคลื่อนไป

ทางสีแดง ความเร็วของโลกตามทางโคจรของมันจะประมาณ 3×10^4 เมตรต่อวินาที ทำให้ $\frac{v}{c} \approx 10^{-4}$ เมตรต่อวินาที ดังนั้น เทอมในอันดับที่สอง (ถ้าสมมุติว่า $v^\circ \approx v_r \approx v$ แล้ว) จะมีค่าประมาณ 10^{-8} เมตรต่อวินาที ซึ่งไม่สามารถจะวัดได้แม่นยำก่อนปี ค.ศ. 1938

ปรากฏการณ์อีกอย่างหนึ่งซึ่งจะใช้สังเกตปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ได้คือ การเปล่งแสงของวัตถุซึ่งเคลื่อนที่ สตาร์ค (Stark 1906) ได้วัดความถี่ของแสงจากโมเลกุลของไฮโดรเจนซึ่งเคลื่อนที่อย่างรวดเร็วในหลอดสุญญากาศ เขาพบว่า ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ซึ่งกำหนดค่าความถี่ไว้ตามสมการ (2.4) เป็นจริงถึงเทอม $\frac{1}{c}$ ในการทดลองในครั้งนั้นค่าของ v_r และ v° วัดได้มีค่าประมาณ 10^6 เมตรต่อวินาที ดังนั้น $\frac{v}{c} \approx \frac{1}{300}$ ทำให้ไม่สามารถแสดงได้ว่าเทอมของ $\frac{1}{c^2}$ จะสอดคล้องกับสมการ (2.4) หรือไม่

ต่อมาในต้นคริสต์ศตวรรษที่ 20 อีฝส์กับสตีลเวลล์ ได้ใช้เทคนิคการทดลองที่ดีขึ้นกว่าในยุคต้นมาก ทำให้สามารถวัดความถี่ในปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ได้ถึงเทอม $\frac{1}{c^2}$ ผลของการทดลองพบว่าค่าที่ได้จากสมการ (2.4) ไม่ถูกต้อง เทอมในอันดับที่สอง ($\frac{1}{c^2}$) นี้ ไม่ขึ้นกับทิศของการเคลื่อนที่ต้นกำเนิดของแสง แต่ขึ้นกับความเร็วสัมพัทธ์ v_r ความหวังที่จะพบกับความเร็วของจุดกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์จึงไม่ประสบผลสำเร็จ



รูปที่ 18 การเคลื่อนของจุดกำเนิดแสง

ตัวอย่างที่ 1 จุดกำเนิดแสงให้กำเนิดสันคลื่น (wave crest) 1 เมื่อมันอยู่ที่จุด s_1 จุดกำเนิดแสงเคลื่อนไปทางขวาด้วยความเร็ว v มุมระหว่างทิศของความเร็วจุดกำเนิดแสงกับ และผู้สังเกตการณ์

คือ θ ความถี่ของจุดกำเนิดแสงคือ f_s เมื่อจุดกำเนิดแสงอยู่ที่ s_2 มันให้กำเนิดสันคลื่น 2 ผู้สังเกตการณ์คนหนึ่งอยู่นิ่งเทียบกับจุด 0 จงหาความถี่ที่สังเกตได้โดยผู้สังเกตการณ์นั้น (f_0)

วิธีทำ ให้ระยะ $s_10 = r_1$ ระยะ $s_20 = r_2$ เวลาที่ใช้ในการผลิตคลื่นลูกหนึ่งคือ $\frac{1}{f_s}$

ดังนั้น $s_1s_2 = v \times \frac{1}{f_s}$

ให้สันคลื่นที่ 1 เกิดขึ้นเมื่อเวลา $t = 0$ ดังนั้นคลื่นจะเคลื่อนไปถึง 0 เมื่อเวลา $t_1 = \frac{r_1}{c}$ สันคลื่นที่ 2 จะเกิดขึ้นเมื่อเวลา $t = \frac{1}{f_s}$ มันใช้เวลาเดินไปถึง 0 $= t_2 = \frac{1}{f_s} + \frac{r_2}{c}$ ดังนั้นเวลาระหว่างสันคลื่นที่ 1 ผ่าน 0 ถึงเวลาที่สันคลื่นที่ 2 ผ่าน 0 คือ

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{1}{f_s} + \frac{r_2}{c} - \frac{r_1}{c} \qquad (2.5)$$

แต่จากกฎของโคไซน์ $r_2 = \sqrt{r_1^2 + (s_1s_2)^2 - 2r_1(s_1s_2)\cos\theta}$

$$\approx r_1 - (s_1s_2)\cos\theta$$

แทน r_2 ใน (2.5) ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\Delta t = \frac{1}{f_s} + \frac{r_1 - (s_1s_2)\cos\theta}{c} - \frac{r_1}{c}$$

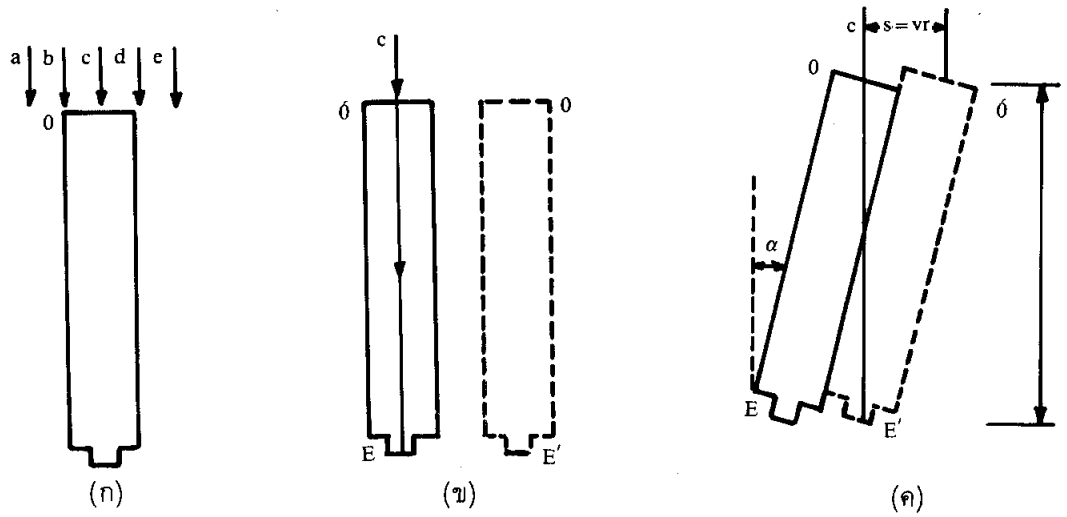
$$= \frac{1}{f_s} - \frac{(s_1s_2)\cos\theta}{c} = \frac{1}{f_s} - \frac{v\cos\theta}{cf_s}$$

$$= \frac{1}{f_0}$$

$$\therefore f_0 = \frac{f_s}{(1 - \frac{v}{c}\cos\theta)} \qquad (2.6)$$

ถ้าพิจารณาจากสมการ (2.3) จะเห็นว่าความเร็วของผู้สังเกตการณ์เทียบกับอีเทอร์ไม่มี (2.3) จะกลายเป็น (2.6) โดยปริยาย

2.2 ความคลาดของแสง (Abberation of Light)



รูปที่ 19 รูปแสดงการเกิดความคลาดแสง

การทดลองเรื่องความคลาดแสง แสดงให้เห็นความจริงที่ว่าโลกของเราไม่ได้ดึงเอาอีเทอร์ติดไปกับมันด้วยเมื่อโลกเคลื่อนที่ไปตามวงโคจรของมัน รูปที่ 19 (ก) แสดงให้เห็นลำแสงจากดาวที่อยู่ไกลมาเข้าเลนซ์ใกล้วัตถุของกล้องโทรทัศน์ที่ด้าน 0 ของกล้องนั้น แสงนั้นจะเดินไปยังเลนซ์ใกล้ตา E ถ้าหากกล้องอยู่นิ่ง ๆ ผู้สังเกตการณ์ที่ E จะสามารถมองเห็นดวงดาวได้ แต่ถ้าหากกล้องโทรทัศน์เคลื่อนที่อย่างรวดเร็วไปทางขวาดังรูปที่ 19 (ข) เวลาที่แสงใช้เดินทางจากเลนซ์ใกล้วัตถุไปยังเลนซ์ใกล้ตา กล้องได้เคลื่อนที่จากตำแหน่ง OE ไปยังตำแหน่ง O′E′ แสงจะกระทบข้างกล้องทำให้ไม่อาจจะเห็นดวงดาวได้ เพื่อให้ผู้สังเกตที่ E เห็นดวงดาวได้จำต้องเอียงกล้องโทรทัศน์ดังปรากฏในรูปที่ 19 (ค) แสงซึ่งมากระทบกับเลนซ์ใกล้วัตถุจะวิ่งตรงลงไปเหมือนเดิม ครั้งนี้เมื่อแสงเคลื่อนไปถึงเลนซ์ใกล้ตากล้องโทรทัศน์จะเคลื่อนไปที่ตำแหน่ง O′E′ แสงจะวิ่งตรงไปที่เลนซ์ใกล้ตาพอดี โดยไม่กระทบกับข้างกล้อง ผู้สังเกตการณ์ที่เลนซ์ใกล้ตาจะเห็นดวงดาวได้ ถ้าหากความยาวของกล้องคือ ℓ แสงจะใช้เวลาผ่านกล้อง $t = \frac{\ell}{c}$ ในเวลาเดียวกันนี้ กล้องโทรทัศน์จะเคลื่อนที่ไปได้เป็นระยะ $s = vt = v\frac{\ell}{c}$ เมื่อ v เป็นอัตราเร็วของกล้องโทรทัศน์ ดังนั้นมุมที่จะต้องเอียงกล้องโทรทัศน์คือ

$$\tan \alpha = \frac{s}{\ell} = \frac{v}{c} \qquad (2.7)$$

โลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ด้วยอัตราเร็วประมาณ 3×10^4 เมตรต่อวินาที ดังนั้น มุมใหญ่ที่สุดซึ่งกล้องโทรทัศน์จะต้องเอียงเนื่องจากการเคลื่อนที่ของโลกจะประมาณ 20 ฟิลิปดา ความคลาดแสงจะสังเกตเห็นได้ง่าย ปรากฏการณ์นี้ แบรดลีย์ (Bradley) ได้รายงานผลการสังเกตในปี ค.ศ. 1729

