

## บันทึกคำบรรยายสรุปวิชาฟิสิกส์อุณหภาพ (PH 314) ครั้งที่ 9

### เสียงจากผู้ประกาศนำ

“การบันทึกแถบคำบรรยายสรุปกระบวนการเรียนการสอนของมหาวิทยาลัยรามคำแหง มุ่งส่งเสริมการศึกษาด้วยตนเองและบริการความรู้มายังนักศึกษาและผู้สนใจทั่วไป เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์พระราชบัญญัติจัดตั้งมหาวิทยาลัยรามคำแหง เป็นตลาดวิชา.....ผลิตโดยสำนักเทคโนโลยีการศึกษามหาวิทยาลัยรามคำแหง ท่านผู้ฟังครับ ต่อไปนี้เป็นการบรรยายสรุปวิชาฟิสิกส์อุณหภาพ (PH 314) ครั้งที่ 9 ในหัวข้อ

1. การแจกแจงแบบโบส-ไอน์สไตน์ (ต่อ)
2. การแจกแจงแบบเฟอร์มี-ดิแรก
3. การแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์

โดย รศ.อัจฉรา พันธุ์อำไพ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

\*\*\*\*\*บันทึกแถบคำบรรยายสรุปนี้ประกอบการบรรยาย  
ด้วยการฉายแผ่นภาพโปร่งใสตลอดคำบรรยาย\*\*\*\*\*

## การแจกแจงแบบโบส-ไอน์สไตน์ (ต่อ)

ในการบรรยายครั้งก่อนได้กล่าวถึง ความเป็นมาของเทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติไว้บ้างแล้วว่า สร้างขึ้นจากสมมติฐานเบื้องต้น ในทำนองเดียวกับสมมติฐานของทฤษฎีจลน์สำหรับก๊าซ โดยมีจุดประสงค์ที่สำคัญเป็นอันดับแรก สำหรับการนำหลักสถิติในทางเทอร์โมไดนามิกส์มาใช้ คือ การพิจารณาการแจกแจงของอนุภาคในระบบมหภาคว่า ขึ้นกับจำนวนอนุภาคทั้งหมดของกลุ่ม หรือจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ หรือพลังงานทั้งหมดของกลุ่ม หรือค่าอื่น ๆ อย่างไร เมื่อทราบลักษณะการแจกแจงของอนุภาคในระบบมหภาคใด จะช่วยให้สามารถหาสมบัติต่าง ๆ ของระบบนั้นได้ต่อไปโดยง่าย

ในตอนก่อนได้ศึกษาหลักสถิติของโบส-ไอน์สไตน์ ซึ่งเป็นการพิจารณาระบบมหภาคที่ประกอบด้วยอนุภาคเหมือนกันทุกประการโดยไม่จำกัดจำนวนอนุภาคในแต่ละสภาวะพลังงาน แต่จะถือว่ามีความแตกต่างกันในสภาวะพลังงานต่าง ๆ นั้นไปแล้วว่า เมื่อพิจารณาอย่างง่าย ๆ สำหรับอนุภาคกลุ่มหนึ่งในลำดับ  $j$  ซึ่งมีจำนวนสภาวะพลังงานที่เป็นไปได้ทั้งหมด  $g_j$  สภาวะได้แก่ สภาวะ  $1, 2, 3, 4, \dots, g_j$  และอนุภาคของกลุ่มนี้ ได้แก่ อนุภาค  $a, b, c, d, e, \dots, N_j$  ทั้งหมด  $N_j$  ตัว

การจัดเรียงอนุภาคแบบหนึ่งอาจเป็นไปได้ดังนี้คือ  $[lab] ]2c] [3def] [4] \dots$  ซึ่งในสภาวะ 1 มีอนุภาค 2 ตัวคือ  $a$  และ  $b$ , สภาวะ 2 มีอนุภาค 1 ตัว คือ  $c$ , สภาวะ 3 มีอนุภาค 3 ตัว คือ  $d, e$  และ  $f$ , สภาวะ 4 ไม่มีอนุภาค...

