บทที่ 4
โครงสร้างของอะตอม

วัตถุประสงค์

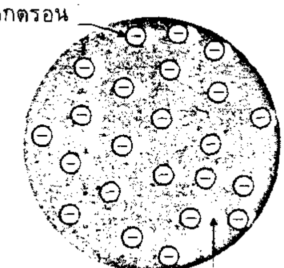
หลังจากศึกษาบทที่ 4 แล้ว นักศึกษาสามารถ

1) อธิบายแบบอะตอมของทอมสันและแบบของรัทเธอร์ฟอร์ดได้
2) อธิบายการกระเจิงของอนุภาคอัลฟาที่ตกกระทบบนเป้าแผ่นทองบาง ๆ ได้
3) เปรียบเทียบขนาดนิวเคลียสของอะตอมที่มีเลขมวลต่าง ๆ กันได้
4) อธิบายความไม่เสถียรของอะตอมตามฟิสิกส์ยุคเก่า เมื่อคิดว่าอิเลกตรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบนิวเคลียสได้
5) ทำแบบฝึกหัดได้อย่างน้อย 5 ข้อ

4.1 แบบอะตอมของทอมสัน

ในปี ค.ศ. 1808 ดาลตัน (Dalton) ได้เสนอว่าอะตอมเป็นหน่วยที่เล็กที่สุดของสสารที่ไม่สามารถแบ่งแยกออกได้ แต่ในตอนต้นศตวรรษที่ 20 ได้มีการพบว่าอะตอมไม่ใช่หน่วยที่เล็กที่สุดของสสาร กล่าวคือในปี ค.ศ. 1897 เจ.เจ.ทอมสัน (J.J.Thomson) ได้พบอิเลกตรอน ซึ่งต่อมาบาร์กลา (Barkla) ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการกระเจิงของรังสีเอกซ์โดยอะตอมซึ่งเป็นการแสดงให้เห็นว่าในอะตอมประกอบด้วยอิเลกตรอน โดยปกติแล้วอะตอมมีสภาพเป็นกลาง ถ้าอะตอมมีประจุลบจำนวน Ze (เมื่อ Z คือ เลขอะตอม e คือ ประจุของอิเลกตรอน) อะตอมนี้จะต้องมีประจุบวกเท่ากันด้วย นอกจากนี้ยังได้พบว่ามวลของอิเลกตรอนมีค่าน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับมวลของอะตอมที่เบาที่สุด (อะตอมไฮโดรเจน) ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า มวลของอะตอมส่วนใหญ่เนื่องมาจากมวลของอนุภาคที่มีประจุบวก

ขั้นตอนต่อไปของการศึกษาโครงสร้างของอะตอมคือ จะหาการจัดตัวของประจุลบและประจุบวกในอะตอม มีแบบ (model) ต่าง ๆ ของโครงสร้างอะตอมได้ถูกเสนอขึ้นมาหลายแบบ แต่แบบที่ได้รับความสนใจมากที่สุดแบบหนึ่งคือแบบของ เจ.เจ.ทอมสัน ที่เรียกว่า แบบพลัม-พุดดิ้ง (plum-pudding) ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 แสดงแบบพลัม-พุดดิ้ง ของอะตอม ของ เจ.เจ.ทอมสัน

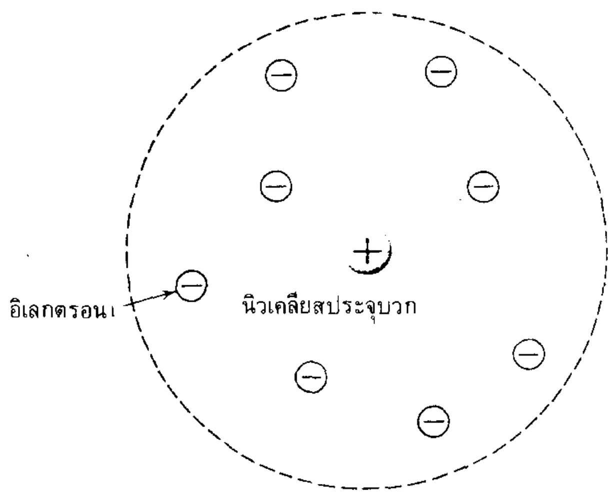
แบบนี้ประกอบด้วยประจุบวกกระจายกันทั่วไปในอะตอมและมีอิเลกตรอนฝังกระจายอยู่เพื่อทำให้อะตอมเป็นกลาง ดังนั้นขนาดของอะตอมจึงเท่ากับทรงกลมที่บรรจุประจุบวกไว้ทั้งหมด ทอมสันได้พยายามจัดเรียงตัวอิเลกตรอนเหล่านี้ในอะตอม เช่น มีลักษณะเป็นเชลของอิเลกตรอนที่เคลื่อนที่หมุนไป แต่ลักษณะต่าง ๆ เหล่านั้นไม่สามารถทำให้อะตอมอยู่ในสภาพสมดุลที่เสถียรได้ นอกจากนี้ไม่สามารถอธิบายความถี่ของสเปกตรัมออพติคัล (optical spectra) ที่อะตอมปล่อยออกมาว่าเกิดขึ้นได้อย่างไร และประการสำคัญคือไม่สามารถอธิบายการกระเจิงของอนุภาคอัลฟาที่ยิงเข้าไปภายในอะตอมว่าทำไมอนุภาคนี้จึงถูกทำให้เบี่ยงเบนไปเป็นมุม

มากกว่า 90 องศาจากการทดลองของไกเกอร์กับมาร์สเดน (Geiger and Marsden) จากข้อบกพร่องดังกล่าวทำให้แบบอะตอมของทอมสันถูกล้มเลิกไป

4.2 แบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด

ในปี ค.ศ. 1911 รัทเธอร์ฟอร์ดได้เสนอแนวคิดจากการทดลองที่สังเกตพบว่า มีอนุภาคอัลฟาบางตัวถูกกระเจิงออกไปเป็นมุมกว้างมาก ๆ (หรือ การกระเจิงกลับ) ปรากฏการณ์ในลักษณะเช่นนี้สามารถอธิบายได้ ถ้าสมมติรูปแบบของอะตอมดังนี้