ถ้าหากว่าโลกเดินทางไปในอวกาศเป็นเส้นตรง ความคลาดแสง จะสังเกตเห็นไม่ได้เลย เพราะกล้องโทรทัศน์จะเอียงไปเป็นมุมเดียวกันตลอด ตำแหน่งของดวงดาวที่เห็นจะบอกไม่ได้เลยว่าเป็นตำแหน่งจริงหรือตำแหน่งปรากฏ แต่ตามความเป็นจริงแล้วทางเดินของโลกเกือบเป็นวงกลม ดังนั้นทิศของการเกิดความคลาดแสงจะเปลี่ยนกลับทุก ๆ 6 เดือน และอาจจะสังเกตได้

ความสำคัญของปรากฏการณ์การคลาดแสงซึ่งได้กล่าวมาแล้วนี้ก็คือ มันแสดงให้เห็นว่าโลกเดินทางผ่านเข้าไปในตัวกลางซึ่งแสงวิ่งผ่านโดยไม่ได้ลากเอาตัวกลางนั้นติดไปกับโลกด้วย เหมือนกับที่โลกดึงเอาบรรยากาศติดไปกับโลกด้วย เพื่อแสดงให้เห็นถึงการเกิดการคลาดแสงให้เรามาพิจารณากรณีของฝนตกเป็นตัวอย่าง

สมมุติว่าอากาศนิ่ง ไม่มีลม ชายคนหนึ่งอยู่นิ่ง ๆ ถือหลอดแก้วให้หลอดตั้งได้ฉากกับผิวโลก เม็ดฝนจะตกลงตรง ๆ ผ่านหลอดแก้ว โดยไม่กระทบข้างหลอดแก้วเลย ต่อมาถ้าชายนั้นออกเดินด้วยความเร็วขนาดหนึ่ง เขาจำเป็นต้องเอียงหลอดแก้วให้เป็นมุมพอดี จึงจะทำให้เม็ดฝนตกผ่านหลอดแก้วลงไปได้ ปรากฏการณ์อันนี้อาจจะเรียกได้ว่าปรากฏการณ์คลาดฝน

แต่ถ้าบังเอิญมีลมซึ่งพัดไปทางทิศเดียวกับที่ชายนั้นเดินไปและมีความเร็วเท่ากับความเร็วที่ชายนั้นเดิน อากาศที่ห่อหุ้มชายนั้นจะเคลื่อนที่ไปพร้อมกับชายนั้น ในกรณีนี้เขาไม่จำเป็นต้องเอียงหลอดแก้วเลย เม็ดฝนจะผ่านจากปากหลอดด้านบนไปทะลุปากหลอดด้านล่างโดยไม่ทำให้ผนังหลอดเปียกเลย กรณีนี้ไม่ปรากฏในการเดินทางของโลกผ่านอีเทอร์

เราอาจจะสรุปสาระสำคัญของความคลาดของแสงดาวซึ่งเกิดขึ้นเมื่อโลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ ได้สามประการดังนี้

1. เป็นการทดลองที่สำคัญที่แสดงว่า โลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ ระบบสุริยะเป็นระบบแบบโคเปอร์นิคัส ไม่ใช่ระบบแบบปโตเลมี

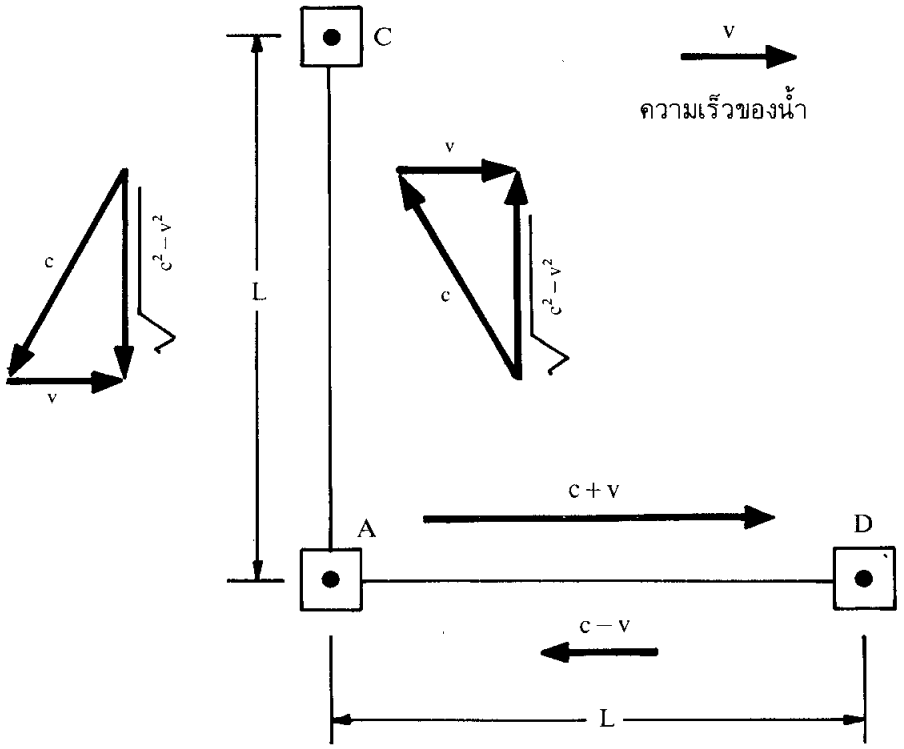
2. ถ้าแสงเคลื่อนในตัวกลางซึ่งเรียกกันว่า อีเทอร์แล้ว อีเทอร์นั่นแหละทะลุผ่านกล้องโทรทัศน์ตลอดเวลา

3. โลกไม่ได้ดึงเอาอีเทอร์ไปด้วยเมื่อมันเคลื่อนที่ไปตามวงโคจร แต่อีเทอร์นั่นแหละทะลุผ่านโลกไปอย่างง่ายดาย

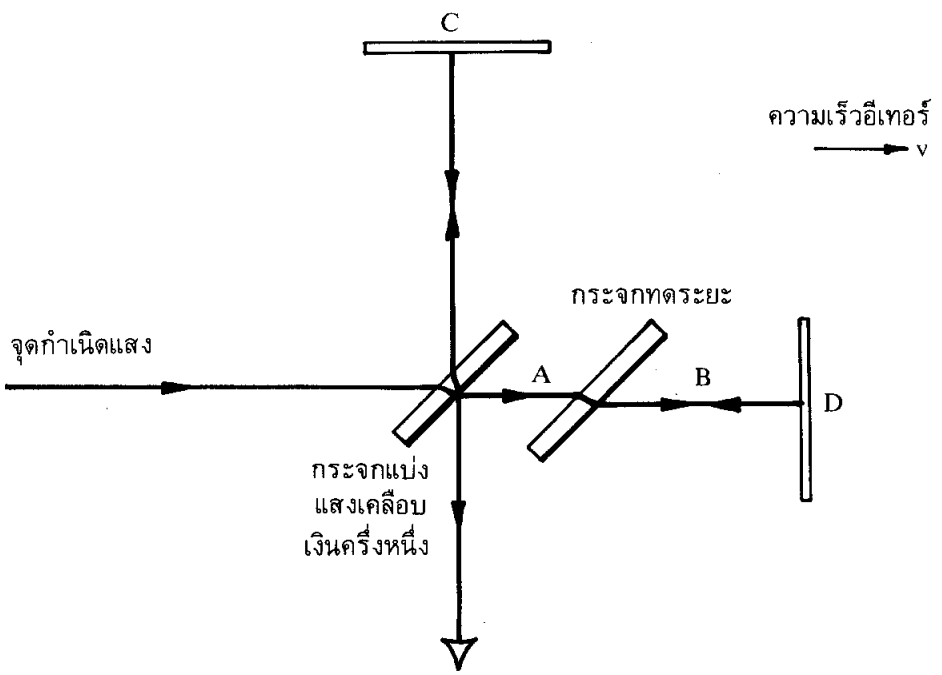
2.3 การทดลองเกี่ยวกับอีเทอร์

จากข้อสังเกตที่ว่าแสงตกกระทบฝาผนังทุกด้านในห้องแสดงว่า โลกไม่ได้เคลื่อนผ่านอีเทอร์ด้วยความเร็วเกินความเร็วของแสง และจากการวัดความหนาแน่นของแสงทุกทิศทุกทางจากดวงไฟไม่พบว่าความหนาของแสงด้านหนึ่งมากกว่าความหนาแน่นของแสงอีกด้านหนึ่ง แสดงว่าโลกเคลื่อนที่ผ่านอีเทอร์ด้วยความเร็วน้อยมาก ทราบกันดีว่าโลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ด้วยความเร็วประมาณ 3×10^4 เมตรต่อวินาที คาดว่ามันต้องวิ่งผ่านอีเทอร์ด้วยความเร็วใกล้เคียงกันนี้ในบางขณะ ดังนั้นเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองจึงจำเป็นต้องสร้างให้มีความไวที่จะบันทึกความเปลี่ยนแปลงอันเกิดจากการที่โลกเคลื่อนผ่านอีเทอร์ด้วยความเร็วขนาดนี้ได้ เครื่องมือที่สามารถใช้ในการนี้สร้างขึ้นและใช้ในการทดลองโดยไมเคิลสันและมอร์เลย์ ในปี ค.ศ. 1887 ในประเทศสหรัฐอเมริกา