โดยที่การจัดเรียงอนุภาคตัวแรกไปตามสภาวะพลังงานต่าง ๆ ทั้งหมด  $g_j$  สภาวะอาจเริ่มจากสภาวะใด ๆ ก็ได้ และจำนวนสภาวะรวมกับจำนวนอนุภาคที่เหลือก็สามารถสลับกันไปมา จึงทำให้มีจำนวนรูปแบบของการจัดเรียงแบบต่าง ๆ ได้ถึง  $g_j [(g_j + N_j - 1)!]$

แต่เนื่องจากอนุภาคทุกตัวเหมือนกันทุกประการในกรณีของโบส-ไอน์สไตน์ ดังนั้น การสลับอนุภาคและการลำดับสภาวะเสียใหม่เช่น  $[2a] [1cd] [4] [3bfe] \dots$  จะไม่ทำให้รูปแบบของการจัดต่างกันแต่ประการใดจึงต้องลดทอนจำนวนรูปแบบที่พิจารณาได้ข้างต้นลงเสียด้วย  $g_j! N_j!$  ก็จะได้จำนวนรูปแบบของการจัดทั้งหมดคือ ความน่าจะเป็นของกลุ่ม  $j$ ,

$$w_j = \frac{g_j (g_j + N_j - 1)!}{g_j! N_j!} = \frac{g_j + N_j - 1!}{(g_j - 1)! N_j!}$$

ขอให้นักศึกษาดูตัวอย่างง่าย ๆ นี้

### ตัวอย่าง 9-1 การจัดเรียงอนุภาคที่เหมือนกันทุกประการแบบไม่จำกัด

กำหนดกลุ่มอนุภาคที่เหมือนกัน 2 ตัว ซึ่งสามารถอยู่ในสภาวะพลังงานที่ต่าง ๆ กันได้ถึง 3 สภาวะโดยไม่จำกัดจำนวนอนุภาคในแต่ละสภาวะ จะหาจำนวนรูปแบบของการจัดเรียงอนุภาคของกลุ่มอนุภาคนี้

#### วิธีทำ

การแจกแจงของอนุภาคทั้งสองไปตามสภาวะต่าง ๆ ซึ่งมีทั้งหมด 3 สภาวะ อาจเป็นไปได้ต่าง ๆ กันดังนี้

- รูปแบบที่ 1 อนุภาคทั้งสองตัวอยู่ในสภาวะ 1 ทั้งหมด จึงไม่มีอนุภาคในสภาวะ 2 และ 3
  - รูปแบบที่ 2 อนุภาคทั้งสองตัวอยู่ในสภาวะ 2 ทั้งหมด จึงไม่มีอนุภาคในสภาวะ 1 และ 3
  - รูปแบบที่ 3 อนุภาคทั้งสองตัวอยู่ในสภาวะ 3 ทั้งหมด จึงไม่มีอนุภาคในสภาวะ 1 และ 2
  - รูปแบบที่ 4 อนุภาคหนึ่งตัวอยู่ในสภาวะ 1 และอีกอนุภาคหนึ่งในสภาวะ 2 แต่ไม่มีในสภาวะ 3
  - รูปแบบที่ 5 อนุภาคหนึ่งตัวอยู่ในสภาวะ 2 และอีกอนุภาคหนึ่งในสภาวะ 3 แต่ไม่มีในสภาวะ 1
  - รูปแบบที่ 6 อนุภาคหนึ่งตัวอยู่ในสภาวะ 3 และอีกอนุภาคหนึ่งในสภาวะ 1 แต่ไม่มีในสภาวะ 2
- จึงมีจำนวนรูปแบบของการจัดเรียงอนุภาคในกลุ่มนี้ถึง 6 แบบด้วยกัน ซึ่งถ้าจะหาจากความ

สัมพันธ์ของความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ สำหรับกลุ่มนี้ คือ  $w_j = \frac{(g_j + N_j - 1)!}{(g_j - 1)!N_j!}$

