

บทที่ 9

ดาวจักรทางช้างเผือก

ในยามค่ำคืนเมื่อเรารอ星空อกตัวเมื่องไปยังที่ซึ่งไม่มีแสงสว่างรบกวนมาก แล้วมองขึ้นไปดูห้องฟ้าโดยไม่ต้องใช้กล้องดูดาว จะเห็นดาวเคราะห์และดาวฤกษ์ต่าง ๆ จำนวนมาก นอกจากนี้เรายังเห็นแถบฝ้าสวรรงแบบใหญ่พัดยาวตลอดห้องฟ้าเป็นทางรุปวงกลมใหญ่ เราเรียกแถบฝ้าสวรรงนี้ว่าทางช้างเผือก (Milky Way) หลังจากได้พัฒนาระบบกล้องโทรทรรศน์กำลังขยายสูงแล้ว นักดาราศาสตร์จึงทราบว่าแถบฝ้าสวรรงนั้นประกอบด้วยดาวจำนวนมหาศาล ซึ่งอยู่ชิดติดกันมากและอยู่ห่างไกลจากเรามากจนมองแยกไม่ออกด้วยตาเปล่า ระบบสุริยะของเรานี้เป็นสมาชิกระบบเล็ก ๆ อันหนึ่งอยู่ในระบบสุริยะของทางช้างเผือก นั่นเอง และดาวในแถบทางช้างเผือกเป็นส่วนหนึ่งของดาวจักรของเรา ดังนั้นเราจึงเรียกดาวจักรของเราว่าดาวจักรทางช้างเผือก จากการที่เราพบว่าดาวฤกษ์ในทางช้างเผือกที่เราสังเกตเห็น วางตัวเป็นรูปวงกลมในแถบฝ้าสวรรง แสดงว่าดาวจักรน่าจะมีรูปร่างเป็นรูปวงกลม และรวมของจุดที่อยู่ในระบบนี้แต่ห่างจากจุดศูนย์กลางออกมามาก นอกจากดาวฤกษ์เป็นสมาชิกแล้วดาวจักรยังประกอบด้วยกลุ่มแก๊ส กระจุกดาวเปิดกระจุกดาวทรงกลม และเนบวลาจำนวนมาก

9.1 รูปร่างและขนาดของดาวจักรของเรา

นักดาราศาสตร์คนแรกที่ได้รับเกียรติว่าเป็นผู้ค้นพบรูปร่างและขนาดที่แท้จริงของดาวจักรทางช้างเผือก คือ เชปเลย์ (Shapley) ผลจากการวิจัยทางช้างเผือกทำให้นักดาราศาสตร์พบว่า มีดวงดาวในดาวจักรทางช้างเผือกอยู่รวมตัวกันเป็นกระจุก ซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ด้วยกันคือ 1. กลุ่มกระจุกดาวเปิด และ 2. กลุ่มกระจุกดาวทรงกลม

การศึกษาโครงสร้างของกระจุกดาวหั้งสองกลุ่มนี้ทำให้นักดาราศาสตร์เกิดความเข้าใจโครงสร้างของดาวจักรทางช้างเผือกได้ชัดเจนเป็นผลงานของ เชปเลย์ ก็คือการวัดระยะทางของกระจุกดาวทรงกลม 69 กลุ่มด้วยกัน โดยวิธีหาความสั่งทั้งหมด วัดขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของดวงดาวและวัดความสั่งของดาวที่ส่องสว่างมากที่สุด 25 ดวงในกระจุกดาวกลุ่มนี้ จากการวิจัยของเชปเลย์ทำให้ทราบว่า จุดศูนย์กลางของดาวจักรทางช้างเผือกอยู่ในบริเวณกลุ่มดาวนายมังฐู (Sagittarius) นอกจากนี้เชปเลย์ยังทำการวิจัยกระจุกดาวทรงกลม 93 กลุ่ม และกระจุกดาวเปิดอีก 249 กลุ่ม และได้คำนวณพบว่าขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของดาวจักร-

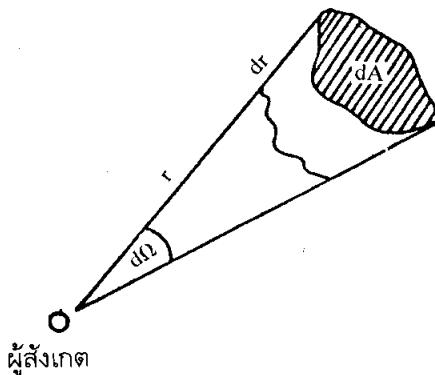
ทางช้างเผือกมีระยะทาง 70,000 พาร์เซก และความหนาของดาวจักรทางช้างเผือกมีระยะทางประมาณ 7,000 พาร์เซก และพบว่าตำแหน่งของดวงอาทิตย์ตั้งอยู่ในบริเวณแขนงหันของดาวจักรทางช้างเผือก โดยอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของการกระจายของกรุ่นจุกดาวทรงกลม 200 กลุ่ม รอบดาวจักรเป็นระยะทางประมาณ 10 กิโลพาร์เซก

9.1.1 วิธีการนับดาว

วิธีการที่เราใช้ในการสำรวจขนาดและรูปร่างของดาวจักรทางช้างเผือกคือ การศึกษาการกระจายตัวของดาวในดาวจักรด้วยวิธีที่เรียกว่า การนับดาว (Star Counts) ซึ่งมีหลักการคือ ดังนี้คือ นับจำนวนของดาวในช่วงโซ่ตามปรากฏที่บริเวณกำหนดได้ ในทิศทางต่าง ๆ แล้วนำมารวมกัน ซึ่งจะทำให้เราทราบถึงการแจกแจงของดาวฤกษ์ที่มีความส่วนปรากฏต่างกันในห้องฟ้า

จากลักษณะของทางช้างเผือกที่ปรากฏบนห้องฟ้าแสดงให้เห็นว่า ดาวจักรทางช้างเผือกน่าจะเป็นระบบที่มีรูปร่างແบwen และเรามาลองจากตำแหน่งในระบบดาวจักรที่อยู่ใกล้ออกมาจากจุดศูนย์กลาง จากที่เมื่อเรามองไปยังจุดในระบบดาวจักรที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลาง หรือมองออกไปนอกดาวจักรจะพบว่าจำนวนดาวที่เรามองเห็นมีน้อยลง นั่นแสดงว่าความคิดข้างต้นเป็นจริง ดังนั้นเราจะอาศัยรูปแบบข้างต้นนี้พิจารณาคึกษาวิธีการนับดาว ดังนี้

ให้เราพิจารณาดาวฤกษ์ที่ปรากฏบนห้องฟ้าทรงกลมในบริเวณพื้นที่ dA ซึ่งรองรับมุมตัน $d\Omega$ ที่ระยะทางໄลกเท่ากับ r ตามรูป 9.1 ดังนั้น



รูป 9.1 แสดงพื้นที่เล็ก ๆ ซึ่งดาวฤกษ์ปรากฏบนทรงกลมห้องฟ้าที่ผู้สังเกตเห็น

$$dA = r^2 d\Omega \quad (9.1)$$

ถ้าระยะทางเพิ่มขึ้นอีกด้วย dr ก็จะได้ปริมาตรในช่วง r ถึง $r + dr$ เป็น

$$dV = r^2 d\Omega dr \quad (9.2)$$

ดังนั้นจำนวนของดาวที่ปรากฏในปริมาตรนี้เป็น

$$\begin{aligned} N(r) &= n(r)dV \\ &= n(r)r^2 d\Omega dr \end{aligned} \quad (9.3)$$

เมื่อ $n(r)$ คือจำนวนของดาวต่อหน่วยปริมาตร หรือเรียกว่าความหนาแน่นของจำนวนดาวที่ระยะทาง r เพื่อความสะดวกเรามมติว่าดาวทุกดวงมีโซลาร์สัมบูรณ์เท่ากับ M และไม่มีการดูดกลืนหรือสะท้อนแสงเนื่องจากสาระระหว่างดาวสำคัญจากการ (2.23) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโซลาร์สัมบูรณ์และระยะทาง ดังนั้นเราจะใช้โซลาร์สัมบูรณ์แทนที่ระยะทาง คือ

$$(m + 1) - M = 5 \log (r_{m+1}) - 5 \quad (9.4)$$

$$m - M = 5 \log (r_m) - 5 \quad (9.5)$$

r_{m+1} และ r_m คือระยะทางของดาวที่มีโซลาร์สัมบูรณ์เป็น $m + 1$ และ m ตามลำดับ ให้สมการ (9.5) ลบออกจากสมการ (9.4) เราจะได้

$$1 = 5 \log (r_{m+1}/r_m)$$

$$\frac{r_{m+1}}{r_m} = 10^{\frac{1}{5}} = 1.585 \quad (9.6)$$

จะเห็นได้ว่า เมื่อดาวมีระยะทางห่างไกลออกไป 1.585 เท่า โซลาร์สัมบูรณ์ของมันจะเพิ่มขึ้นอีกหนึ่งโซลาร์สัมบูรณ์ ต่อไปกำหนดให้ $N(m+1)$ และ $N(m)$ เป็นจำนวนของดาวทั้งหมดที่มีโซลาร์สัมบูรณ์เป็น $m + 1$ และ m ตามลำดับ จากสมการ (9.3) และ (9.6) เราเขียนใหม่ได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{N(m+1)}{N(m)} &= \frac{n(m+1)}{n(m)} \cdot \frac{r_{m+1}^2}{r_m^2} \\ &= 2.512 \frac{n(m+1)}{n(m)} \end{aligned}$$

$$\text{หรือ } \frac{n(m+1)}{n(m)} = 0.398 \frac{N(m+1)}{N(m)} \quad (9.7)$$

ค่าของ $N(m+1)$ และ $N(m)$ เป็นค่าที่เราสามารถนับได้ ดังนั้นสมการ (9.7) ทำให้เราทราบค่าความหนาแน่นของจำนวนดาวที่มีโซลาร์สัมบูรณ์ M ที่บริเวณตำแหน่ง r ต่างๆ และถ้าดาวฤกษ์มีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอ นั่นคือความหนาแน่นของจำนวนดาวมีค่าสม่ำเสมอ เราจะได้

$$n(m+1) = n(m) \quad (9.8)$$

เราจะนับดาวได้ว่า ดาวที่มีโซลาร์สัมบูรณ์ $(m + 1)$ มีจำนวนเป็น 2,512 เท่าของดาวที่มีโซลาร์สัมบูรณ์ m

m จากการนับดาวด้วยวิธีนี้ทำให้ทราบว่า ระบบสุริยะของเรารอยู่ในบริเวณขอบนอกของระบบใหญ่โดยของดาวที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 30 kpc และความหนาแน่นของจำนวนดาวจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อเข้าใกล้ศูนย์กลางของดาวราจักร

