บทที่ 3
กัมมันตภาพรังสี

วัตถุประสงค์

1. ศึกษาการแผ่รังสีแอลฟา รังสีเบตา และรังสีแกมมา
2. ศึกษาการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี สมการสลายตัวอย่างต่อเนื่อง
3. การสร้างสารกัมมันตรังสี

3.1 บทนำ

ในปี 1896 นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ เฮนรี่ เบคเคอเรล (Henri Becquerel) ค้นพบว่า สารประกอบของธาตุยูเรเนียมสามารถแผ่รังสีออกมาได้ โดยที่รังสีแผ่ออกมานี้มีคุณ-สมบัติเหมือนกับรังสีเอ็กซ์ แต่มีอำนาจในการทะลุทะลวงมากกว่า การค้นพบของเบคเคอเรลเป็นการค้นพบโดยบังเอิญ ขณะที่เขาวางฟิล์มถ่ายรูปซึ่งห่อด้วยกระดาษดำอย่างมิดชิดเพื่อป้องกันแสงสว่างไว้ใกล้สารประกอบยูเรเนียม เขาพบว่า ฟิล์มเกิดการดำขึ้นเหมือนถูกแสงสว่าง เขาจึงเริ่มศึกษาปรากฏการณ์นี้ ซึ่งในไม่ช้าเขาพบว่า รอยดำบนฟิล์มเกิดจากการที่รังสีจากสารประกอบยูเรเนียม ทะลุผ่านแผ่นกระดาษดำเข้าไปทำปฏิกริยากับฟิล์มถ่ายรูปนั่นเอง

ปิแอร์และแมรี คูรี (Pierre and Marie Curie) ได้ศึกษาเรื่องราวเกี่ยวกับการแผ่รังสีมากยิ่งขึ้น จนสามารถค้นพบการแผ่รังสีของเรเดียม, โพโลเนียม และธาตุกัมมันตภาพตรังสีอื่นๆ อีกมากมาย

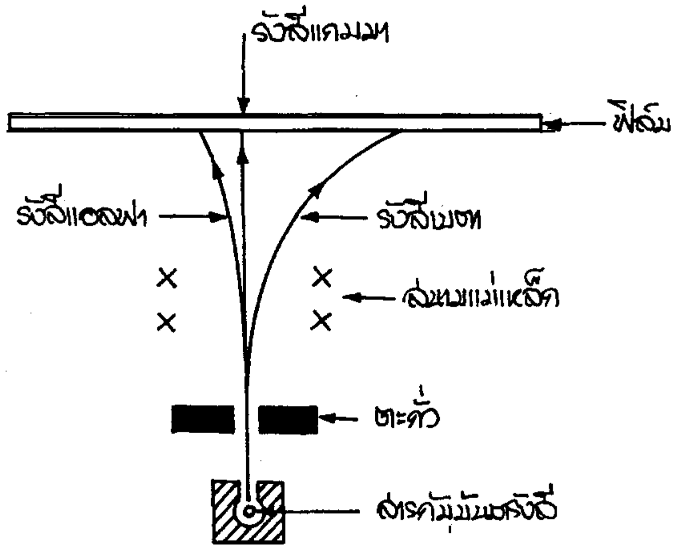
หลังจากนี้นักวิทยาศาสตร์ก็ได้ค้นพบธาตุกัมมันตรังสีอีกหลายชนิดและพบว่ารังสีที่แผ่ออกมาจากสารกัมมันตรังสีมี 3 ชนิด คือ

1. รังสีแอลฟา (Alpha rays) ใช้สัญญลักษณ์ α มีประจุบวกเป็นนิวเคลียสของฮีเลียม

2. รังสีเบตา (Beta rays) ใช้สัญลักษณ์ β มีประจุลบเป็นอิเล็คตรอนที่มีความเร็วสูง

3. รังสีแกมมา (Gamma rays) ใช้สัญลักษณ์ γ เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า มีพลังงานสูงอยู่ในช่วงรังสีเอ็กซ์ หรือเหนือกว่ารังสีเอ็กซ์

การทดลองหาคุณสมบัติของรังสี



รูปที่ 3.1 การทดลองหาคุณสมบัติของรังสี

ตารางที่ 3.1 คุณสมบัติของรังสี

ชนิด	มวล	ประจุ (คูลอมป์)	พลังงาน	พิสัยในอากาศ	ความสามารถสัมพันธ์ที่ทำให้อากาศแตกตัวเป็นไอออน	วัสดุที่ใช้กั้น
รังสีแอลฟา	4.00	+ 2x1.5 x10^{-19}	4 - 10.5	.5 -11.5 ซม.	2500	กระดาษหนา แผ่นอลูมิเนียมบางๆ
รังสีเบตา	8.000	-1.6x10^{-19}	0.02-3.55	-3 เมตร	100	แผ่นอลูมิเนียมหนาพอประมาณ, แผ่นตะกั่วบาง
รังสีแกมมา	0	0	0.04 5.0	ม่แน่นอน		ตะกั่วหนาๆ คอนกรีตหนาๆ

การทดลองหาคุณสมบัติของรังสีกระทำโดย บรรจุสารกัมมันตรังสีไว้ในภาชนะตะกั่ว รังสีจะผ่านออกมาตามช่องขนาดเล็ก มีลักษณะเป็นลำรังสี วิ่งไปยังฟิล์ถ่ายรูป เมื่อผ่านบริเวณที่มีสนามแม่เหล็กในทิศทางลงไปในกระดาษลำรังสีจะแยกออกเป็น 3 แนว แนวที่หนึ่งเบนไปทางซ้าย จากทิศทางของแรงทำให้ทราบว่ามีประจุบวกก็คือรังสีแอลฟา แนวที่สองวิ่งตรงโดยไม่มีการเบี่ยงเบนเลยเป็นรังสีแกมมา และแนวที่สามเบี่ยงเบนไปทางด้านขวา เป็นอนุภาคที่มีประจุลบ ก็คือ รังสีเบตา คุณสมบัติต่างๆ ของรังสีทั้งสามชนิดแสดงไว้ในตารางที่ 3.1

ชนิดของนิวเคลียส

จากการค้นพบสารกัมมันตรังสีทำให้สามารถแบ่งชนิดของนิวเคลียสได้ 2 ชนิด คือ

1. นิวเคลียสเสถียร เป็นนิวเคลียสที่มีพลังงานอยู่ในสภาวะสมดุลย์ไม่เกิดการสลายตัว เช่น ไฮโดรเจน, อ๊อกซิเจน - 16, คาร์บอน - 12, ตะกั่ว - 208 เป็นต้น

2. นิวเคลียสที่ไม่เสถียร เป็นนิวเคลียสที่มีพลังงานมากเกินไป จะต้องคายพลังงานมากเกินไป จะต้องคายพลังงานส่วนที่เกินออกโดยแผ่รังสี หรือโดยการแตกตัวแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

2.1 นิวเคลียสที่ไม่เสถียรที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติ เช่น ยูเรเนียม - 235, ยูเรเนียม -235, ยูเรเนียม - 238, ธอเรียม - 232 เป็นต้น

2.2 นิวเคลียสที่ไม่เสถียรที่มนุษย์สร้างขึ้น เช่น พูโตเนียม - 241, แคลิฟอร์เนียม - 244, พูโตเนียม - 239 เป็นต้น

ชนิดของการแผ่รังสี

1. การแผ่รังสีแอลฟา
2. การแผ่รังสีเบตา
3. การแผ่รังสีแกมมา

3.2 **การแผ่รังสีแอลฟา** (Alpha decay)

การแผ่รังสีแอลฟา คือ การที่นิวเคลียสส่งอนุภาคแอลฟาออกมา อนุภาคแอลฟามีประจุบวกประกอบด้วยโปรตอนสองตัวและนิวตรอนสองตัว ดังนั้นเมื่อนิวเคลียสแผ่รังสีแอลฟาออกมาแล้ว จะเปลี่ยนเป็นนิวเคลียสชนิดใหม่ ซึ่งมีเลขมวลลดลง 4 หน่วย และเลขอะตอมลดลง 2 หน่วย ดังสมการต่อไปนี้

$$^{A}_{Z}P \longrightarrow\ ^{A-4}_{Z-2}D +\ ^{4}_{2}He + Q$$

เมื่อ $^{A}_{Z}P$ = นิวเคลียสที่เกิดการแผ่รังสี มีเลขมวลเท่ากับ A และเลขอะตอมเท่ากับ Z

$^{A-4}_{Z-2}D$ = นิวเคลียสที่เกิดขึ้นหลังจากการแผ่รังสีแล้ว มีเลขมวลเท่ากับ A - 4 และเลขอะตอม = Z - 2

$^{4}_{2}He$ = อนุภาคแอลฟา

Q = พลังงานที่ส่งออกมา ซึ่งจะอยู่ในรูปพลังงานจลน์ของรังสีแอลฟาและนิวเคลียสที่เกิดใหม่

เมื่อรู้มวลของ P, D และอนุภาคแอลฟา จะหาพลังงาน Q ได้

$$\boxed{Q = (m_P - m_D - m_\alpha)c^2}$$

เมื่อ m_P = มวลของนิวเคลียสที่เกิดการแผ่รังสี

m_D = มวลของนิวเคลียสที่เกิดขึ้นหลังจากการแผ่รังสี

m_α = มวลของอนุภาคแอลฟา

c = ความเร็วแสง

จะหาพลังงานที่ส่งออกมาในรูปของมวลของอะตอมได้ดังนี้

กำหนดให้ M_P = มวลของอะตอมที่เกิดการแผ่รังสี

$= m_P + Zm_e$

M_D = มวลของอะตอมที่เกิดหลังจากการแผ่รังสีแล้ว

$= m_D + (Z - 2)m_e$

M_{He} = มวลของอะตอมฮีเลียม

$= m_\alpha + 2m_e$

แทนค่า

$$Q = \{[M_P - Zm_e] - [M_D - (Z-2)m_e] - [M_{He} - 2m_e]\}c^2$$
$$= \{M_P - Zm_e - M_D + Zm_e - 2m_e - M_{He} + 2m_e\}c^2$$
$$= \{M_P - M_D - M_{He}\}c^2$$

ถ้ามวลของนิวเคลียสและมวลของอะตอมมีหน่วยเป็นเอเอ็มยู (amu) จะได้ว่า

$$\boxed{\begin{aligned} Q &= (m_P - m_D - m_\alpha)\,931 \\ &= (M_P - M_D - M_{He})\,931 \end{aligned}}$$

ตัวอย่างที่ 3.1 เรเดียม - 226 สลายตัวให้รังสีแอลฟา จงหาพลังงานที่เกิดจากการสลายตัวนี้