ประจุบวกทั้งหมดที่เป็นมวลเกือบทั้งหมดของอะตอมอยู่รวมกันในปริมาตรเล็ก ๆ ที่ศูนย์กลางของอะตอมเรียกว่า นิวเคลียส และมีอิเลกตรอนอยู่รอบ ๆ นิวเคลียส ดังแสดงในรูปที่ 4.2



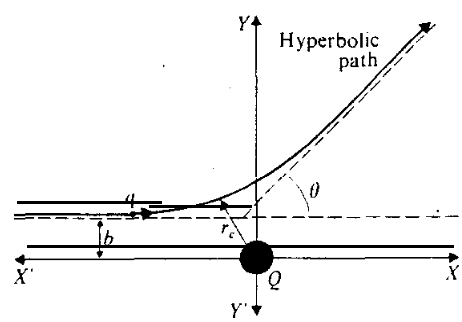
รูปที่ 4.2 แสดงแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด

อิเลกตรอนเหล่านี้ไม่สามารถอยู่นิ่งได้ เพราะไม่มีแรงต่อต้านแรงดึงดูดทางไฟฟ้าสถิตย์ จึงตั้งข้อสมมติขึ้นว่าอิเลกตรอนเคลื่อนที่รอบนิวเคลียสเป็นวงโคจรคล้าย ๆ กับดาวเคราะห์ที่โคจรรอบ ๆ ดวงอาทิตย์ เนื่องจากอิเลกตรอนมีขนาดเล็กมากดังนั้นในอะตอมรอบ ๆ นิวเคลียสส่วนใหญ่เป็นที่ว่าง

ตามรูปแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด สนามไฟฟ้าที่บริเวณใกล้นิวเคลียสจะมีค่าสูงสุดตามกฎของคูลอมบ์ ดังนั้นเมื่ออนุภาคอัลฟาเข้ามาใกล้นิวเคลียสมากมันจะถูกแรงผลักอย่างแรงทำให้มันถูกเบี่ยงเบนไปมาก จากแนวความคิดนี้รัทเธอร์ฟอร์ดได้คำนวณหาค่าการกระเจิงของอนุภาคอัลฟาที่เรียกว่า สูตรการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด รายละเอียดในการคำนวณจะแสดงในหัวข้อต่อไป

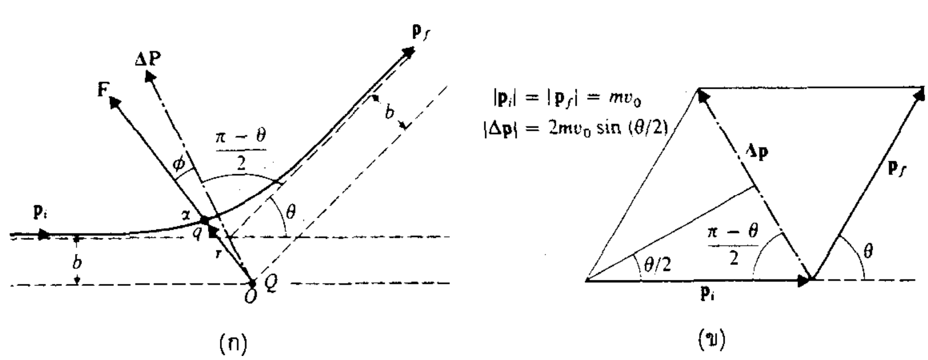
4.3 การกระเจิงของอนุภาคอัลฟา

การหาสมการเพื่ออธิบายการกระเจิงของอนุภาคอัลฟา รัทเธอร์ฟอร์ดได้สมมติว่า อนุภาคอัลฟาและนิวเคลียสที่มีอันตรกิริยากันนั้นมีขนาดเล็กมากพอที่จะคิดว่าเป็นจุดประจุ และมีแรงผลักคูลอมบ์เท่านั้นที่มีผลต่อทางเดินของอนุภาคอัลฟา นอกจากนั้นยังคิดว่ามวลของนิวเคลียสมีค่ามากเมื่อเทียบกับมวลของอนุภาคอัลฟา จนกระทั่งนิวเคลียสไม่เคลื่อนที่ระหว่างอันตรกิริยาของมันทั้งสอง เนื่องจากแรงที่กระทำระหว่างอนุภาคอัลฟาและนิวเคลียส คือ แรงผลักคูลอมบ์ ดังนั้นทางเดินของอนุภาคอัลฟาจึงเป็นไฮเปอร์โบลาที่มีนิวเคลียสอยู่นอกโฟกัสดังรูปที่ 4.3 เส้นประ คือ เส้นอะซิมพ์โทท (asymptote) ของไฮเปอร์โบลา มุม θ เป็นมุมระหว่างอะซิมพ์โททั้งสองกล่าวคือ เป็นมุมระหว่างทิศตกกระทบของอนุภาคอัลฟา และทิศที่อนุภาคอัลฟากระเจิงออกไป ซึ่งเรียกว่า มุมกระเจิง ระยะที่อนุภาคอัลฟาพลาดจากการชนนิวเคลียสถ้าไม่มีแรงผลักเรียกว่าพารามิเตอร์ของการชน (impact parameter) b (ดูจากรูปที่ 4.3) ระยะ r_c เป็นระยะ



รูปที่ 4.3 แสดงแนวทางเดินของอนุภาคอัลฟาที่เป็นไฮเปอร์โบลาเนื่องจากแรงผลักคูลอมบ์ระหว่างอนุภาคอัลฟาและนิวเคลียสของอะตอม

ที่อนุภาคอัลฟาจะเข้ามาใกล้นิวเคลียสได้มากที่สุดซึ่งเรียกว่า ระยะทางของการเข้าใกล้ที่สุด (distance of closest approach)



(ก) (ข)

รูปที่ 4.4 แสดงความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตในการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด

รูปที่ 4.4 (ก) แสดงการกระเจิงของอนุภาคอัลฟามวล m ความเร็ว v_0 และประจุ q จากศูนย์กลางของการผลัก O ที่เป็นนิวเคลียสประจุ Q สมมติว่า p_i เป็นโมเมนตัมเริ่มต้นของอนุภาคอัลฟาเมื่ออยู่ห่างจากนิวเคลียส และ p_f เป็นโมเมนตัมสุดท้ายของอนุภาคอัลฟาที่อยู่ห่างจากนิวเคลียส ดังนั้น $|p_i| = |p_f| = mv_0$ ในการชนกันระหว่างอนุภาคอัลฟาและนิวเคลียสจะทำให้โมเมนตัมของอนุภาคอัลฟาเปลี่ยนไป Δp และมีค่าเท่ากับ การดล (impulse) $\int Fdt$ ซึ่งเกิดขึ้นในระยะที่อนุภาคอัลฟาผ่านเข้ามาใกล้นิวเคลียส ดังนั้น

$$\Delta p = p_f - p_i = \int_0^{\infty} Fdt \tag{4.1}$$

โดยที่ F เป็นแรงคูลอมบ์ เมื่อใช้เรขาคณิตกับรูป 4.4 ข เราจะได้

$$\Delta p = 2m\, v_0 \sin(\theta/2) \tag{4.2}$$

จากรูป 4.4 (ก) เราจะเห็นว่า F มีทิศชี้ออกและทำมุม ϕ กับทิศของ Δp แรง F นี้แยกได้เป็นสององค์ประกอบ คือ ขนานกับ Δp และตั้งฉากกับ Δp องค์ประกอบของ F ที่ตั้งฉากกับ Δp จะหักล้างกันหมดไปตลอดทางเดินของอนุภาคอัลฟา ดังนั้นขนาดของการดล $\int Fdt$ ที่อยู่ในทิศเดียวกับการเปลี่ยนโมเมนตัม Δp คือ $\int F\cos\phi\, dt$ จากสมการ (4.1) และ (4.2) จะได้

$$2\, mv_0 \sin(\theta/2) = \int_0^{\infty} F\cos\phi\, dt \tag{4.3}$$

และ

$$0 = \int_0^{\infty} F\sin\phi\, dt \tag{4.4}$$

ที่ระยะห่างจากการชน โมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคอัลฟารอบนิวเคลียส คือ $m\, v_0 b$ เมื่อ b คือพารามิเตอร์ของการชน ที่ระยะ r ใด ๆ โมเมนตัมเชิงมุมของอนุภาคอัลฟารอบ O (ดังรูป 4.4 ก) คือ $mr^2\omega$ เมื่อ ω คือความเร็วเชิงมุม ดังนั้นจากการอนุรักษ์โมเมนตัมเชิงมุม จะได้

$$mv_0 b = mr^2\omega \tag{4.5}$$

ถ้าเปลี่ยนตัวแปรจาก t เป็น ϕ สมการ (4.3) เขียนได้เป็น

$$2mv_0 \sin(\theta/2) = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} F\cos\phi \frac{dt}{d\phi}\, d\phi \tag{4.6}$$

จากสมการ (4.5) ได้ $\dfrac{dt}{d\phi} = \dfrac{1}{\omega} = \dfrac{r^2}{v_0 b}$

ดังนั้น $$2mv_0^2 b \sin(\theta/2) = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} r^2 F\cos\phi\, d\phi \tag{4.7}$$

แต่จากกฎของคูลอมบ์ $r^2F = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} qQ =$ ค่าคงที่

ดังนั้น $2mv_0 \mathbf{b} \sin(\theta/2) = \dfrac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \displaystyle\int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} \cos\phi \, d\phi$

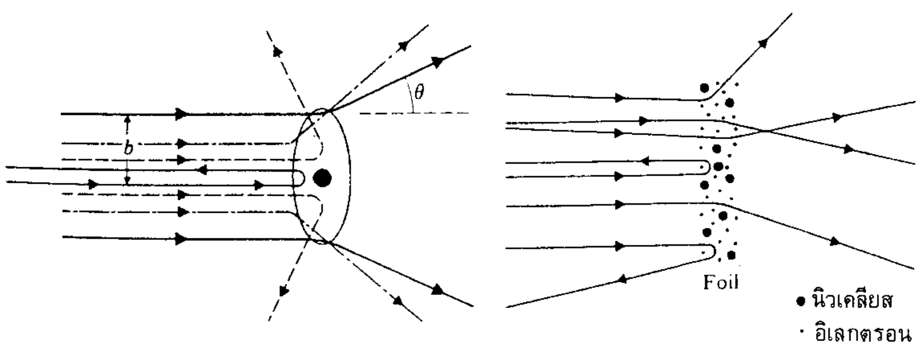
$$= \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} 2\cos(\theta/2) \tag{4.8}$$

$$b = \left(\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right) \cot(\theta/2) \tag{4.9}$$

หรือ
$$\cot(\theta/2) = \left(\frac{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}{qQ}\right) b \tag{4.10}$$

หรือ
$$\boxed{\theta = 2 \operatorname{arc\,cot}\left[-\left(\frac{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}{qQ}\right) b\right]} \tag{4.11}$$

สมการ (4.9) หมายความว่า ถ้าอนุภาคอัลฟาตกกระทบมีพารามิเตอร์ของการชน b อนุภาคจะกระเจิงด้วยมุม θ ซึ่งกำหนดด้วยความสัมพันธ์ข้างต้น ถ้า b ลดลงมุมกระเจิงเพิ่มขึ้น แสดงดังรูป 4.5 (ก) ดังนั้นอนุภาคอัลฟาทั้งหมดที่มีพารามิเตอร์ของการชนระหว่าง 0 และ b จะกระเจิงด้วยมุมที่มากกว่า θ หมายความว่า ถ้าอนุภาคอัลฟาตกกระทบในพื้นที่ πb^2 รอบ ๆ นิวเคลียสอนุภาคเหล่านี้จะกระเจิงด้วยมุมที่มากกว่า θ



(ก) (ข)

รูปที่ 4.5 ก) แสดงอนุภาคอัลฟาที่มีพารามิเตอร์ของการชน b ถูกกระเจิงไปเป็นมุม θ ขณะที่อนุภาคอัลฟาที่มีพารามิเตอร์ของการชน น้อยกว่า b ถูกกระเจิงเป็นมุมมากกว่า θ

ข) แสดงแผ่นบางที่มีนิวเคลียสอยู่จำนวนมาก

พื้นที่ πb^2 ซึ่งเป็นวงกลมรอบ ๆ นิวเคลียสในรูป 4.5 (ก) นี้เรียกว่า ภาคตัดขวาง (cross section) สำหรับการกระเจิงสัญลักษณ์ที่ใช้แทนภาคตัดขวางคือ σ การกระเจิงที่เกิด