9.1.2 ดาวสว่างและกระเจิงดาว

ดาวที่สว่างมากและกระเจิงดาวสามารถประกูลให้เห็นได้ที่ระยะทางห่างไกลจากระบบสุริยะของเรามาก ตัวอย่างเช่นดาวประเภท B ที่มีโซ่อิมาตรสัมบูรณ์ $M = -5.0$ จะประกูลให้เห็นได้ไกลถึง 100 kpc ดาวประเภท O และประเภท B ซึ่งเป็นดาวที่เกิดภายในหลังและมีอายุน้อย มักจะเกิดในกระเจิงดาวหนาแน่น้อยเล็ก ๆ ที่เรียกว่า สมาคมดาว (Association) นอกจากนี้แสงจากความสว่างมากและความร้อนสูงของดาวเหล่านี้จะทำให้เกิดไส้ไฮโดรเจนรอบข้างของดาวแตกตัวเป็นไอออน เกิดเป็นบริเวณ HII ทั้งสมาคมดาวและบริเวณ HII เหล่านี้มักจะจัดเรียงตัวอยู่กันเป็นรูปแขนกางหันเนื่องจากแรงดึงดูดของดาวราจักรทางช้างเผือก

กระเจิงดาวทรงกลมจะมีความสว่างมาก ซึ่งมีโซ่อิมาตรสัมบูรณ์ประมาณ $M = -4$ ถึง -10 ประกอบด้วยดาวสมาชิกประมาณ 10^5 ถึง 10^6 ดวง สำหรับดาวราจักรทางช้างเผือกจะมีอยู่ประมาณ 120 กลุ่ม ซึ่ง吕布เหล่ายังได้ใช้กระเจิงดาวทรงกลมเหล่านี้เป็นเครื่องมือในการวัดขนาดของดาวราจักรทางช้างเผือก สำหรับระยะทางไปยังกระเจิงดาวทรงกลมเราอาจหาได้จาก (1) การซ้อนแบบวนหลัก (2) การทราบค่าโซ่อิมาตรประกูลของดาวชนิดที่รู้จักกันดีในกระเจิงดาว และ (3) การทราบค่าเส้นผ่าศูนย์กลางเชิงมุมของกระเจิงดาวเมื่อเราทราบระยะวัดขนาดของดาวราจักรทางช้างเผือก สำหรับระยะทางไปยังกระเจิงดาวทรงกลมเราอาจหาได้จากว่ามีกระเจิงดาวทรงกลมอยู่กันอย่างหนาแน่นเป็นระบบทรงกลมที่มีรัศมีประมาณ 15 kpc และมีจุดศูนย์กลางของระบบอยู่ใกล้กันกลุ่มดาวนายมังชู $10 \pm \text{kpc}$

9.2 ประชากรดาวในดาวราจักรทางช้างเผือก

จากการศึกษาโครงสร้างของดาวราจักรทางช้างเผือกและการเปรียบเทียบกับดาวราจักรอื่น ๆ ทำให้นักดาราศาสตร์พบว่า การกระจายของดาวประชากรประเภทที่ 1 ซึ่งเป็นดาวที่มีปริมาณธาตุหนักหรือโลหะอยู่มาก และดาวประชากรประเภทที่ 2 ซึ่งเป็นดาวที่มีโลหะอยู่น้อยอยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ กันไป คือบริเวณใจกลางของดาวราจักรทางช้างเผือกมักจะพบว่า มีดาวประชากรทึ่งสองประเภทปนกันอยู่ ส่วนในบริเวณที่เป็นแผ่นจานหรือแขนกางหันของดาวราจักร มักจะพบแต่ดาวประชากรประเภทที่ 1 และในบริเวณไฮโล (Halo) ซึ่งเป็นบริเวณล้อมรอบดาวราจักรจะพบว่าดาวประชากรส่วนมากเป็นประชากรประเภทที่ 2 ดังนั้นเราจึงพบว่า ปริมาณโลหะของดาวจะเพิ่มขึ้นเมื่อเข้าใกล้แผ่นจานและรูปแบบของดาวราจักร ดาวในแผ่นจานของ

ดาวจักรจะมีปริมาณโลหะมากกว่าดาวประชาระภาคที่ 2 เรายังก้าวเดินประชาระนี้ (Disk Population) ในการจัดประชาระของดาวที่อยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ ของดาวจักรนอกจากจะพิจารณาตามปริมาณของธาตุหนักแล้ว เรายังสามารถพิจารณาประชาระของดาวโดยอาศัยลักษณะการโคจรเคลื่อนที่ (Orbital Characteristics) ของดาวในดาวจักรได้อีกด้วย ลักษณะอย่างหนึ่งของระบบดาวฤกษ์ล้อมรอบ (Bound Stellar System) ก็คือการเคลื่อนที่ของดาวแต่ละดวงก่อให้เกิดแรงต้านไม่ให้ดาวหันหมดต้องยุบตัวลงมารวมกันที่ใจกลางของระบบเนื่องจากแรงโน้มถ่วงระหว่างดาว ภายในแผ่นจานของดาวจักรเกือบทั้งหมดประกอบด้วยดาวฤกษ์และกาลุ่มแก๊สและฝุ่นขนาดต่าง ๆ อยู่เป็นจำนวนมากซึ่งโคจรรอบจุดศูนย์กลางของดาวจักรเกือบเป็นวงกลม (Circular Orbit) โดยมีอัตราเร็วเชิงมุมสูง เมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่แบบสุ่ม (Random Motion) ของดาวฤกษ์ ซึ่งเป็นผลให้รูปร่างของการกระจายดาวเริ่มแบนราบลง และมีลักษณะคล้ายจานในที่สุด สำหรับบริเวณใจกลางของดาวจักร ซึ่งประกอบด้วยดาวที่มีอัตราเร็วเชิงมุมน้อย ดังนั้นดาวในบริเวณนี้จึงมีการแยกแข่งเชิงทรงกลม (Spherical Distribution) ส่วนในบริเวณเหลือจะประกอบด้วยดาวที่มีอัตราเร็วแบบสุ่มสูงมาก ทำให้ดาวเหล่านี้ได้รับแรงดึงดันจากดาวจักรน้อยกว่าดาวในบริเวณใจกลาง

9.3 พลศาสตร์ของดาวจักรทางช้างเผือก

จากที่เราได้ทราบแล้วว่าดาวและกระเจุกดาวต่าง ๆ มีการเคลื่อนที่ ดังนั้นในการศึกษาพลศาสตร์ของดาวจักรทางช้างเผือกซึ่งประกอบด้วยดาวและกระเจุกดาวต่าง ๆ จำนวนมหาศาล เราจะสมมติว่ารูปร่างของดาวจักรทางช้างเผือกเป็นระบบที่ดาวหันหมดต้องยุบตัวลงและกาลุ่มแก๊สต่าง ๆ รวมกันอยู่ด้วยความโน้มถ่วงของมันเอง ส่วนที่เป็นทรงกลมของระบบก็คือไฮโลที่ประกอบด้วยการเจริญเติบโตของทรงกลม ซึ่งดูคล้ายกับการเจริญเติบโตของทรงกลมขนาดใหญ่ล้อมรอบดาวจักรไว้ แต่ส่วนที่คล้ายกับเป็นแผ่นจานมีลักษณะเหมือนกับสิ่งที่หมุนรอบตัวเอง เราจะสมมติว่าดาวในระบบดาวจักรโคจรเป็นวงกลมรอบจุดศูนย์กลาง และดาวทุกดวงในดาวจักรมีการเคลื่อนที่ภายใต้อิทธิพลของความโน้มถ่วงที่เกิดจากดาวดวงอื่น ๆ อัตราเร็วเชิงมุม ω ของการโคจรของดาวในบริเวณใจกลางมีค่าเท่ากับคงที่ โดยมีการหมุนรอบตัวเองแบบเดียวกับวัตถุเกริ่ง (Rigid Body) ทั่วไป ส่วนบริเวณภายนอกของดาวจักรเร็วเชิงมุมจะมีค่าลดลงเมื่อระยะทางจากจุดศูนย์กลางเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากว่าดาวที่อยู่ห่างจากใจกลางออกมามากเราจะถือว่ามีวงโคจรเป็นแบบเปลอร์รอนใจกลางที่มีมวล M_G เนื่องจากความเร่งสู่ศูนย์กลางที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงระหว่างดาวที่ห่างไกลและใจกลางของดาวจักร ดังนั้นเราจะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM_G}{R^2} \quad (9.9)$$

เมื่อ R คือระยะห่างของดาวภายในอกถึงจุดศูนย์กลางของดาวราจักร

V คืออัตราเร็วเชิงเส้นของดาว

G คือค่าคงที่ของความโน้มถ่วง

และ M_G คือมวลยังผลของดาวราจักร

สมมติว่าดาวที่เรากำลังพิจารณาคือดาวอามทิตย์ ซึ่งมีอัตราเร็วเชิงเส้นประมาณ 250 กิโลเมตรต่อวินาที ซึ่ไปในทิศลงติจูด (θ) 90 องศา และดาวอาทิตย์มีวงโคจรที่มีรัศมี 10 กิโลพาร์เซก ดังนั้นเราสามารถหามวลยังผลของดาวราจักรได้จากสมการ (9.9) ดังนี้คือ

$$\begin{aligned} M_G &= \frac{V_\odot^2 R_\odot}{G} \\ &= \frac{(2.5 \times 10^5 \text{ m/s})^2 (3.1 \times 10^{20} \text{ m})}{6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}} \\ &= 2.9 \times 10^{41} \text{ กิโลกรัม} \\ &= 1.5 \times 10^{11} M_\odot \end{aligned} \quad (9.10)$$

จากสมการ (9.10) จะเห็นได้ว่าดาวราจักรทางข้างเพื่อจะประกอบด้วยดาวทั้งหมดประมาณหนึ่งแสนล้านดวง และจากสมการ (9.9) บ่งบอกว่าอัตราเร็วในวงโคจรจะลดลงเมื่อระยะทางจากจุดศูนย์กลางเพิ่มขึ้น ดังนั้น

$$v \propto R^{-\frac{1}{2}} \quad (9.11)$$

จากที่เราทราบว่าดาวอาทิตย์มีการโคจรรอบจุดศูนย์กลางดาวราจักรเป็นวงกลม ดังนั้นดาวอาทิตย์จะใช้เวลาโคจรครบวนในเวลาเท่ากัน