กำหนดให้

มวลของอะตอมเรเดียม - 226 = 226.0312 เอเอ็มยู

มวลของอะตอมเรดอน - 222 = 222.0233 เอเอ็มยู

มวลของอะตอมฮีเลียม = 4.0026 เอเอ็มยู

วิธีทำ เขียนสมการแสดงการสลายตัว

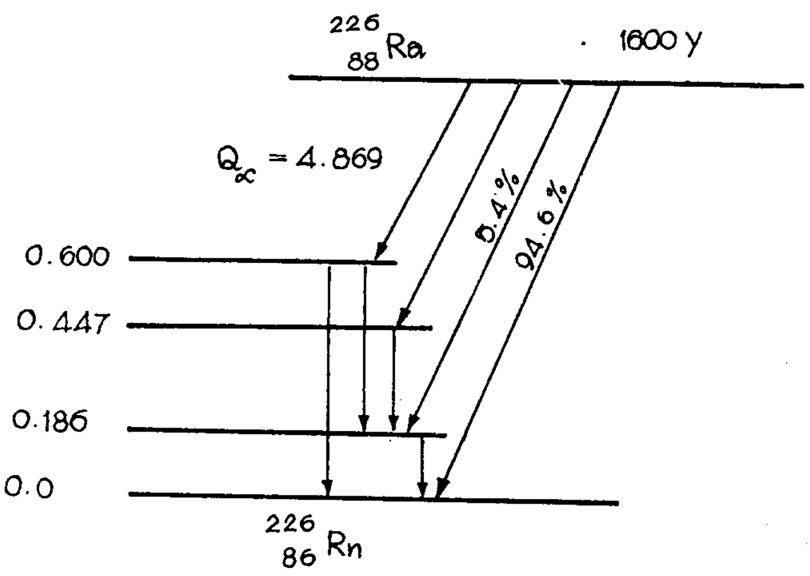
$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{228}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He + Q$$

หาค่า Q

$$Q = (M_{Ra} - M_{Rn} - M_{He})931 \text{ MeV}$$
$$= (226.0312 - 222.0233 - 4.0026)931 \text{ Mev}$$
$$= 0.0053 \times 931 \text{ MeV}$$
$$= 4.9 \text{ MeV}$$

พลังงานที่ได้จากการสลายตัว = 4.9 MeV พลังงานจำนวนนี้จะอยู่ในรูปของพลังงานจลน์ของรังสีแอลฟา และเรดอน

วิธีการแสดงการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีใช้แผนภูมิแสดงการสลายตัว (Decay Scheme) ซึ่งจะบอกว่า สารอะไรสลายตัวเป็นสารใด ให้รังสีชนิดไหน พลังงานเท่าไร ดังตัวอย่าง



รูปที่ 3.2 แผนภูมิแสดงการสลายตัวของเรเดียม - 226

เรเดียม - 226 สลายตัวให้รังสีแอลฟาและเรดอน - 222 รังสีแอลฟาที่ถูกส่งออกมานี้ไม่ได้มีค่าพลังงานค่าเดียว พลังงานสูงสุดของรังสีแอลฟาเท่ากับ 4.869 MeV แสดงว่าเรดอน - 222 ที่เกิดขึ้นจากการสลายตัวไม่ได้เข้าสู่ภาวะพื้นฐาน (Ground state) ทุกตัว บางตัวอยู่ในภาวะกระตุ้น (Excited state) ก่อน ภายหลังจึงกลับสู่ภาวะพื้นฐาน โดยการส่งพลังงานออกมาในรูปของรังสีแกมมา จึงอาจจะเขียนสมการแสดงการสลายตัวได้ดังนี้

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{228}_{86}\mathrm{Rn} + \alpha + \gamma + Q$$

3.3 การแผ่รังสีเบตา (Beta decay)

การแผ่รังสีเบตา คือ การที่นิวเคลียสส่งรังสีเบตาออกมา รังสีเบตามี2 ชนิด รังสีเบตาชนิดลบ และรังสีเบตาชนิดบวก

การแผ่รังสีเบตาชนิดลบ (Negative beta decay)

เมื่อนิวเคลียสเกิดการแผ่รังสีเบตาชนิดลบ จะเกิดการเปลี่ยนแปลงภายในนิวเคลียส

นิวตรอนลดลงหนึ่งหน่วย โดยที่โปรตอนเพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วยเช่นกัน ดังนั้นเลขมวลคงที่ และเลขอะตอมเพิ่มขึ้น

$$ {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}P - {}^{1}_{0}e + \overline{V} $$

$\overline{V}$ คือ สัญญลักษณ์ของแอนไทนิวตริโน (Antineutrino) เพิ่มเข้ามาในสมการเพื่อทำให้เกิดการสมดุลย์ของพลังงาน เนื่องจากในการวัดพลังงานของรังสีเบตา พบว่า รังสีเบตาที่ส่งออกมาไม่ได้มีพลังงานเท่ากันทุกตัว พลังงานที่สูญหายไปเป็นพลังงานของแอนไทนิวตริโน ในการแสดงค่าพลังงานของรังสีเบตา จึงต้องแสดงเป็นพลังงานสูงสุด

สมการทั่วไปแสดงการแผ่รังสีเบตาชนิดลบ คือ

$$ {}^{A}_{Z}P \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}D + {}^{0}_{-1}e + \overline{V} + Q $$

$$ \boxed{Q = (m_P - m_D - m_e)c^2} $$

$$ M_P = m_P + Zm_e $$

$$ M_D = m_D + (Z+1)m_e $$

แทนค่า

$$ \begin{aligned} Q &= \{[M_P - Zm_e] - [M_D - (Z+1)m_e] - m_e\}c^2 \\ &= \{M_P - Zm_e - M_D + Zm_e + m_e - m_e\}c^2 \\ &= \{M_P - M_D\}c^2 \end{aligned} $$

ถ้ามวลมีหน่วยเป็นเอเอ็มยู

$$ \boxed{\begin{aligned} Q &= (m_P - m_D - m_e)\,931 \\ &= (M_P - M_D)\,931 \end{aligned}} \quad \begin{aligned} &\text{MeV} \\ &\text{MeV} \end{aligned} $$

ตัวอย่างที่ 3.2 จงหาพลังงานสูงสุดของรังสีเบตาที่ได้จากการสลายตัวของซิลิคอน - 3 ซึ่งมีมวลอะตอมเท่ากับ 30.97534 เอเอ็มยู สลายตัวได้ฟอสฟอรัส - 31 ซึ่งมีมวลอะตอมเท่ากับ 30.973763 เอเอ็มยู

วิธีทำ

$$^{31}_{14}Si \longrightarrow \;^{31}_{15}P + \;^{0}_{-1}e + \overline{V} + Q$$

รังสีเบตาจะมีพลังงานสูงสุดเมื่อพลังงานของแอนไทนิวตริโนและพลังงานของฟอสฟอรัส - 31 เท่ากับศูนย์

นั่นคือ พลังงานสูงสุดของรังสีเบตา = Q

จาก $Q = (M_P - M_D)\,931$ MeV

$Q = (M_{Si} - M_P)\,931$ MeV

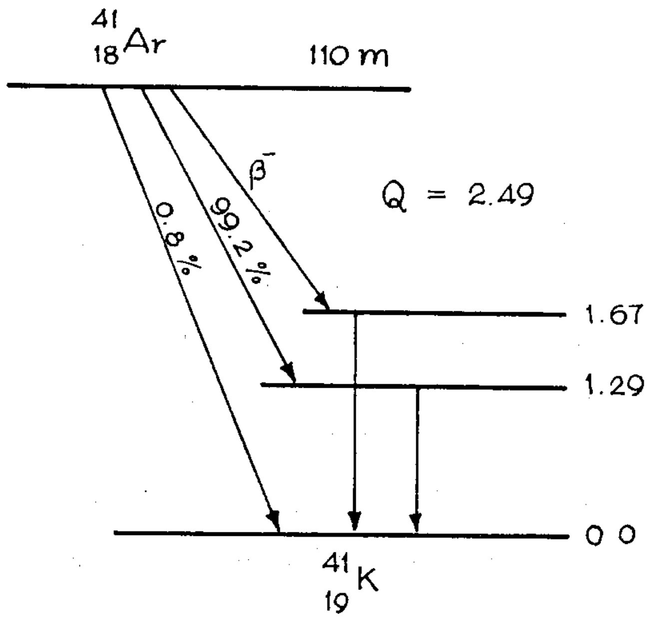
$= (30.97534 - 30.973763)931$ MeV

$= 0.001537 \times 931$ MeV

$= 1.475$ MeV

พลังงานสูงสุดของรังสีเบตาเท่ากับ 1.475 เอ็มอีวี

อาร์กอน - 41 มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 110 นาที สลายตัวให้รังสีเบตาชนิดลบซึ่งมีพลังงานสูงสุดเท่ากับ 2.49 เอ็มอีวี และรังสีแกมมาพลังงาน 1.67 และ 1.29 เอ็มอีวี นิวเคลียสที่เกิดขึ้นใหม่ คือ นิวเคลียสของโปแตสเซียม - 41



รูปที่ 3.3 การสลายตัวของอาร์กอน - 41

การแผ่รังสีเบตาชนิดบวก (Positive beta decay)

เมื่อนิวเคลียสเกิดการแผ่รังสีเบตาชนิดบวก จะเกิดการเปลี่ยนแปลงภายในนิวเคลียส โปรตอนลดลงหนึ่งหน่วย โดยที่นิวตรอนเพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วยเช่นกัน ดังนั้น เลขมวลคงที่และเลขอะตอมลดลง

$$ {}^{1}_{0}P \longrightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + V $$

หลังจากการสลายตัวแล้วจะได้นิวตริโน (neutrino) ด้วยสมการทั่วไปแสดงการแผ่รังสีเบตาชนิดบวก คือ

$$ {}^{A}_{Z}P \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}D + {}^{0}_{+1}e + V + Q $$

$$ \boxed{Q = (m_P - m_D - m_e)c^2} $$

เมื่อ $M_P = m_P + Zm_e$

$M_D = m_D + (Z - 1)m_e$

แทนค่า

$$ \begin{aligned} Q &= \{[M_P - Zm_e] - [M_D - (Z - 1)m_e] - m_e\}c^2 \\ &= \{M_P - Zm_e - M_D + Zm_e - m_e + m_e\}c^2 \\ &= \{M_P - M_D - 2m_e\}c^2 \end{aligned} $$

ถ้ามวลมีหน่วยเป็นเอเอ็มยู

$$ \begin{aligned} Q &= (m_P - m_D - m_e)\,931 && \text{MeV} \\ &= (M_P - M_D - 2m_e)\,931 && \text{MeV} \end{aligned} $$

เนื่องจาก Q เป็นพลังงานที่ได้จากการแผ่รังสี จะต้องมีค่าเป็นบวกเสมอ ดังนั้น มวลอะตอมที่สลายตัวจะต้องมากกว่ามวลอะตอมที่ได้จากการสลายตัวเกินสองเท่าของมวลอีเล็คตรอน

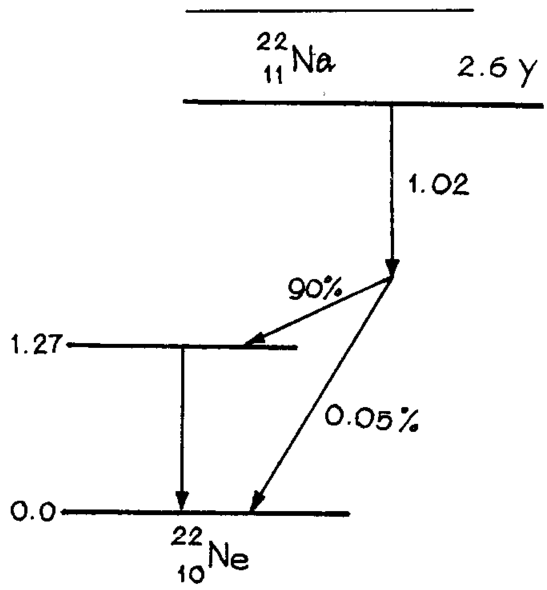
ตัวอย่างที่ 3.3 ทองแดง - 64 สลายตัวให้รังสีเบตาชนิดบวก ได้นิเกิล - 64 จงหาพลังงานของรังสีเบตา กำหนดให้น้ำหนักอะตอมของทองแดง - 64 เท่ากับ 63.94994 เอเอ็มยู น้ำหนักอะตอมของนิเกิล - 64 เท่ากับ 63.94813 เอเอ็มยู