ขึ้นจริง ๆ แล้วมีลักษณะดังแสดงในรูปที่ (4.5 ข) โดยที่แต่ละจุดกลมดำแทนพื้นที่ภาคตัดขวาง πb^2 รอบ ๆ แต่ละนิวเคลียสในแผ่นบาง

เนื่องจากพารามิเตอร์ของการชน b ไม่สามารถวัดได้โดยตรง ดังนั้นเพื่อพิสูจน์รูปแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ดจึงต้องหาความสัมพันธ์ในลักษณะอื่น ถ้า N_i เป็นจำนวนอนุภาคอัลฟาที่ตกกระทบบนแผ่นบาง A เป็นพื้นที่ของแผ่นบาง t เป็นความหนาของแผ่นบาง (ดูรูปที่ 4.5 ข) n เป็นจำนวนนิวเคลียสต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรของแผ่นบาง และให้ πb^2 เป็นพื้นที่ภาคตัดขวางรอบ ๆ แต่ละนิวเคลียส จำนวนนิวเคลียสทั้งหมดในแผ่นบาง คือ ntA ภาคตัดขวางรวมสำหรับการกระเจิงเป็นมุม θ หรือ มากกว่านั้นก็คือจำนวนเป้านิวเคลียส ntA คูณด้วยภาคตัดขวาง σ ของแต่ละนิวเคลียส หรือ $ntA\sigma$

ดังนั้นเศษส่วน f ของจำนวนอนุภาคอัลฟาตกกระทบแล้วถูกกระเจิงไปเป็นมุม θ หรือมากกว่านั้นจะเท่ากับอัตราส่วนระหว่างภาคตัดขวางรวม $ntA\sigma$ กับพื้นที่ของเป้าทั้งหมด A

$$\text{นั่นคือ } f = \frac{\text{จำนวนอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงเป็นมุม } \theta \text{ หรือมากกว่านั้น}}{\text{จำนวนอนุภาคอัลฟาทั้งหมดที่ตกกระทบเป้า}}$$

$$= \frac{\text{ภาคตัดขวางรวม}}{\text{พื้นที่เป้า}}$$

$$= \frac{ntA\sigma}{A}$$

$$= nt\sigma$$

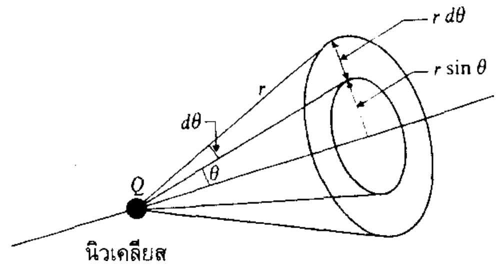
$$= nt\pi b^2$$

แทนค่า b จากสมการ (4.9) จะได้

$$\boxed{f = \pi nt \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{mv_0^2} \right)^2 \cot^2 (\theta/2)} \qquad (4.13)$$

ในการหาสูตรข้างต้นนี้ สมมติให้แผ่นบางนี้บางมากจนกระทั่งภาคตัดขวางของนิวเคลียสที่อยู่ใกล้ ๆ กันไม่ซ้อนทับกัน และให้อนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงนี้เบี่ยงเบนเพียงครั้งเดียวจากนิวเคลียส

ในการทดลองจริงนั้นเครื่องวัดอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงจะวัดจำนวนที่ถูกกระเจิงระหว่างมุม θ และ $\theta + d\theta$ ดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 แสดงอนุภาคที่มีพารามิเตอร์ของการชนระหว่าง b **และ** $b+db$ **ถูกกระเจิงไปเป็นรูปกรวยระหว่างมุม** θ **และ** $\theta+d\theta$

ดิฟเฟอเรนชิเอตสมการ (4.13) เทียบกับ θ จะได้

$$df = -\pi nt \left(\frac{qQ^2}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\ d\theta \quad (4.14)$$

เครื่องหมาย ลบ หมายความว่า f มีค่าลดลงเมื่อ θ มีค่าเพิ่มขึ้น

ในการทดลองจะวางฉากเรืองแสง (fluorescent screen) ห่างจากแผ่นบางเป็นระยะทาง r และจำนวนอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงได้จากการเรืองแสงที่เกิดขึ้นบนฉากเมื่อถูกชนด้วยอนุภาคอัลฟาเหล่านี้ จำนวนอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงระหว่างมุม θ และ $\theta+d\theta$ จะอยู่ในบริเวณวงแหวนส่วนที่แลเงาดังรูป 4.6 วงแหวนมีรัศมี $r\sin\theta$ และกว้าง $rd\theta$ ดังนั้นพื้นที่ dA ของฉากที่อนุภาคอัลฟาถูกกระเจิงระหว่างมุม θ และ $\theta+d\theta$ มาตกกระทบ คือ

$$\begin{aligned} dA &= (2\pi r\sin\theta)(rd\theta) \\ &= 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta \\ &= 4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\, d\,\theta \end{aligned} \quad (4.15)$$

ถ้าให้ N_i เป็นจำนวนอนุภาคอัลฟาทั้งหมดที่ตกกระทบบนแผ่นบางในขณะทำการทดลอง ดังนั้นจำนวนอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงเข้าไปในมุม $d\theta$ คือ $N_i|df|$ ให้ $N(\theta)$ คือจำนวนอนุภาคอัลฟาที่กระทบฉากเรืองแสงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่มุม θ ซึ่งเป็นปริมาณที่เราวัดได้จริงจากการทดลอง นั่นคือ

$$N(\theta) = \frac{N_i\,|df|}{dA} \quad (4.16)$$

$$= \frac{N_i \pi nt\,(qQ/4\pi\epsilon_0 mv_0^2)^2 \cot^2(\theta/2)\csc^2(\theta/2)\,d\,\theta}{4\pi r^2 \sin(\theta/2)\cos(\theta/2)\,d\,\theta} \quad (4.17)$$

สำหรับอนุภาคอัลฟา $q = 2e$ และพลังงานจลน์ของอนุภาคอัลฟา $T_\alpha = \frac{1}{2}mv_0^2$ (สำหรับอนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานน้อยกว่า 10 MeV ไม่ต้องใช้ทฤษฎีสัมพัทธภาพกับพลังงานจลน์) ประจุของนิวเคลียสคือ $Q = Ze$ ดังนั้นสมการข้างต้นอาจเขียนได้ดังนี้

$$\boxed{N(\theta) = \frac{N_i nt\, Z^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 T_\alpha^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}} \tag{4.18}$$