โดยที่  $g_j = 3$  และ  $N_j = 2$  จะได้ว่า  $w_j = \frac{(3+2-1)!}{(3-1)!2!} = \frac{4!}{2!2!} = 6$  เช่นเดียวกัน

#### หมายเหตุ

ในตอนนี้จะขอหมายเหตุเพิ่มเติมบางประการว่า

ถ้าระดับพลังงานใดมีเพียงสภาวะเดียว (nondegenerate) นั่นคือ  $g_j = 1$  ดังนั้น จะมีรูปแบบของการจัดเรียงอนุภาคได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น จะได้  $w_j = 1$  ซึ่งถ้าจะคำนวณจาก

$$w_j = \frac{g_j + N_j - 1)!}{(g_j - 1)!N_j!} = \frac{N_j!}{0!N_j!} = 1 \quad \text{ไม่ว่าจะมีจำนวนอนุภาคทั้งหมดเท่าใดก็ตาม จะต้อง}$$

พิจารณาว่า  $0! = 1$  เสมอ

ส่วนกรณีที่ระดับพลังงานไม่มีอนุภาคอยู่เลย จะได้จำนวนรูปแบบหรือความน่าจะเป็น  $w_j = 1$  เท่านั้นด้วย ซึ่งถ้านักศึกษาจะลองแทนค่าดูตามความสัมพันธ์ สำหรับการหาจำนวนรูปแบบที่หามาแล้ว จะได้ผลตรงกัน

เมื่อพิจารณาต่อไปถึงการจัดเรียงอนุภาคของสภาวะมหภาคหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วยระดับพลังงานต่าง ๆ โดยเรียกว่า ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ดังได้กล่าวแล้วว่า หมายถึงจำนวนรูปแบบของการจัดเรียงอนุภาคที่เป็นไปได้ทั้งหมด ในขณะที่แบบของการจัดที่เป็นไปได้ในระดับพลังงานใด ๆ (j) ก็อาจเป็นไปได้ทำนองเดียวกันสำหรับระดับพลังงานอื่นด้วย นั่นคือรูปแบบของการจัดตัวในระดับพลังงานหนึ่งไม่ขึ้นกับรูปแบบของการจัดในระดับพลังงานอื่น ๆ จึงได้ว่า ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของสภาวะมหภาค หนึ่ง (k) ตามหลักสถิติของโบส-ไอน์สไตน์ คือ ผลคูณทั้งหมดของ  $w_j$  ของแต่ละระดับพลังงาน ซึ่งให้เป็น

$$W_{B-E} = W_k = \prod_j w_j = \prod_j \frac{(g_j + N_j - 1)!}{(g_j - 1)! N_j!}$$

เทอร์โมไดนามิกส์ทั้งหมดของระบบคือ จำนวนสภาวะจุลภาคที่จะเป็นไปได้ของระบบ จะหาได้จากการนับความน่าจะเป็นในทางเทอร์โมไดนามิกส์ของสภาวะจุลภาคทั้งหมดรวมกัน ซึ่งให้เป็น  $\Omega_{B-E} = \Sigma W_k$

เมื่อได้รูปแบบของการกระจาย หรือความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ สำหรับกรณีของโบส-ไอน์สไตน์นี้แล้ว จะหาฟังก์ชันของการแจกแจงแบบโบส-ไอน์สไตน์ ซึ่งมีขั้นตอนที่จะต้องพิจารณาตามลำดับ ดังนี้