วิธีทำ $Q = (M_{Cu} - M_{Ni} - 2m_e)\ 931$

แทนค่า $Q = (63.94994 - 63.94813 - 2 \times 0.000548)\ 931$

$= 0.67$ MeV

พลังงานของรังสีเบตาชนิดบวก = 0.67 เอ็มอีวี



รูปที่ 3.4 แผนภูมิแสดงการสลายตัวโซเดียม - 22

โซเดียม - 22 มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 2.6 ปี สลายตัวให้รังสีเบตาชนิดบวก นิวเคลียสใหม่ที่เกิดขึ้น คือ นีออน - 22 ซึ่งส่วนมาก (90%) จะอยู่ในภาวะกระตุ้น เมื่อกลับสู่ภาวะพื้นฐานจะส่งรังสีแกมมาพลังงาน 1.27 เอ็มอีวีออกมา นีออน - 22 ส่วนน้อย (0.05%) อยู่ในภาวะพื้นฐานทันที พลังงานจำนวน 1.02 เอ็มอีวี แสดงถึงการสูญเสียอีเล็คตรอนสองตัวจากอะตอม การสลายตัวแบบให้รังสีเบตาชนิดบวกนี้ จะแสดงด้วยลูกศรนี้ไปทางด้านซ้าย

3.4 การแผ่รังสีแกมมา (Gamma decay)

ส่วนมากแล้วการแผ่รังสีแกมมา จะเกิดขึ้นหลังจากการแผ่รังสีชนิดอื่น เช่น การแผ่รังสีแอลฟา หรือการแผ่รังสีเบตา โดยที่นิวเคลียสจะยังคงอยู่ในภาวะระตุ้น เมื่อกลับลงสู่ภาวะพื้นฐาน จึงต้องคายพลังงานออกมาในรูปของรังสีแกมมา

3.5 **ขบวนการอีเล็คตรอนแคพเจอร์** (Electron capture)

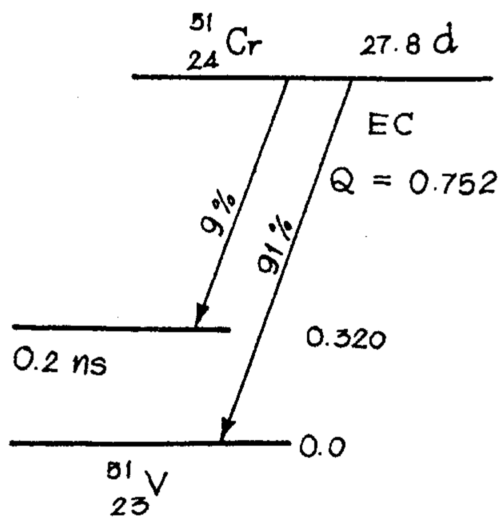
ขบวนการอีเล็คตรอนแคพเจอร์เป็นขบวนการที่นิวเคลียสจับอีเล็คตรอนในวงโคจรเข้าไปรวมไว้ อาจจะเกิดกับอีเล็คตรอนในวงโคจรขั้นใดก็ได้ แต่เนื่องจากอีเล็คตรอนในวงโคจรชั้นเค (K-shell) อยู่ใกล้นิวเคลียสมากที่สุด โอกาสที่จะถูกจับจึงมีมาก ถ้าอีเล็คตรอนในวงโคจรชั้นเคถูกจับโดยนิวเคลียส เรียกว่า เคแคพเจอร์ (K - capture)

หลังจากเกิดการจับอีเล็คตรอนแล้ว จะเกิดการเปลี่ยนแปลงภายในนิวเคลียส โปรตอนลดลงหนึ่งหน่วย นิวตรอนเพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วย ดังนั้น เลขมวลคงที่ แต่เลขอะตอมลดลง ซึ่งเหมือนกับขบวนการแผ่รังสีเบตาชนิดบวก

$$^{1}_{1}P + {}^{0}_{-1}e \longrightarrow {}^{1}_{0}n + \nu$$

ตัวอย่างของการสลายตัวแบบนี้ คือ

$$^{51}_{24}Cr + {}^{0}_{-1}e \longrightarrow {}^{53}_{23}V + \nu + r$$



รูปที่ 3.5 แผนภูมิแสดงการสลายตัวของ $^{51}_{24}Cr$

3.6 **ขบวนการอินเทอนัลคอนเวอชัน** (Internal conversion)

รังสีแกมมาที่ส่งออกมาจากนิวเคลียสอาจจะชนกับอีเล็คตรอนในวงโคจร ทำให้

อีเล็คตรอนหลุดออกมา โอกาสที่รังสีแกมมาจะชนมากที่สุด คือ อีเล็คตรอนในวงโคจรชั้นเค (K - Shell)

3.7 การสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

จากการศึกษาการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีพบว่า การสลายตัวไม่ขึ้นกับภาวะแวดล้อม เช่น ความดัน อุณหภูมิ แต่จะขึ้นกับคุณสมบัติของสารกัมมันตรังสีชนิดนั้น ภายในสารกัมมันตรังสีหนึ่งก้อน แต่ละนิวเคลียสมีโอกาสที่จะสลายตัวต่อหนึ่งหน่วยเวลาเท่ากัน

อัตราการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีต่อวินาทีมีชื่อเรียกว่า กัมมันตภาพ (Activity) ใช้ตัวย่อว่า A จะเขียนกัมมันตภาพเป็นรูปทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\boxed{A = \frac{dN}{dt}}$$

หน่วยของกัมมันตภาพมี 3 ชนิด คือ

1. นิวเคลียส/วินาที (disintegration per sec) ใช้ตัวย่อว่า dps
2. คูรี (Curie) ใช้ตัวย่อว่า Ci โดยที่หนึ่งคูรีเป็นอัตราการสลายตัวของเรเดียม 1 กรัม ในเวลา 1 วินาที

$$\boxed{1\ \text{Ci} = 3.7 \times 10^{10}\ \text{dps}}$$

หน่วยเล็กของคูรี คือ มิลลิคูรี (mCi) และไมโครคูรี (μCi)

หน่วยใหญ่ของคูรี คือ กิโลคูรี (KCi)

3. เบคเคอเรล (Becguerel) ใช้ตัวย่อว่า Bq

$$\boxed{1\ \text{Bq} = 1\ \text{dps}}$$

สมการการสลายตัว (Decay equation)

อัตราการสลายตัวของสารกัมมันตรังสีจะขึ้นอยู่กับปริมาณสารกัมมันตรังสีที่มีอยู่ เขียนเป็นรูปคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\boxed{-\frac{dN}{dt} \propto N}$$

กำหนดให้ λ = ค่าคงที่ มีค่าขึ้นกับชนิดของสารกัมมันตรังสีมีชื่อเรียกว่า ค่าคงที่ของการสลายตัว (decay constant, disintegration constant)

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

แก้สมการหาค่า N เมื่อเวลา t ใดๆ

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

$$\int \frac{dN}{N} = -\int \lambda dt$$

กำหนดให้ เมื่อเวลา t = 0 $N = N_0$ = จำนวนนิวเคลียสเริ่ม

เมื่อเวลา t = t N = N = จำนวนนิวเคลียสเมื่อเวลา t

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\int_{0}^{t} dt$$

$$\ln N \Big|_{N_0}^{N} = -t \Big|_{0}^{t}$$

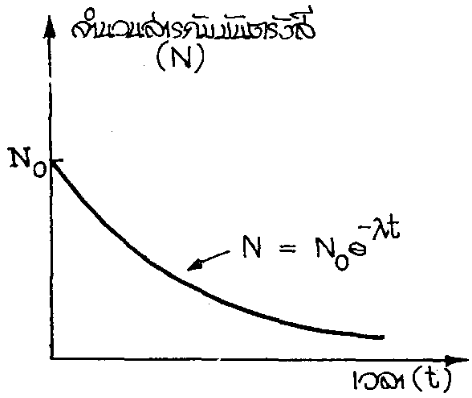
$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}$$

สมการสุดท้ายนี้มีชื่อเรียกว่า สมการการสลายตัว แสดงถึงจำนวนสารกัมมันตรังสี

เมื่อเวลา t ใดๆ ถ้านำไปเขียนกราฟ จะได้กราฟเป็นรูปเอ็กโพเน็นเชียล ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 จำนวนสารกัมมันตรังสี เมื่อเวลา t ใดๆ

จาก $$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

$$\boxed{\ln N = -\lambda t + \ln N_0}$$

เทียบกับสมการเส้นตรง

$$\boxed{y = mx + C}$$

เมื่อ y = ตัวแปรตาม

x = ตัวแปรอิสระ

m = ความชันของกราฟเส้นตรง

C = ค่าคงที่

จะได้ว่า

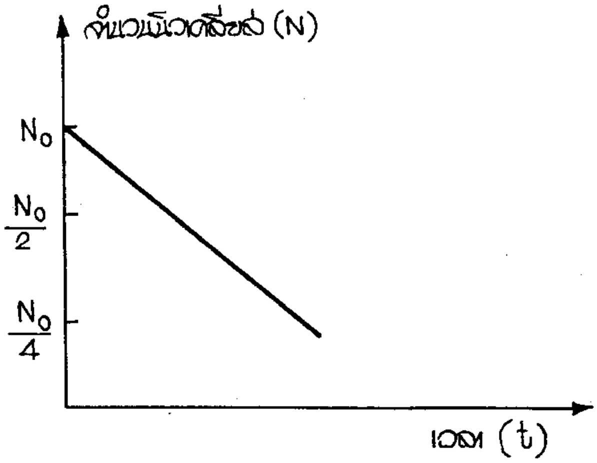
$y = \ln N$

$x = t$

$m = -\lambda$

$$C = \ln N_0$$

เนื่องจาก N อยู่ในเทอมล๊อคการิทึม และ t อยู่ในเทอมลิเนียร์ ถ้าเขียนกราฟระหว่าง N และ t ลงบนกระดาษกึ่งล๊อค (Semilog) โดยที่ N อยู่บนแกนล๊อค และ t อยู่บนแกนลิเนียร์ จะได้กราฟเป็นรูปเส้นตรงดังรูปที่ 3.7 รูปกราฟชนิดนี้ใช้เป็นประโยชน์กันมากทางด้านรังสี



รูปที่ 3.7 การเขียนสมการการสลายตัวบนกระดาษกึ่งล๊อค

จาก $$A = \frac{dN}{dt}$$

และ $$\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

จะได้ $$\boxed{A = \lambda N}$$

จากสมการการสลายตัว เอา λ คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\boxed{A = A_0 e^{-\lambda t}}$$

สมการนี้แสดงถึงกัมมันตภาพเมื่อเวลาใดๆ ถ้ารู้จำนวนกัมมันตภาพเริ่มต้น (A_0) จะหากัมมันตภาพเมื่อเวลาผ่านไป ได้เช่นเดียวกับสมการการสลายตัว ถ้าเขียนกราฟของสมการนี้

จะได้กราฟเป็นรูปเส้นตรง

ครึ่งชีวิต (Half life)

