บทที่ 2

ตำแหน่งและโชติมาตรของดาว

ดาวที่เรามองเห็นในเวลากลางคืนบนท้องฟ้าปรากฏเป็นจุดสว่าง เนื่องจากดาวเหล่านั้นซึ่งเป็นดาวฤกษ์อยู่ห่างไกลจากโลกของเรามาก ความสว่างของดาวแต่ละดวงแตกต่างกันไปและมีสีแตกต่างกันด้วย การที่เรามองเห็นมันเปลี่ยนแปรความสว่างและดูคล้ายจะสั่นไหวไปมา และบางครั้งก็ดูเหมือนว่ามีการเปลี่ยนสีวูบวาบด้วย นั่นเป็นเพราะผลเนื่องจากแสงของดาวต้องเคลื่อนที่ผ่านเข้ามาในบรรยากาศของโลกซึ่งแปรปรวนตลอดเวลาก่อนที่จะเข้าสู่ตาของเรานั่นเอง นอกจากนี้ความคลาดเคลื่อนของเลนซ์ตารวมทั้งอุปกรณ์ประกอบเช่นแว่นตาที่เราใช้ก็อาจมีส่วนช่วยให้ดาวฤกษ์ปรากฏรัศมีเป็นเส้น ๆ แผ่ออกโดยรอบ ถ้าหากว่าระบบทัศนศาสตร์ของเรามีความเคลื่อนน้อยที่สุดแล้ว เราควรจะมองเห็นดาวปรากฏเป็นเพียงจุดสว่างขนาดเล็กเท่าปลายเข็มและมีความสว่างแตกต่างกันของดาวแต่ละดวง การที่แสงของดาวมีความสว่างต่างกันนั้นหมายถึงปริมาณพลังงานที่ดาวให้ออกมาในแสงมาเข้าเลนซ์ตาของเราไม่เท่ากัน ส่วนสีนั้นหมายถึงการเฉลี่ยองค์ประกอบของรังสีขนาดคลื่นต่าง ๆ ในแสงของดาว เนื่องจากอุณหภูมิของระดับพลังงานที่แผ่รังสีของดาวนั้น ๆ ในบทนี้เราจึงต้องการศึกษาการวัดระยะทาง ความสว่าง และการเคลื่อนที่ของดาว

2.1 พารัลแลกซ์ตรีโกณมิติและระยะทางของดาว

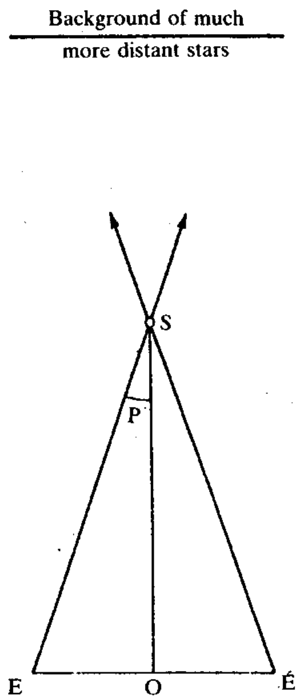
เนื่องจากดาวต่าง ๆ นั้นอยู่ห่างไกลจากโลกของเรามาก ดังนั้นการวัดระยะทางของดาวโดยตรงจึงทำไม่ได้ แต่เรามีวิธีหาระยะทางของดาวที่ดีที่สุดก็คือ **วิธีพารัลแลกซ์ตรีโกณมิติ (Trigonometric Parallax)** หลักการก็คือ เมื่อเรานั่งอยู่ในรถไฟขณะกำลังวิ่งและมองออกไปด้านนอกข้างทาง เราจะเห็นวัตถุที่อยู่ใกล้เช่นต้นไม้ข้างทางเคลื่อนที่ไปข้างหลังเมื่อเทียบกับวัตถุที่อยู่ไกล เช่น ภูเขา ปรากฏการณ์นี้ก็คือ พารัลแลกซ์ และเมื่อเรามองดูดาวบนท้องฟ้าเนื่องจากโลกเคลื่อนที่ไปรอบดวงอาทิตย์ ดังนั้นตำแหน่งของดาวซึ่งอยู่ใกล้จะปรากฏเคลื่อนที่ไปเมื่อเทียบกับดาวจำนวนมากซึ่งอยู่ไกลกว่าและปรากฏเป็นทิวทัศน์ของพื้นหลัง ดังแสดงในรูป 2.1

จากรูป 2.1 เราสมมติว่าดาวอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทาง r (AU) (AU คือหน่วย

ดาราศาสตร์ มีค่าเท่ากับระยะทางเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์) และโลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทาง a ซึ่งเท่ากับ 1 หน่วยดาราศาสตร์ มุม P ก็คือมุมพารัลแลกซ์ ซึ่งเป็นมุมของดาวที่ทำกับดวงอาทิตย์เมื่อมองจากโลก 2 ครั้งที่มีตำแหน่งต่างกันหนึ่งหน่วยดาราศาสตร์ ถ้าดาวอยู่ไกลเป็นระยะทาง r ซึ่งไกลกว่า 1 หน่วยดาราศาสตร์มาก ๆ เราจะเห็นได้ว่า

$$\tan \frac{P}{\text{เรเดียน}} = \frac{a}{r} \tag{2.1}$$

$$\frac{P}{\text{เรเดียน}} \simeq \frac{a}{r}$$



รูป 2.1 แสดงวิธีการวัดพารัลแลกซ์ตรีโกณมิติหาตำแหน่งของดาว (S) ที่อยู่ห่างเป็นระยะ r จากดวงอาทิตย์ (O) และนิยามมุมพารัลแลกซ์ (P) ของดาวโดยใช้รัศมีวงโคจรของโลก (1 AU) เป็นเส้นฐาน

$$r \simeq \frac{\text{เรเดียน}}{P}\, a$$

แต่ $$1\ \text{เรเดียน} = \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}\ \text{วิลิบดา}\ ('')$$

$$= 206265'' = 2.063 \times 10^{5''}$$

ดังนั้น $$r \simeq \frac{206265''}{P''}\, a = \frac{2.063 \times 10^{5''}}{P''}\, a$$

$$r\ (AU) \simeq \frac{2.063 \times 10^{5''}}{P''} \tag{2.2}$$

ดังนั้นมุม P จึงวัดในหน่วย อาร์ควินาที [second of are (″)]

ถ้าเราวัดระยะทางถึงดาว (r) เป็นหน่วยซึ่งกำหนดให้มีค่าเป็น 2.063×10^5 เท่าของหน่วยดาราศาสตร์ หน่วยนี้เราเรียกว่า พาร์เซก (Parsec)

$$r\ (pc) = \frac{1}{P''} \qquad (2.3)$$

1 พาร์เซก สามารถแปลงเป็นความยาวเซนติเมตรได้เท่ากับ

1 พาร์เซก $= 2.063 \times 10^5$ AU

เมื่อ 1 AU $= 1.496 \times 10^{13}$ ซม.

ดังนั้น 1 พาร์เซก $= 2.063 \times 10^5 \times 1.496 \times 10^{13}$ ซม.

$= 3.086 \times 10^{18}$ ซม.

1 ปีแสงมีค่าเท่ากับ 9.46×10^{17} ซม.