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi R_\odot}{V_\odot} \\ &= \frac{2\pi (3.1 \times 10^{20} \text{ m})}{(2.5 \times 10^5 \text{ m/s})} \\ &\approx 250 \text{ ล้านปี} \end{aligned}$$

ซึ่งดาวดวงอื่น ๆ ในดาวราจักรก็จะใช้เวลาโคจครบวนไม่ใกล้เคียงกัน และเราทราบว่าดาวราจักรมีอายุประมาณ 10^{10} ปี ดังนั้นดาวราจักรได้หมุนไปแล้วประมาณ 40 รอบ ดังนั้นแขนงหันของดาวราจักรต้องเป็นปรากฏการณ์ทางพลศาสตร์ของแผ่นจานของดาวราจักร ทั้งนี้ เพราะว่าถ้าไม่เป็นเช่นนั้นแขนงหันจะหมุนแน่นเข้าสู่ใจกลางจนสลายตัวไปภายใต้แรงโน้มถ่วง

หมุนไปได้ไม่ก่อรอบ และควรจะสลายตัวไปนานแล้ว ในปัจจุบันเราเชื่อว่าแขนกังหันของดาวร้าว เกิดจากคลื่นความหนาแน่น (Density Wave) ซึ่งเป็นคลื่นประเทาเดียวกับคลื่นเสียงที่หมุนไปในแผ่นจาน

9.4 การหมุนของดาวร้าว

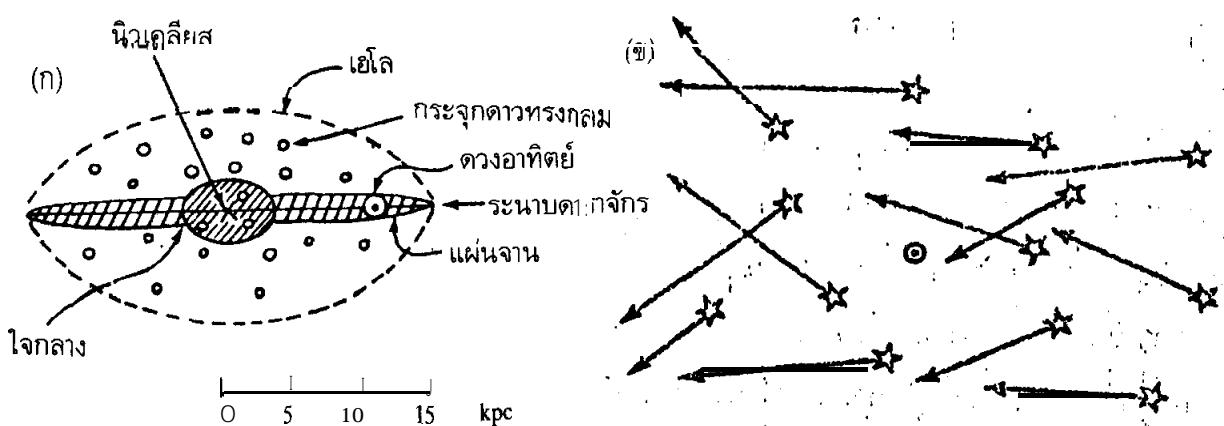
การหมุนของดาวร้าวที่มีการศึกษามากที่สุดคือบริเวณแผ่นจานของดาวร้าว โดยที่บริเวณแผ่นจานจะมีการหมุนเชิงอนุพันธ์ (Differential Rotation) ซึ่งเป็นการหมุนที่ความเร็วซึ่งมุ่งขึ้นกับระยะทางจากจุดศูนย์กลาง กล่าวคือการหมุนของดาวฤกษ์และกลุ่มแก๊ส รอบจุดศูนย์กลางของดาวร้าวไม่เป็นไปอย่างสม่ำเสมอ เช่นเดียวกับวัตถุเกร็งทั้งหลาย แต่ละตำแหน่งจะคงรั้วความเร็วที่ต่างกัน โดยการเคลื่อนที่ครอบของส่วนในจะใช้เวลาสั้นกว่าส่วนนอก นักดาราศาสตร์ผู้ที่เริ่มศึกษาสังเกตการเคลื่อนที่ของระบบดาวในบริเวณใกล้เคียง กับดาวอาทิตย์ ซึ่งเชื่อมโยงไปถึงการหมุนรอบตัวเองของดาวร้าวคือ ลินด์เบลด (Lindblad) และออร์ต (Oort)

9.4.1 ระบบแอลเอสอาร์พลศาสตร์

ส่วนที่สร้างความยุ่งยากในการวัดการหมุนของแผ่นจานในดาวร้าวคือ การที่ดวงอาทิตย์มีการเคลื่อนที่รอบดาวร้าวและดวงอาทิตย์ก็เป็นสมาชิกในแผ่นจานด้วย โดยมีอัตราการเคลื่อนที่เกือบท่ากับการเคลื่อนที่เฉลี่ยของดาวและกลุ่มเมฆต่าง ๆ ในแผ่นจาน นั่นหมายความว่าดาวต่าง ๆ พร้อมทั้งกลุ่มเมฆทั้งหลายเกือบจะหยุดนิ่งเมื่อเทียบกับระบบสุริยะ ดังนั้nnักดาราศาสตร์จึงได้กำหนดกรอบมาตรฐานขึ้นมาอันหนึ่งสำหรับกรอบมาตรฐานแอลเอสอาร์ที่กล่าวในบทที่ 2 นั้นเป็นระบบแอลเอสอาร์จลศาสตร์ (Kinematical LSR) เพราะคิดจากการเคลื่อนที่เฉลี่ยของดาวที่อยู่รอบ ๆ ดวงอาทิตย์โดยไม่คำนึงถึงแรงที่กระทำให้ดาวเคลื่อนที่ สำหรับกรอบมาตรฐานที่คิดจากการโครงของดาวรอบจุดศูนย์กลางของดาวร้าว โดยแรงนี้มีต่อ เรียกว่าระบบแอลเอสอาร์พลศาสตร์ (Dynamical LSR) ซึ่งกำหนดให้เป็นระบบอ้างอิงที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ดวงอาทิตย์ และระบบนี้จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบจุดศูนย์กลางของดาวร้าวด้วยอัตราเร็วที่คล้องจองกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์ ดังนั้นดาวทุกดวงในบริเวณใกล้เคียงกับดวงอาทิตย์ซึ่งมีวงโคจรเป็นวงกลมจะปรากฏอยู่นิ่งเทียบกับระบบแอลเอสอาร์พลศาสตร์นี้ ส่วนดาวที่มีวงโคจรผิดไปจากวงกลมจะแสดงให้เห็นการเคลื่อนที่เฉพาะตัวเมื่อเทียบกับแอลเอสอาร์พลศาสตร์

นักดาราศาสตร์พบว่าในบริเวณใกล้กับระบบสุริยะของเรามีดาวฤกษ์เพียงไม่กี่ดวงเท่านั้นที่มีความเร็วสูงเมื่อเทียบกับระบบแอลเอสอาร์พลศาสตร์ และดาวที่มีความเร็วสูงเหล่านี้

จะแสดงลักษณะอสมมาตร (Asymmetry) กล่าวคือมันจะมีการเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียว เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ แทนที่จะเคลื่อนที่กระซัดกระจาดไปทั่วทุกทิศทางตามรูป (9.2) ลินแบลดได้ให้ความเห็นว่าดาวเหล่านี้เป็นดาวในบริเวณแอโรโล ซึ่งเป็นดาวที่มีความเร็วเชิงมุมต่ำเมื่อเทียบกับความเร็วเนื่องจากการหมุนของดาวในแผ่นจานของดาวจักร นอกจากนี้ยังมีทิศทางการเคลื่อนที่ไม่สอดคล้องกับทิศทางการหมุนของดาวจักรอีกด้วย ดังนั้นเมื่อมองจากระบบสุริยะของเราจึงเลื่อนเห็นว่าดาวเหล่านี้มีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง



รูป 9.2 แสดงรูปร่างของดาวจักรและบริเวณแอโรโล ดาวจะมีความเร็วในทิศทางต่าง ๆ กัน

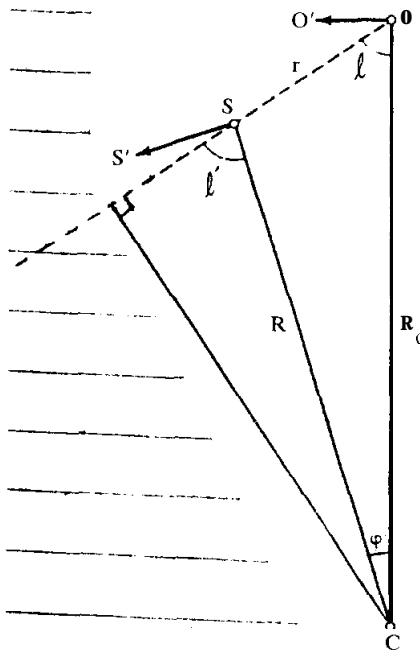
9.4.2 สูตรการหมุนของอุร็ต

การศึกษาผลของการโคจรเคลื่อนที่ของดาวต่าง ๆ ในดาวจักรมีนั้น นักดาราศาสตร์สามารถทำได้เฉพาะในบริเวณใกล้ ๆ ระบบสุริยะของเราเท่านั้น ด้วยอุปกรณ์ทัศนศาสตร์ทำให้นักดาราศาสตร์สามารถศึกษาการเคลื่อนที่ของดาวที่อยู่ใกล้ถึงหลายพันปีแสงได้ และได้สรุปว่าการเคลื่อนที่ของดาวมี 2 ชนิดคือ

(1) การหมุนเฉลี่ย (Mean Rotation) ของดาวต่าง ๆ รอบจุดศูนย์กลางของดาวจักร ขึ้นอยู่กับระยะทางจากจุดศูนย์กลางของดาวจักร ซึ่งเป็นการหมุนเชิงอนุพันธ์

(2) การเคลื่อนที่แบบสุ่ม (Random Motion) ดาวแต่ละดวงไม่ว่าจะอยู่ห่างจากศูนย์กลางของดาวจักรมากน้อยเท่ากันหรือไม่ก็ตาม จะมีการเคลื่อนที่ในทิศทางต่าง ๆ ด้วยความเร็วที่ต่างกันด้วย

อุร็ตได้วิเคราะห์การหมุนเชิงอนุพันธ์ของดาวในบริเวณที่มีการเคลื่อนที่เฉลี่ยเท่ากับการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์หรืออยู่ในเงื่อนไขเทียบกับระบบแอโรโลสาร์เพลสตาเตอร์นั้น ให้เราพิจารณาในโครงรูปแบบในรูป 9.3