ครึ่งชีวิต ใช้ตัวย่อว่า $T_{1/2}$ เป็นระยะเวลาที่สารกัมมันตรังสีสลายตัวลดลงเหลือครึ่งหนึ่งของจำนวนเริ่มต้น

ถ้าเริ่มต้นมีจำนวนนิเคลียส = N_0 ตัว

เมื่อเวลาผ่านไปครึ่งชีวิต ($T_{1/2}$) จะมีจำนวนนิวเคลียสเหลืออยู่ = $N_0 / 2$ ตัว

จาก $N = N_0 e^{-\lambda t}$

แทนค่า
$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$\frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$2 = e^{\lambda T_{1/2}}$$
$$\ln 2 = \lambda T_{1/2}$$
$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

แทนค่า $\ln 2 = 0.693$

$$\boxed{T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}}$$

อายุเฉลี่ย (Mean life)

อายุเฉลี่ย ใช้ตัวย่อว่า τ เป็นระยะเวลาเฉลี่ยที่สารกัมมันตรังสีสลายตัวตามธรรมชาติ แล้วในสารกัมมันตรังสีหนึ่งก้อน แต่ละนิวเคลียสจะใช้เวลาสลายตัวไม่เท่ากัน แม้ว่าโอกาสในการสลายตัวจะเท่ากัน นิวเคลียสหนึ่งอาจจะสลายตัวในวินาทีนี้ อีกนิวเคลียสหนึ่งอาจจะสลายตัวในวันต่อมา อายุเฉลี่ยเป็นเวลาที่นิวเคลียสจะสลายตัว สารกัมมันตรังสีแต่ละชนิดจะมีอายุเฉลี่ยเป็นคุณสมบัติเฉพาะตัว

อายุเฉลี่ยหาได้จากสมการทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

$$\boxed{\tau = \frac{\int_0^\infty t\, dN}{N_0}}$$

จาก $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$dN = - N_0 e^{-\lambda t} dt$

แทนค่า dN

$$\tau = \frac{-1}{N_0} \int_0^\infty t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$= \frac{-\lambda N_0}{N_0} \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt$$

$$= -\lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt$$

การอินทิเกรท $\int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt$ ใช้อินทิเกรทเป็นส่วน (integration by part) จาก

คณิตศาสตร์

$$\boxed{\int U dV = uv - \int v\, dU}$$

กำหนดให้ $U = t$

จะได้ $dU = dt$

กำหนดให้ $dv = e^{-\lambda t} dt$

จะได้ $v = \int e^{-\lambda t} dt = \frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}$

แทนค่า

$$\int_0^\infty te^{-\lambda t}dt = \left[\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^\infty - \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\,dt$$

$$= 0 - \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-(-\lambda)(-\lambda)}\right]_0^\infty$$

$$= 0 - \frac{1}{\lambda^2}$$

$$= -\frac{1}{\lambda^2}$$

ดังนั้น $\tau = -\lambda \cdot \frac{1}{-\lambda^2} = \frac{1}{\lambda}$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{0.693} = 1.44\ T_{1/2}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 อินเดียม - 113 (^{113m}In) มีครึ่งชีวิต 1.7 ชั่วโมง จงหา

ก. อินเดียมมวล 2 ไมโครกรัม มีกี่อะตอม

ข. หลังจากเวลาผ่านไป 4 ชั่วโมง จะเหลือจำนวนอะตอมอินเดียมกี่อะตอมที่ยังไม่สลายตัว

ค. กัมมันตภาพของอินเดียมเมื่อเวลาผ่านไป 4 ชั่วโมง

ง. กัมมันตภาพจำเพาะ (specific activity) ของอินเดียมเมื่อเวลาผ่านไป 4 ชั่วโมง

จ. จะต้องเตรียมอินเดียมจำนวนเท่าใดในวันพฤหัสบดีเวลา 16.00 น. ถ้าต้องการใช้อินเดียมจำนวน 10 ไมโครคูรี ในวันศุกร์เวลา 13.00 น.

วิธีทำ ก) 1 กรัมอะตอมของธาตุใดมีจำนวนอะตอม = 6.02×10^{23} อะตอม

อินเดียม 2 ไมโครกรัม = $\frac{2 \times 10^{-6}}{113}$ กรัมอะตอม

ดังนั้น อินเดียม 2 ไมโครกรัม มีจำนวนอะตอม = $\frac{6.02 \times 10^{23} \times 2 \times 10^{-5}}{113}$

$= 1.07 \times 10^{16}$ อะตอม

ข) $T_{1/2} = \frac{0.693}{T_1} = \frac{0.693}{1.7}$

จาก $N = N_0 e^{-\lambda t}$

เมื่อ $N_0 = 1.07 \times 10^{16}$ อะตอม, $t = 4$ ชั่วโมง

$$N = (1.07 \times 10^{16})(e^{-\frac{0.693 (4)}{1.7}})$$
$$= 2.10 \times 10^{15} \text{ อะตอม}$$

หลังจากเวลาผ่านไป 4 ชั่วโมง จะมีจำนวนอะตอมเหลือ = 2.10×10^{15} อะตอม

ค) จาก $A = \lambda N$

แทนค่า $A = \frac{0.693 \times 2.10 \times 10^{15}}{1.7 \times 3600}$ dps

$= 2.4 \times 10^{11}$ dps

$= \frac{2.4 \times 10^{11}}{3.7 \times 10^{11}}$ Ci

$= 6.4$ Ci

กัมมันตภาพหลังจากเวลาผ่านไป 4 ชั่วมง = 6.4 คูรี

ง) กัมมันตภาพจำเพาะ = $\frac{\text{กัมมันตภาพ}}{\text{มวล}}$

$= \frac{6.4}{2} = 3.2 \frac{\text{Ci}}{\mu\text{gm}}$

จ) จาก $A = A_0 e^{-\lambda t}$

ในที่นี้ $A = 10\ \mu\text{Ci}$, $t = 21$ ชั่วโมง

แทนค่า $10\ \mu\text{Ci} = A_0 e^{-\frac{(0.693)(21)}{17}}$

$10 = A_0 (0.00194)$

$A_0 = 51.5$ mCi

จะต้องเตรียมอินเดียมจำนวน 51.5 มิลลิคูรี

ตัวอย่างที่ 3.5 ถ้าครึ่งชีวิตของเทคนิเซียม - 99 m (^{99m}Tc) = 6 ชั่วโมง จงหาว่า เวลาผ่านไปนานเท่าไรกัมมันตภาพของอินเดียม -113m จำนวน 10 มิลลิคูรี จึงจะมีค่าเท่ากับ -99m จำนวน 2 มิลลิคูรี

วิธีทำ วิธีที่ 1 ณ เวลา t, $A_{In} = A_{Tc}$

แทนค่า A_{In} และ A_{Tc}

$$A_0(Tc)e^{-0.693t / T_{1/2}(Tc)} = A_0(In)e^{-0.693t / T_{1/2}(In)}$$

$$2e^{-0.693t / 6} = 10e^{-0.693t / 1.7}$$

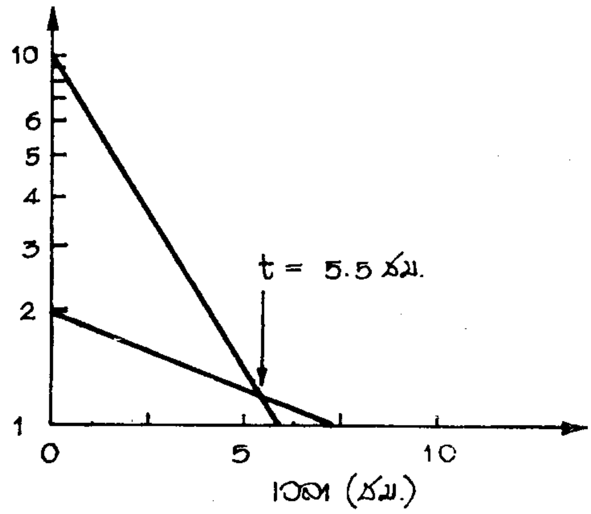
$$\frac{10}{2} = e^{(0.408 - 0.115)t}$$

$$\ln 5 = 0.293t$$

$$1.61 = 0.293t$$

$$t = 5.5 \text{ ชั่วโมง}$$ **ตอบ**

วิธีที่ 2 เขียนกราฟแสดงกัมมันตภาพของสารกัมมันตรังสีทั้งสองชนิดลงบนกระดาษกึ่งล๊อค จุดที่เส้นกราฟทั้งสองเส้นตัดกันเป็นจุดที่แสดงว่ากัมมันตภาพของสารทั้งสองเท่ากัน



ตัวอย่างที่ 3.6 จงพิสูจน์ว่า

$$\frac{N}{N_0} = \left[\frac{1}{2}\right]^{t/T_{1/2}}$$

วิธีทำ จาก $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$N = N_0 e^{-\lambda T_{1/2} \cdot t/T_{1/2}}$$

$$= N_0 \left[e^{-\lambda T_{1/2}}\right]^{t/T_{1/2}}$$

$$= N_0 \left[\frac{1}{e^{\lambda T_{1/2}}}\right]^{t/T_{1/2}}$$

แต่ $e^{\lambda T_{1/2}} = 2$

$$N = N_0 \left[\frac{1}{2}\right]^{t/T_{1/2}}$$

$$\frac{N}{N_0} = \left[\frac{1}{2}\right]^{t/T_{1/2}}$$

ตัวอย่างที่ 3.7 ธอเรียม - 231 ($^{231}_{90}Th$) เป็นสารกัมมันตรังสีมีครึ่งชีวิตเท่ากับ 25.6 ชั่วโมง

เริ่มต้นมีธอเรียมอยู่ 50 มิลลิกรัม จงหาว่า เมื่อเวลาผ่านไป 1, 10 และ 100 ชั่วโมง จะมีธอเรียมเหลืออยู่กี่กรัม

วิธีทำ จำนวนอะตอม = $\frac{\text{น้ำหนัก}}{\text{น้ำหนักอะตอม}} \times 6.02 \times 10^{23}$

จาก $N = N_0e^{-\lambda t}$

ถ้าเริ่มต้นมีน้ำหนัก M_0 เมื่อเวลาผ่านไป t มีน้ำหนัก M

$$\frac{M}{\text{น้ำหนักอะตอม}} \times 6.02 \times 10^{23} = \frac{M_0}{\text{น้ำหนักอะตอม}} \times 6.02 \times 10^{23} (e^{-\lambda t})$$

$$\boxed{M = M_0e^{-\lambda t}}$$

เมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง

$t = 1$ ชม. , $M_0 = 50$ มิลลิกรัม , $\lambda = \frac{0.693}{25.6}$

$$\frac{0.693}{25.6} \times 1$$

$M = 50e^{-}$

$= 50 \times 0.97$

$= 48.5$

จะมีธอเรียมเหลืออยู่ 48.5 มิลลิกรัม

เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง

$t = 10$ ชั่วโมง

$$\frac{0.693}{25.6} \times 10$$

$M = 50e^{-}$

$= 50 \times 0.76$

$= 38.2$

จะมีธอเรียมเหลืออยู่ 38.2 มิลลิกรัม

เมื่อเวลาผ่านไป 100 ชั่วโมง $t = 100$ ชั่วโมง

$$M = 50e^{-\frac{0.693 \times 100}{25.6}}$$

$$= 50 \times 0.067$$

$$= 3.36$$

จะมีธอเรียมเหลืออยู่ 3.36 มิลลิกรัม

ตัวอย่างที่ 3.8 ตะกั่ว - 214 แตกตัวให้รังสีเบตา โดยมีครึ่งชีวิตเท่ากับ 26.8 นาที ถ้าตอนเริ่มต้นมีนิวเคลียสของตะกั่วอยู่ 3×10^{20} ตัว จงหา