รูปที่ 20 Albert A. Michelson (1852-1931)



รูปที่ 21 การว่ายน้ำตามน้ำและขวางน้ำเทียบกับการทดลองของไมเคิลสัน



รูปที่ 22 อินเตอร์ฟีรอมีเตอร์ของไมเคิลสัน

เพื่อให้เข้าใจหลักการทำงานของเครื่องมือของไมเคิลสันและมอร์เลย์ ขอให้เรามาศึกษาตัวอย่างเปรียบเทียบดังในรูปที่ 21 สมมุติว่ามีนักว่ายน้ำแข่งขันสองคนมีความเร็วเท่ากันว่ายน้ำแข่งกันตามเส้นทางสองเส้น ซึ่งแต่ละเส้นทางมีความยาว L ระยะทางไปกลับจะมีระยะ 2L ทั้งคู่เริ่มต้นที่จุดเดียวกันคือจุด A เส้นทางที่หนึ่งคือเส้นทาง AD ซึ่งขนานกับกระแสน้ำ ส่วนอีกเส้นทางหนึ่งคือ AC ตั้งฉากกับกระแสน้ำ อัตราเร็วของการว่ายน้ำของแต่ละคน สมมุติว่าเท่ากันพอดี มีอัตรา c เมตรต่อวินาที ให้กระแสน้ำมีอัตราเร็วสม่ำเสมอ v เมื่อนักว่ายน้ำว่ายตามน้ำความเร็วของเขาจะเป็น $c+v$ เมื่อเขาว่ายทวนน้ำความเร็วของเขาจะเป็น $c-v$ ดังนั้นเวลาที่เขาใช้ในการว่ายตามน้ำคือ $\frac{L}{c+v}$ และเวลาที่เขาใช้ในการว่ายทวนน้ำคือ $\frac{L}{c-v}$ ให้ t_{11} เป็นเวลาทั้งหมดที่นักว่ายน้ำใช้ในการว่ายน้ำ ระยะ AD ไปกลับ ดังนั้น

$$t_{11} = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-w} = \frac{2Lc}{c^2-v^2} \tag{2.8}$$

นักว่ายน้ำอีกคนหนึ่ง ว่ายตามเส้นทาง AC ซึ่งตั้งได้ฉากกับกระแสน้ำ เขาต้องหันหน้าเฉียงทวนกระแสน้ำเล็กน้อยเพื่อจะรักษาเส้นทางตั้งฉากของเขาไว้ ดังนั้น ความเร็วของเขาคือ $\sqrt{c^2-v^2}$ (ดูรูปที่ 21) ให้ $t_\perp$ เป็นระยะเวลาทั้งหมดที่เขาใช้ไปและกลับ ดังนั้น

$$t_\perp = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}} \tag{2.9}$$

ถ้าหากเปรียบเทียบระยะเวลาทั้งสองจะเห็นว่า

$$\frac{t_{11}}{t_\perp} = \frac{2Lc}{(c^2-v^2)} \cdot \frac{\sqrt{c^2-v^2}}{2L} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.10}$$

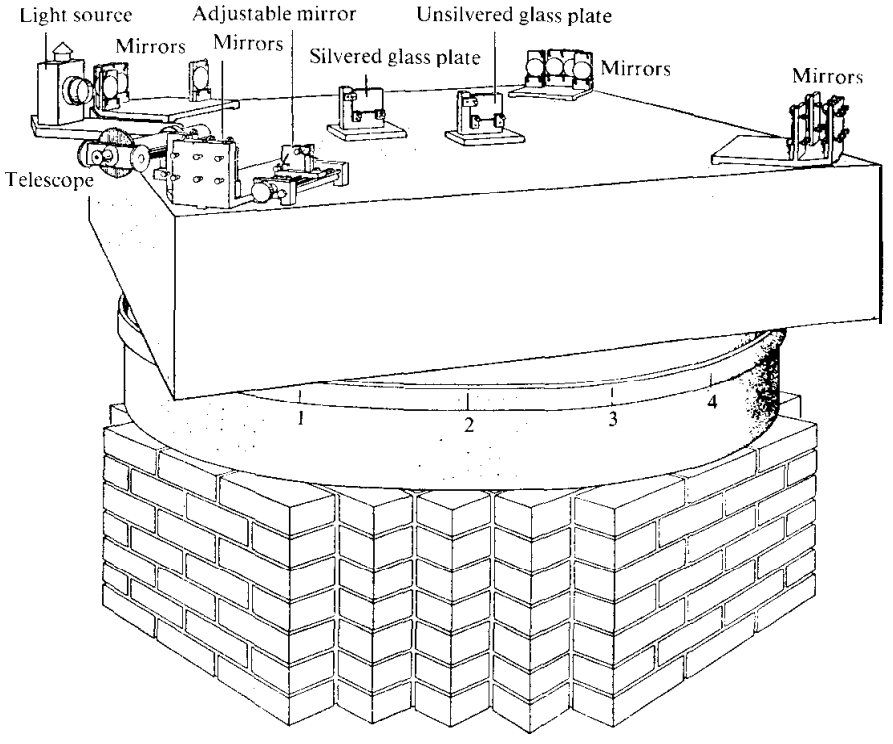
ในน้ำนิ่ง $v = 0$ นักว่ายน้ำทั้งสองคนจะเสมอกัน ทำเวลาได้เท่ากัน ถ้า v มีค่าน้อย อัตราส่วนนี้จะมากกว่าหนึ่ง นักว่ายน้ำซึ่งว่ายตั้งฉากกับกระแสน้ำจะชนะการแข่งขัน เมื่อความเร็วของกระแสน้ำใกล้เคียงกับความเร็วของนักว่ายน้ำ อัตราส่วนนี้จะเข้าสู่อนันต์ เมื่อใดความเร็วของกระแสน้ำเหนือความเร็วของนักว่ายน้ำ การแข่งขันจะไม่เป็นผล อัตราส่วนกลายเป็นเลขเชิงซ้อน กระแสน้ำจะพัดพานักว่ายน้ำศูนย์หายไปจากการแข่งขัน

เมื่อเปรียบเรื่องนี้กับเรื่องของแสง ความเร็วของนักว่ายน้ำจะเปรียบได้กับความเร็วของแสง ความเร็วของกระแสน้ำจะเปรียบได้ความเร็วของอีเทอร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ อินเตอร์ฟีรอมีเตอร์ของไมเคิลสันซึ่งแสดงในรูปที่ 22

จากรูปจะเห็นว่าแสงมาเข้าอินเตอร์ฟีรอมีเตอร์จากด้านซ้ายมือ ที่จุด A แสงจะผ่านแผ่นแก้วซึ่งทาเงินไว้ครึ่งหนึ่งที่ด้านหลัง แสงครึ่งหนึ่งจะสะท้อนไปทางทิศ AC แต่อีกครึ่งหนึ่งจะทะลุไปที่จุด D กระจกที่จุด C และจุด D ทาเงินเต็ม มีผิวสะท้อนอยู่ที่ด้านหน้า ลำแสงสะท้อนจาก C จะผ่านกระจก A ครึ่งหนึ่งไปเข้าตา อีกครึ่งหนึ่งจะสะท้อนหายไปทางแหล่งกำเนิดแสง ลำแสงสะท้อนจาก D ก็เช่นเดียวกัน แผ่นแก้ว B มีความหนาเท่าแผ่นแก้วที่ A มีหน้าที่ทำให้ทางเดินแสง ACA เท่ากับทางเดินแสง ADA ถ้าหากว่าแสงจากจุดกำเนิดแสงเป็นลำแคบ ๆ ไม่กระจายออก ผู้สังเกตจะเห็นเส้นสว่างเพียงเส้นเดียวสำหรับแสงที่มีความถี่เดียว เส้นสว่างหรือเส้นมืดจะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของทางเดินของแสงทั้งสองทาง ถ้าหากทางเดินแสงเท่ากันหรือต่างกันเท่ากับเลขจำนวนเต็มคูณด้วยความยาวคลื่น เส้นที่สังเกตได้เนื่องจากการแทรกสอดของคลื่นจะเป็นเส้นสว่าง แต่ถ้าความแตกต่างของทางเดินแสงเป็นครึ่งหนึ่งของเลขคี่คูณด้วยความยาวคลื่นการแทรกสอดของคลื่นจากสองทางเดินจะให้เส้นมืด ถ้าหากความแตกต่างของทางเดินแสงอยู่ในระหว่างค่าทั้งสองที่กล่าวมาก็จะได้บริเวณเงามัว ในทางปฏิบัติแล้วลำแสงจะกระจายออก ทำให้เกิดเส้นเนื่องจากการแทรกสอดขึ้นชุดหนึ่ง เนื่องจากลำแสงที่ผ่านออกทำให้มีทางเดินของแสงที่คลื่นเสริมกันและหักล้างกันบนฉากที่ใช้รับการแทรกสอดของลำแสงทั้งสอง ทำให้เป็นรูปเส้นสว่างและเส้นมืดเรียงกันคล้าย ๆ หวี บริเวณที่เป็นเส้นมืดเนื่องจากเกิดการแทรกสอดชนิดหักล้างกันของคลื่นทั้งสองขบวน ในขณะที่บริเวณที่เป็นเส้นสว่างเกิดจากการแทรกสอดชนิดเสริมกันของคลื่นจาก C และ D