ดังนั้น 1 พาร์เซก = 3.262 ปีแสง (2.4)

1 ปีแสงเป็นระยะทางซึ่งแสงสว่างเคลื่อนที่ไปได้ในเวลา 1 ปี บางครั้งระยะทางของดาวก็ใช้เป็นหน่วยปีแสง แต่ส่วนมากนักดาราศาสตร์นิยมใช้หน่วยพาร์เซกมากกว่า จะเห็นได้ว่าระยะทางของดาว r เป็นสัดส่วนผกผันกับมุมพารัลแลกซ์ P″ ดังนั้นดาวที่อยู่ใกล้ที่สุด (r น้อยที่สุด) จะมีพารัลแลกซ์มากที่สุด

ดาวที่อยู่ใกล้ดวงอาทิตย์มากที่สุดคือดาวแอลฟา เซนทอรี (Alpha Centauri) มีพารัลแลกซ์ $0''.76$ และอยู่ห่างไกลเป็นระยะทาง

$$r\ (pc) = 1/0''.76$$

$$= 1.3 \text{ พาร์เซก}$$

ดังนั้นดาวดวงอื่น ๆ ทุกดวงจะต้องมีพารัลแลกซ์น้อยกว่านี้

การวัดพารัลแลกซ์ของดาวเป็นงานที่กินเวลาและต้องใช้ความละเอียดถี่ถ้วนมาก เนื่องจากดาวฤกษ์อยู่ห่างไกลมากและมีมุมพารัลแลกซ์น้อย วิธีการวัดทำโดยถ่ายภาพอาณาบริเวณรอบดาวที่ต้องการประมาณ 5 ครั้งในรอบปี แล้วนำมาเปรียบเทียบตำแหน่งของดาวดวงนั้นกับดาวฤกษ์อื่น ๆ ซึ่งอยู่ไกลออกไป และปรากฏเป็นพื้นหลังแต่เป็นดาวซึ่งปรากฏสว่างใกล้เคียงกัน นอกจากนี้ยังต้องมีการแก้ค่าผิดพลาดเนื่องจาก การหักเหและการแยกแสงสีในบรรยากาศของโลก การเคลื่อนที่ของดาวในพื้นหลังและการเคลื่อนที่จริง ๆ ในอวกาศซึ่งดาวบางดวงอาจมีได้ ค่าที่ได้จะเป็นพารัลแลกซ์ประจำปี (Annual Parallax) ซึ่งวินิจฉัยได้โดยไม่ยากเพราะมันมีการเปลี่ยนแปรเป็นรอบ ๆ

การวัดระยะทางของดาวฤกษ์ยังมีวิธีอื่นอีก เช่นการวัดระยะทางโดยอาศัยสภาพส่องสว่าง (Luminosity Distances) วิธีนี้ให้ค่าเปรียบเทียบจนกว่าเราจะสามารถกำหนดระยะทางของดาวฤกษ์ที่นำมาเกี่ยวข้องได้อย่างแน่นอน หลักการที่นำมาใช้คือ ความสว่างปรากฏ (Apparent Brightness) ของดาวเป็นปฏิภาคกลับกับกำลังสองของระยะทาง ตามกฎกำลังสองผกผันของการแผ่รังสี วิธีการวัดจำพวกนี้ก็มี

(ก) **พารัลแลกซ์สเปกตรัม** (Spectroscopic Parallax) อาศัยหลักที่ว่าความสว่างที่แท้จริงของดาวขึ้นกับชนิดสเปกตรัมของมัน ดังนั้นเมื่อเราวัดความสว่างปรากฏของดาวฤกษ์และชนิดสเปกตรัมของมันได้ ก็สามารถนำมาคำนวณหาระยะทางได้

(ข) **การแปรแสงเป็นคาบ** (Periodic Varaibility) ดาวแปรแสงจำพวกอาร์ อาร์ ไลรา (R R Lyrae) หรือจำพวกเซเฟอิด (Cepheid) มีความสว่างและหรี่เป็นรอบ ๆ โดยมีคาบการแปรแสงสัมพันธ์กับความสว่างสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Brightness) ดังนั้นเมื่อเราทราบคาบและความสว่างปรากฏของมัน ก็สามารถคำนวณระยะทางของมันได้ ถ้าหากดาวฤกษ์ดวงนี้เป็นสมาชิกของกระจุกดาว (Cluster Star) หรือดาราจักร (Galaxy) เราก็พลอยได้ระยะทางถึงกระจุกดาวหรือดาราจักรนั้นด้วย

(ค) **วิธีการซ้อนกราฟขบวนหลัก** (Main Sequence Fitting) เมื่อนำค่าความสว่างสัมบูรณ์ของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวหนึ่งกับค่าดัชนีสี (Color Index) ของมันมาเขียนจุดลงบนกระดาษตารางกราฟ จุดต่าง ๆ ซึ่งแทนดาวแต่ละดวงนั้นส่วนใหญ่จะเรียงรายกันเป็นเส้น เราเรียกว่าขบวนหลัก แผนผังกราฟนี้เราเรียกว่า แผนผัง เอช-อาร์ (H-R Diagram) คำว่า เอช-อาร์ เป็นคำย่อของชื่อคนคือ **เฮิร์ตซ์สปรุง-รัสเซลล์** (Hertzsprung-Russell) ซึ่งเป็นนักดาราศาสตร์โดยที่ในปี ค.ศ. 1911 แฮตซ์สปรุงเป็นคนแรกที่ค้นพบเส้นกราฟนี้ก่อนและต่อมาในปี ค.ศ. 1913 รัสเซลล์ก็ได้ค้นพบเส้นกราฟเดียวกันโดยไม่ทราบว่า เฮิร์ตซ์ปรุงเคยทำมาแล้ว เมื่อเรายังไม่ทราบระยะทางของกระจุกดาวนั้นก็อาจเขียนจุดระหว่างความสว่างปรากฏต่อสีของดาว (ซึ่งไม่เปลี่ยนตามสีของดาว) ได้เส้นกราฟขบวนหลักเหมือนกัน เมื่อเราทำเช่นนี้แล้วเอาขบวนหลักที่ได้มาเลื่อนซ้อนให้เข้ากับขบวนหลักของกระจุกดาวที่ทราบระยะทางแล้วปริมาณความสว่างที่ต้องเลื่อนนำไปคำนวณหาระยะทางของกระจุกดาวซึ่งยังไม่ทราบค่านั้นได้

2.2 การแผ่รังสีของดาว

พารามิเตอร์การแผ่รังสีของดาวดวงหนึ่งกำหนดในพจน์ของรัศมีของดาวทรงกลม R สภาพส่องสว่าง L คือพลังงานการแผ่รังสีทั้งหมดต่อหน่วยเวลาในทุกทิศทาง และทุกความ