สมการข้างต้นเรียกว่า สูตรการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด (Rutherford scattering formula) เมื่อคำนวณค่า $N(\theta)$ ที่ θ ต่าง ๆ โดยใช้สมการของรัทเธอร์ฟอร์ด ปรากฏว่าให้ค่าตรงกับผลการทดลองของไกเกอร์กับมาร์ซเดน

ตัวอย่างที่ 4.1 จงคำนวณหาเศษส่วนของอนุภาคอัลฟาพลังงาน 8.8 MeV ซึ่งตกกระทบแผ่นทองบางที่หนา 2×10^{-5} เซนติเมตรแล้วถูกกระเจิงออกมาทำมุม 90° หรือมากกว่านั้น

วิธีทำ ตามสมการ 4.14 เศษส่วนของอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงระหว่างมุม θ และ $\theta + d\theta$ คือ

$$|df| = \pi nt \left(\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\, d\theta$$

ดังนั้นเศษส่วนของอนุภาคอัลฟาที่ถูกกระเจิงที่มุม θ หรือมากกว่า คือ

$$|df| = \int_\theta^\pi df$$

$$= \pi nt \left(\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right)^2 \int_\theta^\pi \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\, d\theta$$

$$= \pi nt \left(\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right)^2 \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

สำหรับ $\theta = 90°$

$$|df|_{90°}^{\pi} = \pi nt \left(\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 mv_0^2}\right)^2$$

$$= \pi nt \left(\frac{2e^2Z^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2}\right)^2$$

$$= \pi nt \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha}\right)^2 \tag{1}$$

ในปัญหานี้ $Z = 79$ และจำนวนนิวเคลียสต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร, n คือ

$$n = \frac{\rho N_A}{M} = \frac{19.32 \text{ กรัม/ซม.}^3 \times 6.02 \times 10^{23} \text{ อะตอม/โมล}}{197 \text{ กรัม/โมล}}$$

$= 5.9 \times 10^{22}$ อะตอม/ซม.^{3}

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.98 \times 10^9$ นิวตัน-ม^2/คูลอมบ์^{2}

$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{T_\alpha}\right)^2 = \left[\frac{8.98 \times 10^9 \text{ นิวตัน-ม}^2/\text{คูลอมบ์}^2 \times 79 \times (1.602 \times 10^{-19} \text{คูลอมบ์})^2}{8.8\sim 10^6 \text{อิเลกตรอนโวลท์} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ จูล/อิเลกตรอนโวลท์}}\right]^2$

$= \left[\frac{8.98 \times 10^9 \times 79 \times 1.602 \times 10^{-19}}{8.8 \times 10^6} \text{เมตร}\right]^2$

$= (1.3 \times 10^{-14} \text{ เมตร})^2$

$= 1.69 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}

แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (1) จะได้

$|df|_{90^\circ}^{\pi} = 3.142 \times 5.9 \times 10^{22}$ อะตอม/ซม.$^3 \times 2 \times 10^{-5}$ ซม. $\times 1.69 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}

$= 6.25 \times 10^{-6}$

ตัวอย่างที่ 4.2 จากตัวอย่าง 4.1 สมมติว่าเครื่องวัดซินทิลเลชัน (Scintillation) พื้นที่ 0.1 ซม.^{2} วางห่างจากศูนย์กลางการกระเจิง 5 ซม.และทำมุม 45° กับทิศของลำของอนุภาคอัลฟาตกกระทบ จงคำนวณหาจำนวนอนุภาคอัลฟาที่ควรจะนับได้ถ้าอนุภาคอัลฟา 10^8 ตกกระทบบนเป้าแผ่นทองบาง

วิธีทำ ตามสมการ 4.18 จำนวนของอนุภาค $N(\theta)$ ที่รับได้ต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่ระยะ r จากศูนย์กลางการกระเจิงคือ

$$N(\theta) = \frac{N_i\, nt}{4r^2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

เมื่อ $N_i = 10^8$ วินาที$^{-1}$ $n = 5.9 \times 10^{22}$ อะตอม/ซม.^{3} จากตัวอย่าง 4.1 $r = 5$ ซม. $t = 2 \times 10^{-5}$ ซม. และ $\theta = 45^\circ$ และจากตัวอย่าง 4.1

$$\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 T_\alpha}\right)^2 = 1.69 \times 10^{-24} \text{ ซม.}^2$$

ดังนั้น $N(\theta) = \frac{10^8 \text{ วินาที}^{-1} \times 5.9 \times 10^{22} \text{ อะตอม/ซม.}^3 \times 2 \times 10^{-5} \text{ซม.} \times 1.69 \times 10^{-24} \text{ ซม.}^2}{4 \times 25 \text{ ซม.}^2 \qquad \sin^4(22^\circ 30')}$

$= 107$ ซม.$^{-2}$วินาที$^{-1}$

เนื่องจาก $dA \approx 0.1$ ซม.^{2} ดังนั้น

$$N(B)\ dA = 107 \times 0.1 \text{ วินาที}^{-1} = 10.7 \text{ วินาที}^{-1}$$

นั่นคือ 10.7 อนุภาคอัลฟาต่อวินาที จะกระเจิงเข้าไปในเครื่องวัด

4.4 ขนาดของนิวเคลียส

พิจารณาการหาระยะทางของการเข้าใกล้ที่สุด (r_c) ของอนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานสูงสุดที่ใช้ในการทดลองของไกเกอร์กับมาร์ซ์เดน อนุภาคอัลฟาจะมี r_c น้อยที่สุด (เข้าใกล้นิวเคลียสมากที่สุด) เมื่อพารามิเตอร์ของการชน $b = 0$ นั่นคือมุมของการกระเจิงเท่ากับ 180ํ ขณะที่อนุภาคอัลฟาเข้าใกล้นิวเคลียสมากที่สุดนี้ พลังงานจลน์ T ของอนุภาคอัลฟาเปลี่ยนไปเป็นพลังงานศักย์ทางไฟฟ้าสถิตย์ทั้งหมด นั่นคือ