ในขั้นต้นจะพิจารณาระบบ 2 ระบบ ที่มีความคล้ายคลึงกัน ซึ่งจะต้องเป็นไปตามหลักการข้างต้นด้วยว่า อนุภาคแต่ละตัวของระบบเหมือนกันทุกประการ ไม่จำกัดจำนวนอนุภาคในแต่ละพลังงาน และมีความแตกต่างกันในแต่ละสภาวะพลังงาน และสำหรับความคล้ายคลึงกันของระบบทั้งสองก็คือ เมื่อเปรียบเทียบระดับสภาวะพลังงานของแต่ละระบบจะตรงกันเกือบทุกระดับ ยกเว้นที่ระดับหนึ่ง (r) และจำนวนอนุภาคของทั้งสองระบบก็ใกล้เคียงกัน ยกเว้นที่ระดับ r เท่านั้น เช่น อาจจะต่างกันไป n ตัว โดยที่  $n = 1$  เท่านั้น ดังนี้ ถ้าให้ ระบบแรกมีจำนวนอนุภาคทั้งหมด N และระบบที่สองมีจำนวนอนุภาคทั้งหมด  $N'$  จะได้ว่า  $N' = N - n$  และพลังงานของระบบที่สอง ( $U'$ ) = พลังงานของระบบแรก (U) -  $ne_r$  นั่นคือ ที่ระดับ r เท่านั้นที่พลังงานของระบบทั้งสองต่างกัน และต่างกันเนื่องจากจำนวนอนุภาคในระดับนี้ต่างกัน โดยจำนวนอนุภาคของระบบที่สองน้อยกว่าของระบบแรก n ตัวที่ระดับพลังงาน  $e_r$  จึงทำให้พลังงานของระบบที่สองน้อยกว่าของระบบแรก  $ne_r$

ต่อจากนั้นจะพิจารณาความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของสภาวะมหภาค สำหรับระบบทั้งสองเพื่อเปรียบเทียบกัน โดยจะให้จำนวนอนุภาคที่ต่างกันในระดับ T มีเพียง 1 ตัว และพลังงานต่างกัน  $e_r$  เพื่อแสดงความแตกต่างกันที่ระดับ r นี้ จึงกำกับอักษร r ให้เห็นชัดเจน ดังนี้

$$W'_{rk}/W_k = N_{rk}/(g_r + N'_{rk}) \quad \text{หรือ} \quad N_{rk}W_k = (g_r + N'_{rk})W'_{rk}$$

ซึ่งได้จากการที่พิจารณาว่า  $N' = N - n$  จึงทำให้ได้ว่า  $N_{rk}! = N_{rk}N'_{rk}!$

$$\text{และ } (g_r + N_{rk} - 1)! = (g_r + N'_{rk})!$$

เมื่อรวมจำนวนสภาวะจุลภาคที่เป็นไปได้ของแต่ละระบบจาก  $\Omega = \sum W_k$  และหาค่าเฉลี่ยจะได้  $\bar{N}_r \Omega = g_r \Omega_r$  หรือ  $\bar{N}_r / (g_r + \bar{N}_r) = \Omega_r / \Omega$  โดยที่  $\bar{N}'_r = \bar{N}_r$  เนื่องจากจำนวนอนุภาคของแต่ละระบบมีอยู่เป็นจำนวนมากมายมหาศาล การที่มีจำนวนอนุภาคแตกต่างกันเพียง 1 ตัวจึงไม่ทำให้ค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน

สำหรับการคำนวณตัวเลขจำนวนมากมายเช่นนี้ ถ้าหาค่าลอการิทึมของตัวเลขเหล่านี้จะทำให้ได้ตัวเลขที่ต้องพิจารณาน้อยลงมาก จะได้ว่า

$$\ln(\bar{N}_r / (g_r + \bar{N}_r)) = \ln(\Omega_r / \Omega) = \ln \Omega_r - \ln \Omega$$

ซึ่งนักศึกษาจะเห็นว่าในรูปลอการิทึมที่ได้นี้ สามารถนำไปสัมพันธ์กับเอนโทรปีของระบบโดยที่เอนโทรปี  $S \equiv k_B \ln \Omega$  เมื่อ  $k_B$  คือค่าคงที่ของโบลต์ซมันน์