ยาวคลื่นและ L_λ หรือ L_ν คือปริมาณเอกรงค์ที่สมนัยกัน ปริมาณ F (R) คือฟลักซ์พื้นผิวของดาวและมีค่าเท่ากับสภาพส่องสว่างหารด้วยพื้นที่ผิวทรงกลม

$$F(R) = \frac{L}{4\pi R^2} \tag{2.5}$$

ในหัวข้อ 1.3 เราได้นิยามฟลักซ์พลังงานเป็นการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ผิวครึ่งทรงกลมของความเข้มคูณกับโคไซน์ของมุมที่มีทิศพุ่งออกไป และในหัวข้อ 1.4 เราสังเกตได้ว่าการอินติเกรตความเข้มของวัตถุดำแปรตามตรงกับ T^4 ดังนั้นจากสมการ (1.35) และ (1.42) เราจะได้

$$F(R) = \sigma T^4 \tag{2.6}$$

ถ้าดาวเป็นวัตถุดำ สภาพส่องสว่างจะเป็นไปตามสมการ (1.35) และ (1.42) นั่นคือ

$$L = 4\pi\sigma R^2 T^4 \tag{2.7}$$

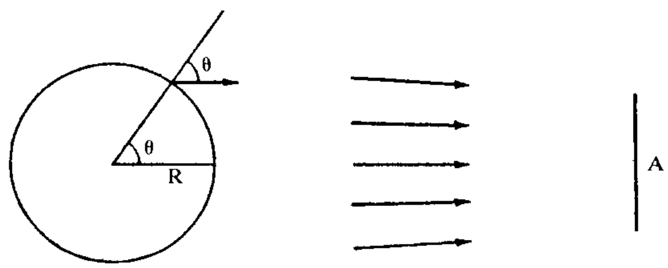
จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิของวัตถุดำเป็นการวัดพลังงานที่มันแผ่ออกมาต่อหน่วยพื้นที่ต่อวินาที เนื่องจากว่าดาวไม่ใช่วัตถุดำ แต่เรายังคงสามารถกำหนดปริมาณหนึ่งขึ้นมาซึ่งคล้ายกับการวัดพลังงานการแผ่รังสีต่อหน่วยพื้นที่ต่อวินาที นั่นคืออุณหภูมิยังผลของดาว T_e อุณหภูมิยังผลกำหนดตามสมการ (2.6) และ (2.7) ดังนี้

$$F(R) = \sigma T_e^4 \tag{2.8}$$

$$L = 4\pi\sigma R^2 T_e^4 \tag{2.9}$$

อุณหภูมิยังผลของดาวเหมือนกับอุณหภูมิของวัตถุดำที่ปล่อยพลังงานออกมาด้วยอัตราต่อหน่วยพื้นที่เท่ากัน

ดาวฤกษ์ทั้งหมดยกเว้น ดวงอาทิตย์ อยู่ห่างไกลจากโลกของเรามาก จึงเป็นไปไม่ได้ที่จะแยกการแผ่รังสีซึ่งมาจากส่วนต่าง ๆ ของผิวดาวนั้นได้ การแผ่รังสีซึ่งเราสามารถวัดเป็นการอินทิเกรตตลอดพื้นที่ผิวของดาวของแสงที่ออกมา ในรูป 2.2 ให้ A เป็นพื้นที่ของเลนซ์ในกล้องโทรทรรศน์บนโลกซึ่งรวบรวมและวัดแสงของดาว เมื่อกล้องโทรทรรศน์หันไปทางดาวแสงได้ตกกระทบตั้งฉากกับเลนซ์ ถ้า E คือพลังงานที่กระทบเลนซ์ในหนึ่งวินาที ดังนั้น



รูป 2.2 แสดงการวัดแสงดาว

$$E = A \times \text{ฟลักซ์บนผิวโลก} = A \int I \cos\alpha \, d\Omega \tag{2.10}$$

เมื่อ I คือความเข้มของแสงดาวบนผิวโลก และ α คือมุมระหว่างทิศทางของแสงและเส้นตั้งฉากกับเลนส์ เมื่อ α เป็นมุมเล็กมาก $\cos\alpha$ สามารถให้มีค่าเป็น 1 การอินทิเกรตตลอดมุมตันของดาวและอัตราส่วน E/A ก็คือฟลักซ์บนผิวโลก F (r) จากคำนิยามของมุมตันในหัวข้อ 1.3 เราสามารถเขียน

$$d\Omega = \frac{d\Sigma \cos\theta}{r^2} \tag{2.11}$$

เมื่อ $d\Sigma$ คือพื้นที่ผิวเล็ก ๆ ของดาว และ θ คือมุมระหว่างเส้นตั้งฉากกับ $d\Sigma$ และทิศทางชี้ไปยังโลก หรืออีกนัยหนึ่ง $(d\Sigma \cos\theta)$ คือเงาของพื้นที่ผิวเล็ก ๆ ของดาวตั้งฉากกับทิศทางไปยังโลก กำหนด $\varnothing$ เป็นมุมราบ (Azimuthal Angle) รอบ ๆ ทิศทางไปยังโลก

$$d\Sigma = R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varnothing \tag{2.12}$$

ดังนั้นสมการสำหรับ F (r) กลายเป็น

$$F(r) = \frac{R^2}{r^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \, I \cos\theta \sin\theta \tag{2.13}$$

สมการนี้ดูเหมือนว่าอินทิกราลได้รวมเอาฟลักซ์ที่ผิวไว้ด้วย ฟลักซ์ที่ผิวก็คืออินทิกราลตลอดทิศทางที่ชี้ออกไปซึ่งคำนวณที่จุดบนดาวจุดหนึ่ง และสมการข้างต้นก็คืออินทิกราลตลอดพื้นผิวของดาวทั้งหมด เมื่อดาวมีการสมมาตรเชิงทรงกลม ดังนั้น $I(\theta)$ จะมีฟังก์ชันเท่ากันทุก ๆ จุดบนผิวของดาว นั่นคืออินทิกราลในสมการ (2.13) คือฟลักซ์ที่ผิว F (R) ถ้าดาวมีการสมมาตรเชิงทรงกลม ดังนั้นสมการ (2.13) กลายเป็น

$$F(r) = \frac{R^2}{r^2} F(R) = \frac{R^2}{r^2} \sigma T_e^4 = \frac{L}{4\pi r^2} \tag{2.14}$$

ซึ่งเป็นการวัดฟลักซ์ที่ผิวโลกระยะทาง r อย่างแท้จริง F (r) วัดในหน่วยเอิร์ก ซม.$^{-2}$ วินาที$^{-1}$ ถ้าเราทราบระยะห่างของดาว (r) สภาพส่องสว่าง (L) และทราบอุณหภูมิยังผล (T_e) ของดาวด้วย ดังนั้นเราสามารถหารัศมี R ของดาวได้

แต่ถ้าดาวไม่มีการสมมาตรเชิงทรงแลม ความสัมพันธ์ข้างต้นจะไม่ถูกต้องสมบูรณ์ ดาวที่มีการเคลื่อนที่หมุนรอบอย่างรวดเร็วจะถูกทำให้แบนราบต่างไปจากลักษณะทรงกลม และไม่ได้แผ่รังสีเท่ากันในทุกทิศทาง ในกรณีเช่นนี้ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในหัวข้อนี้ยังคงถูกต้องบนค่าเฉลี่ย แต่เราสามารถปรับปรุงความสัมพันธ์เหล่านี้ถ้าเรามีข้อมูลเพียงพอซึ่งกระทำในตัวอย่างพิเศษที่หายาก

2.3 โชติมาตร

การที่ดาวซึ่งปรากฏบนทรงกลมท้องฟ้ามีความสว่างต่างกัน เป็นเพราะพลังงานที่มาจากดาวแต่ละดวงตกลงบนพื้นที่เท่ากันมีปริมาณต่างกัน นั่นคือความสว่างปรากฏของดาว

จะขึ้นกับฟลักซ์ของมันบนตำแหน่งของโลก อย่างไรก็ตามโดยทั่วไปนักดาราศาสตร์ไม่ได้วัดความสว่างปรากฏของดาวในหน่วยฟลักซ์ แต่ชอบที่จะวัดเป็นโชติมาตร (Magnitude) มากกว่า โชติมาตรมีชนิดต่าง ๆ มากมาย และแต่ละชนิดหรือระบบกำหนดด้วยสเกล (Scale) สภาพไวต่อความยาวคลื่นของเครื่องมือวัดและจุดศูนย์ (Zero Point)