ความแม่นยำในการวัดความแตกต่างของความยาวคลื่นมีสูงมาก หากใช้สเปกตรัมสีเหลืองจากโซเดียม ซึ่งมีความยาวคลื่น 5.893×10^{-7} เมตร ถ้าเคลื่อนกระจก C ออกไปเพียงครึ่งความยาวของความยาวคลื่น ความแตกต่างของทางเดินแสงจะเป็นหนึ่งความยาวคลื่น ผู้สังเกตจะเห็นเส้นเคลื่อนที่ไป 1 ช่วงคือ เส้น (ดำหรือขาว) จะขยับไปทับเส้นข้างเคียงของมัน การที่มันจะขยับไปทิศใดขึ้นอยู่กับการเลื่อนกระจก C ว่าเลื่อนเข้าหรือเลื่อนออก ถ้าหากเราสามารถสังเกตเห็นระยะเศษหนึ่งส่วนร้อยของระยะระหว่างเส้นที่เราสังเกตเห็นบนจออันเนื่องจากการแทรกสอด เราจะสามารถวัดความแตกต่างของทางเดินแสงได้ถึง 2.9×10^{-9} เมตร และถ้าเราเคลื่อนกระจก C หรือ D เป็นระยะ 0.1 มิลลิเมตร เส้นในจอจะเคลื่อนไป 85 ตำแหน่ง

ความคล้ายคลึงกันของกรณีนักว่ายน้ำซึ่งแข่งขันกันกับกรณีของแสงสามารถจะเห็นได้ชัดในกรณีของอินเตอร์ฟีรอมีเตอร์ แสงจะแข่งกันไปตามทางเดินแสงสองทาง โดยมีความเร็วของแสงเท่ากันคือ c ถ้าหากอีเทอร์เป็นตัวกลางของคลื่นแสง กระแสอีเทอร์ซึ่งเกิดจากการที่เครื่องมือวิ่งผ่านอีเทอร์จะมีความเร็ว v



รูปที่ 23 ภาพจำลองเครื่องมือของไมเคิลสัน

จะเห็นเวลาที่แตกต่างกันของแสงซึ่งวิ่งผ่านทางทั้งสองคือ

$$\Delta t = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} - \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2L}{c}\left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1} - \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \right]$$

ถ้า $v << c$ แล้ว $= \frac{2L}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2} \right) - \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) \right] = \frac{Lv^2}{c^3}$ (2.11)

ระยะที่แสงจะเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลา Δt คือ

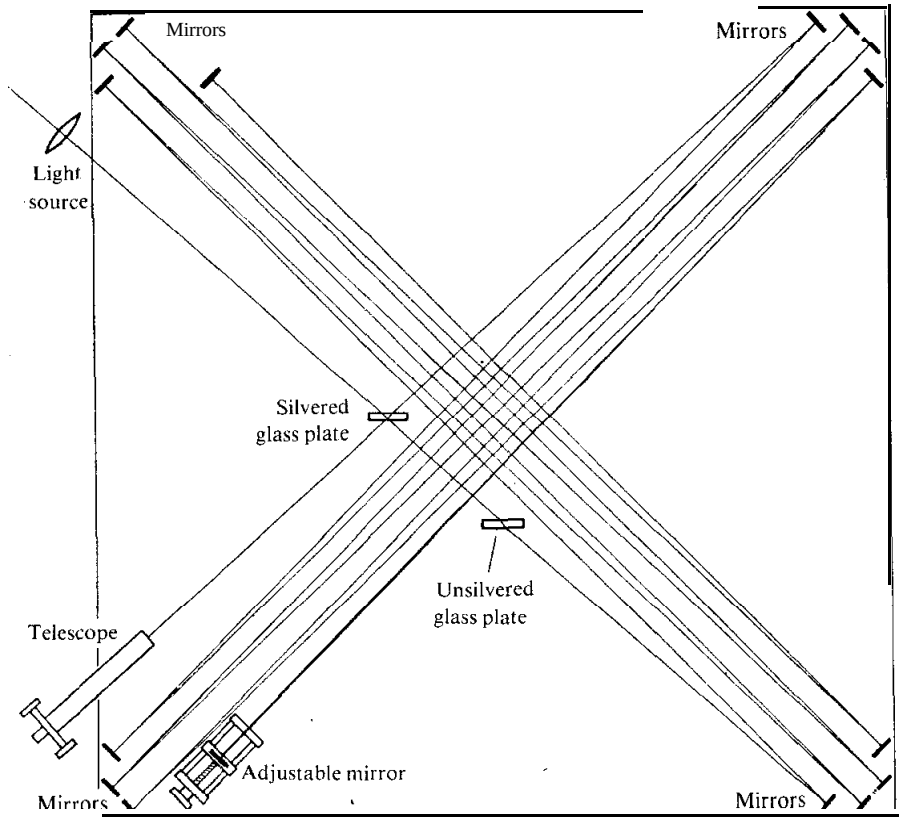
$$d = c\Delta t \qquad (2.12)$$

ถ้าระยะนี้แทนระยะซึ่งคลื่นผ่านไปได้ n คลื่น ดังนั้น

$$. d = n\lambda \qquad (2.13)$$

จาก (2.11), (2.12) และ (2.13) $$n = \frac{d}{\lambda} = \frac{c\Delta t}{\lambda} = \frac{Lv^2}{\lambda c^2} \qquad (2.14)$$

สมการ (2.14) แสดงจำนวนเส้นที่เราจะสังเกตเห็นได้เมื่อโลกเคลื่อนผ่านอีเทอร์มีความเร็ว v เทียบกับอีเทอร์ เส้นที่แสดงการแทรกสอดบนจอ จะขยับไป n เส้น (ถ้าความยาวของแขนของอินเตอร์ฟีรอมีเตอร์เป็น L และความยาวของคลื่นแสงเป็น λ) เทียบกับตำแหน่งของเส้นที่สังเกตเห็นได้เมื่อโลกอยู่นิ่งเทียบกับอีเทอร์



รูปที่ 24 ทางเดินของแสงในเครื่องมือของไมเคิลสัน

เครื่องมือ (รูปที่ 23) ซึ่งใช้ในการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์เป็นเครื่องมือขนาดใหญ่ มีแขนซึ่งใช้กระจกมาช่วยสะท้อนแสงกลับไปกลับมา (รูปที่ 24) มีความยาวรวมถึง 10 เมตร สำหรับแต่ละแขน เครื่องมือทั้งหมดวางบนปรอทเพื่อให้หมุนไปมาได้โดยปราศจากแรงเสียดทาน ถ้าหากหมุนเครื่องมือไปเป็นมุม 90° ควรทำให้เส้นที่เกิดจากการแทรกสอดเคลื่อนไปสองเท่าของสมการ (2.14) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ความเร็วของโลกผ่านอีเทอร์ควรจะมีความเร็วเท่ากับความเร็วของโลกในวงโคจรอย่างน้อยในขณะใดขณะหนึ่งในปีหนึ่ง ความเร็วของโลกมีประมาณ 3×10^4 เมตรต่อวินาที ดังนั้น $\frac{v}{c} \approx 10^{-4}$ ถ้าให้ความยาวคลื่นของแสงเป็น 5×10^{-7} เมตร ดังนั้น จาก (2.14) $\Delta n \approx 0.20$ เมื่อหมุนแขนไป 90° $2\Delta n \approx 0.4$ เป็นระยะซึ่งไมเคิลสันและมอร์เลย์คิดว่า เขาสามารถจะสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจน

ผลการทดลองพบว่าตลอดปีไม่พบว่ามีการขยับของเส้นซึ่งเกิดจากการแทรกสอดของคลื่นซึ่งเคลื่อนมาตามทางที่ต่างกันเลย ไมเคิลสันคิดว่า โลกอาจจะลากเอาอีเทอร์ไปด้วย จึงพยายามไปทำการทดลองบนภูเขาโดยหวังว่าจะพบตำแหน่งซึ่งมีการขยับของเส้นอันเนื่องมาจากการแทรกสอดได้ แล้วเขาก็พบว่าไม่พบตำแหน่งซึ่งทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่คาดหวังเลย

ผลการที่ไม่เกิดการแทรกสอดอาจจะมาได้จากหลายสาเหตุดังนี้

1. อีเทอร์ถูกลากติดไปกับโลก ในขณะที่โลกหมุนรอบดวงอาทิตย์ สาเหตุนี้ขัดแย้งกับปรากฏการณ์ความคลาดของแสง

2. แขนของเครื่องมือซึ่งเคลื่อนขนานกับความเร็วอีเทอร์หดไปเหมือนคูณด้วย $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ ทำให้การเคลื่อนของเส้นจากการแทรกสอดหายไป คำอธิบายนี้มีชื่อเรียกว่าการหดความยาวของโลเรนตซ์-ฟิตซ์เจอรัลด์ แต่พบว่าการทดลองแบบของไมเคิลสันและมอร์เลย์ซึ่งมีแขนไม่เท่ากันในระยะหลังคัดค้านคำอธิบายนี้

3. ควรจะแก้ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าเสียใหม่ แต่ปรากฏว่าทฤษฎีที่แก้ไขกลับทำให้เกิดการขัดแย้งขึ้นกับข้อเท็จจริงทางการทดลอง และไม่ดีไปกว่าทฤษฎีเก่า

