

5. กระบวนการทรอติงให้ผลอย่างไร ?

ตอบ  $H_f = H_i$  ( $H =$  คงที่)

$P_f < P_i$  ( $P =$  ลดลง)

แต่  $T$  อาจเพิ่มขึ้นหรือลดลง (ขึ้นกับจุดเริ่มต้น)

6. เส้นกระบวนการทรอติงคือเส้นไอเซนทัลปิกหรือไม่ ?

ตอบ ไม่ใช่ ไม่มีเส้นกระบวนการทรอติงในกราฟใด ๆ  
(เพราะไม่ทราบค่าต่าง ๆ ของระบบระหว่างกระบวนการ)

7. การทำก๊าซเหลวต่อไปนี้  $N_2$ ,  $H_2$  และ  $He$  ชนิดใดยากที่สุด

ตอบ  $He$  เพราะจุดสูงสุดของเส้นผกผันต่ำกว่า 34 เคลวิน  
(สำหรับ  $H_2$  ต่ำกว่า 202 เคลวิน และ  $N_2$  ราว 265 เคลวิน)  
ต้องเตรียมก๊าซให้มีอุณหภูมิต่ำกว่าจุดนี้ก่อน

8. ก๊าซเหลวออกมาด้วยอัตราส่วนมากที่สุดเมื่อใด ?

ตอบ โดยใช้ก๊าซที่มี  $T_i$  และ  $P_i$  บนเส้นผกผัน ( $\mu_h = 0$ )

9. การทำน้ำแข็งแข็งขึ้นกับคุณสมบัติ  $CO_2$  อย่างไร ?

ตอบ  $CO_2$  ไม่อยู่ในสถานะของเหลวที่  $T$  และ  $P$  ตามปกติ แต่จะเป็นของแข็งเมื่อผ่านกระบวนการทำก๊าซเหลวแล้ว

10. การเปลี่ยนสถานะระดับต้นคืออะไร ?

ตอบ อนุพันธ์ระดับต้นของ  $G$  เปลี่ยนเมื่อสารเปลี่ยนสถานะ คือ  $S = (\partial G / \partial T)_P$  และ  
 $V = (\partial G / \partial P)_T$

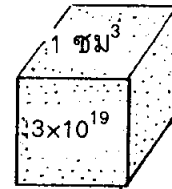
การบรรยายสรุปครั้งที่ 8  
PH 314  
THERMAL PHYSICS

แผ่นที่ 51

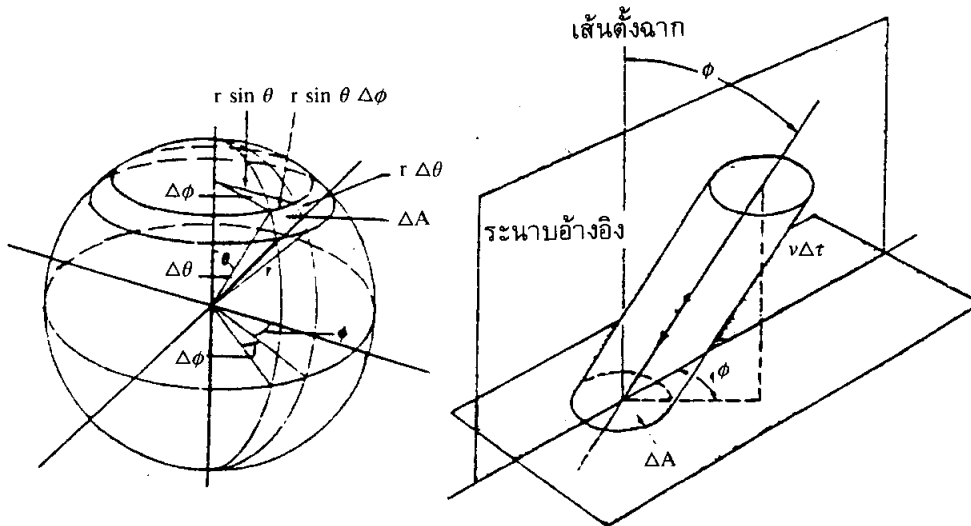
ทฤษฎีจลน์สำหรับก๊าซอุดมคติ

สร้างขึ้นจากสมมติฐานต่อไปนี้

- ก๊าซเป็นระบบมหภาค (จำนวนโมเลกุลมหาศาล)
- ระยะระหว่างโมเลกุลห่างมาก (โมเลกุลไม่มีปฏิกิริยากัน)
- การชนกันระหว่างโมเลกุลเป็นแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์
- การกระจายของโมเลกุลสม่ำเสมอ (ความหนาแน่นคงที่)
- ทิศทางการเคลื่อนที่ไม่เฉพาะเจาะจง
- อัตราการเคลื่อนที่ไม่จำกัด ( $0 \rightarrow \infty$ )



จะได้ว่า



=====>  $PV = \frac{1}{3}Nmv^2$  หรือ  $P = \frac{1}{3}nmv^2$

แสดงว่า 1 ใน 3 ของโมเลกุลทั้งหมด N ทำให้เกิด P

เทียบกับ  $PV = NkT$  หรือ  $PV = nRT$

จะได้  $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}RT$

แสดงว่า พลังงานจลน์เชิงเส้นเฉลี่ยใน 3 มิติ เท่ากัน

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}kT = \frac{1}{2}RT$$

ได้ว่า

$$\implies U = \frac{f}{2}NkT = \frac{f}{2}nRT$$

เมื่อ  $f =$  จำนวนระดับขั้นความเร็ว (degree of freedom)

ได้ว่า

$$\implies c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = \frac{f}{2}R$$

$$\implies c_p = c_v + R = \left(\frac{f+2}{2}\right)R$$

### ทดสอบ 6

1. สมมติฐานเบื้องต้นสำหรับก๊าซอุดมคติคืออะไร ?

ตอบ ระบบมหภาค.. อยู่ห่างกันมาก.. ชนแบบยืดหยุ่น..  
กระจายสม่ำเสมอ.. ไม่เลือกทิศ.. เร็วไม่จำกัด

2. จากทฤษฎีและจากการทดลองให้ผลอะไร ?

ตอบ โดยทฤษฎี :  $PV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}$

ผลการทดลอง :  $PV = NkT$

ได้ว่า  $\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT, \frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}kT$

$\implies$  ถ้า T เดียวกัน ก๊าซทุกขนาดโมเลกุลมี K.E. เฉิงเส้น เท่ากัน

3.  $c_v$  และ  $c_p$  หาได้อย่างไรโดยทฤษฎีจลน์ ?

ตอบ จาก  $c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$  และ  $c_p = c_v + R$

โดยที่  $u = \frac{f}{2}RT$

เทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติ

สมมติฐานเบื้องต้น + ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์

<p><b>แบบโบส-ไอน์สไตน์</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-อนุภาคเหมือน (โบซอน)</li> <li>-สภาวะต่างกัน</li> <li>-ไม่จำกัดจำนวนต่อสภาวะ</li> </ul> $W_k = \Pi \frac{(g_j + N_j - 1)!}{(g_j - 1)! N_j!}$ $\frac{\bar{N}_j}{g_j} = [\exp(\frac{\epsilon_j - \phi}{k_B T}) - 1]^{-1}$	<p><b>แบบเฟอร์มี-ดิแรก</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-อนุภาคเหมือน (เฟอร์มิออน)</li> <li>-สภาวะต่างกัน</li> <li>-1 ตัวต่อสภาวะ</li> </ul> $W_k = \Pi \frac{g_j}{(g_j - N_j)! N!}$ $\frac{\bar{N}_j}{g_j} = [\exp(\frac{\epsilon_j - \phi}{k_B T}) + 1]^{-1}$	<p><b>แบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-อนุภาคต่างกัน (ก๊าซ)</li> <li>-สภาวะต่างกัน</li> <li>-ไม่จำกัดจำนวนต่อสภาวะ</li> </ul> $W_k = N! \Pi \frac{g_j^{N_j}}{N!}$ $\frac{\bar{N}_j}{N g_j} = \exp(\frac{\phi - \epsilon_j}{k_B T})$
---	---	--

# การบรรยายสรุปครั้งที่ ๑

PH 314

THERMAL PHYSICS

แผ่นที่ 55

การแจกแจงแบบโบส-ไอน์สไตน์

กลุ่มอนุภาคที่เหมือนกันทุกประการ  $N$  อนุภาค

กระจายโดยไม่จำกัดจำนวน/สภาวะ

ในระดับ  $j$  มีอนุภาค  $N_j$  ตัว ใน  $g_j$  สภาวะ

ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์

$$w_j = g_j [(g_j + N_j - 1)!] = \frac{(g_j + N_j - 1)!}{(g_j - 1)! N_j!}$$

ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของระบบ

$$\Omega_{B-E} = \sum w_k = \sum_j (\Pi w_j)$$

ตัวอย่าง  $N_j = 2, g_j = 3$  จะได้  $w_j = \frac{(3+2-1)!}{(3-1)!2!} = 6$

	$g_j$	1	2	3
รูปแบบ I	I	..		
รูปแบบ II	II		..	
รูปแบบ III	III			..
รูปแบบ IV	IV	.	.	
รูปแบบ V	V		.	.
รูปแบบ VI	VI	.		.

## การหาฟังก์ชันการแจกแจงแบบโบส-ไอน์สไตน์

แผ่นที่ 56

$$\bar{N}_j/g_j = [\exp(\epsilon_j - \phi)/k_B T - 1]^{-1}$$

- โดย
1. พิจารณาระบบที่คล้ายกัน 2 ระบบ
  2. เปรียบเทียบความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์
  3. หาค่าเอนโทรปีที่ต่างกัน
  4. หาค่าความสัมพันธ์ตามกฎข้อที่หนึ่ง

### การแจกแจงแบบเฟอร์มี-ดิแรก

กลุ่มอนุภาคเหมือนกันทุกประการ  $N$  อนุภาค  
 แจกแจงตามหลักกีดกันเพาลี..“จำกัดจำนวนไม่เกิน 1 ตัว/สภาวะ” ในระดับ  $j$  มี  
 อนุภาค  $N_j$  ตัว ใน  $g_j$  สภาวะ  
 ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์

$$w_j = \frac{g_j}{(g_j - N_j)! N_j!}$$

ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของระบบ

$$\Omega_{F-D} = \sum W_k = \sum_j (\prod w_j)$$

ตัวอย่าง  $N_j = 2, g_j = 3$  จะได้  $w_j = \frac{3!}{(3-2)! 2!} = 3$

$g_j =$	1	2	3
รูปแบบ I	·	·	
รูปแบบ II		·	·
รูปแบบ III	·		·

**การหาฟังก์ชันการแจกแจงแบบเฟอร์มี-ดิแรก**

$$\bar{N}_j/g_j = [\exp(\epsilon_j - \phi)/k_B T + 1]^{-1}$$

โดยวิธีพิจารณาทำนองเดียวกับแบบแรก

**การแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์**

กลุ่มอนุภาคที่ต่างกัน N อนุภาค  
กระจายโดยไม่จำกัดจำนวน/สภาวะ  
ในระดับ j มีอนุภาค  $N_j$  ตัว ใน  $g_j$  สภาวะ  $N_j$   
ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์,  $w_j = g_j$   
ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของระบบ,

$$\Omega_{M-B} = \sum w_k = \sum_j \frac{N!}{\prod_j N_j!} \prod_j w_j$$

ฟังก์ชันการแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์,

$$\bar{N}_j/(Ng_j) = \exp(\phi - \epsilon_j)/k_B T$$

โดยวิธีพิจารณาทำนองเดียวกับแบบแรก

# การบรรยายสรุปครั้งที่ 10

PH 314

THERMAL PHYSICS

แผ่นที่ 58

การเปรียบเทียบการแจกแจงแบบต่าง ๆ

แบบโบส-ไอน์สไตน์ และแบบเฟอร์มี-ดิแรก คือ

$$\bar{N}_j/g_j = [\exp(\epsilon_j - \phi)/k_B T + a]^{-1}$$

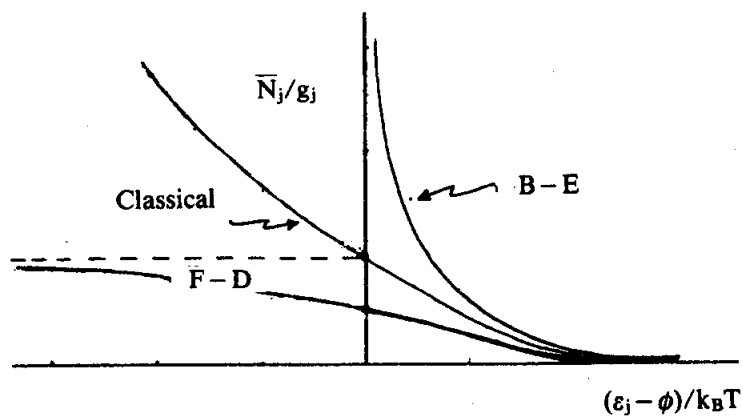
โดยที่  $a = -1$  สำหรับแบบโบส-ไอน์สไตน์