2.3.1 โชติมาตรปรากฏ

เมื่อประมาณกว่าสองพันปีมาแล้ว นักดาราศาสตร์กรีกชื่อ **ฮิปพาร์คัส (Hipparchus)** ได้จำแนกความสว่างของดาวที่มนุษย์มองเห็นด้วยตาเปล่าออกเป็นระดับต่าง ๆ และต่อมาเมื่อราว 150 ปีก่อนคริสตกาล นักดาราศาสตร์กรีกอียิปต์ชื่อ **คลอเดียส ปโตเลมี (Claudius Ptolemy)** ได้ขยายเพิ่มเติมงานของฮิปพาร์คัส โดยจัดแบ่งความสว่างของดาวออกเป็นหกโชติมาตร เขาจัดให้ดาวที่เห็นสว่างที่สุดเป็นดาวที่มีโชติมาตรที่หนึ่ง และดาวที่สว่างน้อยลงไปเป็นดาวโชติมาตรที่สองต่อ ๆ ไปจนถึงดาวที่สว่างน้อยที่สุดมีโชติมาตรที่หก จะเห็นได้ว่าดาวยิ่งสว่างโชติมาตรกลับลดลงและต่อมาราวปี ค.ศ. 1834 นักวิทยาศาสตร์ชื่อ **เฟคเนอร์ (Fechner)** ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานในแสงสว่างที่มากระทบกับตาของมนุษย์กับความเข้มของกระแสประสาท (หรือความรู้สึกทางประสาท) เพื่อเปรียบเทียบความสว่างของดาวฤกษ์ตามที่มองเห็นด้วย เขาได้ให้คำตอบที่มีใจความว่า ความสัมพันธ์นี้มีลักษณะเป็นสมการลอการิธึม กล่าวคือ ความรู้สึกทางกระแสประสาทที่เกิดขึ้นจากแสงมากระทบดวงตาเป็นปฏิภาคโดยตรงกับลอการิธึมของปริมาณพลังงานที่มากระทบดวงตา เขียนเป็นสมการได้คือ

$$S = c \log R \tag{2.15}$$

สมการนี้เรียกว่า กฎของเฟคเนอร์

เฮอร์สเชล (Herschel) ได้ตั้งข้อสังเกตว่าดาวโชติมาตรที่หนึ่งมีความสว่างกว่าดาวโชติมาตรที่หกถึง 100 เท่า นับเป็นการนำเอาการวัดปริมาณที่แน่นอนมาเข้าสู่ระบบการจำแนกความสว่างของดาวโดยนำกฎของเฟคเนอร์มาใช้ในเรื่องนี้ อนึ่งความสว่างต่างกันเป็น 100 เท่าตรงกับผลต่าง 5 โชติมาตร ดังนั้นผลต่าง 1 โชติมาตรจะตรงกับอัตราส่วนของความสว่างเป็น $100^{\frac{1}{5}} = 2.512$ จึงเป็นการกำหนดสากลของโชติมาตรเป็นไปตามการทำงานของประสาทตาซึ่งรับรู้ความสว่างหรือความเข้มของแสง

ถ้าเรากำหนดให้ m เป็นโชติมาตรของดาวดวงหนึ่งซึ่งเป็นปริมาณที่แสดงความรู้สึกทางตาว่าดาวสว่างมากหรือน้อย ค่า m จะตรงกับ S ในสมการ (2.15) และถ้าให้ f_m แทนฟลักซ์ของดาวดวงนั้น ซึ่งเป็นปริมาณความเข้มพลังงานรังสีที่ดาวดวงนั้นแผ่กระจายออกมา ค่า f_m จะตรงกับ R ในสมการของเฟคเนอร์ ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการของเฟคเนอร์ใหม่สำหรับโชติมาตรของดาวเป็น

$$m = c \log f_m \tag{2.16}$$

ตามสมการนี้ค่าโชติมาตร m จะเพิ่มขึ้นตามความสว่าง แต่เนื่องจากการกำหนดโชติมาตรทางดาราศาสตร์กำหนดให้ดาวที่สว่างเพิ่มขึ้นมีค่าโชติมาตรลดลง ดังนั้นเราจึงจำเป็นต้องปรับปรุงสมการนี้ใหม่โดยเติมเครื่องหมายลบทางด้านใดด้านหนึ่งของสมการนี้ และเขียนได้ใหม่เป็น

$$-m = c \log f_m \tag{2.17}$$

สำหรับดาวอีกดวงหนึ่งซึ่งมีโชติมาตรเป็น n เราสามารถเขียนได้ว่า

$$-n = c \log f_n \tag{2.18}$$

นำสมการ (2.17) ลบออกจากสมการ (2.18) เราจะได้ว่า

$$m - n = c(\log f_n - \log f_m)$$

หรือ

$$m - n = c \log\left(\frac{f_n}{f_m}\right) \tag{2.19}$$

อัตราส่วนของฟลักซ์ของแสง (f_n/f_m) จะตรงกับผลต่างของโชติมาตร $(m - n)$ เนื่องจากผลต่างหนึ่งโชติมาตรตรงกับอัตราส่วนของฟลักซ์ของแสง (ความสว่าง) $100^{\frac{1}{5}}$ ดังนั้นผลต่าง $(m - n)$ โชติมาตรจะตรงกับอัตราส่วนของฟลักซ์ $100^{(m-n)/5}$ นั่นคือ

$$\frac{f_n}{f_m} = 100^{(m-n)/5}$$

$$\log\left(\frac{f_n}{f_m}\right) = \frac{m-n}{5}\log 100$$

$$= 0.4\,(m - n)$$

$$m - n = 2.5\log(t_n/f_m) \tag{2.20}$$

สมการ (2.20) ก็คือสมการที่เป็นนิยามของโชติมาตรปรากฏ เพราะว่าเกี่ยวข้องกับความสว่างของดาวฤกษ์ต่าง ๆ ที่ปรากฏแก่สายตาของผู้สังเกตการณ์บนโลก

เพื่อช่วยให้เข้าใจและสามารถใช้สมการ (2.20) ได้ถูกต้อง เราลองมาดูตัวอย่างตัวอย่างการใช้สมการสองตัวอย่าง ดังนี้

(1) ดาวแปรแสงดวงหนึ่งเปลี่ยนค่าโชติมาตรระหว่าง 7.0 ถึง 8.2 จงคำนวณว่าดาวแปรแสงดวงนั้นมีการเปลี่ยนฟลักซ์เท่าใด

จากสมการ (2.20) เราให้ $m = 8.2, n = 7.0$ ดังนั้น

$$2.5\log\left(\frac{f_n}{f_m}\right) = (8.2 - 7.0) = 1.2$$

$$\log\left(\frac{f_n}{f_m}\right) = 0.48$$

หรือ

$$f_n/f_m = 3.02$$

แสดงว่าดาวแปรแสงดวงนั้นมีการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ 3.02 เท่า จากขณะที่สลัวที่สุดมาเป็นสว่างที่สุด