4. แสงไม่ใช่คลื่นซึ่งเคลื่อนผ่านอีเทอร์ แต่เป็นอนุภาคซึ่งเป็นไปตามกฎทางกลศาสตร์ของนิวตัน แต่แถบเส้นแสดงการแทรกสอดเองนั่นแหละที่แสดงว่าแสงเป็นคลื่น คำอธิบายนี้ไม่เป็นความจริง

5. แสงเป็นปรากฏการณ์ของแม่เหล็กไฟฟ้า และไปเป็นตามกฎของทฤษฎีสัมพัทธภาพ คำอธิบายนี้เป็นที่ยอมรับกันในปัจจุบัน

2.4 ความเร็วของแสงในกรอบเฉื่อย

ในยุคต้นของการแสวงหาคำตอบเกี่ยวกับความเร็วของโลกเทียบกับอีเทอร์ นักฟิสิกส์ประสบกับความยากลำบากในการหาความเร็วนั้น สาเหตุหนึ่งของความยากลำบากคือความเร็วของโลกไม่ปรากฏในเทอม $\frac{1}{c}$ ดังจะได้แสดงต่อไปนี้

ถ้าหากระบบพิกัด s' เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับระบบพิกัด s จากสมการ (1.61) ความเร็วของแสง c' ใน s' เทียบกับความเร็วของ c ใน s ซึ่งอยู่นิ่งในอีเทอร์ ได้ดังนี้

$$\frac{c'}{c} \qquad \left(1 - \frac{\bar{n}.\bar{v}}{c}\right) \tag{2.15}$$

เราจะมาศึกษาถึงลักษณะการเคลื่อนที่ของแสงในกรอบเฉื่อยต่าง ๆ ดังนี้

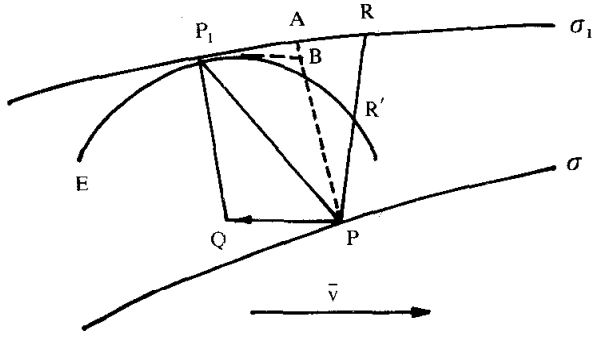
ประการแรก เราจะพิจารณาถึงสิ่งที่สังเกตได้ในห้องทดลองก่อน ความเร็วของแสงที่วัดได้จากการทดลองนั้นเป็นความเร็วรังสีของแสง (ray velocity) ปรกติในการทดลองวัดความเร็วของแสง แสงชุดหนึ่งจะถูกส่งไปตามทางที่กำหนดให้ และในที่สุดมันก็จะเดินทางกลับที่เดิม (เช่นการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์) เวลาขณะที่แสงออกเดินทางและเวลาที่แสงกลับเข้าสู่ที่เดิมจะถูกบันทึกไว้โดยวิธีใดวิธีหนึ่ง เมื่อเอาระยะทางหารด้วยเวลาที่แสงใช้ในการเดินทางเราจะได้ความเร็วรังสีของแสง ในระบบพิกัด s ซึ่งอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับอีเทอร์ ความเร็วรังสีของแสงจะเท่าความเร็วเฟสของแสงพอดี แต่ในระบบพิกัด s' ซึ่งเคลื่อนด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับ s ความเร็วรังสีของแสงจะไม่เท่าความเร็วเฟส c' ในสมการ (2.15) ตามการแปลงตามแบบของกาลิเลโอ และทฤษฎีอีเทอร์ สัญญาณแสงซึ่งเกิดจากกลุ่มพลังงานแสง พลังงานก็คล้ายกับอนุภาค เป็นปริมาณที่เป็นไปตามกฎอนุรักษ์ ดังนั้นสัญญาณแสงจึงมีคุณสมบัติหลาย ๆ ประการคล้ายอนุภาค เราจึงหวังว่าการเคลื่อนของสัญญาณแสง พิจารณาจากระบบพิกัดสองระบบจะเป็นไปตามการแปลงแบบกาลิเลโอ

จากการวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีคลื่นของแสงแสดงให้เห็นว่า ในระบบพิกัดซึ่งเคลื่อนที่เทียบกับอีเทอร์ อีเทอร์จะทำหน้าที่เป็นตัวกลาง แอนไอโซทรอปปิก (anisotropic medium) ซึ่งทำให้ความเร็วรังสีของแสงกับความเร็วเฟสของแสงไม่เท่ากัน ความเร็วรังสีของแสงจะเท่ากับความเร็วของสัญญาณแสง (หรือพลังงานแสง) และจะเป็นไปตามการแปลงแบบกาลิเลโอ (การวิเคราะห์นี้สมมุติว่ามีอีเทอร์เป็นตัวกลางของคลื่นแสง) เราจะเริ่มต้นโดยใช้หลักของฮอยเกนส์

(Huygens principle) ในวิชาแสงเรขาคณิต หลักของฮอยเกนส์เนื่องมาจากสมการของแมกซ์เวลล์ ตามหลักของฮอยเกนส์นี้ หน้าคลื่นแสงทุก ๆ จุดจะเป็นจุดกำเนิดของคลื่นแสงอันใหม่ในอนาคต

ในรูปที่ 25 เป็นไดอะแกรมของตำแหน่งคลื่นแสงในระบบ s' ผิวหน้าคลื่น σ เป็นตำแหน่งของหน้าคลื่นเมื่อเวลา t ในการสร้างหน้าคลื่น σ_1 ซึ่งเป็นหน้าคลื่นที่เวลา $t+dt$ เราถือว่าทุก ๆ จุด P บน σ เป็นจุดกำเนิดของคลื่นปฐมภูมิ เนื่องจากระบบ s' เคลื่อนไปทางขวา (ทิศ $+\bar{v}$) ทำให้ดูเหมือนว่ามีลมอีเทอร์พัดไปทางซ้ายด้วยความเร็ว $-\bar{v}$ ถ้าผู้สังเกตอยู่ในพิกัด s' ลมอีเทอร์จะทำให้ดูเสมือนว่าจุดกำเนิดของจุด P_1 คือ จุด Q ซึ่งอยู่ห่างจากจุด P (ซึ่งเป็นต้นกำเนิดจริงของ P_1) เป็นระยะ vdt จุด Q จะมีเส้นโค้ง EP_1R' เป็นส่วนหนึ่งของเส้นรอบวง ดังนั้น เวกเตอร์ขนาดเล็ก $\vec{PQ}$ จึงมีค่าดังนี้

$$\vec{PQ} = -\bar{v}dt \tag{2.16}$$



รูปที่ 25 ความเร็วเฟสกับความเร็วรังสีของแสง ในระบบพิกัด s' ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับอีเทอร์

เนื่องจากความเร็วของคลื่นในอีเทอร์คือ c วงกลม E จะมีรัศมีคือ $QP_1 = cdt$ หน้าคลื่น σ_1 เป็นหน้าคลื่นของคลื่นปฐมภูมิซึ่งเกิดจากหน้าคลื่น σ ดังนั้นเวกเตอร์ $\overline{QP_1}$ จะตั้งฉากกับ σ_1 ที่จุด P_1 และในลิมิต $dt \to 0$ $\overline{QP_1}$ จะตั้งฉากกับ σ ด้วย ทิศของ $\vec{QP_1}$ จึงชี้ไปในทิศของความเร็วเฟส

$$\vec{QP_1} = \bar{c}dt = c\hat{n}dt \tag{2.17}$$

$c\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์ของความเร็วเฟสในอีเทอร์ ใน s' ความเร็วเฟส คือ

$$\vec{PA} = \bar{c}'dt = c'\hat{n}'dt \tag{2.18}$$

$\hat{n}'$ เป็นเวกเตอร์ขนาด 1 หน่วยในทิศที่ตั้งฉากกับหน้าคลื่นใน s′ ในลิมิต $dt \to 0$

$$\hat{n} = A' \tag{2.19}$$

ซึ่งเป็นข้อเท็จจริงเดียวกับสมการ (1.59) และเนื่องจากว่าส่วนของหน้าคลื่นที่ใช้ในการหา $\hat{n}$ และ $\hat{n}'$ มีขนาดเล็ก เราอาจจะประมาณได้ว่าส่วนของหน้าคลื่นเหล่านี้เป็นระนาบ ทำให้ความสัมพันธ์ (2.15) เป็นความจริง การหาสมการ (2.15) ได้จากสมการ (2.18), (2.19), (2.17) และ (2.16) พึงสังเกตว่า

$$PB = QP_1 = cdt$$

โดยที่ BA เท่ากับการฉาย (projection) ของเวกเตอร์ $\vec{BP_1} = \vec{PQ} = -\bar{v}dt$ บนทิศ A

ทิศของความเร็วรังสีของแสงสัมพัทธ์ ซึ่งผู้สังเกตการณ์ใน s′ สังเกตได้ จะเป็นทิศของเวกเตอร์ $\overline{PP_1}$ ถ้า $\bar{u}'$ เป็นความเร็วรังสีของแสงสัมพัทธ์นั้นแล้ว

$$\vec{PP_1} = \bar{u}'dt = u't'dt \tag{2.20}$$

$\hat{e}'$ เป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วย ชี้ไปในทิศของความเร็วรังสีของแสงสัมพัทธ์นั้น