$a = +1$  สำหรับแบบเฟอร์มี-ดิแรก

เมื่อ  $\bar{N}_j \ll g_j$  จะได้ว่า

$$\bar{N}_j/g_j = \exp(\phi - \epsilon_j)/k_B T$$

เรียกว่า “การแจกแจงตามแผนเดิม” ซึ่งคล้ายกับแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์





## ฟังก์ชันพาร์ทิชัน, Z

แผ่นที่ 59

$$\text{กำหนด } Z = \sum g_i \exp(-\epsilon_i/k_B T)$$

จะได้

ฟังก์ชันการแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์

$$\text{คือ } \bar{N}_i/g_i = (N/Z) \exp(-\epsilon_i/k_B T)$$

เมื่อสามารถหาค่าของ Z สำหรับระบบใด ๆ ได้ จะหาค่าต่าง ๆ ของระบบนั้นจากความสัมพันธ์เหล่านี้

$$\text{ศักย์ทางเคมี } \phi = -k_B T \ln Z$$

$$\text{ฟังก์ชันเฮล์มโฮลด์ส์ } F = -Nk_B T (\ln Z - \ln N + 1)$$

$$\text{เอนโทรปี } S = Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right) + Nk_B (\ln Z - \ln N + 1)$$

$$\text{พลังงานภายใน } U = Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \right)_V$$

$$\text{พลังงานภายใน } P = Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_T$$

ตัวอย่าง 10-1

ระบบก๊าซอุดมคติอนุภาคเดี่ยว จะหาค่า Z ได้ว่า

$$Z = V(2\pi mk_B T/h^2)^{3/2}$$

แทนค่าลงใน  $P = Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_T$  จะได้  $P = Nk_B T/V$

แทนค่าลงใน  $U = Nk_B T \left( \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_V$  จะได้  $U = \frac{3}{2} Nk_B T$

และ  $c_v = \frac{3}{2} R$

ตัวอย่าง 10-2.

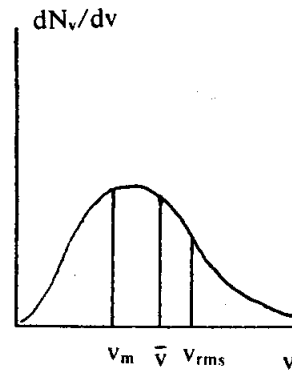
ระบบก๊าซอุดมคติอนุภาคเดี่ยวตามแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ จะได้

$$dN_v = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2k_B T} \right)^{3/2} v^2 \exp \left( - \frac{mv^2}{2k_B T} \right) dv$$

$$v_{rms} = \sqrt{v^2} = \left[ \frac{\int_0^{\infty} v^2 dN_v}{N} \right]^{1/2} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$$

$$\bar{v} = \frac{\int_0^{\infty} v dN_v}{N} = \sqrt{\frac{2.55k_B T}{m}}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$



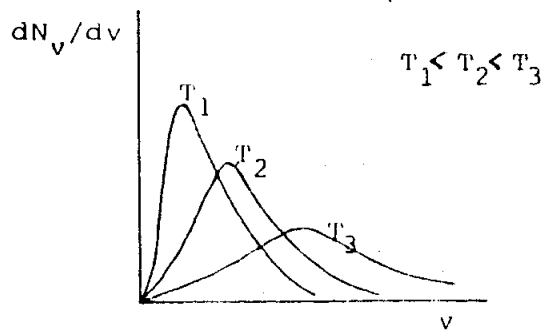
$$v_m : \bar{v} : v_{rms} = 1 : 1.128 : 1.224$$

ตัวอย่าง 10-3

อนุภาคก๊าซในบรรยากาศ ตามแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ ความดันบรรยากาศ  
เปลี่ยนแปลงตามระดับเหนือโลก (y)

$$p_y = p_0 \exp(-mgy/k_B T)$$

การแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ ที่อุณหภูมิต่าง ๆ



การอธิบายปรากฏการณ์สำคัญ

อนุภาคโฟตอนของแสง...อธิบายตามแบบโบส-ไอน์สไตน์

อิเล็กตรอนอิสระในโลหะ...อธิบายตามแบบเฟอร์มี-ดิแรก

อนุภาคก๊าซเชิงโมเลกุล...อธิบายตามแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์

ทดสอบ 7

แผ่นที่ 62

1. สมมติฐานเบื้องต้นคืออะไร ?

ตอบ สภาวะที่เป็นไปได้ต่าง ๆ ของระบบอิสระ มีความน่าจะเป็นเท่ากัน

2. ความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์มีความหมายอย่างไร ?

ตอบ จำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ทั้งหมดของระบบ

3. หลักสถิติทางเทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติมีกี่แบบ ? เพราะเหตุใด ?

ตอบ 3 แบบ สำหรับระบบต่างชนิดกัน ดังนี้

แบบ	โบส-ไอน์สไตน์	เฟอร์มี-ดิแรก	แมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์
ระบบ	โฟตอน	อิเล็กตรอน	ระบบก๊าซโมเลกุล

4. ฟังก์ชันของการแจกแจงคืออะไร ?

ตอบ ความสัมพันธ์ระหว่างอนุภาคกับค่าต่าง ๆ ของระบบ

5. ฟังก์ชันของการแจกแจงตามแผนเคิมคือแบบแมกซ์เวลล์ใช่หรือไม่ ?

ตอบ ไม่ใช่ แต่คล้ายกันมาก

6. ฟังก์ชันพาร์ทิชันคืออะไร และสำคัญอย่างไร ?

ตอบ  $Z = \sum g_j \exp(-\epsilon_j/k_B T)$ ; หาค่าต่าง ๆ จาก Z ได้

7. การแจกแจงของโมเลกุลก๊าซขึ้นกับ  $v$  ของโมเลกุลอย่างไร ?

ตอบ ตามฟังก์ชันการแจกแจงของแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์

TITLE..... **แบบประเมินผลตนเองตามแนวการสอบไล่** DATE.....

**ความมุ่งหมาย** เพื่อประเมินความพร้อมในการเตรียมตัวก่อนสอบไล่ เกี่ยวกับเรื่อง “คุณสมบัติต่าง ๆ ในทางเทอร์โมไดนามิกส์”, “งานและพลังงาน”, “เอนโทรปีที่เปลี่ยนแปลง”, “ศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกส์”, “จุดเปลี่ยนสถานะ”, “ฟังก์ชันการแจกแจง”, และ “หลักสถิติทางเทอร์โมไดนามิกส์”

**คำแนะนำ** ขอให้ตอบคำถามโดยอ้างอิงคำจำกัดความหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ประกอบคำอธิบายด้วยกราฟและตัวอย่างหรือวิธีการคำนวณแทนค่าหาผลลัพธ์

(เวลาข้อละ 15 นาที)

ข้อ 1. ก๊าซอุดมคติคืออะไร (10 คะแนน)	กิจกรรม 1. 1. ให้นักศึกษาคำจำกัดความสำหรับ ก๊าซอุดมคติ (4 คะแนน)
--------------------------------------	--

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

2. ให้นักศึกษาหาความแตกต่างระหว่าง  
ก๊าซจริงกับก๊าซอุดมคติ (3 คะแนน)

3. ให้นักศึกษาพยายามหาคุณสมบัติ  
ต่าง ๆ ของก๊าซอุดมคติ (3 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวข้อท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

TITLE.....

ข้อ 2. อุณหภูมิสัมบูรณ์หรืออุณหภูมิเทอร์-  
โมไดนามิกส์คืออะไรและมีที่มาอย่างไร  
(10 คะแนน)

กิจกรรม 2.

1. ให้นักศึกษาแสดงความสัมพันธ์  
ระหว่างอุณหภูมิสัมบูรณ์กับอุณหภูมิใน  
สเกลอื่น ๆ (2 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาหาความหมายของ  
อุณหภูมิสัมบูรณ์ (3 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

3. ให้นักศึกษาระบุการกำหนดอุณหภูมิตัมบูรณ์ตามหลักการต่าง ๆ (3 คะแนน)

4. ให้นักศึกษายกตัวอย่างการวัดอุณหภูมิตัมบูรณ์ (2 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวข้อข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....



TITLE.....

ข้อ 3. งานที่กระทำให้กับระบบของไหล  
ภายในกระบอกสูบหนึ่งบรรจของไหลเป็น  
ปริมาตร 1 ม.<sup>3</sup> ที่ความดัน 1 บรรยากาศ  
และอุณหภูมิ 300 เคลวิน เมื่อดันลูกสูบทำ  
ให้ความดันเพิ่มขึ้นแบบผันกลับได้จนเป็น  
100 บรรยากาศ ในขณะที่อุณหภูมิคงที่ จงหา  
(ก) งานที่กระทำให้กับระบบก๊าซอุดมคติ  
(ข) งานที่กระทำให้กับระบบของเหลวที่มี  
ค่าสภาพอัดได้เป็น  $5 \times 10^{-10}$  (นิวตัน/ม.<sup>2</sup>)<sup>-1</sup>  
และ  
(ค) ปริมาตรที่เปลี่ยนไปในของไหลทั้งสอง  
(10 คะแนน)

กิจกรรม 3.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาสูตรสำหรับ  
คำนวณหางานกระทำในกระบวนการไอโซ-  
เทอร์มัลต่อระบบของไหล (2 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาแสดงวิธีแทนค่าต่าง ๆ  
ตามที่โจทย์กำหนดลงในสูตรสำหรับคำนวณ  
ข้างต้น (2 คะแนน)

3. ให้นักศึกษาหาสูตรสำหรับคำนวณ  
หางานกระทำต่อระบบของเหลวในกระบวนการ  
ไอโซเทอร์มัล (2 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

4. ให้นักศึกษาแสดงวิธีแทนค่าต่าง ๆ  
ลงในสูตรคำนวณตามข้อกิจกรรมข้อ 3.  
ข้างต้น (2 คะแนน)

5. ให้นักศึกษาพิจารณาปริมาตรที่  
เปลี่ยนไปในของไหลแต่ละชนิดข้างต้น  
(2 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวแนวข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

## ข้อ 4. พลังงานจากเครื่องยนต์

เครื่องสูบลมร้อนหนึ่งใช้สำหรับทำความอบอุ่นภายในบ้านระหว่างที่อุณหภูมิภายนอกเป็น  $0^{\circ}\text{C}$  และภายในเป็น  $20^{\circ}\text{C}$  ถ้าใช้ตู้เย็นคาร์โนต์ทำงานในระหว่างอุณหภูมิคู่นี้จะได้ความร้อนกี่กิโลวัตต์-ชม. ต่อการใช้พลังงานไฟฟ้าทุก ๆ 1 กิโลวัตต์-ชม. เพื่อให้ตู้เย็นทำงานนี้ (10 คะแนน)

## กิจกรรม 4.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาหลักการทำงานของตู้เย็นและเครื่องสูบลมร้อนว่าเหมือนหรือต่างกันอย่างไร (2 คะแนน)

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

2. ให้นักศึกษาคำนวณหา ส.ป.ส.ของ  
สมรรถนะสำหรับตู้เย็นคาร์โนต์และเครื่อง  
สูบลมร้อนคาร์โนต์ที่ทำงานในระหว่าง  
อุณหภูมิคู่นี้ที่กำหนดให้ตามโจทย์  
(4 คะแนน)

3. ให้นักศึกษาแสดงวิธีหาปริมาณ  
ความร้อนที่จะได้รับจากตู้เย็นคาร์โนต์ที่ทำ  
หน้าที่เป็นเครื่องสูบลมร้อนนั้น  
(4 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวนอนข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

TITLE.....

ข้อ 5. เอนโทรปีที่เปลี่ยนไปของระบบเชิงมหภาค (10 คะแนน)

น้ำ 10 ก.ก. ที่  $20^{\circ}\text{C}$  ผสมกับน้ำแข็งที่  $-5^{\circ}\text{C}$  มวล 2 ก.ก. ภายใต้ความดัน 1 บรรยากาศ จงหาเอนโทรปีที่เปลี่ยนไปทั้งหมดเมื่อถึงสภาวะสมดุลสุดท้าย (กำหนด-ความร้อนจำเพาะของน้ำ  $4.18 \times 10^3$  จูล/ก.ก.-องศา, ความร้อนจำเพาะของน้ำแข็ง  $2.09 \times 10^3$  จูล/ก.ก.-องศา, ความร้อนของการหลอมเหลว  $3.34 \times 10^5$  จูล/ก.ก.)