รูป 9.3 แสดงการหมุนของดาวในตารางเทียบกับดวงอาทิตย์

ในรูป 9.3 จุด O คือ ตำแหน่งของดวงอาทิตย์ และ S เป็นตำแหน่งของดาวที่อยู่ใกล้ทั้งสองต่างเคลื่อนที่ในระบบของกระดาษด้วยวงโคจรเป็นวงกลมรอบ ๆ จุด C ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางของตารางจักร เรายกหันดิจิทัลไว้ในวงโคจรของดวงอาทิตย์และดาวเป็น v_o และ v ไปในทิศทาง $O O'$ และ SS' ตามลำดับ โดยที่ทิศทางเหล่านี้ตั้งฉากกับรัศมี R_o และ R ระยะทางระหว่างดาวและดวงอาทิตย์เป็น r และลักษณะ l คือองศาจักรของดาวในตารางจักรที่จุด S ณ

เป็นเม้มรองรับระยะห่างดาวและดวงอาทิตย์ที่จุดศูนย์กลางตารางจักร ϑ คืออัตราเร็วเชิงมุมของดาว และ ω_o เป็นอัตราเร็วเชิงมุมของดวงอาทิตย์หรือแอลเอสอาร์ ดังนั้นจากรูป 9.3 เราจะเห็นได้ว่าอัตราเร็วนี้พอดีกับในแนวเส้นสายตาของดาวเมื่อเทียบกับแอลเอสอาร์ เป็น v ซึ่งเป็นผลต่างของส่วนประกอบในแนวเส้นสายตาของอัตราเร็วในวงโคจรของดาวและดวงอาทิตย์นั้นคือ

$$v_r = v \sin l' - \sin l \quad (9.12)$$

และจากกฎของไซน์เมื่อใช้กับ $\triangle OSC$ จะได้

$$\sin(\pi - l') = \frac{R_o}{R} \sin l$$

หรือ

$$\sin l' = \frac{R_o}{R} \sin l \quad (9.13)$$

ดังนั้น ความล้มพันธ์ของอัตราเร็วในแนวส่ายตาสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$v_r = v \frac{R_o}{R} \sin \theta - v_o \sin \theta$$

$$v_r = \left(v \frac{R_o}{R} - v_o \right) \sin \theta \quad (9.14)$$

เนื่องจากอัตราเร็วทั้งหลายโดยทั่วไปแล้วเป็นตัวแปรที่ขึ้นกับตำแหน่ง และเรามมติว่า dara จักร มีความสมมาตรตามแกน (Axial Symmetry) นั่นหมายความว่า มุมตามแกน θ ดังแสดงในรูป 9.3 ไม่ได้ปรากฏในตัวแปรเหล่านี้ ดังนั้นตัวแปรเหล่านี้จึงขึ้นกับรัศมี R เท่านั้น เราสามารถเขียนการกระจายอนุกรม泰勒 (Taylor Expansion) สำหรับ v ได้ดังนี้

$$v(R) = v_o + \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} (R - R_o) + \quad (9.15)$$

เนื่องจาก $r \ll R_o$ ดังนั้นมุม θ จะเป็นมุมแคบมาก ๆ ดังนั้นจากรูป 9.3 เราจะเห็นได้ว่า

$$R_o - R \approx r \cos \theta$$

พจน์ที่เป็นอันดับสูงในสมการ (9.15) ซึ่งเราเขียนด้วย (...) จะประกอบด้วยผลคูณของส่วนที่มีค่าน้อยมาก ๆ ส่องประมาน ดังนั้นเราสามารถหั่งพจน์เหล่านี้ได้ สมการ (9.15) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$v(R) = v_o - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} r \cos \theta \quad (9.16)$$

เมื่อ $(dv/dR)_{R_o}$ เรามายถืออัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็วเมื่อเทียบกับระยะทางโดยคิดที่ระยะทาง $R = R_o$ นอกจักนี้เรายังใช้การประมาณว่า

$$\frac{R_o}{R} \cong R_o (R_o - r \cos \theta) - 1$$

$$\approx 1 + \frac{r}{R_o} \cos \theta \quad (9.17)$$

อาศัยจากสมการ (9.16) และ (9.17) ความล้มพันธ์ระหว่างอัตราเร็วในแนวส่ายตาจะกลายเป็น

$$v_r = \left[\left(v_o - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} r \cos \theta \right) \left(1 + \frac{r}{R_o} \cos \theta \right) - v_o \right] \sin \theta \quad (9.18)$$

กระจายผลคูณของพจน์ภายในวงเล็บแล้วหั่งพจน์ที่มีค่าน้อยมากไป เราจะได้

$$v_r = \frac{1}{2} \left[\frac{v_o}{R_o} - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \right] r \sin 2\theta \quad (9.19)$$

อัตราเร็วเฉพาะตัว v_t ของดาวฤกษ์ในระบบห้องฟ้าเทียบกับแอลเอสอาร์ที่สังเกตได้สำหรับดาวมีค่าเป็นผลต่างระหว่างองค์ประกอบในระบบห้องฟ้าของอัตราเร็วในวงโคจรทั้งสอง ดังนี้

$$v_t = v \cos \ell' - v_o \cos \ell \quad (9.20)$$

แต่จากรูป 9.3 เรายังได้ว่า $\ell' = \ell + \phi$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \cos \ell' &= \cos(\ell + \phi) \\ &= \cos \ell \cos \phi - \sin \ell \sin \phi \end{aligned} \quad (9.21)$$

แต่เมื่อ ϕ เป็นมุมแคบมาก ดังนั้น $\cos \phi \approx 1$ และจากกฎของไซน์ที่ใช้กับรูป $\triangle OSC$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sin \phi &\approx \frac{r}{R_o} \sin \ell \\ &= r(R_o - r \cos \ell)^{-1} \sin \ell \\ &\approx \frac{r}{R_o} \sin \ell \end{aligned} \quad (9.22)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \cos \ell' = \cos \ell - \frac{r}{R_o} \sin^2 \ell \quad (9.23)$$

เมื่อใช้สมการ (9.16) และ (9.23) แทนลงในสมการ (9.20) เราจะพบว่า

$$\begin{aligned} v_t &= \left(v_o - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} r \cos \ell \right) \left(\cos \ell - \frac{r}{R_o} \sin^2 \ell \right) - v_o \cos \ell \\ &= - \left[\frac{v_o}{R_o} \sin^2 \ell + \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \cos^2 \ell \right] r \end{aligned}$$

$$\text{แต่เนื่องจาก } \sin^2 \ell = \frac{1}{2} (1 - \cos 2\ell); \cos^2 \ell = \frac{1}{2} (1 + \cos 2\ell)$$

ดังนั้นอัตราเร็วในระบบห้องฟ้าสามารถเขียนใหม่กล้ายิ่งเป็น

$$v_t = \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{v_o}{R_o} + \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{v_o}{R_o} - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \right] \cos 2\ell \right\} r \quad (9.24)$$

สมการ (9.19) และ (9.24) เป็นความสัมพันธ์ที่กำหนดสำหรับอัตราเร็วในแนวสายตาและอัตราเร็วในระบบห้องฟ้าที่สังเกตได้ มันสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย โดยกำหนดปริมาณ A และ B ขึ้นมา ดังนี้

$$A = \frac{1}{2} \left[\frac{v_o}{R_o} - \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \right] \text{ และ } B = \frac{1}{2} \left[\frac{v_o}{R_o} + \left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} \right] \quad (9.25)$$

ดังนั้นเรساามารถเขียนสมการ (9.19) และ (9.24) ได้ใหม่เป็น

$$v_r = Ar \sin 2\ell \quad (9.26)$$

$$v_t = Br + Ar \cos 2\ell \quad (9.27)$$

ความเร็วในระบบห้องฟ้าเรามีสามารถวัดได้โดยตรง ดังนั้นโดยทั่วไปสมการ (9.26) จึงเขียนแทนด้วยสมการสำหรับการเคลื่อนที่ปีโรเปอร์ โดยใช้สมการ (2.53) และจากสมการ (9.26) เขียนใหม่เป็น

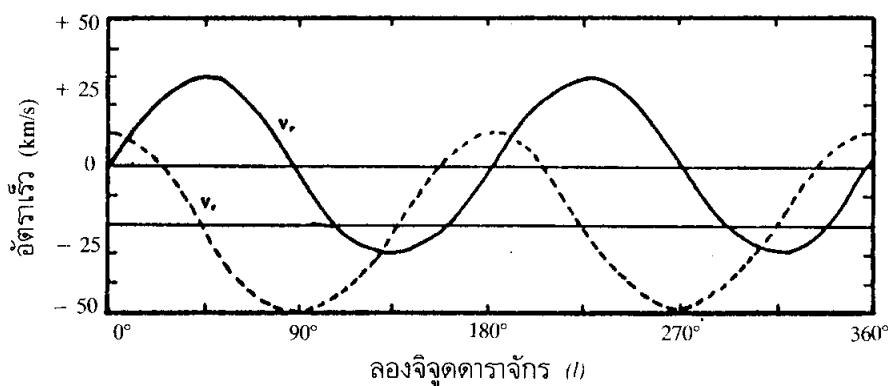
$$\mu = 0.211 (B + A \cos 2\ell) \quad (9.28)$$

ค่าตัวเลขที่เป็นตัวร่วมเกิดจากการเคลื่อนที่ปีโรเปอร์ที่วัดในหน่วยอาร์กิวนาทีต่อปี ("/yr") อัตราเร็วมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อวินาที และระยะทางวัดเป็นพาร์เซก หน่วยของ A และ B คือ กิโลเมตรต่อวินาที พาร์เซก ดังนั้นมิติของมันจึงเป็น (เวลา)⁻¹