เนื่องจากว่า $$\vec{PP_1} = \vec{PQ} + \vec{QP_1} \tag{2.21}$$

จากสมการ (2.16), (2.17) และ (2.20) ในลิมิต $dt \to 0$

$$\bar{u}' = \bar{c} - \bar{v} \tag{2.22}$$

ในระบบพิกัดซึ่งอยู่นิ่งเทียบกับอีเทอร์ ความเร็วรังสีของแสงเท่ากับความเร็วเฟสของแสง ดังนั้น

$$\bar{u} = u\hat{e} = \bar{c} = c\hat{n}$$

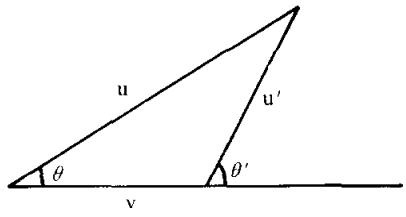
ดังนั้น $$u = c \ , \ \hat{e} = \hat{n} = \hat{n} \tag{2.23}$$

ทำให้สมการ (2.22) กลายเป็น

$$\bar{u}' = u - v \tag{2.24}$$

ดังนั้นการบวกกันของความเร็วรังสีของแสง ก็เช่นเดียวกับการบวกกันของความเร็วของอนุภาค ความเร็ว $\bar{u}$ เป็นผลบวกทางเรขาคณิตของความเร็ว $\bar{u}'$ และ $\bar{v}$ ถ้า θ และ θ' เป็นมุมระหว่างทิศ

ของความเร็ว $\bar{v}$ กับความเร็วรังสีของแสง $\bar{u}$ และความเร็วรังสีของแสงสัมพัทธ์ $\bar{u}'$ ตามลำดับแล้ว จากรูปที่ 26 จะเห็นว่า $u = c$ และ



รูปที่ 26 มุมของความเร็วรังสีของแสง

$$\tan\theta' = \frac{u\sin\theta}{u\cos\theta - v} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta - \frac{v}{c}}$$

$$(\bar{u}' + \bar{v}).(\bar{u}' + \bar{v}) = u'^2 + v^2 + 2\bar{u}'.\bar{v} = u'^2 + v^2 + 2u'v\cos\theta' = u^2 = c^2$$

$$u'^2 + 2u'v\cos\theta' + v^2\cos^2\theta' = c^2 - v^2 + v^2\cos^2\theta'$$

$$(u' + v\cos\theta')^2 = c^2 - v^2 + v^2\cos^2\theta'$$

$$u' = (c^2 - v^2 + v^2\cos^2\theta')^{1/2} - v\cos\theta'$$

$$= \{c^2 - v^2 + (\bar{v}.\hat{e}')^2\}^{1/2} - (\bar{v}.\hat{e}') \qquad (2.25)$$

$$= c\left\{1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{(\bar{v}.\hat{e}')^2}{c^2}\right\}^{1/2} - (\bar{v}.\hat{e}')$$

$$\approx c\left\{1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{v^2}{c^2} + \frac{(\bar{v}.\hat{e}')^2}{c^2}\right) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\left(-\frac{v^2}{c^2} + \frac{(\bar{v}.\hat{e}')^2}{c^2}\right)^2$$

$$\left. + \ldots\right\} - (\bar{v}.\hat{e}')$$

$$\therefore\ u' = c + \frac{1}{2c}((\bar{v}.\hat{e}')^2 - v^2) - \frac{1}{8c^3}((\bar{v}.\hat{e}')^2 - v^2)^2 + \ldots$$

$$+ (\bar{v}.\hat{e}') \qquad (2.26)$$

ดังนั้น $\frac{u'}{c}$ จะต่างกับ $\frac{c'}{c}$ ในสมการ (2.15) ในเทอม $\frac{1}{c^2}$ ขึ้นไป ยกเว้นแต่เมื่อทิศของ $\hat{e}'$ (ทิศของความเร็วรังสีของแสง) ไปทางทิศเดียวกันหรือย้อนทิศของ $\bar{v}$ สมการ (2.15) และ (2.25)

จะเท่ากัน นั่นคือ ความเร็วรังสีของแสง กับความเร็วเฟสของแสงเท่ากัน และเท่ากับ $c-v$ หรือ $c+v$

ในยุคต้น ๆ ก่อนยุคของทฤษฎีสัมพัทธภาพ (ก่อนการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์) นักฟิสิกส์ได้พยายามหาความเร็วของโลกเทียบกับอีเทอร์ จากสมการที่ (2.25) ความเร็วของโลกเทียบกับอีเทอร์คือ $\bar{v}$ แต่การวัดความเร็วของแสงจากเครื่องมือนั้น ได้จากการให้แสงเดินทางออกจากจุด ๆ หนึ่งในเครื่องมือแล้วเดินทางจนกระทั่งมันวกกลับมาจุดเดิม สมมุติให้ความยาวของทางเดินต่าง ๆ เหล่านั้นเป็น $\ell_1, \ell_2, \ldots, \ell_i, \ldots$ ให้แต่ละทางมีเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วยเป็น $\hat{e}_1', \hat{e}_2', \ldots, \hat{e}_e', \ldots$ ไปตามลำดับ ดังนั้น

$$\sum_i \ell_i \hat{e}_i' = 0 \qquad (2.27)$$

และเนื่องจากแสงเดินทางครบรอบ ดังนั้นจากสมการ (2.25) เราอาจจะหาเวลาที่แสงใช้เดินทางได้ดังนี้

$$t = \sum_i \frac{\ell_i}{\{c^2 - v^2 + (\bar{v}.\hat{e}_i')^2\}^{1/2} - (\bar{v}.\hat{e}_i')} \qquad (2.28)$$

$$= \sum_i \frac{\ell_i}{c} \frac{1}{\left\{1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{(\bar{v}.\hat{e}_i')^2}{c^2}\right\}^{1/2} - \frac{\bar{v}.\hat{e}_i'}{c}}$$

$$= \sum_i \frac{\ell_i}{c} \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{(\bar{v}.\hat{e})^2}{c^2} - \frac{v^2}{c^2}\right) - \frac{\bar{v}.\hat{e}_i'}{c}}$$

(ตัดเทอมซึ่งกำลังของ $\frac{1}{c}$ มากกว่านี้ออก)

$$= \sum_i \frac{\ell_i}{c}\left(1 + \frac{\bar{v}.\hat{e}_i'}{c}\right)$$ (ตัดเทอมซึ่งกำลังของ $\frac{1}{c}$ มากกว่านี้ออก)

$$= \sum_i \frac{\ell_i}{c} + \sum_i \frac{\ell_i}{c}(\bar{v}.\hat{e}_i) \qquad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.27) เทอมหลังของสมการ (2.29) เป็นศูนย์ ทำให้

$$t = \sum_i \frac{\ell_i}{c} \qquad (2.30)$$

สมการที่ (2.30) เป็นสมการเดียวกับ เวลาที่วัดได้จากการที่แสงเดินทางครบรอบในเครื่องมือเมื่อโลกอยู่นิ่ง ๆ เทียบกับอีเทอร์ การที่เครื่องมือไม่มีประสิทธิภาพพอที่จะชี้ลงไปได้ว่าความเร็ว

ของโลกเทียบกับอีเทอร์เป็นเท่าไร ทำให้นักฟิสิกส์ต้องรอการตัดสินใจจนถึงยุคของไมเคิลสันและมอร์เลย์

2.5 สมมุติฐานของทฤษฎีสัมพัทธภาพ

หลังจากที่ไอน์สไตน์ได้พิจารณาผลการทดลองที่สำคัญ โดยเฉพาะของไมเคิลสัน-มอร์เลย์เห็นว่า ปรากฏการณ์ทางแม่เหล็กไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงเนื่องจากการเคลื่อนที่ของโลก และจากคำทำนายของสมการแมกซ์เวลล์ที่ว่า แสงย่อมเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว c ในกรอบเฉื่อย ไอน์สไตน์ได้เสนอสมมุติฐานขึ้นสองประการ คือ

2.5.1 กรอบเฉื่อยทุกกรอบมีคุณสมบัติเท่ากันหมด ในแต่ละกรอบเฉื่อย กฎทางฟิสิกส์ย่อมเป็นอย่างเดียวกัน

2.5.2 ความเร็วของแสงในสุญญากาศจะเป็นค่าคงที่สำหรับผู้สังเกตทุกคนซึ่งเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงในกรอบเฉื่อย ความเร็วของแสงจะไม่ขึ้นกับต้นกำเนิดแสง ค่าของความเร็วของแสงเป็นค่าคงที่สากล ซึ่งปรากฏในสมการของแมกซ์เวลล์

สมมุติฐานทั้งสองนี้ได้ขจัดปัญหาในทฤษฎีสัมพัทธภาพหลายประการ

2.6 สรุป

2.6.1 ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์

ปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ คือ ปรากฏการณ์ที่ความถี่ปรากฏที่ผู้สังเกตได้รับแตกต่างจากความถี่ของต้นกำเนิดเสียง เนื่องจากการเคลื่อนที่ของต้นกำเนิดเสียง หรือการเคลื่อนที่ของผู้สังเกตการณ์ หรือทั้งผู้สังเกตการณ์และต้นกำเนิดเสียงเคลื่อนที่