ก. กัมมันตภาพตอนเริ่มต้น

ข. กัมมันตภาพและจำนวนนิวเคลียสเมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง

วิธีทำ ก. $A_0 = \lambda N_0 = \frac{0.693}{T_{1/2}} N_0$

$$A_0 = \frac{0.693 \times 3 \times 10^{20}}{26.8 \times 60} \text{ dps}$$

$$= \frac{0.693 \times 3 \times 10^{20}}{26.8 \times 60 \times 3.7 \times 10^{10}} \text{ คูรี}$$

$$= 3.49 \times 10^{6} \text{ คูรี}$$

กัมมันตภาพตอนเริ่มต้น $= 3.49 \times 10^{6}$ คูรี

ข. จาก $A = A_0 e^{-\lambda t}$

เมื่อ $t = 1$ ชม. $= 60$ นาที

$$A = (3.49 \times 10^{6})\, e^{-\frac{0.693 \times 60}{25.8}}$$

$$= 7.3 \times 10^{5}$$

กัมมันตภาพเมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง = 7.3×10^{5} คูรี

จาก $A = \lambda N$

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{AT_{1/2}}{0.693}$$

$$N = \frac{(7.3 \times 10^{5} \times 3.7 \times 10^{10})(26.8 \times 60)}{0.693}$$

$$= 6.3 \times 10^{19}$$

จำนวนนิวเคลียสเมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง = 6.3×10^{19}

ตัวอย่างที่ 3.9 ตริเตียมซึ่งเป็นไอโซโทปของไฮโดนเจน สลายตัวให้รังสีเบตา โดยมีครึ่งชีวิต = 12.5 ปี มวลของนิวเคลียสของตริเจียมเท่ากัล 3.02 amU.

ก. จงเขียนสมการแสดงการสลายตัว

ข. จงหามวลของตริเตียมจำนวน 20 มิลลิคูรี

วิธีทำ ก. $${}^{3}_{1}H \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{3}_{2}He$$

ข. จาก $A = \lambda N$

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{AT_{1/2}}{0.693}$$

$$N = (20 \times 10^{-3} \times 3.7 \times 10^{10})(12.5 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60)$$

$$= 2.1 \times 10^{16} \quad \text{นิวเคลียส}$$

ตริเตียม 1 นิวเคลียสมีมวล = $3.02 \times 1.66 \times 10^{-27}$ กก.

ตริเตียม N นิวเคลียสมีมวล = $3.02 \times 1.66 \times 10^{-27} \times 2.1 \times 10^{6}$ กก.

มวลของตริเตียม 20 มิลลิคูรี = 9.96×10^{-11} กก.

ตัวอย่างที่ 3.10โคบอล-60 ปัจจุบันมีกัมมันตภาพ 1 คูรี แต่เมื่อ 1 ปีที่ผ่านมา มีกัมมันตภาพ 1.141 คูรี

ก. จงหาครึ่งชีวิตของโคบอล-60

ข. กำหนดให้มวลอะตอมของโคบอล-60 เท่ากับ 59.53 amU. จงหามวลของโคบอล-60 ขณะนี้

ค. นานเท่าไร โคบอล-60 จึงจะมีกัมมันตภาพลดลงไป 10%

วิธีทำ ก. $A = A_0 e^{-0.693t/T_{1/2}}$

แทนค่า $A = 1.141$ คูรี , $A_0 = 1$ คูรี , $t = 1$ ปี

$$1.141 = 1 \times e^{-0.693t/T_{1/2}}$$

$$1.141 = e^{-0.693t/T_{1/2}}$$

$$\ln 1.141 = -\frac{0.693}{T_{1/2}}$$

$$= \frac{-0.693}{0.13} = 5.3 \text{ ปี}$$

ครึ่งชีวิตของโคบอล-60 เท่ากับ 5.3 ปี

ข. $N = \dfrac{AT_{1/2}}{0.693}$

$$N = \frac{(1 \times 1.37 \times 10^{10})(5.3 \times 365 \times 24 \times 3600)}{0.693}$$

$$= 8.9 \times 10^{18}$$

$$\text{จำนวนอะตอม} = \frac{\text{มวล}}{\text{มวลอะตอม}} \times 6.02 \times 10^{23}$$

$$\text{มวล} = \frac{(\text{จำนวนอะตอม})(\text{มวลอะตอม})}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$= \frac{8.9 \times 10^{18} \times 59.53}{6.02 \times 10^{23}}$$

$$= 8.7 \times 10^{-4}$$

มวลของโคบอล-60 เท่ากับ 0.87 มิลลิกรัม

ค. กัมมันตภาพลดลง 10% ก็คือ เหลืออยู่ 90%

$$A = A_0 e^{-0.693t/T_{1/2}}$$

$$90 = 100e^{-0.693t/5.3}$$

$$t = 0.8 \text{ ปี}$$

ตัวอย่างที่ 3.11 เมื่อให้เรดอนมีครึ่งชีวิต 3.83 วัน จำนวน 1.8 มิลลิคูรีแก่คนไข้อย่างถาวร จงหาจำนวนรังสีที่คนไข้ได้รับ

วิธีทำ อายุเฉลี่ยของเรดอน = 1.44 x 3.83 = 5.51 วัน

เรดอนสลายตัวโดยมีกัมมันตภาพ 1.8 มิลลิคูรี เป็นเวลา 5.51 วัน

จำนวนรังสีที่ส่งออกมา = กัมมันตภาพ x เวลา

$= 1.8 \times 10^{3} \times 3.37 \times 10^{10} \times 5.51 \times 24 \times 60 \times 60$

$= 3.18 \times 10^{13}$ ตัว

คนไข้ได้รับรังสีจำนวน 3.18×10^{10} ตัว

ตัวอย่างที่ 3.12 จงหาจำนวนรังสีที่คนไข้ได้รับ ถ้าวางเรดอนตามตัวอย่างที่ 3.11 ไว้ในตัวคนไข้นาน 3 วัน

วิธีทำ กัมมันตภาพหลังจากเวลาผ่านไป 3 วัน $= 1.8 \times e^{-\frac{0.693 \times 3}{3.83}} = 0.594$ มิลลิคูรี

กัมมันตภาพที่สูญเสียไป = 1.8 - 0.954 = 0.846 มิลลิคูรี

จำนวนรังสีที่ส่งออกมา $= 0.846 \times 10^{-3} \times 3.7 \times 10^{10} \times 5.51 \times 24 \times 60 \times 60$

$= 1.49 \times 10^{13}$ ตัว

3.8 การสลายตัวต่อเนื่อง

การสลายตัวต่อเนื่อง (chain disintegration) เป็นการสลายตัวต่อๆ กัน นิวเคลียส A

สลายตัวเป็นนิวเคลียส B นิวเคลียส B สลายตัวเป็นนิวเคลียส C นิวเคลียส C สลายตัวเป็นนิวเคลียส D เช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนผลสุดท้ายได้นิวเคลียสที่คงที่ไม่สลายตัวต่อไปอีก

ในที่นี้จะพิจารณาการสลายตัว 2 ทอด จาก A เป็น B เป็น C โดยที่ C เป็นนิวเคลียสที่ไม่เกิดการสลายตัว

$$\boxed{A} \xrightarrow{\lambda_1} \boxed{B} \xrightarrow{\lambda_2} \boxed{C}$$

กำหนดให้ λ_1 = ค่าคงที่ของการสลายตัวของนิวเคลียส

λ_2 = ค่าคงที่ของการสลายตัวของนิวเคลียส

เมื่อเวลาเริ่มต้น $(t = 0)$ A มีจำนวนนิวเคลียสเท่ากับ N_0 และยังไม่เกิดนิวเคลียส B และ C

เมื่อเวลาผ่านไป (t) A มีจำนวนนิวเคลียสเท่ากับ N_1 B มีจำนวนนิวเคลียสเท่ากับ N_2 และ C มีจำนวนนิวเคลียสเท่ากับ N_3

จะหาค่า N_1, N_2 และ N_3

จำนวนนิวเคลียส A เมื่อเวลาผ่านไป (t) เคยหาไว้แล้ว

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

ต่อไปหาค่า N_2

จำนวนนิวเคลียสของ B ที่มีอยู่ต่อวินาที เท่ากับผลต่างของอัตราการเกิดของ B กับอัตราการสลายตัวของ B

แต่ จำนวนนิวเคลียสของ B ที่มีอยู่ต่อวินาที = $\frac{dN_2}{dt}$

อัตราการเกิดของ B = อัตราการสลายตัวของ A = $\frac{-dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$

และ อัตราการสลายตัวของ B = อัตราการเกิดของ C = $\lambda_2 N_2$

ดังนั้น $\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$

แทนค่า N_1

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

แก้สมการหาค่า N_2

เอา $e^{\lambda_2 t}$ คูณตลอด

$$e^{\lambda_2 t}\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{\lambda_2 t} - \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t}$$

$$e^{\lambda_2 t}\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

แต่ $$e^{\lambda_2 t}\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{d}{dt}(N_2 e^{\lambda_2 t})$$

ดังนั้น $$\frac{d}{dt}(N_2 e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

$$\int \frac{d}{dt}(N_2 e^{\lambda_2 t}) = \int \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t}$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} + C$$

เมื่อ $t = 0, N_2 = 0$

$$0 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} + C$$

$$C = -\frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1\right)$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1\right)e^{-\lambda_2 t}$$

$$\boxed{N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)}$$

แสดงถึงจำนวนนิวเคลียส B เมื่อเวลาผ่านไป (t)

การหาจำนวนนิวเคลียส C (N_3)

จำนวนนิวเคลียส C ที่มีอยู่ต่อวินาที เท่ากับอัตราการสลายตัวของ B

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2$$

แทนค่า N_2

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2\left[\frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)\right]$$

$$\int dN_3 = \int\frac{\lambda_1\lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)dt$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\frac{e^{-\lambda_1 t}}{-\lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2}\right) + D$$

เมื่อ $t = 0, N_3 = 0$

$$0 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\frac{1}{-\lambda_1} - \frac{1}{-\lambda_2}\right) + D$$

$$0 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\frac{-\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_1\lambda_2}\right) + D$$

$$D = N_0$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\frac{e^{-\lambda_1 t}}{-\lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2}\right) + N_0$$

$$N_3 = \frac{-\lambda_2 N_0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + \frac{\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} + N_0$$

$$N_3 = N_0\left[1 + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right]$$

แสดงถึงจำนวนนิวเคลียส C เมื่อเวลาผ่านไป (t)

ตัวอย่างที่ 3.13 สาร A มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 1 ชั่วโมง สลายตัวเป็นสาร B
สาร B มีครึ่งชีวิตเท่ากับ 5 ชั่วโมง สลายตัวเป็นสาร C
สาร C ไม่สลายตัว ถ้าเริ่มต้นมีสาร A อยู่ 100 นิวเคลียส
จงหาจำนวนสาร A, สาร B และสาร C ที่เวลาต่างๆ กัน