กิจกรรม 5.

1. ให้นักศึกษาแสดงวิธีหาอุณหภูมิสมดุลสุดท้าย (2 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

2. ให้นักศึกษาพิจารณาสูตรสำหรับ  
คำนวณหาเอนโทรปีที่เปลี่ยนไปของแต่ละ  
ส่วนที่อุณหภูมิต่าง ๆ (4 คะแนน)

3. ให้นักศึกษาแสดงวิธีแทนค่าในสูตร  
สำหรับคำนวณข้างต้น (4 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวข้อข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

TITLE.....

ข้อ 6. เอนโทรปีที่เปลี่ยนไปของระบบ  
จุลภาค

จงหาเอนโทรปีที่เปลี่ยนไปของระบบ  
ที่ประกอบด้วยอนุภาค 6 ตัว ซึ่งเหมือนกัน  
หมด และสามารถอยู่ในสภาวะพลังงานใด ๆ  
ได้โดยไม่จำกัดจำนวน กำหนดพลังงาน  
ทั้งหมดของระบบเดิมเป็น  $6\epsilon$  และระดับ  
พลังงานทั้งหมดมี 7 ระดับ ซึ่งห่างกันเท่า ๆ  
กัน และแต่ละระดับสามารถแตกออกไปได้  
อีกระดับละ 3 สภาวะพลังงาน แต่ต่อมา  
ภายหลังระบบในทีนี้มีพลังงานเพิ่มขึ้นอีก  
1 ระดับ จึงรวมเป็น 8 ระดับ และทำให้พลังงาน  
ทั้งหมดของระบบกลายเป็น  $7\epsilon$

(10 คะแนน)

กิจกรรม 6.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาลักษณะการ  
แจกแจงไปตามสภาวะพลังงานต่าง ๆ ตาม  
ที่โจทย์กำหนดให้ว่าเป็นไปตามหลักสถิติใด  
ได้บ้าง (2 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาพิจารณารูปแบบของ  
การแจกแจงของระบบเดิมและในเวลาต่อมา  
(2 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

3. ให้นักศึกษาคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นทางเทอร์โมไดนามิกส์ของระบบในแต่ละรูปแบบ (3 คะแนน)

4. ให้นักศึกษาหาค่าเอนโทรปีที่เปลี่ยนไป จากความหมายของเอนโทรปีสำหรับระบบเชิงจุลภาค (3 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนວະแนວข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....



ข้อ 7. ศักยภาพเทอร์โมไดนามิกส์มีความหมายอย่างไร (10 คะแนน)

กิจกรรม 7.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาความหมายของศักย์ทางกลศาสตร์และทางไฟฟ้า (2 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาหาค่าของเทอร์โมไดนามิกส์ที่สามารถเทียบความหมายได้กับศักย์ทางกลศาสตร์และทางไฟฟ้า (4 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

3. ให้นักศึกษาแสดงคุณสมบัติเฉพาะ  
ของค่าต่าง ๆ ที่นับว่าเป็นศักย์ทางเทอร์โม-  
ไดนามิกส์ (2 คะแนน)

4. ให้นักศึกษาระบุความสัมพันธ์ระหว่าง  
ศักย์ทางเทอร์โมไดนามิกส์ทั้งหลาย  
(2 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนวข้อท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

ข้อ 8. ถ้าความดันเปลี่ยนไปเล็กน้อยจะ  
ทำให้จุดเปลี่ยนสถานะเปลี่ยนไปหรือไม่  
(10 คะแนน)

กิจกรรม 8.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาความสัมพันธ์  
ของค่าทั้งหลายในเรื่องการเปลี่ยนสถานะ  
ของสารตามสมการต่าง ๆ (2 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาเลือกสมการที่สอดคล้อง  
กับจุดประสงค์ของโจทย์ (2 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

3. ให้นักศึกษาแสดงผลของการเปลี่ยนแปลงความดันเล็กน้อย ทั้งที่เพิ่มขึ้นและลดลง ที่มีต่อจุดเปลี่ยนสถานะสำหรับสารชนิดต่าง ๆ ทั้งที่มีการขยายตัวเมื่อแข็งและที่มีการหดตัวเมื่อแข็ง

(4 คะแนน)

4. ให้นักศึกษายกตัวอย่างที่สอดคล้องกับผลที่ได้แสดงไว้ในกิจกรรมข้อ 3.

(2 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนວแนວข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

TITLE.....

ข้อ 9. ฟังก์ชันการแจกแจง

ถ้าการแจกแจงของอนุภาคกลุ่มหนึ่ง  
จำนวน  $N$  อนุภาค เป็นไปตามความสัมพันธ์  
 $dN_v = kv dv$  ในช่วง  $v_0 > v > 0$  และ  $dN_v = 0$   
ในช่วง  $v > v_0$  จงหา

(ก) ลักษณะของกราฟฟังก์ชันการ  
แจกแจง

(ข) ค่าของ  $k$

(ค) อัตราเร็วเฉลี่ยของอนุภาค

(ง) อัตราเร็วเฉลี่ยรูทสองของอนุภาค

(10 คะแนน)

กิจกรรม 9.

1. ให้นักศึกษาพิจารณารูปแบบของ  
ฟังก์ชันการแจกแจงตามที่โจทย์กำหนดให้  
(0 คะแนน)

2. ให้นักศึกษาสร้างกราฟแสดงความ  
สัมพันธ์ระหว่างจำนวนอนุภาคต่อความเร็ว  
ในช่วงต่าง ๆ โดยระบุให้ชัดเจนตามที่โจทย์  
กำหนด (2½ คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

TITLE.....

DATE.....

3. ให้นักศึกษาเทียบหาค่าของตัวคงที่  
ในฟังก์ชันการแจกแจงโดยพิจารณาจาก  
อนุภาคทั้งหมด (2.5 คะแนน)

4. ให้นักศึกษาแสดงวิธีคำนวณหา  
อัตราเร็วเฉลี่ยแบบต่าง ๆ จากฟังก์ชันการ  
แจกแจงที่กำหนดให้ (5 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....

PAGE.....

DATE.....

TITLE.....

5. ให้นักศึกษาเปรียบเทียบลักษณะ  
ของฟังก์ชันการแจกแจงแบบต่าง ๆ ตาม  
หลักสถิติของเทอร์โมไดนามิกส์  
(0 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนบแนวข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

TITLE.....

ข้อ 10. ลักษณะติดทางเทอร์โมไดนามิกส์  
ถ้าพิจารณาอิเล็กตรอนอิสระในโลหะ  
ตัวนำเสมือนอนุภาคก๊าซเชิงโมเลกุลทั่วไป  
จะเรียกอิเล็กตรอนอิสระทั้งหมดว่าเป็นก๊าซ  
อิเล็กตรอนได้หรือไม่ และจะเป็นไปตามกฎ  
ของก๊าซได้เพียงใด (10 คะแนน)

กิจกรรม 10.

1. ให้นักศึกษาพิจารณาทฤษฎีจลน์ของ  
ก๊าซอุดมคติและลักษณะติดต่าง ๆ ทางเทอร์-  
โมไดนามิกส์ที่ใช้ได้กับก๊าซเชิงโมเลกุล  
ทั่วไป (3 คะแนน)

NAME.....

I.D. NO. ....



PAGE.....

DATE.....

TITLE.....

2. ให้นักศึกษาพยายามหาคุณสมบัติ  
ต่าง ๆ ของก๊าซเปรียบเทียบกับของอิเล็กทรอนิกส์  
อิสระ (4 คะแนน)

3. ให้นักศึกษาหาข้อสรุปตามหลักการ  
และเหตุผลข้างต้น (3 คะแนน)

(ดูเปรียบเทียบในแนบแนวข้างท้าย)

NAME.....

I.D. NO. ....

## แนะแนวข้อสอบ

**ข้อสอบ 1** ก๊าซอุดมคติคือก๊าซอะไร (10 คะแนน)

**แนะแนว 1** การตอบคำถามข้อนี้อาจจะตอบได้ง่ายที่สุดว่า “ไม่มี” เพราะความหมายของอุดมคติก็คือเป็นเพียงในจินตนาการเท่านั้น ดังนั้น จึงไม่มีก๊าซอะไรในโลกที่เป็นก๊าซอุดมคติ และคำตอบที่ถูกต้องก็ควรจะเป็นเพียง 2 คำข้างต้น คือ ไม่มี ซึ่งเมื่อเขียนคำตอบสองคำนี้แล้ว นักศึกษาก็หวังว่าจะได้คะแนนเต็มทั้ง 10 คะแนน หรือนักศึกษาอาจจะแต่งเติมประโยคออกไปวกไปเวียนมา โดยอย่างไรก็ตาม แต่ถ้าอ่านแล้วตีความหมายได้เท่ากับสองคำนั้น นักศึกษาก็จะได้คะแนนเพียง 1-2 คะแนน เท่ากับสองคำที่นักศึกษาตอบไว้เหมือนกัน

นักศึกษาควรจะทราบว่า เมื่อไม่มีก๊าซใดที่นักศึกษารู้จักจะจัดเป็นก๊าซอุดมคติได้เช่นนี้แล้ว เหตุใดจึงยังพูดถึงก๊าซอุดมคติกันอยู่เสมอ ๆ โดยเฉพาะเมื่อศึกษาในบทเรียนที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ของค่าต่าง ๆ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการแสดงสภาวะ และในทฤษฎีจลน์ของก๊าซก็ได้เน้นถึงสมการแสดงสภาวะของก๊าซอุดมคติและทฤษฎีจลน์ของก๊าซอุดมคติด้วย

นอกจากนี้ นักศึกษาก็ควรจะทราบว่าก๊าซที่มีจริงในธรรมชาติ นั้น มีคุณสมบัติแตกต่างไปจากคุณสมบัติของก๊าซที่ควรจะเป็นตามความนึกคิด ซึ่งเรียกว่าก๊าซอุดมคติอย่างไรบ้าง และจะสามารถอนุมานได้ว่าก๊าซจริงภายใต้สภาวะใด มีคุณสมบัติใกล้เคียงหรือเทียบได้กับก๊าซอุดมคติได้บ้าง

ถ้านักศึกษาสามารถหาคำตอบเกี่ยวกับก๊าซอุดมคติ ตามที่ยกอุทกศาสตร์มาข้างต้นนี้ได้พอสมควร ก็ควรจะแสดงออกมาทั้งหมด เพื่อให้สมเนื่อสมน้ำกับคะแนนเต็ม 10 คะแนนของข้อสอบนี้ ถึงแม้ในประโยคคำถามของข้อสอบนี้จะไม่ได้ชี้แจงโดยละเอียดว่า นักศึกษาควรจะตอบในประเด็นใดบ้างก็ตาม เช่น ในข้อสอบนี้อาจจะมีสร้อยต่อท้ายว่า “...แตกต่างไปจากก๊าซจริงอย่างไร จงอธิบายโดยละเอียด” เป็นต้น ก็ขอให้นักศึกษาอธิบายพร้อมทั้งอ้างคำจำกัดความหรือสมการต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกันเรื่องนี้และตัวเลขที่เห็นจริงได้ รวมทั้งกราฟและตัวอย่างประกอบเพื่อให้สมเหตุผลและช่วยให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นด้วย

โดยคำจำกัดความ ก๊าซอุดมคติคือ ก๊าซที่มีค่าของอัตราส่วนระหว่างความดันกับปริมาตรต่ออุณหภูมิ เท่ากับค่าคงที่ของก๊าซทั่วไปที่ความดันและอุณหภูมิใด ๆ ดังนี้  $Pv = RT$  เมื่อ  $v = V/n$  ซึ่งในกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $Pv/T$  กับ  $P$  จะได้ลักษณะของกราฟตามคำจำกัดความของก๊าซอุดมคติเป็นเส้นตรง โดยที่ขนานกับแกนความดันและตัดกับแกน  $Pv/T$  ที่มีค่าตรงกับค่าของ  $R$  ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1 ด้วยเส้นประ ในขณะที่กราฟของก๊าซจริงจะเป็นเส้นโค้ง