ทั้งนี้ เนื่องจากระบบทั้งสองคล้ายกันมาก อาจพิจารณาได้ว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงของระบบหนึ่ง จากสภาวะสมดุลหนึ่ง ไปสู่สภาวะสมดุลหนึ่ง จึงได้ว่า

$$\ln[\bar{N}_r / (g_r + \bar{N}_r)] = (S' - S) / k_B$$

เมื่อพิจารณาได้ว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงของระบบไปเพียงเล็กน้อยจากสภาวะสมดุล ดังนั้นตามกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ ระบบจึงมีพลังงานภายในเปลี่ยนไปคือ  $dU = Tds - PdV$  แต่โดยที่พลังงานภายใน ( $U$ ) จะเป็นฟังก์ชันของจำนวนอนุภาค ( $n$ ) ในการพิจารณาเชิงจุลภาคด้วย นั่นคือ  $dU = (\frac{\partial U}{\partial S})_{v,n} dS + (\frac{\partial U}{\partial v})_{s,n} dv + (\frac{\partial U}{\partial n})_{s,v} dn$  โดยที่  $(\frac{\partial U}{\partial S})_{v,n} = T$ ,  $(\frac{\partial U}{\partial v})_{s,n} = -P$  และ  $(\frac{\partial U}{\partial n})_{s,v} \equiv \phi$ , ศักย์ทางเคมี/อนุภาค ดังนั้นจากการพิจารณาว่าระบบทั้งสองมีความแตกต่างกัน คือ  $\Delta U = -\epsilon_j$  และ  $\Delta N = -1$  จึงได้ว่า  $\Delta S = (\phi - \epsilon_j) / T$  โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงปริมาตร เมื่อนำไปแทนค่าลงในความสัมพันธ์ที่ได้ในรูปลอการิทึมข้างต้นจึงได้ว่า

$$\ln[\bar{N}_r / (g_r + \bar{N}_r)] = (\phi - \epsilon_j) / k_B T \quad \text{หรือ} \quad (g_j + \bar{N}_j) \bar{N}_j = \exp(\epsilon_j - \phi) / k_B T$$

$$\text{หรือ} \quad g_j / \bar{N}_j + 1 = \exp(\epsilon_j - \phi) / k_B T \quad \text{หรือ} \quad \bar{N}_j / g_j = [\exp(\epsilon_j - \phi) / k_B T - 1]^{-1}$$

เรียกว่า ฟังก์ชันการแจกแจงโบส-ไอน์สไตน์ ซึ่งแสดงถึงจำนวนอนุภาคโดยเฉลี่ยในระดับพลังงาน

ใด ๆ (j) ต่อจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ในระดับนั้นว่า ขึ้นอยู่กับพลังงานในระดับนั้นในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลดังกล่าว

สำหรับฟังก์ชันการแจกแจงแบบอื่น ๆ คือ แบบแฟร์มี-ดิแรก และแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ จะมีรูปแบบของฟังก์ชันคล้ายกับของโบส-ไอน์สไตน์ ดังจะได้กล่าวต่อไปตามลำดับ

### การแจกแจงแบบแฟร์มี-ดิแรก

เนื่องจากตามเกณฑ์ของแฟร์มี-ดิแรกนั้น จะพิจารณากรณีที่ระบบมีอนุภาคทุกตัวเหมือนกันทุกประการ เช่นเดียวกับของโบส-ไอน์สไตน์ แต่มีข้อจำกัดในการกระจายของอนุภาคไปตามสภาวะพลังงานต่าง ๆ ว่าจะต้องเป็นไปตามหลักการกีดกันเพาลีที่ว่า ในสภาวะหนึ่งจะมีอนุภาคเกินกว่า 1 ตัว ไม่ได้ และจะถือว่าแต่ละสภาวะพลังงานแตกต่างกัน เมื่อมีข้อจำกัดตามเพาลีเช่นนี้ จึงได้ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับกลุ่มอนุภาคในลำดับ  $j$  ที่มีอยู่ด้วยกันทั้งหมด  $N_j$  ตัว และมีสภาวะที่เป็นไปได้ทั้งหมด  $g_j$  คือ  $g_j!/(g_j - N_j)!N_j!$  ซึ่งถ้าพิจารณาทั้งระบบจะได้ว่า ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ทั้งหมดของระบบ คือ  $\Omega_{F-D} = \sum_k W_k$  โดย  $W_k = \prod_j w_j = \prod_j \frac{g_j!}{(g_j - N_j)!N_j!}$