วิธีทำ จากสมการการสลายตัว

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

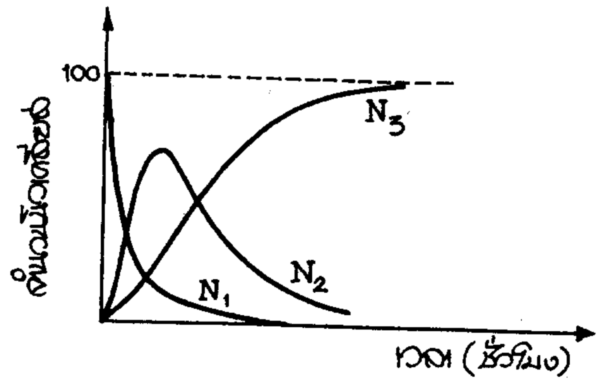
$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$N_3 = N_0\left[1 + \frac{\lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right]$$

$$\lambda_1 = \frac{0.693}{1} = 0.693 \quad , \quad \lambda_2 = \frac{0.693}{5} = 0.138$$

$$N_0 = 100$$

หาค่า N_1, N_2 และ N_3 ที่เวลาต่างๆ ได้ แล้วนำไปเขียนกราฟจะได้กราฟดังต่อไปนี้



ภาวะสมดุลย์

สารกัมมันตรังสีซึ่งสลายตัวอย่างต่อเนื่อง เมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่งอาจจะเกิดภาวะสมดุลย์ขึ้นได้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1. **ภาวะสมดุลย์ชั่วขณะ** (Transient equilibrium) เกิดขึ้นเมื่อครึ่งชีวิตของสาร A มากกว่า ครึ่งชีวิตของสาร B มากนั่นคือ ค่าคงที่ของการสลายตัวของ B มากกว่าค่าคงที่ของการสลายตัวของ A

เมื่อ $(T_{1/2})_A = (T_{1/2})_B$

ดังนั้น $\lambda_1 < \lambda_2$

จาก
$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

เมื่อเวลาผ่านไปมาก (t มาก) $e^{-\lambda_2 t}$ จะน้อยกว่า $e^{-\lambda_1 t}$ มากจนสามารถตัดทิ้งได้

ดังนั้น
$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}$$

เอา λ_2 คูณ; $\lambda_2 N_2 = \dfrac{\lambda_2 \lambda_1 N_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$

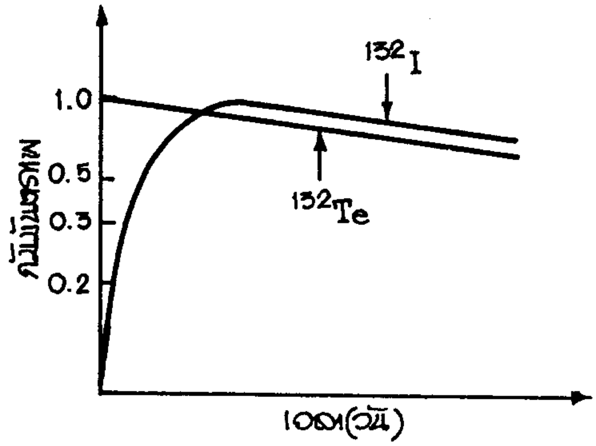
$$A_2 = \frac{\lambda_2 A_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2}$$

$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$$

เนื่องจาก $\lambda_2 > \lambda_1$ ดังนั้น เมื่อเกิดภาวะสมดุลย์ชั่วขณะ อัตราส่วนระหว่างกัมมันตภาพของสาร A กับกัมมนัตภาพของสาร B น้อยกว่า 1 เสมอ แต่ก็มีค่าใกล้เคียงกัน ในภาวะนี้ สาร B จะสลายตัวเหมือนกับว่ามีครึ่งชีวิตเท่ากับครึ่งชีวิตของสาร A เพราะว่าอัตราส่วนระหว่าง $A_1 : A_2$ จะต้องเท่ากับ $1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ เสมอ สาร B เกิดจากสาร A ตลอดเวลา จำนวนที่ลดลงจึงไม่เท่ากับเมื่อแยกสาร B มาอย่างเดียวแล้วปล่อยให้สลายตัว

ตัวอย่างเช่น เทลเลอเรียม-132 (^{132}Te) มีครึ่งชีวิต 7.8 ชั่วโมง สลายตัวเป็นไอโอดีน-132 (^{132}I) ไอโอดีน-132 มีครึ่งชีวิต 2.3 ชั่วโมง จะวาดภาพกัมมันตภาพได้ดังรูปที่ 3.8 จากรูปจะเห็นได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไประยะหนึ่งประมาณ 1 วัน กัมมันตภาพของเทลเลอเรียม-132 และกัมมันตภาพของไอโอดีน-132 มีค่าเกือบเท่ากัน และตั้งแต่เวลานี้ไปเรื่อยๆ จะมีค่าเกือบเท่ากันตลอด เรียกช่วงเวลานี้ว่า สารทั้งสงเกิดภาวะสมดุลย์ชั่วขณะ

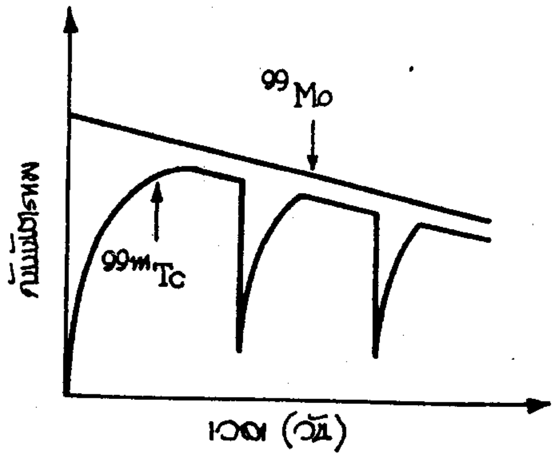


รูปที่ 3.8 ภาวสมดุลย์ของเทลเลอเรียม-132 และไอโอดีน-132

อีกตัวอย่างหนึ่ง คือ โมลิบดินัม-99 (^{99}Mo) มีครึ่งชีวิต 66 ชั่วโมง สลายตัวได้ 2 ทาง เป็นเทคนิเซียม-199 m (^{99m}Tc) และเทคนิเซียม-99 m มีครึ่งชีวิต 6 ชั่วโมง สลายตัวเป็นเทคนิเซียม-99 รูปที่ 3.9 แสดงกัมมันตภาพของสารทั้งสอง เมื่อทิ้งไว้ จะเกิดภาวะสมดุลย์ชั่วขณะ

เมื่อเวลาผ่านไปหลายวัน กัมมันตภาพของเทคนิเซียม-99 m ลดลง เพราะว่า มีการนำเทคนิเซียม-99 m ออกไปใช้งาน โดยทั่วไป ทางโรงงานจะผลิตโมลิบดีนัม-99 บรรจุไว้ใน

ภาชนะที่เรียกว่า เยนเนอเรเตอร์ (generator) ภายในเยนเนอเรเตอร์ จะมีเทคนิเซียม-99 m เกิดขึ้น เมื่อต้องการใช้งานก็นำไปแยกเอาเทคนิเซียม-99 m ออก



รูปที่ 3.9 ภาวะสมดุลย์ของเทคนิเซียม และโมลิบดินัม

2. **ภาวะสมดุลย์ถาวร** (Secular equilibrium)

ภาวะสมดุลย์ถาวรเกิดขึ้นเมื่อ ครึ่งชีวิตของสาร A มากกว่าครึ่งชีวิตของสาร B มากมาก ดังนั้น ค่าคงที่ของการสลายตัวของสาร A น้อยกว่า ค่าคงที่ของการสลายตัวของสาร B มาก

เมื่อ $(T_{1/2})_A >> (T_{1/2})_B$

ดังนั้น $\lambda_1 << \lambda_2$

จะได้ $\lambda_2 - \lambda_1 \cong \lambda_2$, $e^{-\lambda_2 t}$ จะน้อยกว่า $e^{-\lambda_1 t}$ มากจนตัดทิ้งได้

จาก $$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

จะได้ $$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

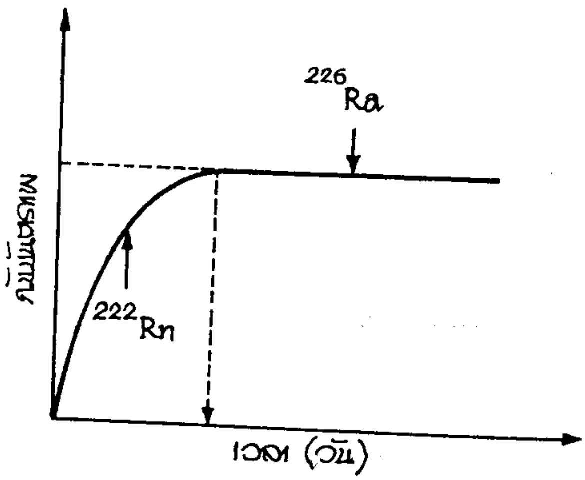
$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2}$$

$$N_2\lambda_2 = \lambda_1 N_1$$

$$\boxed{A_1 = A_2}$$

เมื่อเกิดภาวะสมดุลย์อย่างถาวร กัมมันตภาพของสาร A จะเท่ากับ กัมมันตภาพของสาร B ในช่วงเวลานี้เหมือนกับว่าสาร B สลายตัวโดยมีครึ่งชีวิตเท่ากับสาร A

ตัวอย่างการสลายตัวอย่างถาวรแสดงในรูปที่ 3.10 เรเดียม-226 (^{226}Ra) มีครึ่งชีวิต 11.6 ปี สลายตัวเป็นเรดอน-222 (^{22}Rn) ซึ่งมีครึ่งชีวิตเท่ากับ 3.8 วัน เมื่อเวลาผ่านไป 28 วัน จะเกิดภาวะสมดุลย์ถาวรขึ้น ในช่วงนี้ กัมมันตภาพของเรเดียม-226 เท่ากับกัมมันตภาพของเรดอน -222 ตลอดเวลา



รูปที่ 3.10 ภาวะสมดุลย์ถาวร

3.9 ถ้ามีการสลายตัว 3 ครั้ง

$$\boxed{A} \xrightarrow{\lambda_1} \boxed{B} \xrightarrow{\lambda_2} \boxed{C} \xrightarrow{\lambda_3} \boxed{D} \rightarrow \text{stable}$$

Initial condition $t = 0, N_1 = N_0, N_2 = 0, N_3 = 0, N_4 = 0$

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1 \qquad (1)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad (2)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \qquad (3)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = \lambda_3 N_3 \qquad (4)$$

solution ของ (1) ได้ $N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$

solution ของ (2) ได้ $N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{\lambda_2 \lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right] - \lambda_3 N_3$$

$e^{\lambda_3 t}$ คูณ; $e^{\lambda_3 t}\frac{dN_3}{dt} + \lambda_3 N_3 e^{\lambda_3 t} = \frac{\lambda_2 \lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} - e^{(\lambda_3 - \lambda_2)t}\right]$

$$\frac{dN_3 e^{\lambda_3 t}}{dt} = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \left[e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} - e^{(\lambda_3 - \lambda_2)t}\right]$$

$$\int d(N_3 e^{\lambda_3 t}) = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \int \left[e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t} - e^{(\lambda_3 - \lambda_2)t}\right] dt$$

$$N_3 e^{\lambda_3 t} = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \left[\frac{e^{(\lambda_3 - \lambda_1)t}}{\lambda_3 - \lambda_1} - \frac{e^{(\lambda_3 - \lambda_2)t}}{\lambda_3 - \lambda_2}\right] + C_3$$