ที่แตกต่างกันไปในแต่ละอุณหภูมิและแต่ละชนิดของก๊าซ ตามเส้นกราฟของรูปที่ 1 นั้น เป็นค่าที่ได้จากการทดลองกับก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ จะเห็นว่า  $P \rightarrow 0$  จะได้เส้นกราฟทุกเส้นพบกันที่จุดหนึ่งบนแกนตั้ง ซึ่งตรงกับ  $Pv/T = R = 8.314 \times 10^3$  จูล/กิโลโมล-องศา และจากการศึกษาเกี่ยวกับก๊าซอื่น ๆ จะได้ผลเช่นเดียวกัน จึงเป็นที่มาของความคาดหวังว่า ก๊าซอุดมคติควรจะเป็นก๊าซที่มีค่า  $Pv/T = R$  เสมอไม่ว่าจะเป็นที่ความดันและอุณหภูมิใด ๆ

นับว่าความสัมพันธ์ของค่าความดัน ปริมาตร และอุณหภูมิ สำหรับก๊าซอุดมคติมีรูปแบบที่ง่ายมากที่สุด เพราะเป็นรูปแบบของสมการเส้นตรง ส่วนของก๊าซจริงซึ่งจะต้องเป็นไปตามสมการของเส้นโค้ง จึงมีรูปแบบที่ซับซ้อนกว่า ดังสมการของก๊าซแวนเดอร์วาลส์ คือ  $(P + a/v^2)(v - b) = RT$  เป็นต้น โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าแตกต่างกันไปในก๊าซแต่ละชนิด และเมื่อก๊าซมีปริมาตรจำเพาะมากจนละพจน์  $a/v^2$  และ  $b$  ออกจากสมการนี้ได้ จะเห็นว่าสมการนี้จะมีรูปแบบเดียวกับสมการของก๊าซอุดมคติ

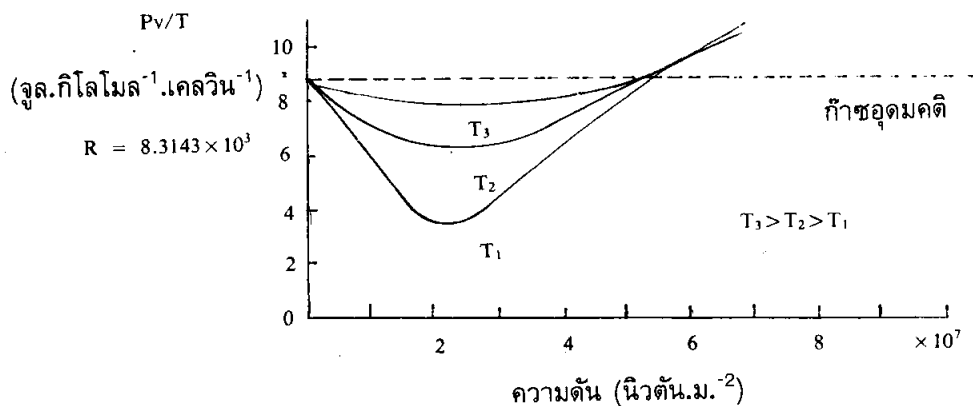
นั่นคือ ก๊าซจริงที่ความหนาแน่นต่ำ (ปริมาตรจำเพาะสูง) หรือความดันต่ำ อาจถือได้ว่าเป็นก๊าซอุดมคติ

การที่จะพิจารณาว่าก๊าซจริงใด จะเป็นก๊าซอุดมคติหรือจะใช้สมการของก๊าซอุดมคติกับก๊าซจริงได้เมื่อใด ก็ขึ้นอยู่กับความประสงค์ที่จะยอมให้มีค่าผิดพลาดคลาดเคลื่อนไปจากค่าจริงที่อาจละทิ้งเสียได้มากน้อยเพียงใด โดยทั่วไปสำหรับก๊าซจริงที่มีความดันต่ำกว่า 2 บรรยากาศ อาจถือได้ว่าเป็นก๊าซอุดมคติได้ ซึ่งจะทำให้ผิดพลาดไปคิดเป็นร้อยละ 2-3 เท่านั้น และแม้แต่ในกรณีที่สารอยู่ในสถานะต่างกันอย่างสมดุล ระหว่างของเหลวกับไอ ก็สามารถใช้สมการของก๊าซอุดมคติกับไอของสารนี้ได้ถ้าความดันต่ำ โดยจะไม่ทำให้ค่าผิดพลาดไปเท่าใดนัก

ในทฤษฎีจลน์ของก๊าซ ยังได้ตั้งสมมติฐานสำหรับก๊าซอุดมคติไว้หลายประการด้วยกัน ซึ่งบางข้อความอาจจะเป็นสิ่งที่พิสูจน์ไม่ได้ แต่จากสมมติฐานเหล่านี้ได้ช่วยให้สามารถหาความสัมพันธ์ของคุณสมบัติต่าง ๆ ของก๊าซได้อย่างถูกต้อง จึงนับว่าสมมติฐานเหล่านี้ แสดงถึงโครงสร้างของก๊าซอุดมคติได้เป็นอย่างดี

ตามสมมติฐานสำหรับก๊าซอุดมคติในทฤษฎีจลน์ของก๊าซนั้น ก๊าซอุดมคติประกอบด้วยอนุภาคเป็นจำนวนมากมายมหาศาล ซึ่งสามารถคำนวณได้ว่าที่ความดันและอุณหภูมิปกติคือ 1 บรรยากาศและ 273 เคลวิน ก๊าซปริมาณ 1 โมล จะมีปริมาตรเป็น  $2.24 \times 10^4$  ซม.<sup>3</sup> นั้นจะมีจำนวนโมเลกุลของก๊าซถึง  $3 \times 10^{19}$  โมเลกุล ในปริมาตร 1 ซม.<sup>3</sup> โดยคำนวณจากตัวเลขอะโวกาโดร ( $= 6.0225 \times 10^{23}$  โมเลกุลต่อกรัมโมล) แต่โมเลกุลของก๊าซนี้จะไม่ทำปฏิกิริยาใด ๆ ต่อกัน เนื่องจากอยู่ห่างกันมาก เพราะถ้าพิจารณาว่าในปริมาตรทั้งหมดข้างต้น โมเลกุลหนึ่ง ๆ

จะมีอาณาเขตที่เป็นของแต่ละโมเลกุลเองอยู่ถึงราว 2,000 เท่าของปริมาตรของโมเลกุลตัวหนึ่ง ๆ โดยที่ขนาดของโมเลกุลหนึ่งจะมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 2 ถึง  $3 \times 10^{-10}$  ม. แต่จะอยู่ในปริมาตร  $30 \times 10^{-27}$  ม.<sup>3</sup> ซึ่งโมเลกุลจะกระจายกันอย่างสม่ำเสมอภายในก๊าซนั้นด้วยอัตราเร็ว และทิศทางที่ไม่จำกัด และเมื่อเคลื่อนที่ชนกันจะเป็นแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ด้วย



**รูปที่ 1** ค่าจำกัดของ  $Pv/T$  เมื่อ  $P \rightarrow 0$  มีค่าตรงกันสำหรับก๊าซทุกชนิดที่ทุกอุณหภูมิและสำหรับ ก๊าซอุดมคติจะมีค่า  $Pv/T = R$  คงที่

โดยอาศัยสมมติฐานเหล่านี้สามารถแสดงได้ว่า ความดัน ปริมาตร และอุณหภูมิ มีความสัมพันธ์กันดังกล่าวแล้ว เพราะจากทฤษฎีจลน์ของก๊าซอุดมคติจะได้ว่า  $Pv = Nm\bar{v}^2/3$  โดยเทียบได้ว่า  $\bar{v}^2 = 3/2 k_B T$  ดังนั้น  $PV = Nk_B T$  หรือ  $PV = nRT$  เมื่อ  $k_B = R/$  ตัวเลขอะโวกาโดร

สำหรับค่าอื่น ๆ ของก๊าซอุดมคติ เช่น พลังงานภายใน ( $U$ ) ก็จะเป็นค่าที่ขึ้นกับอุณหภูมิเท่านั้น ทั้งจากการทดลองของเกย์-ลูสแซกและจูลในเรื่องการฟุ้งกระจายอิสระของก๊าซโดยไม่มีความร้อนถ่ายเท ซึ่งสรุปได้ว่าพลังงานภายในไม่เป็นฟังก์ชันของความดันและปริมาตร หรือนั่นคือ  $(\partial U/\partial P)_T = 0$  และ  $(\partial U/\partial V)_T = 0$  ดังนั้น  $U = U(T)$  เท่านั้น และจากทฤษฎีจลน์จะได้ว่า  $U = fNk_B T/2 = f nRT/2$  โดยที่  $f$  คือ จำนวนระดับขั้นความเร็ว เช่น ถ้าเป็นการเคลื่อนที่เชิงเส้นใน 3 มิติจะได้  $f = 3$  เป็นต้น

เมื่อหาความร้อนจำเพาะของก๊าซอุดมคติจะได้ความสัมพันธ์  $c_p - c_v = R$  โดยสามารถพิสูจน์ได้ จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ และสมการแสดงสภาวะขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย ดังนี้  $d'Q = nc_v dT + Pdv$  และ  $Pdv + vdP = nRdT$  เมื่อนำสมการทั้งสองมาสัมพันธ์กันและพิจารณาที่ความดันคงที่จะได้  $(d'Q/dT)_p = nc_v + nR - v(dP/dT)_p$  นั่นคือ

$c_p = c_v + R$  หรือ  $c_p - c_v = R$  และจากทฤษฎีจลน์ของก๊าซอุดมคติจะได้อัตราส่วนระหว่างความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่ต่อปริมาตรคงที่ สำหรับอนุภาคเดี่ยวเป็น 1.67 และอนุภาคคู่เป็น 1.40 ซึ่งตรงกับค่าที่หาได้จากการทดลองกับก๊าซจริงที่อุณหภูมิห้องด้วย

แต่สำหรับก๊าซจริงตามความสัมพันธ์ของสมการแวนเดอร์วาลส์ จะได้ว่า พลังงานภายใน,  $U = c_v(T - T_0) - a(1/v - 1/v_0) + u_0$  และ  $c_p - c_v = R(1 + 2aP/R^2T^2)$

### หมายเหตุ

(1) ความสัมพันธ์ระหว่างความดัน ปริมาตรและอุณหภูมิ สำหรับก๊าซอุดมคติ ตามคำจำกัดความข้างต้น นับว่าเป็นกฎที่ได้จากการทดลองโดยตรง ซึ่งทุกคนคงเคยได้ยินชื่อกฎของบอยล์หรือของชาร์ลส์และเกย์-ลูสแซก มาก่อนแล้ว

(2) ความสัมพันธ์ของค่าต่าง ๆ นี้ยังเรียกได้ว่าเป็น สมการแสดงสถานะ โดยในที่นี้อาจเขียนได้ต่าง ๆ กัน ดังนี้  $Pv = RT$  หรือ  $P_1v_1 = RT$  หรือ  $P_1v_1/T_1 = P_2v_2/T_2 = P_3v_3/T_3 = \dots$  และเมื่อผ่านกระบวนการต่าง ๆ จะได้สมการที่มีรูปแบบเฉพาะสำหรับแต่ละกระบวนการด้วย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

กระบวนการไอโซเมตริก :  $P = (nR/V)T = \text{constant} \times T$

กระบวนการไอโซแบริก :  $V = (nR/P)T = \text{constant} \times T$

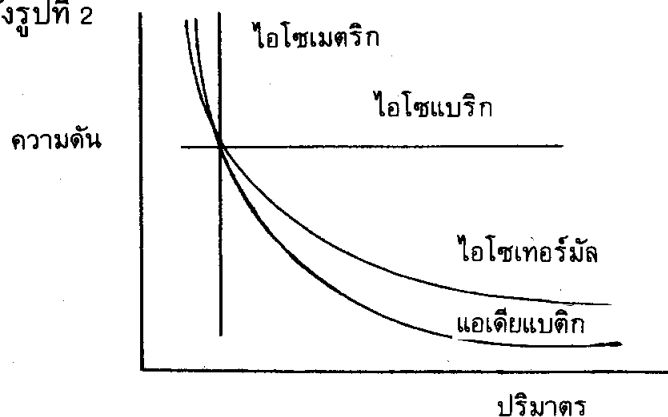
กระบวนการไอโซเทอร์มัล :  $PV = nRT = \text{constant}$

กระบวนการแอดิเอแบติก :  $PV^\gamma = \text{constant}$  โดยที่  $\gamma = c_p/c_v$

$$TV^{\gamma-1} = \text{constant}$$

$$TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{constant}$$

ซึ่งสามารถแสดงเส้นทางของแต่ละกระบวนการ ในกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรได้ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของก๊าซอุดมคติตามกระบวนการต่าง ๆ ที่สำคัญ