(2) ดาวคู่ระบบหนึ่งประกอบด้วยดาว a และดาว b ซึ่งมีอัตราส่วนของฟลักซ์เท่ากับ 2 และมีค่าโชติมาตรรวมเป็น 5 เราสามารถหาค่าโชติมาตรของดาวแต่ละดวงได้ดังนี้ คือ

$$m_b - m_a = 2.5 \log (f_n/f_m)$$
$$= 2.5 \log 2$$
$$= 0.75$$

โชติมาตรรวมเป็น 5 เกิดจากผลบวกของ f_a และ f_b เพราะฉะนั้นถ้าเราเปรียบเทียบระหว่างโชติมาตรรวม 5 กับโชติมาตร m_a ของดาว a เราจะได้

$$m_a - 5 = 2.5 \log \left(\frac{f_a + f_b}{f_a} \right)$$

$$m_a = 5 + 2.5 \log \left(1 + \frac{f_b}{f_a} \right)$$
$$= 5 + 2.5 \log (1.5)$$
$$= 5.44$$

ดังนั้น $m_b - 5.44 = 0.75$

$$m_b = 6.19$$

ในปัจจุบันเครื่องมือสำหรับวัดความสว่างปรากฏได้รับการพัฒนาจนสามารถวัดได้ละเอียดถูกต้องมากขึ้นและแม่นยำ จึงได้ปรับปรุงสมการ (2.20) ใหม่สำหรับดาวดวงใดดวงหนึ่งเป็น

$$m = \text{ค่าคงที่} - 2.5 \log F \tag{2.21}$$

ค่าคงที่ที่ปรากฏในสมการ (2.21) คือจุดศูนย์ใช้เพื่อปรับให้เหมาะสมกับค่าตัวเลขของโชติมาตรของดาวสำหรับฟลักซ์ปรากฏที่ปล่อยออกมา

2.3.2 โชติมาตรสัมบูรณ์

โชติมาตรปรากฏของดาวนอกจากจะขึ้นกับความสว่างที่ปรากฏแก่ผู้สังเกตการณ์บนโลก แต่ดาวจะปรากฏสว่างมากหรือน้อยนอกจากขึ้นกับสภาพส่องสว่างที่ปรากฏแล้ว ยังขึ้นกับระยะทางของมันด้วย ดังนั้นโชติมาตรปรากฏจึงไม่บอกให้เราทราบถึงความสว่างที่แท้จริงของดาว แต่เราอาจนำระยะทางของดาวเข้ามาใช้ในการคำนวณ โดยนิยามความสว่างจริงของดาวด้วย โชติมาตรสัมบูรณ์ (Absolute Magnitude) หลักการณ์คือ เราสมมติให้ดาวทุกดวงอยู่ห่างจากโลกเป็นระยะทาง 10 พาร์เซก ซึ่งเป็นระยะทางมาตรฐานในการเปรียบเทียบความสว่างจริงของดาว เราจะใช้อักษร M แทนโชติมาตรสัมบูรณ์ และ m แทนโชติมาตรปรากฏ

สมมติว่าดาวดวงหนึ่งอยู่ห่างเป็นระยะทาง r พาร์เซก และเราทราบว่าฟลักซ์ของแสงจากดวงดาวนั้นเป็น f และมีโชติมาตรปรากฏเป็น m เมื่อนำดาวดวงนั้นไปอยู่ที่ระยะทาง D = 10 พาร์เซก ฟลักซ์ที่สัมพันธ์กับดาวดวงนั้นเป็น F และมีโชติมาตรเป็น M อาศัยจากกฎกำลังสองผกผัน เราได้ว่า

$$\frac{F}{f} = \left(\frac{r}{D}\right)^2 = \left(\frac{r}{10\text{ pc}}\right)^2 \qquad (2.22)$$

จากสมการ (2.20) เราได้ว่า

$$m - M = 2.5 \log\left(\frac{F}{f}\right)$$

$$= 2.5 \log\left(\frac{r}{10\text{ pc}}\right)^2$$

$$= 5 \text{ lot } (r/10 \text{ pc})$$

หรือ
$$m - M = 5 \text{lot } (r/\text{pc}) - 5 \qquad (2.23)$$

$$M = m + 5 - 5 \log\left(\frac{r}{\text{pc}}\right) \qquad (2.24)$$

แต่จาก
$$r(\text{pc}) = \frac{1}{p''}$$

ดังนั้น
$$M = m + 5 + 5 \log (p'') \qquad (2.25)$$

จะเห็นได้ว่า ค่า m – M ของดาวมีความสัมพันธ์กับระยะทาง r โดยตรง ดังนั้นปริมาณ (m – M) จึงเรียกว่า โมดูลัสระยะทาง (Distrance Modulus) และในบางครั้งเรามักจะบอกระยะทางของดาวเป็นค่าโมดูลัสระยะทาง

2.4 โชติมาตรในแสงสีต่าง ๆ

2.4.1 ระบบโชติมาตร

เครื่องมือที่ใช้ตรวจสอบรังสีแม่เหล็กไฟฟ้า เช่น ฟิล์มถ่ายภาพ เครื่องวัดแสงระบบโฟโตอิเล็กตริก และตาของคน เป็นต้น มีความไวต่อการรับรู้เฉพาะความยาวคลื่นบางช่วงเท่านั้น ดังนั้นผลของการตรวจวัดอุปกรณ์ชนิดหนึ่งชนิดใดจึงวัดได้เพียงบางส่วนของรังสีทั้งหมดที่มาจากดาวดวงนั้นเท่านั้น และเนื่องจากความเข้มของแสงดาวมีค่าเปลี่ยนแปลงตามขนาดความยาวคลื่น ดังนั้นค่าโชติมาตรของดาวที่วัดได้จึงขึ้นเป็นช่วงความยาวคลื่นหรือสีที่เราวัด

ระบบโชติมาตรที่ใช้วัดแสงของดาวมีหลายระบบ ระบบที่นิยมใช้กันมากที่สุดคือ ระบบ ยูบีวี (UBV) ซึ่งเป็นระบบที่ประกอบด้วยโชติมาตรในช่วงคลื่นของรังสีเหนือม่วง (U, Ultraviolet) แสงสีฟ้า (B, Blue) และแสงสีที่ตาของคนมองเห็นได้ดีที่สุด (V, Visual) หรือแสงสีเหลือง ช่วงคลื่นของ UBV ทั้งสามมีศูนย์กลางอยู่ที่ λ = 3,500 A°, 4,300 A° และ

5,500 A° ตามลำดับ แต่ละช่วงคลื่นมีความกว้างประมาณ 1,000 A° ต่อไปเราจะใช้อักษร U, B และ V แทนโชติมาตรปรากฏ และ M_u, M_B และ M_v แทนโชติมาตรสัมบูรณ์

2.4.2 ดัชนีสีและอุณหภูมิของดาว

ดัชนีสี (Color Index) (ตัวย่อคือ CI) เป็นค่าตัวเลขที่ใช้วัดสีของดาว เรานิยามดัชนีสีว่าเป็นผลต่างระหว่างโชติมาตรที่ช่วงความยาวคลื่นสองแห่ง ตัวอย่างเช่น

$$CI = B - V = M_B - M_V \tag{2.26}$$

หลักการในการหาดัชนีสี เราใช้ค่าโชติมาตรที่มีช่วงความยาวคลื่นยาวลบออกจากค่าโชติมาตรที่มีช่วงความยาวคลื่นสั้น ให้สังเกตว่าดัชนีสีของดาวไม่ขึ้นกับระยะทางดังตัวอย่างข้างบน ทำนองเดียวกัน (U – B) และ (R – I) (คือแดงลบอินฟราเรด) ต่างก็เป็นดัชนีสีเช่นกัน ดัชนีสีเหล่านี้มีความสำคัญต่อการวัดอย่างมาก เพราะว่ามันสามารถทำได้ง่าย และสีของดาวอาจจะใช้คาดการณ์อะไรบางอย่างเกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพของมันได้