ถ้าหากเราสมมุติว่าแสงเดินทางด้วยตัวกลางอีเทอร์ ให้ ν° เป็นความถี่ของต้นกำเนิดแสง ν' เป็นความถี่ปรากฏที่ผู้สังเกตการสังเกตได้ $\bar{v}$ เป็นความเร็วของผู้สังเกตการเทียบกับอีเทอร์ $\bar{v}^\circ$ เป็นความเร็วของต้นกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์ $\hat{n}$ เป็นเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วยในทิศตั้งฉากกับหน้าคลื่นแสง

$$\nu' = \nu^{\circ} \frac{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}}{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}^{\circ}}{c}} \tag{2.3}$$

$$\cong \nu^{\circ} \left\{ 1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}_r}{c} - \frac{(\hat{n}.\bar{v}^{\circ})(\hat{n}.\bar{v}_r)}{c^2} \right\} \tag{2.4}$$

จากการทดลองซึ่งมีความแม่นยำถึงเทอม $\frac{1}{c^2}$ สมการ (2.4) ไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง

2.6.2 ความคลาดของแสง

จากสมการ (2.4) จะเห็นว่า ทิศของความเร็วรังสีของแสง ในเทอม $\frac{1}{c}$ ไม่ขึ้นกับความเร็วของต้นกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์ ทั้งยังไม่ขึ้นกับความเร็วของผู้สังเกตการณ์เทียบกับอีเทอร์ แต่ขึ้นกับความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างต้นกำเนิดแสงกับผู้สังเกตการณ์ ทำให้เกิดความคลาดแสง

ถ้าความเร็วของโลกเป็น v เทียบกับต้นกำเนิดแสง ความเร็วของแสงเป็น c แล้ว กล้องโทรทัศน์ซึ่งส่องไปยังต้นกำเนิดแสงจะต้องทำมุมเพิ่มขึ้นเพื่อแก้ความคลาดของแสงเป็นมุม

$$\tan a = \frac{v}{c} \tag{2.7}$$

2.6.3 การทดลองเกี่ยวกับอีเทอร์

ถ้าหากอีเทอร์เป็นตัวกลางที่คลื่นแสงเดินผ่านแล้ว โดยมีโลกเคลื่อนผ่านอีเทอร์ด้วยความเร็ว v เวลาที่แสงจะเดินทางไปกลับเป็นระยะ L บนผิวโลก โดยทวนกับกระแสอีเทอร์ครั้งหนึ่งและตามกระแสอีเทอร์ครั้งหนึ่ง (ความเร็วของแสงขนานกับความเร็วของโลก) คือ

$$t_{11} = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} \tag{2.8}$$

เวลาที่แสงจะเดินทางไปกลับเป็นระยะ L บนผิวโลกโดยตั้งฉากกับกระแสอีเทอร์ (ตั้งฉากกับความเร็วของโลก) คือ

$$t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} \tag{2.9}$$

ความแตกต่างกันของเวลาทั้งสองคือ

$$\Delta t = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} - \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

ลิมิต $v << c$ $\quad \Delta t = \frac{Lv^2}{c^3}$ (2.11)

ความแตกต่างกันของจำนวนคลื่นคือ

$$n = \frac{c\Delta t}{\lambda} = \frac{Lv^2}{\lambda c^2} \quad (2.14)$$

จากการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์ ไม่พบความแตกต่างดังกล่าวเลย

2.6.4 ความเร็วของแสงในกรอบเฉื่อย

ถ้า s เป็นระบบพิกัดซึ่งอยู่นิ่งเทียบกับอีเทอร์ s′ เป็นระบบพิกัดซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับ s ความเร็วรังสีของแสงใน s คือ $\bar{u}$ จะเท่ากับความเร็วเฟสของแสงใน s คือ $\bar{c}$ ความเร็วรังสีของแสงใน s′ คือ $\bar{u}'$ จะหาได้ดังนี้

$$\bar{u}' = \bar{u} - \bar{v} \quad (2.24)$$

ถ้า θ และ θ' เป็นมุมระหว่าง $\bar{v}$ กับ $\bar{u}$ และ $\bar{v}$ กับ $\bar{u}'$ ตามลำดับแล้ว

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta}{\cos\theta - \frac{v}{c}}$$

และ $$u' = \{c^2 - v^2 + (\bar{v}.\hat{e}')^2\}^{1/2} - \bar{v}.\hat{e}' \quad (2.25)$$

$\hat{e}'$ เป็นทิศตั้งฉากกับหน้าคลื่นใน s′

2.7 คำถามท้ายบท

จงเติมคำในช่องว่างให้ได้ความสมบูรณ์

2.7.1 ถ้าหาก ν° เป็นความถี่ของจุดกำเนิดแสง $\bar{v}^\circ$ เป็นความเร็วของจุดกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์ ν เป็นความถี่ที่ปรากฏในระบบพิกัดซึ่งอีเทอร์อยู่นิ่ง ๆ ดังนั้น

ν° = ...

ตอบ $\nu^\circ = \nu\left(1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}^\circ}{c}\right)$

2.7.2 ถ้าหาก ν° เป็นความถี่ของจุดกำเนิดแสง ν' เป็นความถี่ที่สังเกตได้ในระบบพิกัด s′ ซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับอีเทอร์ $\bar{v}^\circ$ เป็นความเร็วของจุดกำเนิดแสงเทียบกับอีเทอร์ ดังนั้น

ν' = ...

ตอบ : $\nu' = \nu^\circ \dfrac{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}}{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}_0}{c}}$

2.7.3 $\nu' = \nu^\circ\left\{1 - \frac{\hat{n}.\bar{v}_r}{c} - \frac{(\hat{n}.\bar{v}^\circ)\hat{n}.\bar{v}_r}{c^2} + \ldots\right\}$ แสดงว่าในเทอม $\frac{1}{c^2}\nu'$ ขึ้นอยู่กับ .....ซึ่งไม่เป็นความจริงจากผลการทดลองของอีฟส์และสตีลเวลล์

ตอบ : $\bar{v}_0$

2.7.4 การทดลองเรื่องความคลาดของแสงแสดงว่า.....

ตอบ : โลกไม่ได้ดึงเอาอีเทอร์ติดไปด้วย

2.7.5 สมมุติว่าอากาศนิ่งไม่มีลม ชายคนหนึ่งยืนนิ่งถือหลอดแก้วให้หลอดตั้งฉากกับผิวโลก เม็ดฝนจะตกลงตรง ๆ ผ่านหลอดแก้วพอดี โดยไม่กระทบข้างหลอดแก้วเลย ต่อมาชายผู้นั้นเดินด้วยความเร็วขนาดหนึ่ง..... จึงทำให้เม็ดฝนตกผ่านหลอดแก้วลงไปได้ ปรากฏการณ์อันนี้อาจจะเรียกได้ว่า ปรากฏการณ์คลาดฝน

ตอบ เขาจำเป็นต้องเอียงหลอดแก้วให้เป็นมุมพอดี

2.7.6 ถ้าหากตัวกลางของคลื่นแสงคืออีเทอร์ ความหนาแน่นของแสงบนผนังห้องซึ่งอยู่บนโลกย่อม.....

ตอบ : ไม่เท่ากันทุกผนัง

2.7.7 ถ้าความเร็วของโลกมากกว่าความเร็วของแสง ตามทฤษฎีอีเทอร์ การทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์จะ

ตอบ : ไม่ประสบความสำเร็จเลย

2.7.8 $\frac{t_{11}}{t_{\perp}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ แสดงว่านักว่ายน้ำ.....จะชนะ

การแข่งขัน ถ้า $v << c$

ตอบ : ซึ่งว่ายในทิศตั้งได้ฉากกับ $\bar{v}$

2.7.9 ถ้า $L = 10$ เมตร $v =$ ความเร็วของโลกรอบวงโคจร $= 3\times10^4$ เมตรต่อวินาที

$c =$ ความเร็วของแสง $= 3\times10^8$ เมตรต่อวินาที $\Delta t = \frac{Lv^2}{c^3}$

$$\Delta n = \frac{c\Delta t}{\lambda}$$

ถ้า $\lambda = 5\times10^{-7}$ เมตร

ตอบ : 0.2

2.7.10 จากผลของการทดลองของไมเคิลสันและมอร์เลย์ ไมเคิลสันสรุปว่า อีเทอร์น่าจะถูกลากติดไปกับโลกด้วย แต่คำสันนิษฐานของเขาขัดกับ.....

ตอบ : ปรากฏการณ์ความคลาดของแสง

2.7.11 การหดความยาวของโลเรนตซ์-ฟิตซ์เจอรัลด์กล่าวว่า.....