**ข้อสอบ 2** อุณหภูมิสัมบูรณ์หรืออุณหภูมิเทอร์โมไดนามิกส์คืออะไร และมีที่มาอย่างไร (10 คะแนน)

**แนะแนว 2** เมื่อเห็นข้อสอบข้อนี้ นักศึกษาส่วนใหญ่อาจจะยี้มหวานและรีบเขียนคำตอบอย่างไม่มีรีรอ เพราะนักศึกษาทุกคนทราบดีว่าอุณหภูมิสัมบูรณ์ก็คืออุณหภูมิในสเกลเคลวินซึ่งถ้าบวกด้วยตัวเลข 273 เข้ากับอุณหภูมิในสเกลเซลเซียสหรือเซนติเกรดก็จะเป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์มีหน่วยเป็นเคลวิน ดังนี้

$$t(^{\circ}\text{C}) + 273.15 = T(^{\circ}\text{K})$$

แต่จะมีที่มาหรือมีหลักในการกำหนดอุณหภูมิสัมบูรณ์อย่างไรนั้น นักศึกษาหลายคนไม่ค่อยจะแน่ใจเท่าใดนัก เพราะจะพากันตอบมาโดยยึดกฎข้อที่ศูนย์ของเทอร์โมไดนามิกส์ ซึ่งเป็นหลักทั่วไปในการวัดอุณหภูมิโดยอาศัยเทอร์มอมิเตอร์หรือเครื่องวัดอุณหภูมิต่าง ๆ ตามสเกลที่นิยมใช้กันและที่กำหนดจากอุณหภูมิมูลฐาน ในระหว่างจุดเดือดและจุดเยือกแข็งของน้ำ แต่เนื่องจากกฎข้อที่ศูนย์นั้นช่วยให้สามารถใช้เทอร์มอมิเตอร์ หรือเครื่องวัดอุณหภูมิกับวัตถุต่าง ๆ ได้ โดยไม่จำเป็นต้องนำวัตถุเหล่านั้นมาไว้ด้วยกัน เพื่อที่จะดูว่ามีอุณหภูมิเท่ากันหรือไม่ จากการสังเกตว่ามีการเปลี่ยนแปลงใด ๆ เกิดขึ้นหรือไม่ เพราะถ้าอ่านระดับอุณหภูมิจากเทอร์มอมิเตอร์หรือเครื่องวัดอุณหภูมิได้ตรงกัน ย่อมแสดงว่าวัตถุเหล่านั้นมีอุณหภูมิเท่ากันหรือมีความสมดุลเชิงความร้อนแล้ว ดังนั้น กฎข้อที่ศูนย์จึงไม่ได้เกี่ยวข้องกับการกำหนดสเกลอุณหภูมิใด ๆ

อย่างไรก็ตาม อุณหภูมิสัมบูรณ์ก็ไม่ได้มีหน่วยเป็นเคลวินเท่านั้น ซึ่งสัมพันธ์กับเซลเซียส แต่ถ้าใช้สเกลฟาเรนไฮต์จะมีอุณหภูมิสัมบูรณ์ของฟาเรนไฮต์เป็นแรนคิน ตามความสัมพันธ์ ดังนี้

$$t(^{\circ}\text{F}) + 459.67 = T(^{\circ}\text{R})$$

นอกจากนี้ การตอบว่าอุณหภูมิสัมบูรณ์คืออุณหภูมิในสเกลเคลวิน หรือแม้จะตอบเพิ่มเติมว่าคืออุณหภูมิในสเกลแรนคินก็ไม่ใช่คำตอบที่ถูกต้องเท่าใดนัก เพราะอุณหภูมิสัมบูรณ์หรืออุณหภูมิเทอร์โมไดนามิกส์นั้น จะต้องมีความหมายมากกว่านี้และตัวเลข 273.15 กับ 459.67 นั้นมาจากไหน นักศึกษาจะต้องตอบให้ชัดเจนด้วย สำหรับการตอบดังที่ยกตัวอย่างมาข้างต้น นักศึกษาจะได้คะแนนเพียง 1-2 คะแนนจากคะแนนเต็มทั้งหมด 10 คะแนน เท่านั้น

ในเรื่องการวัดอุณหภูมิและการกำหนดสเกลอุณหภูมินั้น จะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติเทอร์มอมेटริกของเทอร์มอมิเตอร์และเครื่องวัดอุณหภูมิแบบต่าง ๆ การสร้างสเกลอุณหภูมิที่ไม่ขึ้นกับคุณสมบัติใด ๆ ของสารที่นำมาสร้างเทอร์มอมิเตอร์และเครื่องวัดอุณหภูมิ จึงเป็นเรื่องที่สำคัญและมีประโยชน์มาก ซึ่งลอร์ดเคลวินได้ศึกษาไว้ โดยที่ประสิทธิภาพของเครื่องยนต์

คาร์โนต์ไม่ขึ้นกับชนิดของสารทำงาน แต่ขึ้นกับอุณหภูมิคู่อึ่งซึ่งเป็นอุณหภูมิของแหล่งความร้อน 2 แหล่ง และอุณหภูมิกู่อึ่งสามารถเทียบได้กับอุณหภูมิกู่อึ่งวัดโดยเทอร์โมมิเตอร์ชนิดก๊าซที่ ปริมาตรคงที่สำหรับก๊าซทุกชนิด จึงได้กำหนดอุณหภูมิกู่อึ่งไม่ขึ้นกับคุณสมบัติของสารใดโดยเฉพาะขึ้น เรียกว่า อุณหภูมิสัมบูรณ์ หรืออุณหภูมิกู่อึ่งโมไอนามิกส์

สำหรับเครื่องยนต์ความร้อนคาร์โนต์ที่ทำงานในระหว่างอุณหภูมิกู่อึ่ง จะมีประสิทธิภาพเชิงความร้อนที่สามารถแสดงได้ว่าจะหาได้จาก

$$\eta_{\text{คาร์โนต์}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

โดยที่อุณหภูมิกู่อึ่ง  $T_1$  และ  $T_2$  ในความสัมพันธ์นี้คืออุณหภูมิกู่อึ่งสัมบูรณ์ตามความหมายข้างต้น แต่จะต้องหาต่อไปว่าจะมีค่าเป็นตัวเลขเท่าใด

ถ้ากำหนดว่าอุณหภูมิกู่อึ่งคืออุณหภูมิกู่อึ่งจุดเดือดและจุดเยือกแข็งของน้ำ จะได้ประสิทธิภาพซึ่งถ้าหากวัดได้เป็นร้อยละ 26.80 สำหรับเครื่องยนต์ความร้อนคาร์โนต์นี้ ดังนั้น จะได้

$$\eta_{\text{คาร์โนต์}} = 1 - \frac{T_{\text{จุดเยือกแข็ง}}}{T_{\text{จุดเดือด}}} = 0.2680$$

นั่นคือ

$$T_{\text{จุดเยือกแข็ง}}/T_{\text{จุดเดือด}} = 0.7320$$

และถ้าให้เป็นไปตามสเกลเซลเซียสโดยแบ่งสเกลออกเป็น 100 องศา ระหว่างจุดเดือดกับจุดเยือกแข็ง ดังนี้

$$T_{\text{จุดเดือด}} - T_{\text{จุดเยือกแข็ง}} = 100$$

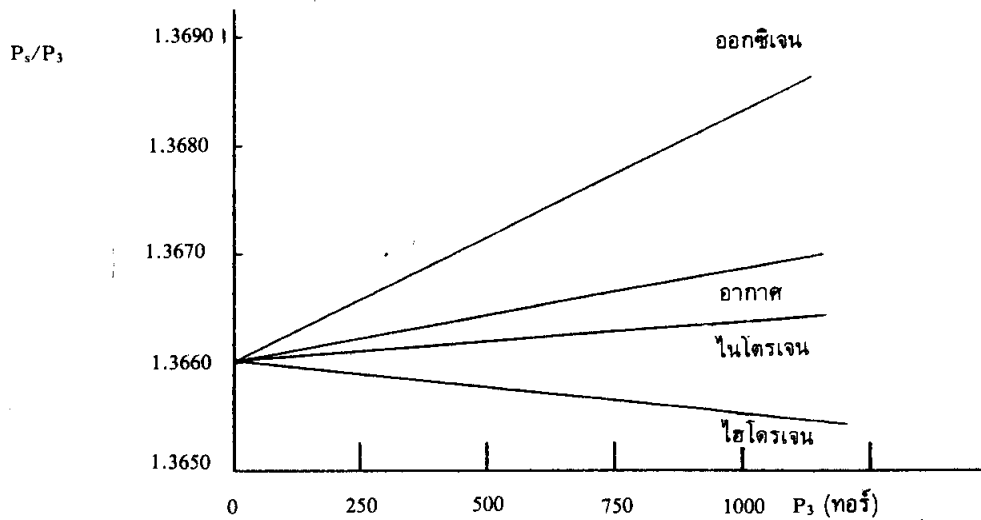
จะได้ว่า  $T_{\text{จุดเดือด}} = 373.15$  เคลวิน และ  $T_{\text{จุดเยือกแข็ง}} = 273.15$  เคลวิน แต่ถ้าให้เป็นไปตามสเกลฟาเรนไฮต์โดยแบ่งสเกลออกเป็น 180 องศา ระหว่างจุดเดือดกับจุดเยือกแข็ง จะได้ว่า

$$T_{\text{จุดเดือด}} = 671.67 \text{ แรนคีน และ } T_{\text{จุดเยือกแข็ง}} = 491.67 \text{ แรนคีน}$$

จึงได้อุณหภูมิกู่อึ่งสัมบูรณ์ของจุดเดือดและจุดเยือกแข็งที่สัมพันธ์กับสเกลเซลเซียสมิหน่วยเป็นเคลวินและที่สัมพันธ์กับสเกลฟาเรนไฮต์มีหน่วยเป็นแรนคีนดังกล่าวแล้วในตอนต้น

การทดลองให้เทอร์โมมิเตอร์ชนิดก๊าซที่ปริมาตรคงที่กับก๊าซชนิดต่าง ๆ ซึ่งสำหรับเทอร์โมมิเตอร์ชนิดนี้มีคุณสมบัติเทอร์โมเมตริกเป็นความกดดัน โดยวัดความดันที่อุณหภูมิกู่อึ่งต่าง ๆ ปรากฏว่าก๊าซทุกชนิดจะมีอัตราส่วนระหว่างความดันที่จุดเดือดกับที่จุดร่วมสามตรงกัน

เมื่อพิจารณาที่ความดันต่ำ ๆ ของจุดร่วมสามดิ่งแสดงไว้ในรูปที่ 1 โดยได้ค่าของอัตราส่วน  
 ดังกล่าวที่ตรงกันนั้นเป็น  $P_s/P_i = 1.3661$



รูปที่ 1 การอ่านค่าจากเทอร์โมมิเตอร์ชนิดก๊าซที่ปริมาตรคงที่ สำหรับอุณหภูมิของไอน้ำ  
 ขณะที่กลั่นตัวเป็นหยดน้ำตามความดันของจุดร่วมสามดิ่งต่าง ๆ โดยใช้ก๊าซต่างชนิด

เมื่อกำหนดให้อุณหภูมิของก๊าซที่จุดเดือดและจุดเยือกแข็งเทียบได้กับความดันที่จุดทั้งสอง  
 ดังนี้

$$T_s/T_i = (P_s/P_i)_v = 1.3661$$

และ  $T_s - T_i = 100$

จึงได้ว่า  $T_i = 273.15$  และ  $T_s = 373.15$

โดยที่  $T_i$  คือจุดเยือกแข็งของน้ำ และ  $T_s$  คือจุดเดือดของน้ำ และเนื่องจากการแบ่งสเกล  
 ระหว่างจุดเดือดและจุดเยือกแข็งเป็น 100 องศา จึงเป็นไปตามสเกลเซลเซียส โดยสัมพันธ์กัน  
 ดังกล่าวแล้วข้างต้นเช่นเดียวกัน และในทำนองเดียวกันถ้าแบ่งสเกลระหว่างจุดทั้งสองเป็น 180  
 องศา ซึ่งจะเป็นไปตามสเกลฟาเรนไฮต์ ก็จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิสัมบูรณ์ของ  
 ฟาเรนไฮต์คือแรนคินกับอุณหภูมิฟาเรนไฮต์ด้วยเช่นเดียวกับที่กล่าวแล้วข้างต้น