การแจกแจงพลังงานของดาวปรากฏคล้ายกับของวัตถุดำมาก เช่น สเปกตรัมแบบต่อเนื่องของดาวอาจถือได้ว่าเป็นสเปกตรัมแบบวัตถุดำ เพราะว่ามีความคล้ายใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นดัชนีสีของดาวจะขึ้นกับอุณหภูมิพื้นผิวของมัน ดังนั้นจึงเป็นการคุ้มค่าที่จะคำนวณดัชนีสีหรือสีของวัตถุดำในช่วงความยาวคลื่นที่มองเห็นได้ ถ้ามันสามารถช่วยในการอธิบายสีที่แท้จริงของดาวได้

อาศัยจากสมการ (2.21) โชติมาตรจักษุภาพปรากฏ (Apparent Visual Magnitude) ของดาวสามารถเขียนได้เป็น

$$V = C_V - 2.5 \log F_V \tag{2.27}$$

โดยที่

$$F_V = \int_0^\infty F_\lambda \varnothing_V (\lambda)\, d\lambda \tag{2.28}$$

ในที่นี้ F_V คือ ฟลักซ์เอกรงค์ซึ่งเราวัดที่ผิวโลกและถูกต้องสำหรับบรรยากาศของโลก

C_V คือ ค่าคงที่ในระบบจักษุภาพ

และ $\varnothing_V$ คือฟังก์ชันที่ตอบสนองต่อการแผ่รังสีจักษุภาพ

สำหรับ $\varnothing_V$ ที่เป็นฟังก์ชันค่อนข้างแคบ เราสามารถเขียนอย่างประมาณว่า

$$F_V = \Delta\lambda_V F_V(\lambda) \tag{2.29}$$

เมื่อ λ_V คือ ความยาวคลื่นในช่วงจักษุเฉลี่ย (ประมาณ 5,500 A°) และ $\Delta\lambda_V$ คือความกว้างเฉลี่ยของ $\varnothing_V$ (ประมาณ 900 A°) เราแทนค่าเหล่านี้ลงในสมการ (2.27) เราจะได้

$$V = C'_V - 2.5 \log F_V(\lambda) \tag{2.30}$$

ในที่นี้พจน์ค่าคงที่ และ $\Delta\lambda_V$ ได้รวมอยู่ในพจน์ค่าคงที่ใหม่คือ C'_V

ต่อไปเราสมมติว่ามันเป็นการแผ่รังสีวัตถุดำด้วยอุณหภูมิ T ดังนั้น จากสมการ (1.35) กำหนดให้ฟลักซ์ที่ซื้ออกจากพื้นที่ผิวของดาวเป็น $\pi B_\lambda(T)$ โดยที่ $B_\lambda(T)$ คือฟังก์ชันพลังค์ เอกรงค์ แต่จากสมการ (2.14) แสดงว่าฟลักซ์วัดที่จุดใด ๆ แปรผกผันกับระยะทางยกกำลังสองถึงดาว ดังนั้นเราจะได้

$$F_\lambda(r) = \frac{R^2}{r^2}\,\frac{2\,\pi hc^2}{\lambda^2}\,\frac{1}{e^x - 1} \tag{2.31}$$

เมื่อ $x = hc/\lambda KT$ R คือรัศมีของดาวและ r คือระยะทางของดาว ถ้าเราแทนค่าสมการ (2.31) ลงในสมการ (2.30) และให้ค่าคงที่ทั้งหมดรวมเข้ากันอยู่ในค่าคงที่ใหม่ C_V'' เราจะได้ว่า

$$V = C_V'' + 12.5 \log \lambda_V + 2.5 \log (e^{x_V} - 1) - 5 \log \frac{R}{r} \tag{2.32}$$

สมการที่สมนัยกับสมการนี้ใช้กับระบบโชติมาตรอื่น ๆ และโชติมาตรปรากฏจะขึ้นกับ (R/r) ซึ่งเป็นขนาดเชิงมุมของดาวเมื่อมองจากโลก อย่างไรก็ตามโชติมาตรทั้งหมดจะขึ้นกับวิธีการเดียวกันอย่างแท้จริง ดังนั้นพจน์ (R/r) จะหายไปจากสมการ (2.32) เมื่อเราพิจารณาค่าดัชนีสีโดยใช้โชติมาตร U และ B แทน เราจะได้สมการสำหรับดัชนีสีเป็น

$$(B - V) = C_{BV} + 12.5 \log \frac{\lambda_B}{\lambda_V} + 2.5 \log \frac{e^{x_B} - 1}{e^{x_V} - 1} \tag{2.33}$$

$$(U - B) = C_{UB} + 12.5 \log \frac{\lambda_U}{\lambda_B} + 2.5 \log \frac{e^{x_U} - 1}{e^{x_B} - 1} \tag{2.34}$$

พจน์ทุกพจน์ในสมการ (2.33) และ (2.34) เราทราบค่าแล้ว ยกเว้นค่าคงที่สองตัวคือ C_{BV} และ C_{UB} ค่าคงที่ทั้งสองนี้พิจารณาได้ค่อนข้างยาก เนื่องจากค่าโชติมาตรกำหนดเป็นพจน์ของดาวที่กำลังสังเกตจริง ๆ มากกว่าเป็นพจน์ของการแจกแจงพลังงานสัมบูรณ์ ซึ่งจะต้องเปรียบเทียบรายละเอียดการแจกแจงพลังงานของดาวที่ทราบดัชนีสีแล้วกับของวัตถุดำ แต่ในที่นี้เราจะทำในวิธีที่ง่ายกว่ามาก คือ ปริมาณ C_{UB} และ C_{BV} เรากำหนดให้ว่าวัตถุดำที่มีอุณหภูมิเท่ากับดวงอาทิตย์จะมีดัชนีสีเท่ากับของดวงอาทิตย์ ถ้าดาวเป็นวัตถุดำวิธีนี้จะเหมือนกับวิธีข้างต้น แต่เนื่องจากดาวไม่ใช่วัตถุดำ สีที่พบในที่นี้จะมีค่าคงที่แตกต่างจากสีบนระบบ (U, B, V) ที่ถูกต้อง เพื่อหาค่าแตกต่างที่ชัดเจนนี้เราจะต้องใช้กับโชติมาตร (B′ − V′) [เพราะว่าความยาวคลื่นเฉลี่ยและความกว้างของระบบโชติมาตรไม่เป็นค่าคงที่ทีเดียวตามที่เราได้สมมติ แต่มันจะขึ้นกับการเลื่อนไปของอุณหภูมิ กล่าวคือความแตกต่างระหว่างสีบนระบบ (U, B, V) และ (U′, B′, V′) จะไม่เป็นค่าคงที่อย่างแท้จริง]

สำหรับดวงอาทิตย์

$$T_c = 5{,}800\ {}^\circ K \qquad U - B = +0.10 \qquad B - V = +0.62 \tag{2.35}$$