ตอบ : แขนของเครื่องมือซึ่งเคลื่อนขนานกับความเร็วอีเทอร์หดไปเหมือนคูณด้วย $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

2.7.12 ถ้า s เป็นระบบพิกัดซึ่งอยู่นิ่งเทียบกับอีเทอร์ ในระบบพิกัดนี้เท่านั้นที่.....จะเท่ากับความเร็วรังสีของแสง

ตอบ : ความเร็วเฟส

แบบฝึกหัดบทที่ 2

1. รถตำรวจคันหนึ่ง จอดอยู่ข้างทางเห็นรถยนต์คันหนึ่งวิ่งด้วยความเร็ว $\bar{v}$ ไปตามถนน จึงส่งเรดาร์ตรวจความเร็ว ปรากฏว่าคลื่นเรดาร์ที่ออกจากรถตำรวจแล้วสะท้อนกลับมามีความถี่ต่ำกว่าคลื่นเรดาร์ที่รถตำรวจอยู่ 1.90 กิโลเฮอร์ซ ถ้าความถี่เรดาร์ของรถตำรวจคือ 9.375 กิกะเฮอร์ซ (กิกะ = giga = 10^9) จงหาอัตราเร็วของรถ ถ้าสมมุติว่าหน้าคลื่นตั้งฉากกับความเร็วของรถ

คำแนะนำ : ความถี่ปรากฏที่รถยนต์ให้ได้ด้วยสมการ $\nu' = \nu\left(1-\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right)$ คลื่นเรดาร์ปรากฏที่รถยนต์จะทำหน้าที่เป็นต้นกำเนิดคลื่นในตอนที่สองโดยมีรถตำรวจวิ่งถอยหลังด้วยความเร็ว $\bar{v}'$ ดังนั้น $\nu'' = \nu'\left(1-\frac{\hat{n}'.\bar{v}'}{c}\right)$

$$\hat{n}' = -\hat{n}\,,\quad \bar{v}' = -\bar{v}$$

ดังนั้น
$$\nu'' = \nu'\left(1-\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right) = \nu\left(1-\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right)^2$$
$$= \nu\left(1-2\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}+\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c^2}\right)$$
$$\approx \nu\left(1-2\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right) = \nu\left(1-\frac{2v}{c}\right)$$
$$\nu''-\nu = 1.90\times10^3 \text{ เฮอร์ซ} \quad \text{หา } v$$

ตอบ : $\approx$ 30.4 เมตรต่อวินาที

2. ชายคนหนึ่งได้ยินแตรไซเรนของตำรวจ ในขณะที่มันวิ่งเข้ามาหา มาถึง และผ่านไป ปรากฏว่าความถี่ที่ได้ยินนั้นมีขนาดตั้งแต่ 340 ถึง 272 เฮอร์ซ จงหาอัตราเร็วของรถตำรวจ และความถี่ซึ่งคนในรถได้ยิน สมมุติว่าความเร็วของเสียงในสุญญากาศคือ 340 เมตรต่อวินาที

คำแนะนำ : ในขณะที่รถวิ่งเข้าหาผู้สังเกต ความถี่สูงสุดที่ผู้สังเกตได้รับคือ

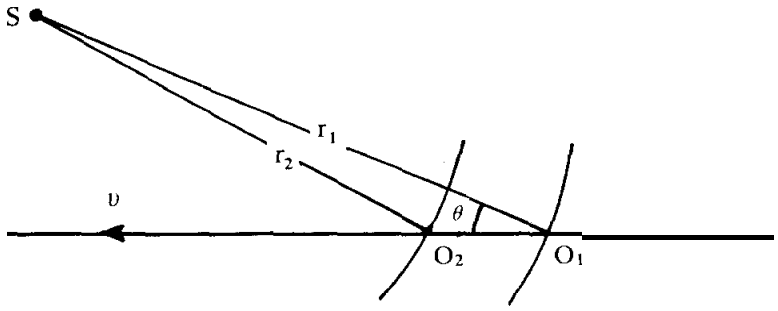
$$\nu' = \nu\left(1+\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right) = \nu\left(1+\frac{v}{c}\right) = 340 \text{ เฮอร์ซ}$$

ในขณะที่รถวิ่งออกจากผู้สังเกต ความถี่ต่ำสุดที่ผู้สังเกตได้รับคือ

$$\nu'' = \nu\left(1-\frac{\hat{n}.\bar{v}}{c}\right) = \nu\left(1-\frac{v}{c}\right) = 272 \text{ เฮอร์ซ}$$

$\nu'+\nu'' = 2\nu$ ได้ ν คือความถี่ซึ่งคนในรถได้ยิน

3.



รูปที่ 27 การเคลื่อนที่ของผู้สังเกตการณ์

รูปที่ 27 เป็นรูปที่แสดงถึงผู้สังเกตการณ์กำลังเคลื่อนที่เข้าหาต้นกำเนิดแสงด้วยความเร็ว v คลื่นลูกแรกได้ไปถึงผู้สังเกตการณ์ที่ 0_1 คลื่นลูกนี้ออกจาก s เมื่อเวลา t = 0 จงเติมคำในช่องว่างต่อไปนี้ (f_s เป็นความถี่ของคลื่นที่ s)

(n) คลื่นจาก s เมื่อเวลา t = 0 ถึง 0_1 เมื่อเวลา t = ...

(ข) คลื่นลูกถัดมาออกจาก s เมื่อเวลา t = ...

(ค) คลื่นลูกที่สองไปถึง 0_2 เมื่อเวลา t = ...

(u) ผู้สังเกตการณ์จะเห็นว่าคาบเวลาของคลื่นคือ Δt = ...

(ง) จากกฎของโคไซน์ r_2 = ...

(P) ถ้าระยะ $\bar{0}_1 0_2$ เป็นระยะสั้นเทียบกับ r_1 แล้ว $r_2 \approx$ .....

(a) ระยะ $\overline{0_1 0_2}$ เป็นระยะเกิดจากการเคลื่อนที่ของผู้สังเกตการณ์ ดังนั้น

$0_1 0_2 = v\Delta t =$ ....., f_0 เป็นความถี่ที่ผู้สังเกต ๆ ได้

(ช) $At = \frac{1}{f_s} + \frac{r_1 - 0_1 0_2 \cos\theta}{c} - \frac{r_1}{c} = \frac{1}{f_s} - \frac{v\Delta t \cos\theta}{c}$

$$At = \frac{1}{f_s (1 + \frac{v}{c}\cos\theta)}, \quad f_0 = \qquad (2.31)$$

ตอบ : (n) $\frac{r_1}{c}$ (ง) $r_2 \quad \{r_1^2 + (\overline{0_1 0_2})^2 - 2r_1 0_1 0_2 \cos\theta\}^{1/2}$

(ข) $\frac{1}{f_s}$; f_s คือความถี่ของ (7) $r_2 \cong r_1 - 0_1 0_2 \cos\theta$

(ค) $\frac{1}{f_s} + \frac{r_2}{c}$ คลื่นที่ S (a) $0_1 0_2 \simeq \frac{v}{f_0}$

(ฆ) $\frac{1}{f_s} + \frac{r_2}{c} \quad \frac{r_1}{c}$ (ช) $f_0 = f_s \ (1 + \frac{v}{c} \cos\theta)$

4. สมมุติว่าอวกาศมีสารชนิดหนึ่งมีคุณสมบัติเป็นสารไอโซโทรปี (isotropy) มีดัชนีการหักเห n สารชนิดนี้อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับ s จงเขียนสมการที่ (2.15) เสียใหม่ให้สอดคล้องกับกรณีนี้

คำแนะนำ : ให้ $c_1 = \frac{c}{n}$, $n = (\varepsilon\mu)^{1/2}$, c_1 เป็นความเร็วเฟสใน s

ε : ค่าคงที่วิชชุมัชฌิม (dielectric constant)

μ : ค่าความซึมได้ของแม่เหล็กสำหรับสารนี้

c_1' : ความเร็วเฟสใน s′

s′ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เทียบกับ s และ s อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับอีเทอร์

ตอบ : $c_1' = c_1 - \hat{n}.\bar{v}$

5. รถยนต์สองคันมีความเร็วเท่ากัน เท่ากับ 25 เมตรต่อวินาที เคลื่อนไปทางทิศเดียวกัน รถยนต์คันหนึ่งเปิดแตรทำให้มีความถี่ 120 เฮอร์ซ ถ้าความเร็วของเสียงเป็น 340 เมตรต่อวินาที จงหา

(ก) ความถี่ที่รถคันหลังได้ยิน (ถ้าแตรรถคันหน้าเปิด)

(ข) ความถี่ที่รถคันหน้าได้ยิน (ถ้าแตรคันหลังเปิด)

ตอบ : 120 เฮอร์ซ ทั้งสองข้อ

6. สมมุติว่า แทนที่ต้นกำเนิดแสงจะให้แสงออกมา มันกลับให้อนุภาคออกมาในเครื่องมือของไมเคิลสันและมอร์เลย์ จงคำนวณหาเวลาของอนุภาคในการเดินทางไปและกลับเมื่อเครื่องมืออยู่นิ่ง แล้วเปรียบเทียบกลับการคำนวณในตอนที่ 2.3 ในกรณีนี้เครื่องมือเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v

ตอบ : $\frac{2L}{c}$

7. จงทำการคำนวณในตอนที่ 2.3 เสียใหม่ โดยให้เครื่องมืออยู่นิ่งแล้วให้อีเทอร์เคลื่อนไปทางซ้ายด้วยความเร็ว v

8. ถ้าหากแขนของเครื่องมือของไมเคิลสันและมอร์เลย์ ยาว 11 เมตร จงหาความแตกต่างของเฟส ($2\Delta n$) สำหรับเครื่องมือนี้

9. ดาวดวงหนึ่งวัดความถี่ของคลื่นแสงได้ 0.5×10^{15} เฮอร์ซ ถ้าหากดาวดวงนี้เคลื่อนที่เข้าหาโลกด้วยความเร็ว 200 กิโลเมตรต่อวินาที สมมุติว่าอีเทอร์อยู่นิ่งเทียบกับโลก จงหาความถี่ปรากฏที่ผิวโลก

คำแนะนำ : $\nu' = \nu\left(1 - \frac{\hat{n}.\vec{v}}{c}\right)$; $\nu = \frac{\nu'}{\left(1 - \frac{\hat{n}.\vec{v}}{c}\right)} = \frac{0.5 \times 10^{15}}{\left(1 - \frac{200}{3 \times 10^5}\right)}$

10. เมื่อขยับกระจกอันหนึ่งของการทดลองไมเคิลสัน-มอร์เลย์เป็นระยะทาง d ทำให้แถบส่วนที่เกิดจากการแทรกสอดเคลื่อนไป 624 แถบ ความยาวคลื่นของแสงที่ใช้คือ 579×10^{-9} เมตร กระจกเคลื่อนไปไกลเท่าไร?

ตอบ : 0.181 มิลลิเมตร