Initial condition $t = 0$, $N_3 = 0$

$$0 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \left[\frac{1}{\lambda_3 - \lambda_1} - \frac{1}{\lambda_3 - \lambda_2}\right] + C_3$$

$$C_3 = -\frac{\lambda_2\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 \left[\frac{\lambda_3 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_1}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}\right]$$

$$= \frac{\lambda_2\lambda_1 N_0}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$N_3 e^{\lambda_3 t} = \frac{\lambda_2\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\frac{e^{(\lambda_3-\lambda_1)t}}{\lambda_3 - \lambda_1} - \frac{e^{(\lambda_3-\lambda_2)t}}{\lambda_3 - \lambda_2}\right] + \frac{\lambda_2\lambda_1 N_0}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$N_3 = \frac{\lambda_2\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_3 - \lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_3 - \lambda_2}\right] \frac{\lambda_2\lambda_1 N_0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0\, e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

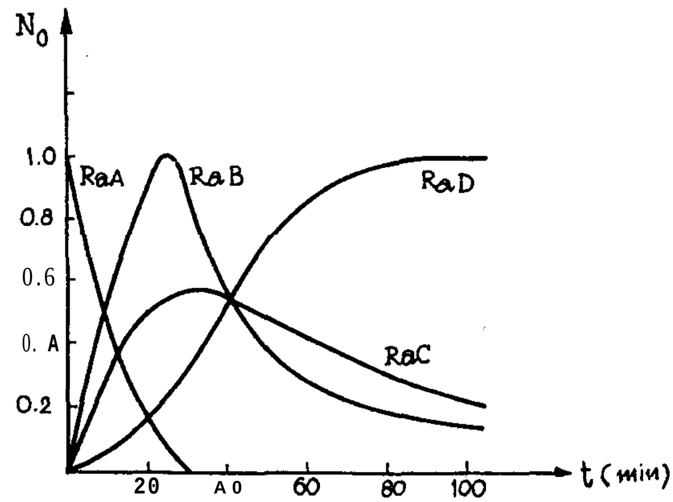
$$\frac{dN_4}{dt} = \lambda_3 N_3$$

$$= \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 N_0\, e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 N_0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} + \frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3 N_0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$N_4 = \frac{-\lambda_2\lambda_3 N_0\, e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} - \frac{\lambda_1\lambda_3 N_0 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} - \frac{\lambda_1\lambda_2 N_0 e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} + \frac{(\lambda_3 + \lambda_1)(\lambda_3 + \lambda_2) N_0}{(\lambda_3 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

T, = 3.0 นาที T_2 = 26.8 นาที T_3 = นาที T_4 = 22.0 นาที

ตัวอย่าง ^{218}Po (RaA) → ^{214}Pb (RaB) → ^{214}Bi (RaC) → ^{212}Pb (RaD) ถือว่า stable เมื่อเทียบกับอีก 3 ตัว



3.10 สมการการสลายตัวอย่างต่อเนื่อง

$$\underset{N_1}{\boxed{1}} \xrightarrow{\lambda_1} \underset{N_2}{\boxed{2}} \xrightarrow{\lambda_2} \underset{N_3}{\boxed{3}} \rightarrow \cdots \underset{N_n}{\boxed{n}} \rightarrow \text{stable}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3$$

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n$$

สมการเหล่านี้มีชื่อว่า Bateman equation

ถ้าเริ่มต้น $t = 0, N_1 = N_1^0 , N_2^0 = N_3^0 = \ldots = N_n^0 = 0$

$$N_1(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + C_3 e^{-\lambda_3 t} + \ldots + C_n e^{-\lambda_n t}$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\ldots(\lambda_n-\lambda_1)} N_1^0$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\ldots(\lambda_n-\lambda_2)} N_1^0$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \ldots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\ldots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)} N_1^0$$

ตัวอย่างที่ 3.14 ยูเรเนียม-235 สลายตัวเป็นธอเรียม-231 ถ้าเริ่มต้นมียูเรเนียม-235 อยู่ 10^{20} อะตอม จงหาว่า เมื่อเกิดภาวะสมดุลย์ จะมีจำนวนอะตอมธอเรียม-231 จำนวนเท่าใด กำหนดให้ครึ่งชีวิตของยูเรเนียม-235 เท่ากับ 7.1×10^8 ปี ของธอเรียม -231 เท่ากับ 25.6 ชั่วโมง

วิธีทำ เนื่องจากครึ่งชีวิตของยูเรเนียมมากกว่าครึ่งชีวิตของธอเรียม-231 มาก ดังนั้น จะเกิดภาวะสมดุลย์อย่างถาวร

กัมมันตภาพของยูเรเนียม = กัมมันตภาพของธอเรียม

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

เมื่อ 1 แทนยูเรเนียม , 2 แทนธอเรียม

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2}$$

แทนค่า $$N_2 = \frac{0.693 \times 10^{20} \times 25.6}{7.1 \times 10^{8} \times 365 \times 24 \times 3600 \times 0.693}$$

$$= 4 \times 10^{8} \text{ อะตอม}$$

เมื่อเกิดภาวะสมดุลย์ จะมีธอเรียม-231 เท่ากับ 4×10^{8} อะตอม

อนุกรมการสลายตัว

สารกัมมันตรังสีจะสลายตัวอย่างต่อเนื่อง เรียกว่า เป็นอนุกรมการสลายตัว ตามธรรมชาติมี 3 อนุกรม อีกอนุกรมหนึ่งไม่พบในธรรมชาติแล้ว แต่สามารถสร้างขึ้นได้ อนุกรมการสลายตัวจึงมี 4 อนุกรม คือ

1. อนุกรมยูเรเนียม ธาตุเริ่มต้นคือ ยูเรเนียม-238 ธาตุสุดท้าย คือ ตะกั่ว-206
2. อนุกรมธอเรียม ธาตุเริ่มต้นคือ ธอเรียม-232 ธาตุสุดท้าย คือ ตะกั่ว-208
3. อนุกรมแอคติเนียม ธาตุเริ่มต้นคือ ยูเรเนียม-235 ธาตุสุดท้าย คือ ตะกั่ว-207
4. อนุกรมเนพจูเนียม ธาตุเริ่มต้น คือ พูโตเนียม-241 ธาตุสุดท้าย คือ บิสมัส-209

3.11 การสร้างสารกัมมันตรังสี

มนุษย์สามารถประดิษฐ์สารกัมมันตรังสีได้โดยการยิงอนุภาคบางชนิด เช่น นิวตรอน พุ่งเข้าชนสารที่ใช้เป็นเป้า (target) ทำให้เกิดปฏิริยานิงเคลียร์ (nuclear reaction) เกิดสารกัมมันตรังสีขึ้น

อัตราการเกิดปฏิกริยาเท่ากับผลคูณระหว่างฟลั๊กของนิวตรอน (Nutron fluse) กับนิวเคลียร์ครอสเซคชั่น (Nuclear cross section)

$$\boxed{R = \phi\Sigma}$$

เมื่อ R = อัตราการเกิดปฏิกริยา

ϕ = จำนวนนิวตรอนที่วิ่งผ่านพื้นที่หนึ่งตารางเว็นติเมตรในเวลาหนึ่งวินาที มีหน่วยเป็น

จำนวนนิวตรอนต่อตารางเซ็นติเมตรต่อวินาที

Σ = โอกาสในการเกิดปฏิกริยาของสาร 1 ก้อนที่มีจำนวนอะตอมเท่ากับ N อะตอม หน่วยเป็นตารางเซ็นติเมตรหรือบาร์น (Barn)

$$\boxed{1 \text{ บาร์น (B)} = 10^{-24} \text{ ซม}^{2}}$$

กำหนดให้ 1 อะตอมมีนิวเคลียร์ครอสเซคชั่น =   จะได้ว่า

$$\boxed{\Sigma = N\sigma = \frac{WN_0\sigma}{A}}$$

เมื่อ N = จำนวนอะตอม

W = มวลของสารที่ใช้เป็นเป้า

N_0 = ตัวเลขอะโวกาโดร = 6.02×10^{23}

A = เลขมวล (mass number)

ดังนั้น
$$R = \phi N\sigma = \frac{\phi WN_0\sigma}{A}$$

สมมติว่า สาร A ถูกระดมยิงด้วยนิวตรอน ได้สาร A ที่มีนิวตรอนเพิ่ม 1 ตัว เป็นสารกัมมันตรังสีแผ่รังสีเป็นสาร B โดยมีค่าคงที่การสบายตัวเท่ากับ λ

$$\boxed{A} + n \longrightarrow \boxed{A}^{*} \longrightarrow \boxed{B}$$

กำหนดให้ M เป็นจำนวนอะตอมสารกัมมันตรังสีในขณะใดๆ

จำนวนอะตอม M ที่มีอยู่ต่อวินาที เท่ากับผลต่างของอัตราการเกิด M กับอัตราการสลยตัวของ M เขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$\frac{dM}{dt} = R - \lambda M$$

แก้สมการหาค่า M

$e^{\lambda t}$ คูณตลอด ; $e^{\lambda t} \frac{dM}{dt} = Re^{\lambda t} - \lambda Me^{\lambda t}$

$$e^{\lambda t} \frac{dM}{dt} + \lambda Me^{\lambda t} = Re^{\lambda t}$$

$$\frac{d}{dt} (Me^{\lambda t}) = Re^{\lambda t}$$

$$\int d (Me^{\lambda t}) = \int Re^{\lambda t} dt$$

$$Me^{\lambda t} = \frac{R}{\lambda} e^{\lambda t} + C$$

เมื่อ $t = 0, M = 0$

$$0 = \frac{R}{\lambda} + C$$

$$C = -\frac{R}{\lambda}$$

แทนค่า C

$$Me^{\lambda t} = \frac{R}{\lambda} e^{\lambda t} - \frac{R}{\lambda}$$

$$M = \frac{R}{\lambda} - \frac{R}{\lambda} e^{\lambda t}$$

$$M = \frac{R}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\lambda M = R (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\boxed{A = R (1 - e^{-\lambda t})} \quad \text{dps}$$

แทนค่า R

$$A = \phi N \sigma (1 - e^{-\lambda t}) \quad \text{dps}$$

หรือ $$A = \frac{\phi N \sigma}{3.7 \times 10^{10}} (1 - e^{-\lambda t}) \quad \text{คูรี}$$

กัมมันตภาพ (A) จะมีค่ามากที่สุด เมื่อ $t = \infty$

$$\boxed{A_{max} = \frac{\phi N \sigma}{3.7 \times 10^{10}}} \quad \text{คูรี}$$

ตัวอย่างที่ 3.15 วางโคบอลท์-59 จำนวน 20 กรัมไว้ตรงกลางของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู ซึ่งมีนิวตรอนฟลั๊กเท่ากับ 10^{14} นิวตรอน/ซม^2-วินาที. ถ้าหากว่าศรอสเซคชั่นของโคบอลท์-59 เท่ากับ 5.3 ปี จงหา

ก. กัมมันตภาพหลังจากอาบเป็นเวลานาน 6 ปี

ข. กัมมันตภาพสูงสุด

ค. จะต้องใช้เวลานานเท่าใด กัมมันตภาพที่เกิดขึ้นจึงจะมีค่าเท่ากับ 90% ของกัมมันตภาพสูงสุด