สมการ (9.26) ถึง (9.28) เป็นสมการที่มีชื่อเลียงของอูร์ต ซึ่งเป็นสมการการหมุนเชิงอนุพันธ์ของดาวจักร ค่า A และ B เรียกว่าค่าคงที่อูร์ต ดาวทั้งหลายที่มีวงโคจรต่าง ๆ กัน ในดาวจักรจะมีอัตราเร็วในวงโคจรต่างกัน และสมการอูร์ตแสดงความแตกต่างเหล่านี้ด้วย พงก์ชันของปริมาณต่าง ๆ ที่ใช้พิจารณาマンได้ สูตรของอูร์ตเรساามารถเห็นได้ชัดเจนโดยไม่มีความยุ่งยากแต่อย่างไร ตัวอย่างเช่น ดาวดวงหนึ่งอยู่ที่ลองจิจูด $\ell = 0$ (หรือ $\ell = \pi$) มีการเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับดวงอาทิตย์แต่เคลื่อนที่เร็วกว่า (หรือช้ากว่ามาก) เนื่องจากวงโคจรของมันเล็กกว่า (หรือใหญ่กว่า) ดังนั้nobtiveในแนวสายตาที่สังเกตเห็นได้จะเป็นศูนย์ เนื่องจากอยู่ในแนวเดียวกับดวงอาทิตย์จากจุดศูนย์กลางดาวจักรสำหรับทิศทางทั้งเข้าหาหรือออกจากจุดศูนย์กลางดาวจักร ทำนองเดียวกับสำหรับดาวที่มี $\ell = \pm \frac{\pi}{2}$ จะมีอัตราเร็วในวงโคจรเดียวกัน และยังคงรักษาระยะทางห่างจากดวงอาทิตย์เท่าเดิม ดังนั้nobtiveจะเป็นศูนย์สำหรับทิศทางเหล่านี้ด้วย ผลก็คือจะมีแนวตามทิศทางทั้งสองที่ผู้สังเกตเห็นอัตราเร็วในแนวสายตาเป็นศูนย์ และสมการ (9.25) จึงอธิบายความล้มเหลว รูปไซน์คู่ (Double Sine) เป็นอย่างดี การเคลื่อนที่ปีโรเปอร์ของดาวด้วย $\ell = \pm \frac{\pi}{2}$ จะอธิบายได้ดังนี้คือ มันจะปรากฏเคลื่อนที่ไปเป็นรอบทรงกลมท้องฟ้าทั่วทั่วทั่วโลก นั่นคือ การเคลื่อนที่ปีโรเปอร์ของ (v_o/R_o) มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที และสมการ (9.25) และ (9.28) ทำนายได้เมื่อใช้หน่วยปีโรเปอร์

จากการตรวจสอบจำนวนมากได้แสดงว่า สมการการหมุนเชิงอนุพันธ์ของดาวจักรนี้ถูกต้อง โดยใช้วิธีทั่ว ๆ ไปคือ แบ่งดาวต่าง ๆ ออกเป็นกลุ่ม ๆ ตามระยะทางของมัน ถ้าเรา

เขียนเล่นโค้งความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วในแนวสายตาเทียบกับลองจิจูดของดาวราจักร ที่จะได้รูปไซน์คู่เหมือนในสมการ (9.26) (เล่นโค้งรูปไซน์ที่มีคาบเป็น 180°) อัตราเร็วเฉพาะตัวจะสร้างการกระทำเช่นนี้บนยอดของเส้นโค้งนี้ แต่เมื่อแปลงจิจูดของมัน (A_r) จะเพิ่มขึ้นตามระยะทาง ถ้าความสามารถอัมปลิจูดนี้ได้ (โดยที่ A_r เป็นค่าที่ทราบสำหรับกลุ่มที่กำลังตรวจสอบ) และถ้าทราบระยะทางสัมพัทธ์ของกลุ่มดาว 2 กลุ่มที่กำลังตรวจสอบ เรายังจะทราบค่าของ A ด้วย ทั้งค่าของ A และ B สามารถหาได้จากอัตราเร็วประ泊เวอร์ จากสมการ (9.28) แสดงให้เห็นว่า ปรากฏการณ์ของการเคลื่อนที่ประ泊เวอร์ไม่ซึ้งกับระยะทางเหมือนที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น แต่การกระทำซึ่งเกิดจากความเร็วเฉพาะตัวจะลดลงตามระยะทาง การเคลื่อนที่ที่สังเกตได้จะสอดคล้องกับการสังเกตการณ์อื่น ๆ รวมทั้งผลงานของเซปแลย์ในระบุกดาวทรงกลมที่พิจารณาทิศทางของศูนย์กลางดาวราจักร ซึ่งยังมีปัญหาเล็กน้อยที่ว่าการสมมติวิเคราะห์เป็นวงกลมรอบ ๆ จุดศูนย์กลางเป็นการถูกต้องขึ้นเพื่อฐานเท่านั้น



รูป 9.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างลองจิจูด (\parallel) กับอัตราเร็วในแนวสายตาและในระนาบทั้งฟ้าเป็นเส้นโค้งรูปไซน์คู่

เป็นการโชคไม่ดีที่การวัดค่าคงที่อุรุกมีความไม่แน่นอนค่อนข้างมาก ส่วนใหญ่เกิดจากการพิจารณาระยะทางที่ผิดพลาด ซึ่งเกิดเนื่องจากความไม่แน่นอนในโซติมาตรสัมบูรณ์ และในการแก้การดูดกลืนเนื่องจากสารระหว่างดาว มันอาจเกิดขึ้นจากการโดยทั่วไปผิดไปจากรูปวงกลมมากกว่าที่สมมติไว้มากด้วย ตัวเลขที่ได้ที่สุดของ A และ B คือ

$$A = 15 \text{ กม./วินาที กิโลพาร์เซก} = 0.49 \times 10^{-15} \text{ วินาที}^{-1} \quad (9.29)$$

$$B = -10 \text{ กม./วินาที กิโลพาร์เซก} = -0.32 \times 10^{-15} \text{ วินาที}^{-1}$$

จากสมการ (9.25) เราพบว่า

$$A + B = -\left(\frac{dv}{dR}\right)_{R_0}; \quad A - B = \frac{v_0}{R_0} \quad (9.30)$$

วงโคจรวงกลมวงหนึ่งรัศมี R_o จะมีเส้นรอบวงเท่ากับ $2\pi R_o$ และมีอัตราเร็ว v_o วงโคจรนี้จะมีคาบเวลาในหนึ่งรอบเท่ากับ

$$P = 2\pi \frac{R_o}{v_o} = \frac{2\pi}{A - B} \quad (9.31)$$

จากค่าของ A และ B ในสมการ (2.29) จะให้คาบเวลาเท่ากับ 7.8×10^{15} วินาที หรือเท่ากับ 2.5×10^8 ปี

ให้สังเกตว่า

$$\left(\frac{dv}{dR} \right)_{R_o} = -5 \text{ กิโลเมตร/(วินาที กิโลพาร์เซก)} \quad (9.32)$$

นี่หมายความว่า อัตราเร็วในวงโคจรรูปวงกลมค่าลดลงเมื่อระยะทางห่างจากจุดศูนย์กลางของดาวร้าวมากขึ้น ดังสมการ (9.11) ดังนั้นดาวร้าวจึงไม่ได้หมุนเหมือนกับวัตถุแข็งที่มี v แปรตาม R

ปริมาณ v_o และ R_o สามารถหาได้จากการสังเกตการณ์จากรายงานของ บอค (Bok's Report) ซึ่งหาค่าดังกล่าวโดยการวัดจากอัตราเร็วในแนวสายตาอย่างไม่ลະเอียดพบว่า

$$R_o = 10 \text{ กิโลพาร์เซก} \text{ และ } v_o = 250 \text{ กิโลเมตรต่อวินาที} \quad (9.33)$$

9.4.3 เส้นกราฟการหมุนของดาวร้าว

จากการวัดอัตราเร็วของการหมุนรอบดาวร้าวจักรในลักษณะเปรียบเทียบกับดวงอาทิตย์ของดาวหรือกลุ่มดาวที่อยู่ในบริเวณใกล้เคียงกัน เมื่อร่วมเข้ากับรูปทรงทางเรขาคณิตของวงโคจรของดาวต่าง ๆ รอบดาวร้าว ทำให้เราสามารถหาอัตราการหมุนสัมบูรณ์ (Absolute Rotational Speed) ของดาวหรือกลุ่มดาวได้ และโดยการใช้กล้องโทรทรรศน์วิทยุทำการสังเกตกลุ่มดาวที่จุดสัมผัสวงโคจรด้วยค่าลองจิจุดของดาวร้าว (I) ต่าง ๆ กัน ทำให้เราสามารถสร้างกราฟการหมุนของดาวร้าวทางชั้งเพื่อก่อได้

พิจารณาจากรูป 9.3 เราจะเห็นได้ว่า เมื่อกำหนดค่าลองจิจุดให้ อัตราเร็วสูงสุดในแนวสายตา $r_{r \max}$ จะเกิดขึ้นที่จุดซึ่งเส้นแนวสายตาเข้าใกล้จุดศูนย์กลางดาวร้าวมากที่สุด ($R = R_{min}$) ที่จุดนี้เส้นแนวสายตาจะสัมผัสนับวงโคจรของรัศมี R_{min} และเราได้ว่า

$$R_{min} = R_o \sin \ell \quad (9.34)$$

อาศัยจากสมการ (9.14)

$$v_{r \max} = \left(\frac{R_o v}{R_{min}} - v_o \right) \sin \ell \quad (9.35)$$

แทนค่าสมการ (9.34) ลงในสมการ (9.35) เราจะได้

$$v_{r \max} = v(R_{\min}) - v_o \sin \ell \quad (9.36)$$

เนื่องจากการหมุนของดาวจักรเป็นแบบอนุพันธ์ ดังนั้น $\omega = \omega(R)$ และ $v = v(R)$ และจาก $\omega = v/R; \omega_o = v_o/R_o$ และ

$$\omega(R_{\min}) = \frac{v(R_{\min})}{R_{\min}}$$

ดังนั้น สมการ (9.36) เขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} v_{r \max} &= \omega(R_{\min}) R_{\min} - \omega_o R_o \sin \ell \\ &= [\omega(R_{\min}) - \omega_o] R_o \sin \ell \\ \text{หรือ } \omega(R_{\min}) &= \omega_o + \frac{v_{r \max}}{R_o \sin \ell} \end{aligned} \quad (9.37)$$