ต่อไปจะพิจารณาการหาฟังก์ชันของการแจกแจงแบบแฟร์มี-ดิแรก ซึ่งจะมีขั้นตอนของการหาเช่นเดียวกับที่ได้พิจารณาแล้วในแบบโบส-ไอน์สไตน์ และจะได้ว่าฟังก์ชันการแจกแจงแบบแฟร์มี-ดิแรก คือ  $\bar{N}_j/g_j = [\exp(\epsilon_j - \phi)/k_B T + 1]^{-1}$  ซึ่งแสดงว่า จำนวนอนุภาคโดยเฉลี่ยไปตามระดับสภาวะพลังงานต่าง ๆ ต่อจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ จะขึ้นอยู่กับพลังงานของระดับนั้น โดยเป็นส่วนกลับของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของพลังงาน ซึ่งลบด้วยศักย์ทางเคมี โดยทั้งหมดนี้หารด้วยค่าคงที่ของโบลต์ซมันน์ ซึ่งคูณกับอนุกรมสัมบูรณ์ โดยทั้งหมดบวกด้วย 1

### การแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์

ในกรณีของแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์จะพิจารณาระบบมหภาค ซึ่งอนุภาคแต่ละตัวไม่เหมือนกัน แต่ไม่จำกัดจำนวนอนุภาคที่จะแจกแจงไปตามสภาวะพลังงาน เพราะฉะนั้นถ้ามีจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ในระดับ  $j$  อยู่ทั้งหมด  $g_j$  สภาวะ ก็จะนับได้ว่ามีรูปแบบของการจัดเรียงอนุภาค  $N_j$  ตัว ได้ถึง  $g_j^{N_j}$  รูปแบบ แต่ในกรณีนี้จำนวนนับนี้จะไม่เป็นความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของสภาวะมหภาค  $W_k$  ที่จะหาได้จากผลคูณของระดับใด ๆ นั่นคือ  $W_k \neq \prod_j w_j$  เนื่องจากถ้ามีการสลับอนุภาคระหว่างกลุ่มอนุภาคในระดับพลังงานต่างกัน  $j$  หรือแม้แต่ว่า

สภาวะต่าง ๆ ภายในระดับพลังงานเดียวกันก็ตามจะถือว่าเป็นสภาวะจุลภาคที่ต่างกัน เมื่อเป็น  
 เช่นนี้ จึงได้ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับสภาวะมหภาคหนึ่ง คือ

$$W_k = \frac{N!}{\prod_j N_j!} \prod_j w_j = N! \prod_j \frac{g_j^{N_j}}{N_j!}$$

และจำนวนสภาวะจุลภาคที่เป็นไปได้ทั้งหมดของระบบ  $\Omega_{M-B} = \sum_k W_k$

โดยวิธีพิจารณาตามขั้นตอนของการหาฟังก์ชันการกระจาย ในทำนองเดียวกันกับ  
 ทั้งสองแบบที่ได้กล่าวแล้ว จะได้ฟังก์ชันการแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ คือ

$$\bar{N}_j / (N g_j) = \exp(\phi - \epsilon_j) / k_B T$$

ในตอนต่อไปจะได้เปรียบเทียบฟังก์ชันการแจกแจงแบบต่าง ๆ ที่ได้หามา

เสียงจากผู้ประกาศ “ที่จบลงไปนั่นคือการบรรยายสรุปวิชาฟิสิกส์อุณหภาพ หรือ PH 314  
 ครั้งที่ 9 โดย รศ.อัจจรา พันธุ์อำไพ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง”

.....การบันทึกแถบคำบรรยายสรุปกระบวนการของมหาวิทยาลัยรามคำแหง มุ่งส่งเสริม  
 การศึกษาด้วยตนเองและบริการความรู้มายังนักศึกษาและผู้สนใจทั่วไป โปรดส่งคำถาม  
 และข้อข้องใจไปยังคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง กรุงเทพฯ 10240.....