วิธีทำ ก. จาก $$A = \frac{\phi N \sigma}{3.7 \times 10^{10}} (1 - e^{-\lambda t}) \quad \text{คูรี}$$

$\phi = 10^{14}$ นิวตรอน/ซม^2-วินาที , $\sigma = 36 \times 10^{-24}$ ซม^2

$$N = \frac{WN_o}{A} = \frac{20}{59} \times 6.02 \times 10^{23} = 2.04 \times 10^{23}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{5.3} , \quad t = 6 \text{ ปี}$$

แทนค่า $$A = \frac{10^{14} \times 2.04 \times 10^{23} \times 36 \times 10^{-24} (1 - e^{-\frac{0.693 \times 6}{5.3}})}{3.7 \times 10^{10}}$$

A = 10,800 คูรี

กัมมันตภาพหลังจากอาบนิวตรอนนาน 6 ปี = 10,800 คูรี

ข. $A_{max} = \dfrac{\phi N \sigma}{3.7 \times 10^{10}}$

แทนค่า $A_{max} = \dfrac{10^{14} \times \quad \times 10 \times 36 \times 10^{-24}}{3.7 \times 10^{10}}$

$= 19,800$ คูรี

ค. 90% ของกัมมันตภาพสูงสุด $= 0.9 \times 19,800$

$= 17,800$ คูรี

จาก $A = \dfrac{\phi N \sigma}{3.7 \times 10^{10}} (1-e^{-\lambda t})$

$$A = A_{max} (1 - e^{-\frac{0.693 \times t}{5.3}})$$

$$17,800 = 19,800 (1 - e^{-\frac{0.693 \times t}{5.3}})$$

แก้สมการหาค่า t

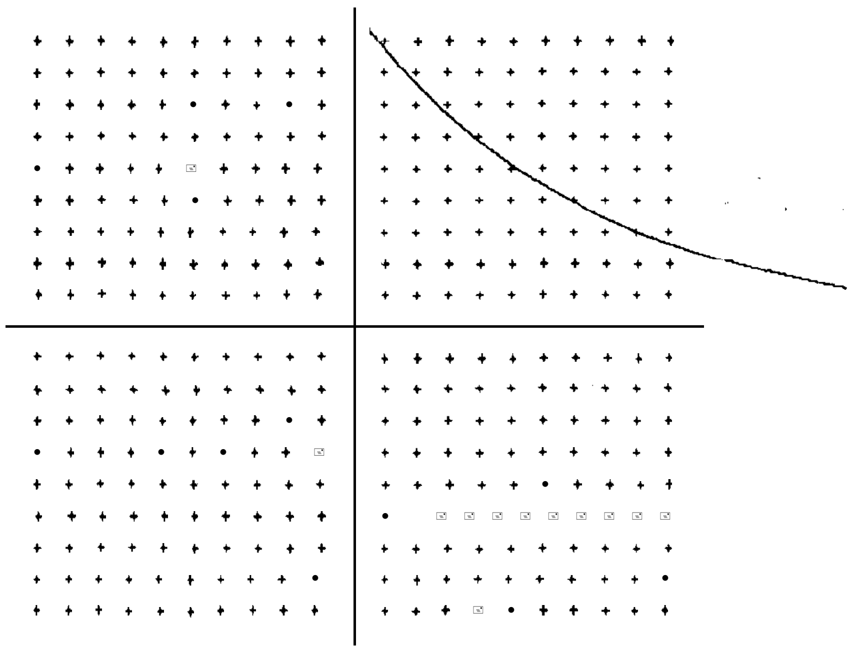
$t = 17.6$ ปี

จะต้องใช้เวลานาน 17.6 ปี

โปรแกรมแสดงการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

```
90 REM              ***** Program 3.1 *****
95 REM              Radioactive Decay
100 REM             ***** sit up graphics characteristics *****
110 SCREEN 2 : CLS : XS = 320 : YO = 100 : SX = 1.5 : SY = SXf2.25
150 REM             ***** specify initial conditions *****
160 B         =     100
170 A         =     .0133 : REM Activity constant for radon-220
180   DT      =     .1
300 REM             ***** set up screen display *****
310   Yl      =     0 : REM draw horizontal axis
320 FOR X1 =        -110 TO 110 STEP 2
340 NEXT Xl
3.50  X1      =     0 : REM draw vertical axis
360 FOR Yl =        -100 TO 100 STEP 1.5
370   xs      =     XO+SX*X1 : YS = YO SY*Yl : PSET (XS,YS)
380 NEXT Yl
390 REM draw coordinate grid
400 FOR Xl =        -100 TO 100 STEP 10
410 FOR Y1 =        -90 TO 90 STEP 10
420   XS      =     XO + SX*X1 : YS = YO . SY*Yl: PSET (XS, YS)
430 NEXT Y1
440 NEXT Xl
450   SC      =     10: rem SCALE FOR SCREEN GRID IN METERS
460   SX      =     10*SX/SC : SY = SX 12.25
470 LOCATE 1,55 : PRINT "one unit = ";SC:"s"
1000 REM            ***** calculations and plotting *****
1010 FORT =         0 TO 156 STEP DT
1020  N1      =     N -M*A*DT
```

```
1030 GOSUB 3000
1040 N = N1
1050 NEXT T
1060 END
2990 REM          ***** transformation subroutine *****
3000 xs = XO + SX*T : YS= YO-SY*N : PSET (XS,YS)
3010 RETURN
```



รูปที่ 3.11 จำนวนนิวเคลียสที่เหลือเป็นฟังก์ชั่นกับเวลา

แบบฝึกหัดที่ 3

1. จงอธิบายแก่แผ่รังสีแอลฟา พร้อมทั้งแสดงสมการการสลายตัวและพลังงานที่ได้จากการสลายตัว
2. จงอธิบายการแผ่รังสีเบตาทั้งสองชนิด แสดงสมการการสลายตัวและพลังงานที่ได้จากการสลายตัว
3 จงอธิบายการแผ่รังสีแกมมา
4. ระดมยิงไนโตรเจน-14 โดยใช้นิวตรอน ทำให้เกิด $^{14}_{6}C$ ซึ่งสลายตัวให้รังสีเบตาชนิดลบ จงเขียนสมการแสดงปฏิกริยาทั้งสอง
5. ระดมยิง $^{27}_{13}Al$ ด้วยอนุภาคแอลฟา ทำให้เกิด $^{30}_{15}P$ ซึ่งสลยตัวให้โพซิตรอน จงเขียนสมการแสดงปฏิกริยาทั้งสอง
6. จงหากัมมันตภาพของแคลเซียม-45 จำนวน 1 ไมโครกรัม กำหนดให้ครึ่งชีวิตของแคลเซียม-45 เท่ากับ 164 วัน
7. อ๊อกซิเจน-14 สลายตัวเป็นไนโตรเจน-14 ให้รังสีเบตาชนิดบวกพลังงาน 1.84 เอ็มอีวี จำนวน 99% , รังสีเบตาชิดบวกพลังงาน 4.1 เอ็มอีวี จำนวน 0.6% และรังสีบตาชนิดลบพลังงาน 1.78 เอ็มอีวี จำนวน 70% และรังสีแกมมาพลังงาน 2.3 เอ็มอีวี จงเขียนแผนภูมิแสดงการสลายตัว
8. แมกนีเซียม-27 สบายตัวเป็นอลูมิเนียม-27 ได้รังสีเบตาชนิดลบพลังงาน 1.59 เอ็มอีวี จำนวน 30% , รังสีเบตาชนิดลบพลังงาน 1.78 เอ็มอีวี จำนวน 70% และรังสีแกมมาสามตัว พลังงาน 0.834, 1.015, 0.181 เอ็มอีวี จงเขียนแผนภูมิแสดงการสลายตัว
9. ทองคำ-64 สายตัวได้ไอโซโทปสองชนิด คือ นิเกิล-64 และสังกะสี-64 รังสีที่ได้จากการสลายตัว คือ รังสีเบตาชนิดบวกพลังงาน 0.66 เอ็มอีวี จำนวน 30% รังสีเบตาชนิดลบพลังงาน 0.57 เอ็มอีวี จำนวน 19% และรังสีแกมมาพลังงาน 1.34 เอ็มอีวี นอกจากนี้ยังเกิดขบวนการอีเล็คตรอนแคพเจอร์ด้วย จงเขียนแผนภูมิแสดงการสลายตัว
10. ถ้าสารกัมมันตรังสีสลายตัวใช่วงเวลาเท่ากับอายุเฉลี่ยของสารกัมมันตรังสี จงหาอัตราส่วน

ของกัมมันตรังสีที่เวลานี้ กับกัมมันตภาพเริ่มต้น

11. Bi-210 บางตัวสลายตัวให้รังสีแอลฟา บางตัวสลายตัวให้เนกาตรอน จงเขียนสมการแสดงการสลายตัว

12.. จงหาจำนวนอะตอมและจำนวนกรัมของ Y-90 ซึ่งอยู่ในภาวะสมดุลย์อย่างถาวรกับ Sr-90 จำนวน 50 มิลลิคูรี กำหนดให้ ครึ่งชีวิตของ Y-90 $\approx$ 64 ชั่วโมง

13. ครึ่งชีวิตของ I-13 เท่ากับ 2.3 ชั่วโมง จะต้องใช้เวลาเท่าไร I-132 จำนวน 100 มิลลิคูรี จึงสลายตัวเหลือเพียง 25 มิลลิคูรี

14. ถ้าหากว่า I-132 อยู่ในภาวะสมดุลย์ชั่วขณะ (Transient equlibrium) กับ Te-132 ซึ่งมีครึ่วชีวิต 78 ชั่วโมง จงหาว่า I-132 จำนวน 100 มิลลิคูรี จะสลายตัวเหลือเพียง 25 มิลลิคูรี โดยใช้เวลาเท่าไร

15. จงหาจำนวนอะตอม Au-198 ซึ่งสลายตัวใน 1 วัน กำหนดให้ตอนต้นมี Au-198 อยู่ 10^8 อะตอม และ ของ Au-198 = 0.255 $(\text{วัน})^{-1}$

16. เรเดียมมีครึ่งชีวิต 1,622 เขข็มเรเดียมมีเรเดียม 1 มิลลิกรัม เลขมวลของเรเดียมเท่ากับ 226 จงหาค่าคงที่การสลายตัวของเรเดียมและจำนวนการแตกตัวในหนึ่งวนาที

17. จงหาจำนวนอะตอมของ Co-60 ซึ่งวเกิดจากการวาง Co-59 จำนวน 10 กรัม ไว้ตรงกลางของเครื่องปฏิกรณ์ปรมาณู ซึ่วมีค่านิวตรอนฟลั๊ก 10^{13} นิวตรอน/ซม^2/วินาที เป็นเวลานาน 1 ปี กำหนดให้ น้ำหนักอะตอมของโคบอลท์ = 58.94 และครอสเซคชัน = 36 บาร์น ครึ่งชีวิตของ Co-60 = 5.3 ปี

18. จงหากัมมันตภาพที่เกิดขึ้นในเวลาคึ่งปี ถ้าหากวางโคบอลท์เหมือนข้อ 51 ด้วยจำนวนเท่ากัน

19. จงหากัมมันตภาพสูงสุดในข้อ 50

20. จงอธิบายอนุกรมการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

21. จงอธิบายภาวะสมดุลย์ของสารกัมมันตรังสี

22. จงอธิบายการสร้างสารกัมมันตรังสีโดยใช้นิวตรอน