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\cdot\frac{2Ze^2}{r_c}$$

เมื่อประจุของอนุภาคอัลฟา คือ 2e และของนิวเคลียส คือ Ze

ดังนั้น
$$r_c = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T} \qquad (4.19)$$

รัทเธอร์ฟอร์ดได้ใช้อนุภาคอัลฟาพลังงาน 7.68 MeV จากเรเดียม และถูกกระเจิงจากเป้าที่เป็นทองบาง ๆ จะได้ค่า r_c ประมาณ 3×10^{-12} ซม. ในทำนองเดียวกันสำหรับเป้าที่เป็นอลูมิเนียมได้ค่า $r_c = 0.5 \times 10^{-12}$ ซม. แม้ว่าค่า r_c ที่ได้นี้จะไม่เท่ากับรัศมีของนิวเคลียส แต่ก็แสดงให้เห็นว่ารัศมีของนิวเคลียสอยู่ในลำดับของ 10^{-12} ซม. ในการที่จะหารัศมีของนิวเคลียสให้ได้ค่าถูกต้องยิ่งขึ้นต้องใช้อนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานสูงขึ้น ซึ่งมีผลให้ระยะ r_c ลดลง แต่ถ้าพลังงานของอนุภาคอัลฟามากเกินไปค่า r_c ที่ได้จะน้อยกว่ารัศมีนิวเคลียสและในกรณีนี้การสมมติว่านิวเคลียสเป็นจุดประจุ (ซึ่งได้สมมติขึ้นในการศึกษาทฤษฏีการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด) จะใช้ไม่ได้ ดังนั้นค่าของ $N(\theta)$ ที่วัดได้จะไม่ตรงกับค่าที่ได้จากการคำนวณจากสูตรการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด

ในปี ค.ศ. 1954 ฟาร์เวลล์ (Farwell) และเพื่อนร่วมงานได้ศึกษาการกระเจิงของอนุภาคอัลฟาพลังงาน 10 ถึง 45 MeV (ซึ่งได้จากเครื่องไซโคลตรอน) โดยใช้ตะกั่ว (Pb) เป็นเป้า ผลการทดลองสรุปได้ว่าอนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานมากกว่า 27.5 MeV จะให้ค่าไม่ตรงกับที่คำนวณได้จากสูตรการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด เราสมมติว่าอนุภาคอัลฟาที่มีพลังงานค่านี้เข้าใกล้ผิวนิวเคลียสมากที่สุด สมการ (4.19) สามารถคำนวณ r_c ซึ่งในกรณีนี้เท่ากับรัศมีนิวเคลียส R ได้ จากผลการทดลองโดยใช้เป้าหลาย ๆ เป้าสามารถเขียนสมการเอมไพริกัล

ของรัศมีของนิวเคลียสใด ๆ ได้ดังนี้

$$R = r_0 A^{1/3}$$

เมื่อ $r_0 \doteq 1.414 \times 10^{-3}$ ซม.

A = เลขมวลของนิวเคลียส

ตัวอย่างที่ 4.3 เรเดียมให้อนุภาคอัลฟาพลังงาน 7.68 MeV สมมติว่าเรากระเจิงอนุภาคอัลฟาเหล่านี้จากแผ่นบางที่ทำจากทองและอลูมิเนียม จงคำนวณหาระยะทางของการเข้าใกล้มากที่สุดทั้งสองกรณีนี้

วิธีทำ จากสมการ (4.19) $r_c = \dfrac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 T_\alpha}$

เมื่อ $1/4\pi\epsilon_0 = 8.987 \times 10^9$ นิวตัน-ม^2/คูลอมบ์^{2} $e = 1.602 \times 10^{-9}$ คูลอมบ์ $T_\alpha = 7.67 \times 10^6$ อิเลกตรอนโวลท์ และ $Z = 79$ สำหรับทอง, $z = 13$ สำหรับอลูมิเนียม

ดังนั้น r_c ของทอง $= \dfrac{2 \times 8.987 \times 10^9 \text{ นิวตัน-ม}^2/\text{คูลอมบ์}^2 \times 79 \times 1.60 \times 10^{-19} \text{ คูลอมบ์}}{7.68 \times 10^6 \text{ อิเลกตรอนโวลท์} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ จูล/อิเลกตรอนโวลท์}}$

$= 2.98 \times 10^{-14}$ ม.

$= 2.98 \times 10^{-12}$ ซม.

r_c ของอลูมิเนียม $= \dfrac{2 \times 8.987 \times 10^9 \text{ นิวตัน-ม}^2/\text{คูลอมบ์}^2 \times 13 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ คูลอมบ์}}{7.68 \times 10^6 \text{ อิเลกตรอนโวลท์} \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ จูล/อิเลกตรอนโวลท์}}$

$= 0.49 \times 10^{-14}$ ม.

$= 0.49 \times 10^{-12}$ ซม.

4.5 วงโคจรของอิเลกตรอน

ตามแบบอะตอมของทอมสัน อิเลกตรอนฝังอยู่ในเนื้อสารประจุบวก ซึ่งกระจายอยู่ทั่วไปในอะตอม ดังนั้นอิเลกตรอนจึงไม่จำเป็นต้องมีการเคลื่อนที่ภายในอะตอม แต่ตามแบบอะตอมของรัทเธอร์ฟอร์ด ประจุบวกรวมกันอยู่ในปริมาตรเล็ก ๆ ที่เรียกว่านิวเคลียส และมีอิเลกตรอนเคลื่อนที่อยู่รอบ ๆ นิวเคลียส (อิเลกตรอนเหล่านี้จะอยู่เฉย ๆ ไม่ได้เพราะไม่มีแรงต่อต้านแรงดึงดูดทางไฟฟ้าสถิตย์) เช่นเดียวกับดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์

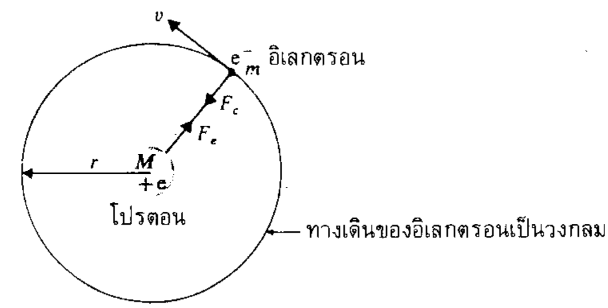
สมมติว่าวงโคจรของอิเลกตรอนในอะตอมไฮโดรเจนเป็นวงกลมดังแสดงในรูป 4.7 แรงสู่ศูนย์กลาง F_c ทำให้อิเลกตรอนมวล m เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในวงโคจรที่เป็นวงกลม