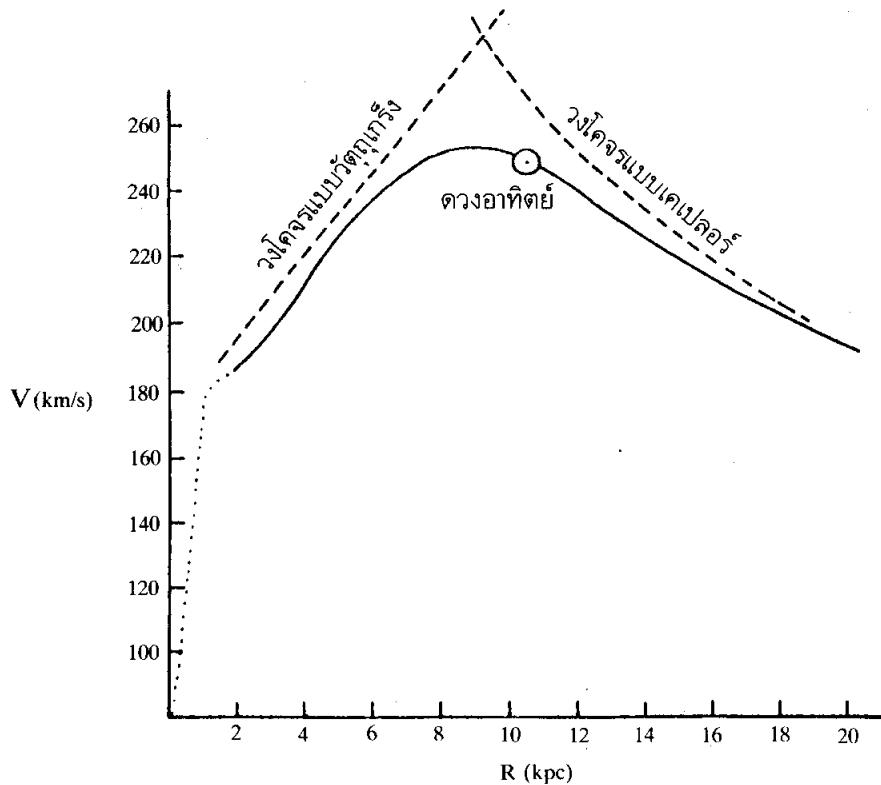
$v_{r \max}$ เป็นค่าที่สามารถลังเกตได้ และ R_{\min} ก็สามารถหาได้จากสมการ (9.34) ดังนั้นเราสามารถหาค่าของ v และ ω ในวงโคจรรัศมี $R = R_{\min}$ ในทิศทางที่มีค่าลองจิจูด (ℓ) ต่างๆ ได้

อาศัยจากสมการ (9.26) และความล้มพันธ์ $R_o - R \equiv r \cos \ell$ เราจะได้

$$\begin{aligned} v_{r \max} &= Ar 2 \sin \ell \cos \ell \\ &= 2A (R_o - R_{\min}) \sin \ell \\ &= 2A (R_o - R_o \sin \ell) \sin \ell \\ v_{r \max} &= 2AR_o \sin \ell (1 - \sin \ell) \end{aligned} \quad (9.38)$$

$v_{r \max}$ เป็นค่าซึ่งเราสามารถหาได้จากสเปกตรัมของดาวที่มีค่า ℓ ตั้งแต่ -90° ถึง $+90^\circ$ เพราะว่าเส้นในแนวสายตาจะล้มผสกนิววงโคจรได้ก็ต่อเมื่อวงโคจรนั้นอยู่ภายในระยะทาง R_o (ดูรูป 9.3) ดังนั้นเราจึงสามารถคำนวณหาค่าผลคูณของ AR_o ได้จากสมการ (9.38)

กราฟแสดงความล้มพันธ์ระหว่างอัตราเร็ว v และระยะทาง R ได้แสดงไว้ในรูป 9.5 จะเห็นได้ว่าบริเวณใกล้กลางของดาวจักรการหมุนจะเป็นแบบวัตถุเกร็ง ส่วนบริเวณขอบนอก การหมุนเป็นแบบเคลื่อนอว์ (Keplerian)



รูป 9.5 เส้นโค้งแสดงการหมุนของดาวจักร เส้นที่บีบเป็นเส้นที่ได้จากการณ์ ส่วนเส้นจุดเป็นเส้นที่คาดว่าจะเป็น และเส้นประแสดงการหมุนแบบวัตถุเกริงและแบบเคเพลอร์

9.5 แบบจำลองของดาวจักร

จากความรู้ต่าง ๆ เกี่ยวกับดาวจักรที่เรารู้ได้พิจารณาในหัวข้อที่แล้ว ทำให้เราพอจะสรุปและสร้างแบบจำลองของดาวจักรขึ้น ดังนี้

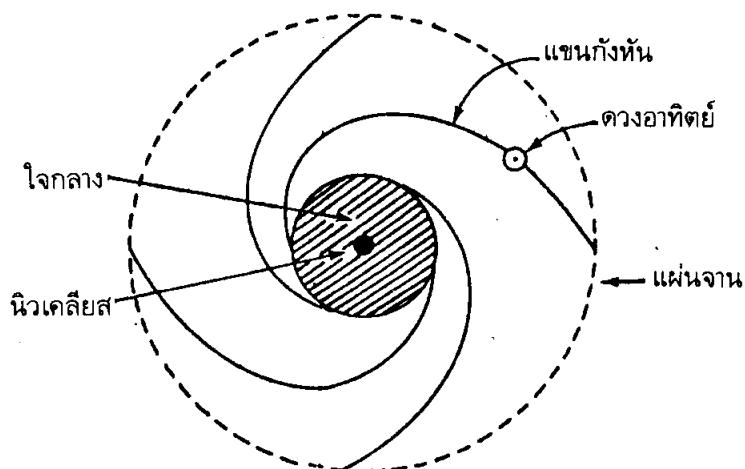
ดาวจักรหั้งหมัดอยู่ภายในแอนโกลีที่มีรูปเป็นทรงกลมซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 30 กิโลพาร์เซก บริเวณแยลจะประกอบด้วย (1) ดาวประชากรประเภทที่ 1 และ (2) กระเจูกดาวทรงกลมประมาณ 120 กระเจูกกระจายกันอย่างหลวม ๆ โดยที่วัตถุเหล่านี้มีวงโคจรแบบมาก และมีเวลาครบรอบประมาณวันอยู่ถึงสามวันร้อยล้านปี $[(1 \rightarrow 3) \times 10^8 \text{ ปี}]$

ระบบดาวจักรซึ่งมีรูปร่างเป็นวงกลมจะตัดแบ่งแอนโกลออกเป็น 2 ชีก เมื่อระยะทางเข้าใกล้ระบบดาวจักร ความหนาแน่นของจำนวนดาวจะเพิ่มขึ้น และปริมาณโลหะในดาวก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ในระบบดาวจักรขอบนอกซึ่งเป็นแผ่นจานดาวจักรมีความหนาประมาณ 1 กิโลพาร์เซก และในบริเวณใจกลางซึ่งล้อมรอบจุดศูนย์กลางจะมีความหนาแห่งดาวสูงมาก

และมวลส่วนใหญ่ของดาวราจักร ($\approx 10^{11} M_{\odot}$) จะอยู่ที่ใจกลางนี้ และบนแผ่นดินชั้นเมืองโครก เกือบเป็นวงกลม

ระบบดาวราจักรประกอบด้วยแขนกั้งหันซึ่งเป็นบริเวณที่หนาประมาณ 500 พาร์เซก แขนกั้งหันประกอบด้วยดาวประชากรประเภทที่ 1 ที่เกิดขึ้นใหม่ แต่มีอายุสั้น ดาวพวกนี้มีความสว่างมาก นอกจากนี้ในระบบดาวราจักรยังประกอบด้วยกลุ่มแก๊สไฮโดรเจนและฝุ่น ซึ่งมักจะอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่มเมฆใกล้แขนกั้งหัน บริเวณระหว่างแขนกั้งหันยังมีดาวประชากรแผ่นดินและดาวประชากรประเภทที่ 1 ออยู่บ้าง

ดวงอาทิตย์ของเราเป็นดาวฤกษ์ดวงหนึ่ง นับเป็นดาวประชากรประเภทที่ 1 มีอายุประมาณห้าพันล้านปี และอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางดาวราจักรประมาณ 10 กิโลพาร์เซก ในแขนกั้งหันแขนกั้งหัน ตามรูป 9.6 ดวงอาทิตย์ปรากฏว่าไม่ได้อยู่ในระบบดาวราจักรพอดี แต่จะอยู่เหนือขึ้นไปเล็กน้อย และมีการโคจรรอบจุดศูนย์กลางดาวราจักรเกือบเป็นวงกลมด้วยเวลาครบรอบ 250 ล้านปี มีความเร็วซึ่งไปในทิศลงจิจูด $\ell = 90^\circ$



รูป 9.6 แสดงแบบจำลองของดาวราจักรของเรา มองจากด้านบนจะเห็นแขนกั้งหันในแผ่นดิน และแสดงตำแหน่งของดวงอาทิตย์และนิวเคลียสของดาวราจักร

9.6 ดาวราจักรอื่น ๆ

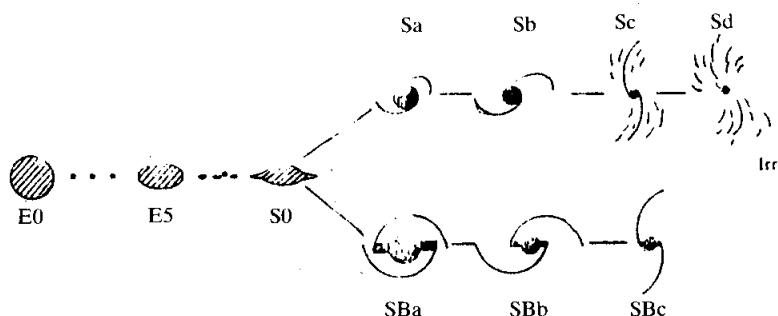
ดาวราจักรซึ่งเราทราบแล้วว่าเป็นระบบดวงดาวขนาดใหญ่ นอกเหนือไปจากการมีดวงดาวจำนวนมากมากมหาศาลแล้ว ในดาวราจักรนี้ ๆ ยังมีแก๊สและฝุ่นที่มีความหนาแน่นต่าง ๆ กระจายอยู่กันเป็นกลุ่มและเป็นกระฉูกตลอดทั่วอวกาศอันกว้างใหญ่เพศาล ดวงดาว

นับเป็นจำนวนล้าน ๆ ดวงประกอบกันเป็นทางช้างเผือก ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของดาวาจักรทางช้างเผือกที่ระบบ สุริยะของเราเป็นสมาชิกอยู่ด้วย นอกจากดาวาจักรทางช้างเผือกแล้ว นักดาราศาสตร์ยังมองเหยียอกไปในอดาวาจักรของเราและพบว่า เต็มไปด้วยดาวาจักรและวัตถุอื่น ๆ อีกเป็นจำนวนมาก ซึ่งมีรูปร่างต่าง ๆ กัน ดาวาจักรหั้งหมดจะเรียงตัวกันเป็นกลุ่ม ๆ หรือเป็นกระเจูก แต่ละกลุ่มอาจประกอบด้วยดาวาจักรเพียงสองสามดาวาจักรจนถึงจำนวนหลายพันดาวาจักร รูปร่างของดาวาจักรต่าง ๆ จะขึ้นอยู่กับการกระจายตัวของมวลภายใน และอัตราส่วนของมวลของดาวกับแก๊สร้าจักรอื่นที่อยู่ใกล้มากที่สุดคือ ดาวาจักรเมฆแมกเจลเลนนิก ซึ่งอยู่ห่างจากโลกของเราระมาณ 150,000 ปีแสง