นักศึกษาอาจเลือกตอบโดยอาศัยกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ ซึ่งเทียบอุณหภูมิ  
 คู่หนึ่งได้จากการทำงานของเครื่องยนต์คาร์โนต์ ที่ไม่ขึ้นกับชนิดของสารทำงานเป็นอุณหภูมิ  
 สัมบูรณ์ หรืออุณหภูมิเทอร์โมไดนามิกส์ตามความหมายที่กำหนดว่าต้องไม่ขึ้นกับสมบัติของ



สารใดโดยเฉพาะ หรือโดยเทียบอุณหภูมิจากการวัดความดันที่ความดันต่ำของจุดร่วมสาม  
อาศัยเทอร์โมมิเตอร์ชนิดก๊าซที่ปริมาตรคงที่ ซึ่งไม่ขึ้นกับชนิดของก๊าซใด ๆ เป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์  
หรืออุณหภูมิเทอร์โมไดนามิกส์ตามความหมายที่กำหนดไว้ได้

## หมายเหตุ

(1) จากการตรวจสอบข้อนี้ปรากฏว่ามีนักศึกษาจำนวนหนึ่งเข้าใจคำถามผิดเพี้ยน  
ไปเป็นอุณหภูมิศูนย์องศาสัมบูรณ์ จึงขอเตือนนักศึกษาว่าก่อนลงมือตอบคำถามขอให้พิจารณา  
คำถามให้ถี่ถ้วนก่อน มิฉะนั้นนักศึกษาอาจจะไม่ได้คะแนนเลยแม้จะตอบได้ดีเพียงใดก็ตาม

เมื่อพิจารณาอุณหภูมิสัมบูรณ์จากการเทียบหาประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ความร้อน  
คาร์โนต์ โดยที่สามารถเทียบปริมาณความร้อนเข้า-ออกที่อุณหภูมิสัมบูรณ์คู่หนึ่ง ( $Q_2/Q_1 =$   
 $T_2/T_1$ ) ซึ่งไม่คิดเครื่องหมายของความร้อนแต่คิดเป็นปริมาณความร้อนจึงเป็นปริมาณบวกเสมอ  
ดังนั้น อุณหภูมิสัมบูรณ์จึงเป็นบวกเสมอด้วย หรือกล่าวได้ว่าจะต้องมีศูนย์องศาสัมบูรณ์ และ  
อุณหภูมิสัมบูรณ์จะเป็นลบไม่ได้

อีกประการหนึ่ง หากจะต้องการอธิบายความหมายของศูนย์องศาสัมบูรณ์ให้แน่นอน  
ยิ่งขึ้น จากการทำงานของวัฏจักรคาร์โนต์ ซึ่งได้รับความร้อนปริมาณหนึ่งเข้ามาที่อุณหภูมิสูง  
และคายความร้อนออกอีกประมาณหนึ่งที่อุณหภูมิต่ำ ก็อาจจะพิจารณากรณีที่ให้อุณหภูมิซึ่ง  
มีความร้อนคายออกจากวัฏจักรลดต่ำลง จะทำให้ได้งานกระทำโดยวัฏจักรนั้นเพิ่มขึ้น และ  
ความร้อนที่คายออกจะมีปริมาณลดลง และเมื่อถึงขีดจำกัดที่ไม่มีความร้อนคายออกเลย จะได้ว่า  
อุณหภูมิของแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิต่ำเป็นศูนย์องศาสัมบูรณ์

ในทำนองเดียวกัน ถ้าพิจารณาการทำงานของวัฏจักรทวนคาร์โนต์ซึ่งต้องใช้งานกระทำ  
จากภายนอกมากขึ้น เพื่อที่จะให้อุณหภูมิภายในตู้เย็นคาร์โนต์ลดลงนั้น เมื่อลดลงถึงขีดจำกัดที่  
ต้องใช้งานกระทำเพิ่มขึ้นถึงอนันต์ก็จะได้อุณหภูมิภายในตู้เย็นคาร์โนต์ต่ำสุดเป็นศูนย์องศา  
สัมบูรณ์

อนึ่ง นักศึกษาอาจตอบว่าศูนย์องศาสัมบูรณ์ไม่มีในโลก โดยพิจารณาว่าถ้าเป็นไปได้  
แล้วจะขัดกับกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์ ตามคำกล่าวของเคลวิน-พลังค์ เพราะจะไม่มี  
ความร้อนคายออกในการทำงานของเครื่องยนต์ความร้อนเลยไม่ได้ ซึ่งจะเป็นการพิจารณา  
ไปอีกแง่หนึ่ง

อย่างไรก็ตาม ในทางเทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติจะสามารถหาค่าพลังงานของอิเล็กตรอน  
อิสระที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์ได้ถึง 3.5 อิเล็กตรอนโวลต์ ซึ่งถ้าพิจารณาพลังงานของก๊าซตาม

ทฤษฎีจลน์ของก๊าซจะต้องมีอุณหภูมิสูงถึง 28,000 เคลวิน จึงจะมีพลังงานเท่ากับ 3.5 อิเล็กตรอนโวลต์ได้ และตามทฤษฎีจลน์ของก๊าซนั้นที่ศูนย์องศาสัมบูรณ์จะมีพลังงานเป็นศูนย์ด้วย ซึ่งจะเห็นว่าเทอร์โมไดนามิกส์ตามแผนเดิมกับเทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติไม่สอดคล้องกัน ในข้อนี้ นอกจากนั้นในเชิงสถิติยังแสดงได้ว่ายังมีอุณหภูมิสัมบูรณ์ที่เป็นค่าติดลบด้วยอีก เมื่อกลับขั้วสนามแม่เหล็กทำให้จำนวนอนุภาคในสภาวะพลังงานสูงมากกว่าในสภาวะพลังงานต่ำ ในสารที่สามารถเป็นแม่เหล็กได้ภายใต้สนามแม่เหล็กภายนอก และปัจจุบันการค้นคว้าทดลองเพื่อลดอุณหภูมิให้ต่ำลงได้ใกล้เคียงกับศูนย์องศาสัมบูรณ์มากแล้ว แต่ปรากฏว่ายิ่งใกล้กับศูนย์องศาสัมบูรณ์เข้าไปมากเท่าใด ยิ่งกระทำได้ยากลำบากมากขึ้นเท่านั้น

(2) นักศึกษาอาจจะตั้งข้อสังเกตประการหนึ่ง ในการวัดอุณหภูมิโดยเทอร์โมมิเตอร์ชนิดก๊าซที่ปริมาตรคงที่ว่าเป็นการวัดความดันที่จุดร่วมสามซึ่งเป็นจุดที่สารอยู่ในสภาวะทั้ง 3 สถานะอย่างสมดุล โดยมีสถานะของแข็งสำหรับน้ำก็คือน้ำแข็งด้วย แต่ปรากฏว่าอุณหภูมิของจุดร่วมสามจะไม่ตรงกับอุณหภูมิของจุดเยือกแข็งเท่าใดนัก เพราะจะต่างกันราว 0.01 องศา ทั้งนี้เนื่องจากเป็นไปตามค่าจำกัดความของจุดทั้งสอง จึงทำให้ความดันที่จุดร่วมสามไม่ใช่ 1 บรรยากาศ แต่เป็นความดันไอของน้ำซึ่งเท่ากับ 4.58 ทอร์ และที่จุดนี้ น้ำแข็งจะต้องสมดุลกับน้ำบริสุทธิ์ ในขณะที่ความดันของจุดเยือกแข็งคือความดันภายในความดัน 1 บรรยากาศ ซึ่งน้ำแข็งบริสุทธิ์จะสมดุลอยู่กับน้ำที่มีอากาศละลายอยู่ด้วย โดยมีอากาศอยู่ในน้ำแข็งและน้ำนี้

ดังนั้น จุดร่วมสามและจุดเยือกแข็งจึงมีข้อแตกต่างกัน 2 ประการ คือ ความดันและความบริสุทธิ์ของน้ำ ซึ่งเมื่อทราบความแตกต่างกันทั้งสองประการนี้แล้ว จะสามารถแสดงได้ว่าจุดทั้งสองไม่ใช่จุดเดียวกัน โดยอาศัยสมการเคลลาซิอุส-กลาเปรงได้ ดังนี้ สำหรับน้ำและน้ำแข็งซึ่งสมดุลกันอยู่ จะได้ว่า

$$dT = \frac{T(v'' - v')}{\ell_{12}} dP$$

โดยที่  $v''$  คือ ปริมาตรจำเพาะของน้ำ และ  $v'$  คือ ปริมาตรจำเพาะของน้ำแข็ง และ  $\ell_{12}$  คือ ความร้อนของการเปลี่ยนสถานะ

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างจุดเยือกแข็งกับจุดร่วมสาม

$$\begin{aligned} \text{โดยให้ } T &= 273 \text{ เคลวิน} & v'' &= 1.00 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}, \\ v' &= 1.09 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}, & \ell_{12} &= 3.34 \times 10^5 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

และ  $P - P_3 = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  จะได้ว่า  $T_1 - T_3 = -0.0075 \text{ เคลวิน}$  ซึ่งแสดงว่าจุดเยือกแข็งจะต่ำกว่าจุดร่วมสาม 0.0075 องศา แต่ตามความเป็นจริงการที่มีอากาศละลายอยู่ในน้ำที่สมดุล

กับน้ำแข็งด้วย ณ จุดเยือกแข็งนั้น จะทำให้จุดเยือกแข็งต่ำลงไปอีก 0.0023 องศา ดังนั้น จุดเยือกแข็งจะต่ำกว่าจุดรวมสามรวม  $0.0023 + 0.0075 = 0.0098$  องศา

นั่นคือ ถ้าให้จุดรวมสามเป็น 273.16 เคลวิน จะได้ว่าจุดเยือกแข็งของน้ำแข็งเป็น 273.15 เคลวิน

(3) ในทางเทอร์โมไดนามิกส์เชิงสถิติได้กำหนดอุณหภูมิสัมบูรณ์ สำหรับระบบมหภาค ไว้ดังนี้  $1/k_B T = \beta \equiv \partial \ln \Omega / \partial E$  หรือ  $T = (k_B \beta)^{-1}$  โดยที่  $\beta$  เป็นคุณสมบัติเทอร์โมเมตริกของเทอร์โมมิเตอร์หนึ่ง ซึ่งเทอร์โมมิเตอร์นี้ทุกอันจะอ่านค่าอุณหภูมิหนึ่ง ๆ ตรงกันหมด

(4) โดยทั่วไปในการเปลี่ยนองศาเซลเซียสให้เป็นเคลวินหรือเคลวินให้เป็นเซลเซียส อาจใช้ตัวเลข 273 เท่านั้น โดยไม่คำนึงถึงจุดทศนิยม ในกรณีที่ไม่ต้องการความละเอียดมากนัก แต่ถ้าหากต้องการความละเอียดถึงทศนิยมตำแหน่งที่สอง จะต้องใช้ตัวเลข 273.15 ไม่ใช่ 273.16 ด้วยเหตุผลตามที่กล่าวมาแล้วข้างต้น

**ข้อสอบ 3** ภายในกระบอกสูบหนึ่งบรรจุของไหลเป็นปริมาตร 1  $\text{m}^3$  ที่ความดัน 1 บรรยากาศ และที่อุณหภูมิ 300 เคลวิน เมื่อดันลูกสูบทำให้ความดันเพิ่มขึ้นแบบผันกลับได้เป็น 100 บรรยากาศ ในขณะที่อุณหภูมิคงที่ตลอด จงหา (ก) งานที่กระทำให้กับระบบถ้าของไหลเป็นก๊าซอุดมคติ (ข) งานที่กระทำถ้าของไหลเป็นของเหลวที่มีค่าสภาพอัดได้เป็น  $5 \times 10^{-10}$  (นิวตัน/ม.<sup>2</sup>)<sup>-1</sup> และ (ค) ปริมาตรที่เปลี่ยนไปในของไหลแต่ละชนิด (10 คะแนน)

**แนะแนว 3** งานที่กระทำในปัญหาข้อนี้เป็นงานเชิงกลเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงความดันและปริมาตรของของไหล ดังนั้น จึงจะหางานได้จากความสัมพันธ์  $W = \int p dV$  โดยจะต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างความดันและปริมาตรสำหรับแต่ละระบบและกระบวนการเสียก่อน