รัศมี r ซึ่งเท่ากับแรงดึงดูดทางไฟฟ้าสถิตย์ F_e ดังนั้น

$$F_c = F_e$$

หรือ $$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ke^2}{r^2} \qquad \textbf{(4.20)}$$

เมื่อ $$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{ นิวตัน-(เมตร)}^2/(\text{คูลอมบ์})^2$$



รูป 4.7 อิเลกตรอนเคลื่อนที่เป็นวงกลมมีโปรตอนอยู่ที่จุดศูนย์กลางของอะตอมไฮโดรเจน

พลังงานรวม E ของอะตอมไฮโดรเจนเท่ากับผลรวมของพลังงานจลน์ T และพลังงานศักย์ V

$$E = T + V$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \left(-\frac{Ke^2}{r}\right)$$

แทนค่า mv^2 จากสมการ (4.20) ลงในสมการข้างต้น จะได้

$$E = \frac{Ke^2}{2r} - \frac{Ke^2}{r}$$

$$E = -\frac{Ke^2}{2r} \qquad (4.21)$$

สมการข้างต้นจะเห็นว่าพลังงานรวมเป็นลบ หมายความว่าอิเลกตรอนถูกยึดแน่นกับนิวเคลียส ถ้าแทนค่า $E = -13.58$ eV ซึ่งเป็นพลังงานยึดเหนี่ยวของอิเลกตรอนในอะตอมไฮโดรเจน จะได้ $r = 0.53$ Å (ดูตัวอย่าง 4.4) ค่านี้สอดคล้องกับค่าของรัศมีอะตอมไฮโดรเจนที่หาได้ด้วยวิธีอื่น

ตัวอย่าง 4.4 จงคำนวณหารัศมีของวงโคจรของอิเลกตรอนในอะตอมไฮโดรเจน และให้คำนวณหาความถี่ของรังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ถ้าการแผ่รังสีนี้ถูกปล่อยออกมาโดยอิเลกตรอน ซึ่งเคลื่อนที่เป็นวงกลมนี้

วิธีทำ พลังงานยึดเหนี่ยวของอิเลกตรอนในอะตอมไฮโดรเจน คือ -13.58 eV และจากสมการ (4.21)

$$E = -\frac{Ke^2}{2r}$$

หรือ $$r = -\frac{Ke^2}{2E}$$

เมื่อ $K = 8.99 \times 10^9$ นิวตัน-(เมตร)^2/(คูลอมบ์)^2 $e = 1.602 \times 10^{-19}$ คูลอมบ์ แทนค่าในสมการข้างต้น

$$r = \frac{-[8.99 \times 10^9 \text{ นิวตัน-ม}^2/(\text{คูลอมบ์})^2] (1.602 \times 10^{-19} \text{ คูลอมบ์})}{2(-13.58 \text{ eV}) (1.602 \times 10^{-19} \text{ จูล/eV})}$$

$$= 0.53 \times 10^{-10} \text{ ม.}$$

$$= 0.53 \text{ Å}$$

ความถี่ f ของอิเลกตรอนในวงโคจร คือ

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r}$$

เมื่อ v คำนวณได้จากสมการ

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ke^2}{r^2}$$

$$v = \left(\frac{Ke^2}{mr}\right)^{1/2}$$

ดังนั้น $$f = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{Ke^2}{mr^3}\right)^{1/2}$$

แทนค่าK, e, m และ r ลงในสมการข้างต้น จะได้

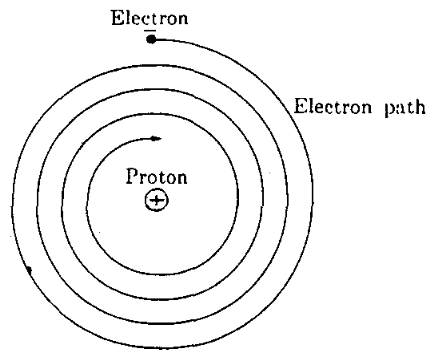
$$f = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{(8.99 \times 10^9 \text{ นิวตัน-ม}^2/(\text{คูลอมบ์})^2) (1.602 \times 10^{-19} \text{ คูลอมบ์})^2}{(9.108 \times 10^{-31} \text{ กก.}) (0.53 \times 10^{-10} \text{ ม.})^3}\right]$$

$$= 1.7 \times 10^{16} \text{ รอบ/วินาที}$$

ซึ่งเป็นความถี่ในช่วงของอุลตราไวโอเลต

ตามทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ายุคเก่า ประจุไฟฟ้าที่ถูกเร่งต้องแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา เนื่องจากอิเลกตรอนเคลื่อนที่ในวงโคจรที่เป็นวงกลมของอะตอมไฮโดรเจนมีความเร่ง

v^2/r ดังนั้น มันควรจะแผ่คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา ด้วยเหตุนี้ทำให้อิเลกตรอนต้องสูญเสียพลังงาน กล่าวคือ E มีค่าลดลงหรือเป็นลบมากขึ้น ซึ่งเป็นจริงก็ต่อเมื่อ r มีค่าลดลง ตามทฤษฎียุคเก่า อิเลกตรอนจะแผ่รังสีออกมาอย่างต่อเนื่อง ดังนั้น E และ r มีค่าลดลงไปเรื่อย ๆ หมายความว่า อะตอมไฮโดรเจนนี้จะยุบลงโดยอิเลกตรอนจะหมุนเวียนลงเข้าหานิวเคลียส (ควรจะใช้เวลาประมาณ 10^{-8} วินาที ในการที่อะตอมเกิดยุบลง) ดังแสดงในรูป 4.8



รูป 4.8 อิเลกตรอนจะหมุนเวียนเข้าหานิวเคลียส เพราะตามฟิสิกส์ยุคเก่าเมื่ออิเลกตรอนแผ่รังสีออกมาพลังงานจะลดลงเป็นเหตุให้รัศมีน้อยลง