9.6.1 การแบ่งประเภทของดาวาจักร

ในปี ค.ศ.1926 อับเบิลซึ่งเป็นนักดาราศาสตร์คนแรกที่ได้เสนอวิธีการแบ่งประเภทของดาวาจกรอุกตามรูปร่างที่ปรากฏแก่สายตา ซึ่งทำเป็นแผนภาพรูปคล้ายส้อมเสียงดังแสดงในรูป 9.5 โดยแบ่งดาวาจกรออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ 3 ประเภท คือ

- (1) ดาวาจักรรูปวงรี (Elliptical Galaxies)
- (2) ดาวาจักรรูปกังหัน (Spiral Galaxies)
- (3) ดาวาจักรอสัณฐาน (irregular Galaxies)



รูป 9.7 แผนภาพรูปส้อมเสียงของอับเบิลแสดงรูปร่างของดาวาจักรแบบต่าง ๆ

(1) ดาวาจักรรูปวงรี เป็นดาวาจักรที่มีรูปร่างเป็นทรงกลมแบ็ป (Oblate Spheroid) แต่เรามองเห็นเป็นวงรีบนห้องฟ้าเพื่อแสดงความเยื้องศูนย์กลางของดาวาจักร เราจะใช้อักษร E นำหน้าตัวเลขตั้งแต่ 0 ถึง 7 ดังนี้คือ ถ้าให้ a และ b เป็นระยะกึ่งแกนหลัก และกึ่งแกนรอง ของรูปวงรีตามลำดับ ดังนั้น $10(a - b)/a$ ก็จะแสดงเป็นความเยื้องศูนย์กลางของรูปดาวาจักร ที่ปรากฏแก่สายตา เช่น ดาวาจักร E_0 จะปรากฏให้เห็นเป็นแกนกลมดาวาจักร E_1 ถึง E_7 ก็จะมีความเยื้องศูนย์กลางมากขึ้นจนถึงความเยื้องศูนย์กลางมากที่สุดเท่าที่พบคือ E_7 สำหรับ ความเยื้องศูนย์กลางที่แท้จริงของดาวาจักรจะไม่สามารถหาได้ เพราะว่าเราไม่สามารถทราบว่า

แกนของดาวจักรซึ่งไปในทางทิศใด บางครั้งในกระดูกดาวจักรบางกระดูกจะมีดาวจักรรูปวงรีขนาดใหญ่ที่เรียกว่าดาวจักรวงรียักษ์ เช่นดาวจักรวงรียักษ์แบบ D ซึ่งมีนิวเคลียสเป็นรูปวงรี นอกจากนี้ดาวจักรรูปวงรีเหล่านี้ส่วนใหญ่จะพบว่าเป็นแหล่งกำเนิดคลื่นวิทยุด้วย

(2) ดาวจักรรูปกังหัน นักดาราศาสตร์พบว่า ดาวจักรส่วนมากจะมีรูปร่างแบบ



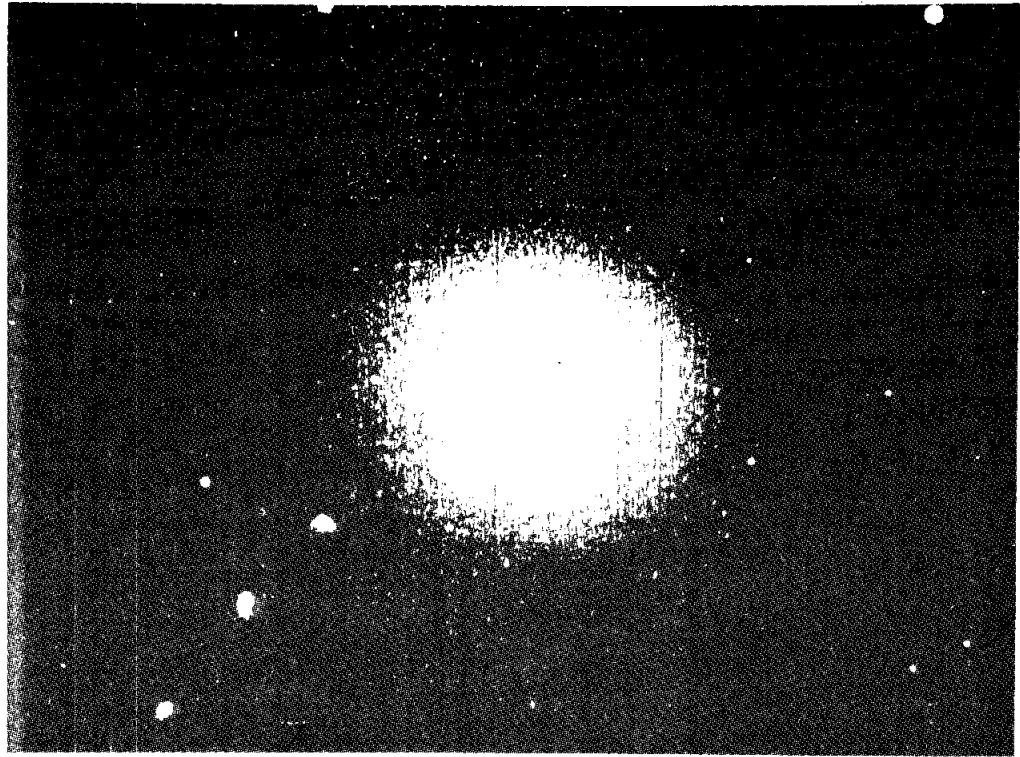
รูป 9.8 ดาวจักรแอนโอดร์เมด้า ซึ่งเป็นดาวจักรรูปกังหันมีลักษณะเช่นเดียวกับดาวจักรทางช้างเผือกของเรา แต่มีขนาดใหญ่กว่า

กังหันรวมทั้งดาวัจกรทางซ้ายเมื่อกดด้วย ดาวัจกรรูป กังหันมีสองชนิดคือ ชนิดปกติ (Normal) และชนิดแขนกังหันมีแกน (Barred) ดาวัจกรทั้งสองชนิดมีแขนเป็นรูป กังหัน โดยมากจะมี 2 แขนที่สามารถกัน ในดาวัจกร กังหันบากติ แขนกังหันจะซื้อกาจากนิวเคลียสโดยตรง แต่ ในดาวัจกร กังหันชนิดมีแกน แขนกังหันจะซื้อกาจากปลายแท่งแกนที่พัดผ่านจุดศูนย์กลาง นอกจากนี้ดาวัจกร กังหันทั้งสองชนิดยังแบ่งอยู่ออกเป็นแบบ a, b, c และ d ซึ่งแบ่งตาม (ก) ความแน่นของการขดของแขนกังหัน (ข) ความชัดเจนของการเห็นแขนกังหัน และ (ค) ขนาดของนิวเคลียส ดาวัจกร กังหันชนิดบากติจะใช้อักษร S นำหน้า เช่น ดาวัจกร กังหันแบบ Sa จะมีแขนกังหันที่พันแน่นรอบนิวเคลียสจนเกือบจะเป็นวงแหวน ดาวัจกร กังหันแบบ Sb มีแขนคลายหลุมขึ้น และเรามองเห็นบริเวณ HII และสมocomดาวในแขน ดาวัจกรแบบ Sc จะมีแขนคลายหลุมยิ่งขึ้น และมีนิวเคลียสเล็กมาก เราจะมองเห็นดาว อุบัติภัยกันเป็นกลุ่มมากยิ่งขึ้น สำหรับดาวัจกรชนิดมีแกนใช้อักษร SB นำหน้า เช่น ดาวัจกรแบบ SBa, SBb และ SBc ซึ่งมีลักษณะคล้ายกับแบบ Sa, Sb และ Sc ตามลำดับ แต่ต่างกันตรง ที่ดาวัจกรแบบ SB มีแกนพัดกลางนิวเคลียส แต่ดาวัจกรแบบ S ไม่มี

ยังมีดาวัจกรอีกแบบหนึ่งซึ่งเป็นแบบพิเศษ เรียกว่าแบบ So ดาวัจกรแบบ So เป็น ดาวัจกรที่มีรูปร่างอยู่ระหว่างกลางของดาวัจกรวงรี E, และดาวัจกรรูป กังหัน Sa และ Sb โดยที่ดาวัจกรแบบ So จะมีความเยื้องศูนย์กลางมากกว่าแบบ E, แต่ว่าไม่ใช่ดาวัจกร รูปวงรี เพราะว่ามันมีนิวเคลียสเป็นรูปคล้ายเลข零 และมีแผ่นจานเบนคาดกลางซึ่งไม่ปรากฏ ในดาวัจกรรูปวงรี

(3) ดาวัจกรอสัณฐาน เป็นดาวัจกรที่ไม่มีรูปร่างแน่นอนແง่องอกเป็นสองชนิด คือ (i) ดาวัจกรอสัณฐาน I (IrrI) จะประกอบด้วยดาวประภาค O และ B และบริเวณ HII ตัวอย่าง เช่น ดาวัจกรเมฆแมก杰ลแลนนิกหงส์ ใบดาวัจกรอสัณฐานบางดาวัจกรอาจ ปรากฏแขนกังหันให้เห็นได้ร่าง ๆ (ii) ดาวัจกรอสัณฐาน II (IrrII) เป็นดาวัจกรที่ไม่มีรูปร่าง แน่นอน และไม่ปรากฏให้เห็นดาวแยกออกจากเป็นดวง ๆ แต่ประกอบด้วยเก๊สและฝุ่นเป็น ปริมาณมาก ตัวอย่าง เช่น ดาวัจกร M82

ยังมีดาวัจกรรูปร่างประหลาดอีกประภาคหนึ่ง ซึ่งเป็นระบบดาวัจกรที่มีความหนาแน่น มาก จัดเป็นประภาคอัดแน่น (Compact) คือมีขนาดเล็กแต่มีความสว่างมากจนมองดูคล้าย กับว่าเป็นดาวดวงหนึ่งมากกว่าจะเป็นดาวัจกร ในบางครั้งอาจมีบริเวณแสงสลับอยู่ล้อมรอบ นิวเคลียสที่สว่างมาก แต่เมื่อใช้กล้องสเปกโตรสโคปวิเคราะห์จึงทราบว่าเป็นดาวัจกรที่มี โครงสร้างหนาแน่นมาก