เพื่อหาค่าดัชนีสีใหม่อีกครั้งจากสมการ (2.33) และ (2.34) เราต้องมี $C_{BV} = +0.60$, C_{UB}

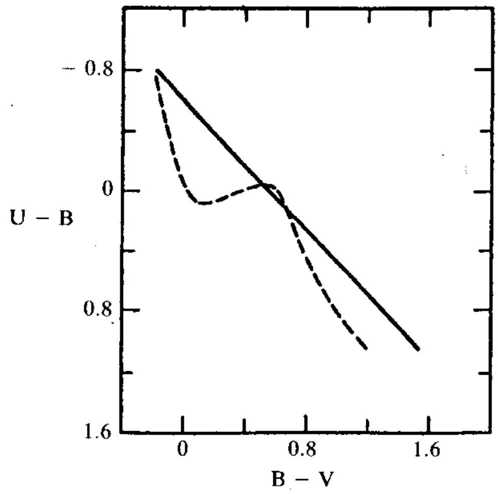
$= -0.10$ ดังนั้นสมการ (2.33) และ (2.34) ให้ค่าดัชนีสีวัตถุดำในระบบ (U′, B′, V′) ตามที่ได้แสดงในตาราง 2.1

ตาราง 2.1 แสดงสีของวัตถุดำ

T (K)	(B′ − V′)	(U′ − B′)	T (K)	(B′ − V′)	(U′ − B′)
3000	1.68	1.27	10,000	0.17	− 0.37
4000	1.13	0.67	12,000	0.06	− 0.47
5000	0.80	0.32	14,000	0.00	− 0.55
5800	0.62	0.10	16,000	− 0.05	− 0.60
6000	0.58	0.09	20,000	− 0.11	− 0.67
8000	0.32	− 0.19	∞	− 0.32	− 0.90

ให้สังเกตว่า ดัชนีสีกลายเป็นค่าลบมากขึ้นเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น พลังงานที่แผ่ออกมามากขึ้นด้วยความยาวคลื่นสั้นลง ดังนั้นบริเวณ U′ ของสเปกตรัมมีความสำคัญเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับบริเวณ B′ และเป็นไปในทำนองเดียวกันสำหรับบริเวณ B′ และ V′ แต่โชติมาตรมีค่าน้อยลงเมื่อแหล่งกำเนิดแสงสว่างเพิ่มขึ้น ดังนั้นผลการสังเกตจึงสามารถเข้าใจได้

คราวนี้มีคำถามว่า ความสัมพันธ์ดัชนีสี -อุณหภูมิข้างต้น เมื่อนำไปใช้กับดาวจริง ๆ จะมีความถูกต้องแม่นยำแค่ไหน? ถ้าดัชนีสี (B − V) ของดาวเป็น + 0.17 เราสามารถแน่ใจหรือไม่ว่ามันมีอุณหภูมิยังผล 10,000 °K? มีวิธีตรวจสอบค่านี้ได้ง่าย คือ ถ้าพบว่าความสัมพันธ์ระหว่าง (B′ − V′) และ (U′ − B′) สำหรับวัตถุดำมีค่าเท่ากัน ยกเว้นสำหรับค่าคงที่เลื่อนไปเหมือนกับความสัมพันธ์ (B − V) − (U − B) ที่สังเกตได้ในดาวต่าง ๆ แสดงว่ามีค่าเป็นค่าถูกต้อง และค่าความสัมพันธ์ดัชนีสี - ดัชนีสี ได้แสดงในรูป 2.3 เส้นทึบคือความสัมพันธ์ของวัตถุดำ



รูป 2.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีสี - ดัชนีสีสำหรับวัตถุดำ (เส้นทึบ) และดาวต่าง ๆ (เส้นประ)

ได้จากตาราง 2.1 และเส้นประได้จากการสังเกตดาวปกติทั่วไป เส้นวัตถุดำได้ปรับปรุงเพื่อให้เส้นทั้งสองตัดกันตรงตำแหน่งของดวงอาทิตย์ เส้นวัตถุดำเกือบจะเป็นเส้นตรง ในขณะที่เส้นของดาวเบี่ยงเบนไปจากเส้นตรงอย่างมีนัยสำคัญทีเดียว นี่เป็นจริงเฉพาะที่อุณหภูมิสูง หมายความว่าเราต้องพิจารณาอย่างระมัดระวังในการนำความสัมพันธ์ดัชนีสี-อุณหภูมิวัตถุดำไปใช้กับดาวต่าง ๆ

2.5 โชติมาตรโบโลมิติและสภาพส่องสว่างของดาว

ฟลักซ์ทั้งหมดของดาวเมื่อคิดทุกความยาวคลื่น เราเรียกว่า ฟลักซ์โบโลมิติ (Bolometric Flux) คือ

$$F_{bol} = \int_0^\infty F(\lambda)\, d\lambda \qquad (2.36)$$

เราจะใช้ทั้งค่าคงที่และชนิดของฟลักซ์ในการพิจารณากำหนดระบบโชติมาตร ดังนั้น โชติมาตรสำหรับฟลักซ์โบโลมิติ เรียกว่าโชติมาตรโบโลมิติปรากฏ m_{bol} (Apparent Bolometric Magnitude) จากสมการ (2.21) เราสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$m_{bol} = \text{ค่าคงที่} - 2.5 \log F_{bol} \qquad (2.37)$$

ถ้าดาวดวงนั้นอยู่ที่ระยะห่าง 10 พาร์เซก โชติมาตรของมันเรียกว่า โชติมาตรโบโลมิติสัมบูรณ์ M_{bol} (Absolute Bolometric Magnitude) ซึ่งมีค่า

$$M_{bol} = m_{bol} + 5 + 5 \log (P'') \qquad (2.38)$$

สำหรับฟลักซ์โบโลมิติของดวงอาทิตย์ $F_{bol}(\odot)$ เรียกว่า ค่าคงที่สุริยะ (Solar Constant) ซึ่ง

เป็นฟลักซ์ของรังสีจากดวงอาทิตย์ที่โลกได้รับ ที่ภายนอกบรรยากาศของโลก $F_{bol}(\odot)$ มีค่าเท่ากับ 1.37×10^6 เอิร์ก/ซม.^{2}/วินาที หรือเท่ากับ 1.97 แคลอรี่/ซม.^{2}/นาที ทำให้สภาพส่องสว่างของดวงอาทิตย์ $L_{\odot}$ มีค่าเป็น

$$
\begin{aligned}
L_{\odot} &= 1.37 \times 10^6 \text{ เอิร์ก/ซม.}^2\text{/วินาที} \times 4\pi\,(AU)^2 \\
&= 1.37 \times 10^6 \times 4\pi \times (1.5 \times 10^{13} \text{ ซม.})^2 \text{ เอิร์ก/ซม.}^2\text{/วินาที} \\
&= 3.9 \times 10^{33} \text{ เอิร์ก/วินาที}
\end{aligned}
$$