ทำให้อะตอมไม่เสถียร แต่จริง ๆ แล้วอะตอมมีเสถียรภาพ และในสภาวะปกติอะตอมไฮโดรเจนไม่มีการแผ่รังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา นอกจากนั้นรูปแบบของอะตอมในลักษณะนี้ไม่สามารถอธิบายเส้นสเปกตรัมของอะตอมซึ่งสังเกตเห็นได้ในห้องปฏิบัติการ

สรุป

เจ.เจ.ทอมสันเป็นผู้เสนออะตอมแบบพลัม-พุดดิ้ง แต่ปรากฏว่าล้มเหลวเพราะไม่สามารถอธิบายการกระเจิงของอนุภาคอัลฟามุมโต ๆ จากการทดลองของไกเกอร์และมาร์ชเดนได้

ตามแบบอะตอมนิวเคลียร์ของรัทเธอร์ฟอร์ด ประจุบวกที่เป็นมวลเกือบทั้งหมดของอะตอมจะอยู่รวมกันในปริมาตรเล็ก ๆ ที่ศูนย์กลางอะตอมซึ่งเรียกว่านิวเคลียส

ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ของการชน b และมุมกระเจิง θ ตามรัทเธอร์ฟอร์ดคือ

$$e = 2 \operatorname{arc} \cot \left[\left(\frac{mv_0^2}{KqQ}\right) b \right]$$

และภาคตัดขวางของนิวเคลียส คือ

$$\sigma = \pi b^2$$

สูตรของรัทเธอร์ฟอร์ดสำหรับการกระเจิงของอนุภาคอัลฟา คือ

$$N(\theta) = \frac{N_i nt\, K^2 Z^2 e^4}{4r^2\ T_\alpha^2 \sin^4(\theta/2)}$$

ระยะทางของการเข้าใกล้ที่สุด r_c กำหนดโดย

$$T_\alpha = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{KqQ}{r_c}$$

ขนาดของนิวเคลียสเลขมวล A คือ

$$R = r_0 A^{1/3} \text{ เมื่อ } r_0 = 1.414 \times 10^{-13} \text{ ซม.}$$

แบบฝึกหัดบทที่ 4

1. อนุภาคประจุ q และพลังงานจลน์ K_i ตกกระทบบนเป้าประจุ Q จงพิสูจน์ว่าความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์กระทบ b และระยะเข้าใกล้ที่สุด r_c คือ

$$b = r_c \sqrt{\left(1 - \frac{qQ}{r_c K_i}\right)}$$

2. การทดลองการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ดโดยใช้อนุภาคอัลฟาพลังงาน 5.5 MeV จงคำนวณหาระยะเข้าใกล้ที่สุด (closet separation distance) ระหว่างอนุภาคอัลฟา และนิวเคลียสทองในการชนกันแบบตรง และจงเปรียบเทียบความยาวคลื่นของอนุภาคอัลฟากับระยะเข้าใกล้ที่สุดนี้
3. อนุภาคอัลฟาพลังงาน 5.5 MeV ตกกระทบบนเป้ายูเรเนียม ($Z = 92$) จงหาระยะที่อนุภาคอัลฟาจะเข้าไปใกล้นิวเคลียสยูเรเนียมได้มากที่สุด
4. ลำของอนุภาคอัลฟา พลังงาน 5.5 MeV ตกกระทบบนเป้าอะตอมฮีเลียม จงแสดงว่าไม่มีอนุภาคตัวใดที่สามารถกระเจิงเป็นมุมมากกว่า 90° ได้
5. สมมุติว่าอนุภาคอัลฟาจำนวน 10^8 อนุภาค/วินาที พลังงานจลน์ 5 MeV ตกกระทบบนแผ่นเงินบาง ๆ หนา 10^{-5} ซม. จงหาจำนวนของอนุภาคต่อวินาทีที่กระเจิงเข้าไปยังเครื่องตรวจวัดพื้นที่ 5 ซม.^{2} ซึ่งวางห่างจากเป้า 10 ซม. และทำมุม 90°
6. จงหาความหนาของแผ่นทองบาง ๆ ($Z = 79$) ซึ่งจะกระเจิงอนุภาคอัลฟาพลังงาน 5 MeV จำนวนหนึ่งตัวของทุก ๆ 1000 ตัวไปเป็นมุมมากกว่า 90°
7. ลำของอนุภาคอัลฟาพลังงาน10 MeV ตกกระทบบนเป้าที่เป็นแผ่นทองบาง ๆ หนา t ($\rho = 1.93 \times 10^4$ kg/m^3, Ma = 197, Z = 79) และเครื่องตรวจวัดนับได้ 100 อนุภาคต่อนาทีที่มุมกระเจิง 45° ถ้าเปลี่ยนปริมาณต่อไปนี้ ในการทดลองอัตราการนับจะเป็นเท่าใด

   ก) ลำอนุภาคอัลฟาตกกระทบพลังงานเพิ่มเป็น 20 MeV

   ข) ใช้ลำโปรตอนพลังงาน 10 MeV

   ค) เมื่อวางเครื่องตรวจวัดที่มุมกระเจิง 135°

   ง) เมื่อใช้ความหนาของแผ่นทองเป็น 2t
8. ในปี ค.ศ. 1913 ไกเกอร์และมาร์ซเดนได้ทำการทดลองสนับสนุนสูตรการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด โดยสังเกตการกระเจิงของลำอนุภาคอัลฟาผ่านแผ่นทองบาง ๆ ที่หนา 1.86×10^{-4} ซม. และแผ่นเงินหนา 2.82×10^{-4} ซม. จำนวนการบันทึกต่อนาทีที่สังเกตได้สำหรับมุมกระเจิง 3 ค่าคือ

	ทอง	เงิน
$\theta = 45°$	1435	989
$\theta = 75°$	211	136
$\theta = 135°$	43	27.4

จงเปรียบเทียบอัตราส่วนของการกระเจิงอนุภาคอัลฟาต่อนาทีของทองและเงินแต่ละค่ามุม ด้วยสมการการกระเจิงของรัทเธอร์ฟอร์ด สำหรับทองและเงินประจุนิวเคลียสคือ 79 และ 47 ความหนาแน่นมวลคือ 1.93×10^4 และ 1.05×10^4 kg/m^3 และมวลอะตอมคือ 197 และ 108 ตามลำดับ