(ก) ดาวร้าวบุปผา



(ข) ดาวร้าวบุปผาทันทีมีแกนพาดผ่านศูนย์กลาง เป็นชนิด SB (NGC 1300)

รูป 9.9 แสดงรูปปั่นของดาวร้าว (ก) ชนิดรูปบุปผา (ข) รูปบุปผาทันทีมีแกนพาดผ่านศูนย์กลาง

ในบรรดาดาวราจักรประเภทต่าง ๆ ยังมีดาวราจักรบางประเภทสั่งคลื่นวิทยุกำลังสูง ออคมา เรารู้กว่าดาวราจักรวิทยุ (Radio Galaxy) ซึ่งมีลักษณะแบลกประหลาด เช่นมีกลุ่มเมฆ และทางยาวของลักษณะของผุ่นพุ่นตัวออคมา หรือไม่ก็มีแก๊สที่มีความร้อนสูงเป็นทางยาวพุ่นตัว ออคมาจากจุดศูนย์กลางของดาวราจักร จำกัดโครงสร้างแบลกประหลาดนี้รวมกับข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยกล้องสเปกโโทรสโคปแสดงให้เห็นว่า บริเวณภายในใจกลางของดาวราจักร ประเภทนี้มีการระเบิดอย่างรุนแรง

ในปี ค.ศ.1953 นักดาราศาสตร์ชาวอเมริกันแรกที่ตรวจพบคลื่นวิทยุ ความยาวคลื่น 21 ซม. ส่องออคมาจากกลุ่มเมฆไฮโดรเจนในอวกาศขณะทำการศึกษาดาวราจักร เมฆแมกเจลแลนนิก และต่อมานักดาราศาสตร์คนเดียวกันนี้ได้ทำการค้นหาการกระจายตัว ของไฮโดรเจนด้วยคลื่นวิทยุ เข้าพบว่าปริมาณแก๊สไฮโดรเจนในดาวราจักรมีเมฆแลนนิกใหญ่ มีอยู่ประมาณร้อยละสิบของมวลทั้งหมดของดาวราจักรดังกล่าว นอกจากนี้ยังพบว่าปริมาณ แก๊สไฮโดรเจนทั้งหมดในดาวราจักรมีเมฆแลนนิกเด็กมีน้อยกว่าในดาวราจักรมีเมฆแลนนิกใหญ่

9.6.2 กระจุกดาวราจักร

ดาวราจักรส่วนใหญ่จะปรากฏอยู่ร่วมกันเป็นกระจุก ประมาณกันว่าอย่างน้อยครึ่งหนึ่ง ของดาวราจักรทั้งหมดจะเป็นสมาชิกในกระจุกดาวราจักร เช่น ดาวราจักรทางซ้ายเมืองก็เป็นสมาชิก ของกระจุกดาวราจักรที่เรียกว่ากลุ่มท้องถิ่น (Local Group) ซึ่งมีสมาชิกทั้งหมดอยู่ประมาณ 24 ดาวราจักร ส่วนใหญ่เป็นดาวราจักรรูปปูรีเคนและดาวราจักรอสังฐาน แต่ก็ยังมีดาวราจักร รูปกังหัน ได้แก่ ดาวราจักรทางซ้ายเมือง ดาวราจักร M31 และ M33

นักดาราศาสตร์ชื่อ แอบเบลล์ (G.O. Abell) ได้แบ่งกระจุกดาวราจักรออกเป็นแบบปกติ (Regular) และแบบไม่ปกติ (Irregular) กระจุกดาวราจักรแบบปกติโดยมากจะมีขนาดใหญ่ รูปร่างมีสมมาตรเชิงทรงกลม ซึ่งดาวราจักรจะอยู่ร่วมกันมากในบริเวณศูนย์กลาง กระจุกดาวราจักร แบบปกติประกอบด้วยสมาชิกดาวราจักรหลายพันดาวราจักร โดยมีประมาณหนึ่งพันดาวราจักร ที่มีความส่วนมากกว่าโซ่อิมาร์สัมบูรณ์ - 15 สมาชิกส่วนใหญ่จะเป็นดาวราจักรรูปปูรี หรือ So

ดาวราจักรแบบไม่ปกติโดยมากจะมีขนาดเล็กและประกอบด้วยกระจุกย่อย ๆ หลาย กระจุกอยู่ร่วมกันอย่างหลวม ๆ หรือบางที่เป็นกระจุกขนาดใหญ่แต่มีสมาชิกจำนวนน้อย ตัวอย่างเช่น กลุ่มดาวราจักรท้องถิ่น ซึ่งแยกกันอยู่เป็น 2 กลุ่มย่อย คือ กลุ่มที่อยู่ใกล้ดาวราจักร ทางซ้ายเมืองกลุ่มนี้ และอยู่ใกล้ดาวราจักรเอนดอร์เมดา (M31) อีกกลุ่มนึง

แบบฝึกหัดที่ 9

- 9.1 จงอธิบายวิธีการสำรวจดาวร้าวทางช้างเผือกโดยการใช้ความยาวคลื่นในช่วงที่มองเห็นได้และโดยการใช้ความยาวคลื่นวิทยุ และทำไม่การสำรวจด้วยคลื่นวิทยุจึงดีกว่าการสำรวจด้วยคลื่นที่มองเห็นได้
- 9.2 ทำไม่บริเวณและของดาวร้าวจึงประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นดาวฤกษ์ประชากรประเภทที่ 2 ในขณะที่บริเวณแข็งหันของดาวร้าวรูปปั้นหันประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นดาวฤกษ์ประชากรประเภทที่ 1 หรือเป็นดาวเกิดใหม่ และทำไม่ที่บริเวณใจกลางของดาวร้าว จึงพบดาวประชากรทั้งสองประเภทปนกันอยู่
- 9.3 กระเจดดาหารวงกลมกระเจดดาห์มีมวลคงรูปวงรี ($e = 0.9$) รอบจุดศูนย์กลางดาวร้าว และมีระยะห่างจากจุดศูนย์กลางมากที่สุดเท่ากับ 20 kpc จงหาระยะที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางมากที่สุด และค่าของกราฟโคจร
- 9.4 กำหนดให้แอลเอสอาร์โคจรรอบจุดศูนย์กลางดาวร้าวเป็นวงกลมด้วยอัตราเร็ว $250 \text{ กิโลเมตรต่อวินาที}$ จงหาอัตราเร็วหลุดพ้นจากดาวร้าวของดาวในบริเวณใกล้เคียง กับดวงอาทิตย์
- 9.5 ถ้าถือว่าใจกลางของดาวร้าวเป็นกระเจดดาหารวงกลมขนาดใหญ่ที่มีรัศมี R และความหนาแน่นสม่ำเสมอ ρ
(ก) จงหามวล (M) ของกระเจดดาวนี้
(ข) จงหามวลที่อยู่ภายในวงกลมที่มีรัศมี $r < R$
(ค) จงหาอัตราเร็วเชิงมุม w ของดาวที่โคจรเป็นวงกลม รัศมี $r (< R)$ รอบจุดศูนย์กลางของกระเจดดาหาร
(ง) คำตอบในข้อ (ค) แสดงถึงการหมุนแบบวัตถุเกร็งหรือไม่
- 9.6 ถ้าระยะทางจากดวงอาทิตย์ถึงใจกลางดาวร้าวมีค่าเป็น 10 kpc และค่าการหมุนของดาวร้าวมีค่าเท่ากับ 250 ล้านปี จงคำนวณอัตราเร็วเชิงเส้นของดวงอาทิตย์ในวงโคจรรอบจุดศูนย์กลางดาวร้าว
- 9.7 สมมติว่าดาวร้าวของเรามีมวล $1.5 \times 10^{11} M_{\odot}$ และมวลทั้งหมดนี้อยู่รวมกันที่จุดศูนย์กลาง
(ก) จงเขียนเล็กน้อยแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว v เทียบกับ R ของดาวร้าว
(ข) จงหาค่าของการหมุนที่ $R = 5, 10, 15$ และ 20 kpc
(ค) จงหาอัตราเร็วหลุดพ้นที่ $R = 10 \text{ kpc}$

- 9.8 ดาวดวงหนึ่งโคจรรอบจุดศูนย์กลางดาวราจักรในวงโคจรแบบเดเปลอร์ที่มีความเยื้องศูนย์กลาง 0.8 และระยะกึ่งแกนหลักเป็น 7 kpc มีจุดอพอกแลกติคอน (ระยะทางที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมากที่สุด) ของวงโคจรอยู่ในบริเวณใกล้เคียงกับดวงอาทิตย์ จงหาความเร็วเฉพาะตัวของดาวเทียนกับแอลเอลเอสอาร์ เมื่อมันอยู่ที่จุดอพอกแลกติคอน
- 9.9 ถ้าดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดศูนย์กลางของดาวราจักรทางซ้ายเดียวกันอยู่ไกลจากโลก 10 kpc จงหาค่าโซ่อิมาตรปรากម្មของดวงอาทิตย์
- 9.10 ถ้าดาวราจักรทางซ้ายเดียวกับด้วยดาวหัตถ์ $1.5 \times 10^{11} \text{ ดวง}$ และสมมติว่าดาวทุกดวงมีโซ่อิมาตรสัมบูรณ์เท่ากันหมดคือ $M_{bol} = 4.7$ จงหาโซ่อิมาตรสัมบูรณ์ของหัตถ์ดาวราจักรและเปรียบเทียบค่าที่ได้กับโซ่อิมาตรปรากម្មของดวงอาทิตย์
- 9.11 เราจะมีวิธีอย่างไรที่จะใช้คลื่นวิทยุความยาวคลื่น 21 เชนติเมตร ชี้งป้องกันภัยจากกลุ่มแก๊สไฮโดรเจนในอวกาศเพื่อศึกษาการเคลื่อนที่เชิงอนุพันธ์ของดาวราจักร และการศึกษาการหมุนของดาวราจักร ณ บริเวณที่อยู่ไกลจากระบบสุริยะมาก ๆ นั้น สามารถทำได้อย่างไร
- 9.12 ถ้าดาวราจักรทางซ้ายเดียวกับและดาวราจักรเอนโดรเมดา (M_{31}) เป็นระบบดาวราจักรคู่ และต่างกับโคจรรอบซึ่งกันและกันเป็นเส้นทางรูปวงกลม จงหา
- (ก) ระยะทางของจุดศูนย์มวลวัดจากดาวราจักรทางซ้ายเดียวกับ
 - (ข) ค่าบของกรัฟโคจร
-