ในข้อ (ก) ระบบเป็นก๊าซอุดมคติ ดังนั้น  $PV = nRT = \text{คงที่}$  เนื่องจากกระบวนการผ่านกระบวนการไอโซเทอร์มัล (อุณหภูมิคงที่) จึงได้ว่า  $W = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV = nRT \ln (V_f/V_i)$  แต่โจทย์ไม่ได้กำหนดจำนวนโมลของก๊าซมาให้และไม่ทราบว่าปริมาตรสุดท้ายเป็นเท่าใด จึงต้องคำนวณหา ก่อน จากสมการแสดงสถานะของก๊าซอุดมคติ โดยการเปรียบเทียบระหว่างสถานะเริ่มต้นกับสถานะสุดท้ายซึ่งมีอุณหภูมิเท่ากันดังนี้  $P_i V_i = P_f V_f$  จึงได้ว่า  $V_f = P_i V_i / P_f = 1/100 \text{ m}^3$  ส่วนจำนวนโมลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ก็ไม่จำเป็นต้องทราบ เพราะสามารถใช้ค่า  $P_i V_i = P_f V_f = nRT$  ได้ โดยการแทนค่าจึงได้

$$\begin{aligned}
W &= P_i V_i \ln(V_f/V_i) \\
&= (1 \times 1.013 \times 10^5 \text{ n/m}^2) \times 1\text{m}^3 \ln(1/100) \\
&= 1.013 \times 10^5 (\ln 1 - \ln 100) \text{ n-m} \\
&= -4.6 \times 10^5 \text{ n-m}
\end{aligned}$$

เครื่องหมาย - แสดงว่าเป็นงานกระทำให้กับระบบตรงตามที่โจทย์ถามมา

ขอให้ศึกษาระยะรั้งในการทำโจทย์คำนวณจะต้องใช้หน่วยให้ถูกต้อง ในโจทย์ข้อนี้กำหนดความดันในหน่วยบรรยากาศ แต่ในการแทนค่าจะต้องใช้หน่วยที่ตัดทอนกันได้ จึงต้องเปลี่ยนจาก 1 บรรยากาศเป็น  $1.013 \times 10^5$  นิวตัน/ม.<sup>2</sup> และจะต้องใส่เครื่องหมายบวกลบให้ถูกต้องโดยที่ค่าลอการิทึมของ 1 เป็น 0 จึงทำให้ได้เครื่องหมาย - ในที่สุด อีกประการหนึ่งการหาค่าลอการิทึมจะต้องใช้ฐานให้ถูกต้องด้วยเช่นกัน ( $\ln 10 = 2.3 \log 10$ )

ในข้อ (ข) โจทย์กำหนดค่าสภาพอัดได้ ซึ่งเป็นคุณสมบัติเฉพาะของสารที่โจทย์ต้องการทราบมาให้ โดยทั่วไปค่านี้จะสัมพันธ์กับค่าอื่น ๆ ดังนี้  $dV = \beta V dT - K V dP$  เมื่อ  $\beta$  คือค่าสภาพขยายได้ และ  $K$  คือค่าสภาพอัดได้ จึงได้ว่า  $W = \int PdV = - \int KVPdP$  โดยในกรณีนี้ไม่ต้องคำนึงถึงการขยาย

แต่จะเห็นว่าไม่สามารถอินทิเกรตได้เพราะมีตัว  $V$  อยู่ด้วยข้างหลังเครื่องหมายอินทิเกรชัน นอกเสียจากว่าจะให้ปริมาตรของระบบคงที่ และสามารถยกออกนอกเครื่องหมายอินทิเกรชันเสียได้ ซึ่งสามารถกระทำได้ในกรณีของระบบของแข็งและของเหลว เพราะถือว่าปริมาตรจะเปลี่ยนแปลงน้อยมากในสถานะทั้งสองนี้ เมื่อเทียบกับความดันที่เปลี่ยนไป ดังนั้น

$$W = -KV \int_{P_i}^{P_f} PdP = -KV \frac{1}{2} (P_f^2 - P_i^2)$$

$$\begin{aligned}
\text{โดยการแทนค่า จะได้ } W &= -5 \times 10^{-10} (\text{n/m}^2)^{-1} \times 1\text{m}^3 \times \frac{1}{2} (100 \times 1.013 \times 10^5 \text{ n/m}^2)^2 \\
&= -2500 \text{ n-m}
\end{aligned}$$

ในข้อ (ค) จะหาปริมาตรที่เปลี่ยนไปในของไหลแต่ละชนิดได้จากผลของข้อ (ก) และข้อ (ข) โดยทางอ้อม สำหรับก๊าซอุดมคติที่อยู่ในกระบอกสูบตามข้อ (ก) จะได้ว่า ปริมาตรสุดท้ายเป็น  $1/100$  ม.<sup>3</sup> จึงมีปริมาตรเปลี่ยนไปดังนี้

$$V_f - V_i = (1/100 - 1)\text{m}^3 = -0.99 \text{ m}^3$$

ซึ่งเครื่องหมาย - แสดงว่าปริมาตรลดลงเนื่องจากการอัด

ส่วนปริมาตรของไหลที่บรรจุในกระบอกสูบจะเปลี่ยนไป ตามความสัมพันธ์  $dV =$

$$-K V dP \text{ หรือ } V_f - V_i = -K V_i (P_f - P_i) \text{ จึงได้ว่า } V_f - V_i = -5 \times 10^{-10} (\text{n/m}^2)^{-1} \times 1 \text{ m}^3 \\ (100 - 1) \times 1.013 \times 10^5 \text{ n/m}^2 = -5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

จะเห็นว่า ปริมาตรของก๊าซจะเปลี่ยนไปมากกว่าของไหลมากนัก และปริมาตรของของไหลที่เปลี่ยนไปก็น้อยมากตามที่ได้ประมาณการไว้ในข้อ (ข)

## หมายเหตุ

(1) การเปลี่ยนแปลงในโจทย์ข้อนี้จะระบุว่า เป็นกระบวนการไอโซเทอร์มัลชนิดผันกลับได้ จึงขอเน้นความหมายของกระบวนการผันกลับได้ไว้ที่นี่ด้วยว่า ระบบจะเปลี่ยนแปลงไปโดยที่ระบบยังคงอยู่ในสภาวะสมดุลตลอดเวลา ทำให้สามารถหาค่าต่าง ๆ ของระบบในขณะที่กระบวนการดำเนินไปทุกขณะ เนื่องจากจะหาต่าง ๆ ของระบบใด ๆ ได้ต่อเมื่อระบบอยู่สภาวะสมดุลเท่านั้น การเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อยจากสภาวะสมดุลหนึ่งไปสู่อีกสภาวะสมดุลหนึ่ง จะทำให้ค่าต่าง ๆ เปลี่ยนไปด้วย เมื่อทราบค่าต่าง ๆ ซึ่งแสดงถึงสภาวะต่าง ๆ ตามคำจำกัดความของสภาวะในทางเทอร์โมไดนามิกส์ ก็จะทำให้สามารถทราบเส้นทางที่แน่นอนของกระบวนการได้ และอาจทำให้กระบวนการผันกลับตามเส้นทางเดิมได้ นับเป็นที่มาของการเรียกกระบวนการเช่นนี้ว่า กระบวนการผันกลับได้

ในทางตรงกันข้าม ถ้าการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วจากสภาวะสมดุลเริ่มต้นไปสู่สภาวะสมดุลสุดท้าย โดยไม่ทราบ “เส้นทาง” ของกระบวนการในขณะที่ดำเนินไป เนื่องจากระบบไม่อยู่ในสภาวะสมดุลใด ๆ อีกระหว่างสภาวะเริ่มต้นและสภาวะสุดท้าย จึงไม่อาจหาค่าของระบบที่เปลี่ยนไปในระหว่างนั้นได้ นั่นคือ จะไม่อาจทำให้กระบวนการผันกลับตามเส้นทางเดิมได้อีก จึงเรียกกระบวนการเช่นนี้ว่า กระบวนการผันกลับไม่ได้ ซึ่งจะเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ

ดังนั้น กระบวนการผันกลับได้จึงเป็นไปได้ภายใต้การควบคุมให้กระบวนการดำเนินไปที่ละน้อย เพื่อที่ระบบจะได้อยู่ในสภาวะสมดุลหรือกึ่งสมดุลตลอดเวลา และเฉพาะกระบวนการผันกลับได้เท่านั้น จึงจะสามารถแสดงเส้นทางของกระบวนการได้ในกราฟความสัมพันธ์ของค่าต่าง ๆ เพราะสามารถทราบค่าต่าง ๆ ของระบบในระหว่างที่ระบบเปลี่ยนแปลงไปโดยตลอด

อย่างไรก็ตาม การที่โจทย์ระบุว่ากระบวนการเปลี่ยนแปลงนี้เป็นแบบผันกลับได้ไม่สำคัญสำหรับปัญหานี้แต่อย่างใด เพราะสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ขึ้นกับการผันกลับได้หรือไม่ได้ของกระบวนการ นอกจากโจทย์ต้องการให้หาค่าเอนโทรปีของระบบที่เปลี่ยนไป ซึ่งในการคำนวณหาค่าของเอนโทรปีที่เปลี่ยนไปจาก  $ds = d'Q/T$  นั้นใช้ได้ถูกต้องเฉพาะกระบวนการผันกลับได้เท่านั้นและจะมีค่ามากขึ้นสำหรับกระบวนการชนิดผันกลับไม่ได้

หนึ่ง เฉพาะค่าที่จัดเป็นค่าทางเทอร์โมไดนามิกส์ซึ่งมีทั้งหมด 8 ค่าเท่านั้นที่เป็นค่าซึ่งไม่ขึ้นกับชนิดของกระบวนการ โดยรวมทั้งค่าเอนโทรปีด้วย

(2) ในการหาคำตอบโดยวิธีคำนวณสำหรับกรณีเช่นนี้ โดยทั่วไปคะแนนทั้งหมดจะเฉลี่ยไปเท่า ๆ กันในแต่ละคำตอบ ซึ่งในกรณีนี้มี 4 คำตอบ จึงแบ่งคะแนนออกได้เป็นคำตอบละ  $2\frac{1}{2}$  คะแนนจากคะแนนทั้งหมดของข้อนี้ 10 คะแนน โดยที่ข้อสอบนี้เป็นอัตนัย นักศึกษาจะต้องแสดงวิธีคำนวณด้วย ซึ่งเริ่มต้นจากการนำสูตรหรือสมการหรือความสัมพันธ์ใด ๆ มาใช้ได้ อย่างถูกต้อง ต่อจากนั้นจะเป็นการแทนค่าโดยใช้ตัวเลขและหน่วยที่สอดคล้องกันกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมา จนกระทั่งถึงขั้นสุดท้ายคือการบวกลบคูณหารให้ได้ตัวเลขที่ถูกต้อง โดยประกอบด้วยหน่วยในมาตราใดมาตราหนึ่งที่นิยมใช้กัน พร้อมทั้งเครื่องหมายบวกหรือลบกำกับอยู่ ตลอดจนการอธิบายความหมายของตัวเลขและเครื่องหมายที่กำกับมากับผลลัพธ์ที่ได้นั้นด้วย (ถ้ามี)

หากคำตอบของนักศึกษาขาดไปอย่างใดอย่างหนึ่ง คะแนนทั้งหมดที่นักศึกษาควรจะได้ ก็จะถูกหักออกไป ตั้งแต่อย่างน้อยที่สุด  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$  คะแนน หรือ 1 คะแนน ตามความสำคัญ มากน้อยของแต่ละจุด

ตัวอย่างเช่น ในการหางานที่กระทำให้กับระบบในข้อ (ก) ถ้านักศึกษายกสูตรมาแสดง สำหรับการหางานกลที่กระทำต่อระบบของไหลได้ถูกต้อง และใช้ความสัมพันธ์ของก๊าซอุดมคติ ลงไปในสูตรนั้น จนได้สูตรสำเร็จที่จะนำไปแทนค่าได้ตามที่โจทย์กำหนดมา นักศึกษาที่จะได้ คะแนนไปแล้วอย่างน้อยครึ่งหนึ่งและเมื่อนักศึกษาใช้หน่วยได้อย่างไม่ผิดพลาดตลอดจนบวกลบคูณหารทุกค่าแล้วได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ ซึ่งหมายถึงว่าเป็นตัวเลขที่ไม่สามารถคำนวณต่อไปได้อีก และมีนัยสำคัญโดยกำหนดตำแหน่งทศนิยมหรือเลขยกกำลังได้อย่างเหมาะสม พร้อมด้วยหน่วยและเครื่องหมายกำกับอย่างครบถ้วน ก็จะได้คะแนนเต็มโดยไม่ถูกหักเลย

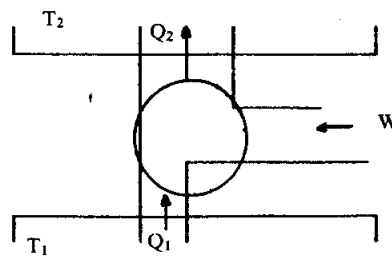
จึงขอให้นักศึกษาตอบด้วยความรอบคอบและระมัดระวังพอสมควร ซึ่งนักศึกษาจะทำได้เป็นอย่างดีก็ต่อเมื่อได้ฝึกฝนตนเองไว้แล้วเท่านั้น นอกจากนี้จะต้องหมั่นทำโจทย์แบบฝึกหัดแล้ว ยังจะต้องตรวจสอบข้อบกพร่องในรายละเอียดต่าง ๆ ที่สำคัญด้วย เพื่อให้เกิดความเคยชิน และคล่องขึ้นได้โดยอัตโนมัติ ทั้งยังจะเกิดความมั่นใจในตัวเองด้วย เมื่อถึงเวลาสอบก็จะสามารถ ขจัดความประหม่าและความพลั้งเผลอให้หมดสิ้นเสีย นักศึกษาจะสอบได้ผลดีสมปรารถนา

(3) สำหรับความดันบรรยากาศปกติซึ่งเท่ากับ 1 บรรยากาศ จะไม่เท่ากับความดันในหน่วย 1 บาร์ เนื่องจาก

$$\begin{aligned} 1 \text{ บรรยากาศ} &= 1.0135 \times 10^5 \text{ นิวตัน.เมตร}^{-2} \\ 1 \text{ บาร์} &= 10^5 \text{ นิวตัน.เมตร}^{-2} \end{aligned}$$

ข้อสอบ 4 เครื่องสูบลมความร้อนเครื่องหนึ่งใช้สำหรับเป็นเครื่องทำความอบอุ่นภายในบ้านในฤดูหนาว ด้วยการสูบลมร้อนจากใต้ดินผ่านท่อที่บรรจุของไหลชนิดหนึ่ง ซึ่งฝังอยู่ในพื้นดินไปยังตัวอาคารภายในที่อุณหภูมิสูง ถ้าหากใช้ตู้เย็นคาร์โนต์ให้ทำหน้าที่นี้ โดยที่อุณหภูมิภายนอกอาคารเป็น  $0^{\circ}\text{C}$ . และภายในอาคารเป็น  $20^{\circ}\text{C}$ . จะได้รับความร้อนในหน่วยกิโลวัตต์-ชม. สักเท่าใด สำหรับทำความอบอุ่นภายในบ้านต่อการใช้พลังงานไฟฟ้าไปทุก ๆ 1 กิโลวัตต์-ชม. เพื่อเดินเครื่องนี้ (10 คะแนน)

แนะแนว 4 นักศึกษาควรทราบหลักการการทำงานของตู้เย็น และเครื่องสูบลมร้อนหรือเครื่องทำความอบอุ่นว่ามีหลักการเดียวกัน แต่จุดประสงค์ต่างกัน ซึ่งสามารถแสดงด้วยแผนภูมิของการไหลถ่ายเทพลังงานรูปต่าง ๆ ภายในแผนภูมิเดียวกันได้ ดังในรูปที่ 1



รูปที่ 1 หลักการทำงานของตู้เย็นแสดงด้วยแผนภูมิของการไหลถ่ายเทพลังงาน

โดยจะมีความร้อนไหลจากแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิต่ำไปยังแหล่งอุณหภูมิสูง ซึ่งต้องใช้งานกระทำ ดังแสดงไว้ในแผนภูมิของรูปที่ 1 ด้วยขนาดของท่อนำพลังงาน โดยที่ขนาดของท่อนำความร้อนไปยังแหล่งอุณหภูมิสูง จะเท่ากับขนาดของท่อนำความร้อนจากแหล่งอุณหภูมิต่ำรวมกับท่อนำงานกระทำที่ป้อนผ่านสารทำงาน ซึ่งจะมีการทำงานเป็นวัฏจักรดังแสดงด้วยวงกลมที่เป็นศูนย์รวมของการส่งผ่านพลังงานรูปต่าง

สำหรับตู้เย็นนั้นจะต้องทำงานเพื่อลดความร้อนภายในตู้เย็น ซึ่งนับเป็นแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิต่ำและคายออกสู่บรรยากาศที่ล้อมรอบ ซึ่งเป็นแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิสูง โดยอาศัยงานกระทำจากภายนอก ซึ่งอาจจะมีแหล่งที่มาในรูปของพลังงานไฟฟ้าหรือพลังงานรูปอื่น ๆ ได้

ส่วนเครื่องสูบลมร้อน ก็ทำงานโดยดึงความร้อนจากแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิต่ำเพื่อคายออกให้กับแหล่งความร้อนที่อุณหภูมิสูง ซึ่งต้องอาศัยงานกระทำจากภายนอกเช่นเดียวกัน

ในการเปรียบเทียบการทำงานของตู้เย็นต่าง ๆ จึงพิจารณาจากความสามารถในการลดความร้อนภายในตู้เย็นต่อปริมาณงานที่ต้องกระทำ ซึ่งเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของสมรรถนะ (K) ดังนี้

$$K_{\text{ตู้เย็น}} = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1}$$

และสำหรับตู้เย็นคาร์โนต์ซึ่งสามารถเทียบได้ว่า  $Q_1/Q_2 = T_1/T_2$  จึงได้ว่า

$$K_{\text{ตู้เย็นคาร์โนต์}} = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

แต่การเปรียบเทียบการทำงานของเครื่องสูบลมความร้อน จะพิจารณาจากความสามารถในการคายความร้อนให้กับแหล่งที่อุณหภูมิสูงต่องานที่ต้องกระทำ ซึ่งเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของสมรรถนะ (K) เช่นเดียวกัน แต่จะมีความสัมพันธ์ต่างกัันดังนี้

$$K_{\text{เครื่องสูบลมความร้อน}} = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1}$$

และ 
$$K_{\text{เครื่องสูบลมความร้อนคาร์โนต์}} = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

เนื่องจากโจทย์ต้องการทราบว่า ถ้าใช้ตู้เย็นคาร์โนต์ทำหน้าที่เป็นเครื่องสูบลมความร้อน จะให้ความร้อนเท่าใดต่อทุก ๆ 1 กิโลวัตต์-ชม. ของพลังงานไฟฟ้าที่ใช้ไป และโจทย์กำหนดอุณหภูมิคู่อุณหภูมิตู้เย็นนี้จะต้องทำงานมาให้ในสเกลเซลเซียส ซึ่งเมื่อเปลี่ยนเป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์จะสามารถแทนค่าลงในสูตร เพื่อหาสัมประสิทธิ์ของสมรรถนะของตู้เย็นคาร์โนต์เทียบหาปริมาณความร้อนที่ต้องการได้

ถ้าพิจารณาตามที่โจทย์ระบุว่าเป็นการทำงานของตู้เย็นคาร์โนต์ โดยการแทนค่าอุณหภูมิสัมบูรณ์คู่อุณหภูมิที่กำหนดมาให้ตู้เย็นนี้ทำงานในระหว่างอุณหภูมิคู่นั้น จะเทียบหาปริมาณความร้อนที่อุณหภูมิต่ำคือ  $Q_1$  ดังนี้

$$K_{\text{ตู้เย็นคาร์โนต์}} = \frac{Q_1}{1 \text{ กิโลวัตต์-ชม.}} = \frac{(0 + 273)}{(20 + 273) - (0 + 273)}$$

จะได้ 
$$Q_1 = \frac{273}{20} = 13.6 \text{ กิโลวัตต์-ชม.}$$

แต่ถ้าพิจารณาตามหน้าที่ของตู้เย็นคาร์โนต์ ตามที่โจทย์ต้องการให้เป็นเครื่องสูบลมความร้อน จะให้ความร้อนคายออกให้กับอาคารที่อุณหภูมิสูงคือ  $Q_2$  ดังนี้

$$K_{\text{เครื่องสูบลมความร้อนคาร์โนต์}} = \frac{Q_2}{1 \text{ กิโลวัตต์-ชม.}} = \frac{(20 + 273)}{(20 + 273) - (0 + 273)}$$

จะได้ 
$$Q_2 = \frac{293}{20} = 14.65 \text{ กิโลวัตต์-ชม.}$$



เมื่อนักศึกษาทราบความแตกต่างในการทำงานของการเป็นตัวยืนกับการเป็นเครื่องสูบลม ความร้อนเช่นที่กล่าวมาแล้ว นักศึกษาจะสามารถเลือกคำตอบที่ถูกต้องด้วยความมั่นใจได้โดยไม่ยาก

สำหรับนักศึกษาที่ตอบว่าได้ความร้อน 13.6 กิโลวัตต์-ชม. หรือ 14.65 กิโลวัตต์-ชม. โดยเห็นว่าตัวเลขทั้งสองใกล้เคียงกัน และอาจจะเลือกค่าใดค่าหนึ่งก็ได้ นั่น นับว่ายังเข้าใจกฎข้อที่สองของเทอร์โมไดนามิกส์น้อยไป นอกจากตัวเลขทั้งสองจะเป็นปริมาณของความร้อนคนละปริมาณกันแล้ว ตัวเลขที่ต่างกันเท่านี้ก็จะทำให้กระบวนการนี้เป็นไปได้ เพราะความร้อนจะไหลถ่ายเทจากแหล่งที่อุณหภูมิต่ำไปสู่แหล่งที่อุณหภูมิสูงกว่าโดยไม่ต้องอาศัยงานกระทำจากภายนอกเลยไม่ได้ ดังนั้น จะเห็นว่าปริมาณทั้งสองต่างกันเท่ากับงานกระทำในกรณีนี้คือ 1 กิโลวัตต์-ชม.

อย่างไรก็ตาม ถ้าผู้ตรวจข้อสอบไม่เข้มงวดเท่าใดนัก ก็อาจจะให้คะแนนทั้งสองคำตอบเท่ากัน โดยไม่ถือว่าคำตอบหนึ่งถูกต้องน้อยกว่าอีกคำตอบหนึ่งหรือคำตอบหนึ่งผิดและอีกคำตอบหนึ่งถูก ตราบใดที่นักศึกษาสามารถชี้แจงให้เห็นได้ชัดเจนในวิธีทำทุกขั้นตอนว่า นักศึกษาต้องการหาปริมาณใดและเพื่อจุดประสงค์อย่างไร

จึงขอย้ำอีกว่าในการตอบคำถามตามแบบอัตโนมัติ โดยเฉพาะการคำนวณ นักศึกษา จำเป็นที่จะต้องแสดงวิธีทำให้เป็นไปตามขั้นตอน นอกจากนี้เพื่อเป็นการตรวจทานคำตอบในภายหลังเมื่อมีเวลาเหลืออยู่บ้างแล้ว ยังเป็นการป้องกันไม่ให้เกิดข้อผิดพลาด ในกรณีที่อาจจะมีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบในหลายระดับกันอีกด้วย เพราะอาจจะมีคำตอบที่ถูกต้องมากกว่าที่นักศึกษามหาอีก ซึ่งนักศึกษาอาจจะยังไม่สมบูรณ์เพียงพอ

ในกรณีของการตอบปัญหาข้อนี้ ถ้านักศึกษาไม่แน่ใจว่าควรจะตอบปัญหาใดก็อาจตอบมาทั้งสองปริมาณได้ แต่ต้องระบุให้ชัดเจนว่าแต่ละปริมาณเกิดขึ้นที่ไหนและจะถ่ายเทต่อไปอย่างไร นั่นคือ จะต้องอธิบายความสัมพันธ์หรือความหมายของปริมาณต่าง ๆ โดยอาศัยการใช้แผนภูมิประกอบจะช่วยให้เข้าใจกันได้ง่ายขึ้น

ข้อควรระวังอีกประการหนึ่งในการคำนวณ โดยอาศัยสูตรหรือสมการหรือความสัมพันธ์ใด ๆ นักศึกษาไม่ควรยกสูตรหรือสมการมาแสดงไว้อย่างเลื่อนลอย โดยไม่ระบุว่าสัญลักษณ์แต่ละตัวในสูตรหรือสมการนั้นหมายถึงอะไร ไม่เพียงแต่นักศึกษาเองที่จะแทนค่าต่าง ๆ ลงไปในสูตรหรือสมการนั้นผิดพลาดไปได้แล้ว ยังอาจจะทำให้ผู้ตรวจข้อสอบแปลเจตนาและความเข้าใจของนักศึกษาผิดไปด้วย