ถ้าเราทราบสภาพส่องสว่างของดาว L_* เราก็สามารถหาค่าโชติมาตรโบโลมิติสัมบูรณ์ของดาว $M_{bol}(*)$ ได้จากสมการ (2.20) ดังนี้

$$M_{bol}(\odot) - M_{bol}(*) = 2.5 \log (L_*/L_{\odot})$$

แต่เราทราบค่าโชติมาตรโบโลมิติสัมบูรณ์ของดวงอาทิตย์ $M_{bol}(\odot) = 4.7$ ดังนั้น

$$M_{bol}(*) = 4.7 - 2.5 \log (L_*/L_{\odot}) \tag{2.39}$$

ดังนั้น ถ้าเราทราบค่าสภาพส่องสว่างของดาวเราก็สามารถหาค่าโชติมาตรโบโลมิติสัมบูรณ์ของดาวได้ หรือถ้าเราทราบค่า $M_{bol}(*)$ ได้ก็สามารถหาค่า L_* ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
\frac{L_*}{L_{\odot}} &= 10^{[4.7 - M_{bol}(*)]/2.5} \\
&= 10^{[1.89 - 0.4\, M_{bol}(*)]}
\end{aligned} \tag{2.40}
$$

เราอาจจะหาค่าโชติมาตรโบโลมิติของดาวได้อีกวิธีหนึ่ง โดยใช้ค่าตัวแก้โบโลมิติ BC (Bolometric Correction) ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างโชติมาตรโบโลมิติและโชติมาตรจักษุภาพ V คือ

$$
\begin{aligned}
BC &= m_{bol} - V \\
&= M_{bol} - M_V
\end{aligned} \tag{2.41}
$$

หรือ $$m_{bol} = V + BC$$

และ $$M_{bol} = M_V + BC \tag{2.42}$$

ค่าตัวแก้โบโลมิติ (BC) นี้ เราอาจหาได้จากการคำนวณแบบจำลองของดาวทางทฤษฎี

ในระบบโชติมาตร (UBV) นี้ ดาวที่มีค่าฟลักซ์มากที่สุดในช่วง V ก็คือดาวที่มีอุณหภูมิพื้นผิว 6,500 K ค่าโชติมาตร V จะวัดฟลักซ์ของดาวได้เกือบหมด ดังนั้นตัวแก้โบโลมิติจะมีค่าต่ำที่สุด สำหรับดาวที่มีอุณหภูมิสูงหรือต่ำกว่านี้ ค่า V จะวัดฟลักซ์ของดาวได้น้อยลง ทำให้ตัวแก้โบโลมิติมีค่ามากขึ้น (คิดแต่ขนาดไม่คิดเครื่องหมาย) เช่น ดวงอาทิตย์มีอุณหภูมิพื้นผิว 5,800 K จะมีตัวแก้โบโลมิติเป็น BC = − 0.07 ค่า BC จะเป็นค่าลบเสมอ เนื่องจาก F_{bol} มากกว่า F_V ทำให้ค่า m_{bol} น้อยกว่า V หรือ M_{bol} มีค่าน้อยกว่า M_V ค่า BC ในสมการ (2.41) จึงเป็นค่าลบ

2.6 สสารระหว่างดาวและการบดบังแสงจากดาว

ที่ว่างระหว่างดาวต่าง ๆ ไม่ใช่ว่างเปล่าเสียทีเดียว แต่มีสสารอยู่ซึ่งมีความเจือจางมาก ส่วนใหญ่เป็นพวกแก๊สไฮโดรเจนและฝุ่น นอกจากนี้มีอนุภาคต่าง ๆ สสารเหล่านี้เราเรียกว่า สสารระหว่างดาว ในดาราจักรทางช้างเผือกจะมีสสารระหว่างดาวอยู่ประมาณ 10–20 เปอร์เซ็นต์ของทั้งหมด ซึ่งนับว่ามีเป็นจำนวนมากทีเดียว แก๊สไฮโดรเจนระหว่างดาวส่วนใหญ่เป็นกลางทางไฟฟ้า แต่ก็มีในบางบริเวณซึ่งอยู่รอบ ๆ ดาวฤกษ์ที่มีอุณหภูมิสูง พบว่ามีไอออนของไฮโดรเจนอยู่เป็นจำนวนมาก เราเรียกบริเวณนี้ว่า บริเวณ HII (HII Region) สำหรับแก๊สไฮโดรเจนที่เป็นกลางนั้น เราสามารถตรวจหาได้ เพราะว่ามันแผ่รังสีคลื่นวิทยุขนาด 21 ซม. ฝุ่นระหว่างดาวปรากฏให้เห็นได้โดยกิริยาที่มันกระทำต่อแสงดาว เช่นมีการกระเจิงหรือการดูดกลืนโดยอนุภาคฝุ่น ทำให้แสงดาวหรี่ลงหรือทำให้ดาวสลัวลง การหรี่แสงลงของดาวเกิดขึ้นเป็นปฏิภาคกลับกับความยาวคลื่นของแสง ดังนั้นแสงดาวที่เป็นสีน้ำเงินซึ่งเป็นคลื่นสั้นจะจางลงมากกว่าแสงสีแดงซึ่งเป็นคลื่นยาวกว่า ทำให้เรามองเห็นแสงดาวที่มาถึงโลกมีสีแดงขึ้นมากกว่าเดิม จากสมการของโมดูลัสระยะทาง

$$m - M = 5 \log (r/pc) - 5$$

เราสามารถเขียนใหม่เป็น

$$m - M = 5 \log (r/pc) - 5 + A \qquad (2.43)$$

โดยที่ A คือโชติมาตรที่เพิ่มขึ้นของดาว เนื่องจากถูกบดบังด้วยฝุ่นระหว่างดวงดาว

ถ้าในอวกาศมีฝุ่นอยู่อย่างกระจัดกระจายสม่ำเสมอ (Uniform) A จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทาง ดังนั้น

$$A = kr \qquad (2.44)$$

การบดบังแสงของฝุ่นส่วนใหญ่เกิดจากการกระเจิงมากกว่าการดูดกลืนจริง ๆ นั่นคือ แสงสีน้ำเงินจะกระเจิงได้มากกว่าแสงสีแดง ทำให้แสงสีแดงทะลุผ่านฝุ่นมาถึงผู้สังเกตได้มากกว่า ดาวจึงมีสีแดงกว่าที่เป็นจริง ดาวที่ปรากฏแดงขึ้นกว่าเดิมจะมีค่าดัชนีสีมากกว่าที่เป็นจริง ผลต่างระหว่างดัชนีสีที่สังเกตได้กับดัชนีสีจริง เรียกว่าสีส่วนเกิน (Color excess) CE

$$CE = CI_{\text{สังเกต}} - CI_{\text{จริง}} \qquad (2.45)$$

โดยที่ดัชนีสีจริงเราสามารถหาได้จากแบบสเปกตรัมของดาว

นักดาราศาสตร์พบว่า โชติมาตรจักษุภาพที่ถูกบดบัง A_V จะมีความสัมพันธ์กับสีส่วนเกินดังนี้

$$A_V = 3(CE) \qquad (2.46)$$

ค่า A_V นี้ อาจนำไปหาค่า r ของดาวได้ จากสมการ (2.43)

ตัวอย่าง ดาวดวงหนึ่งมีค่า $m_V = 13$ ดัชนีสี CI = 1.6 และมีสเปกตรัมแบบ GOV จากภาคผนวก จะเห็นได้ว่าดาวดวงนี้มีค่าดัชนีสี = + 0.6 และ $M_V = +4.4$ ดังนั้นจากสมการ (4.45) เราได้ว่า

$$CE = 1.6 - 0.6 = 1.0$$

และจากสมการ **(2.46)** เราได้

$$A, = 3 \times 1.0$$
$$= 3.0$$

ดังนั้น จากสมการ **(2.43)** เราได้

$$m_V \quad M_V = 5 \log (r/pc) - 5 + A,$$
$$13 - 4.4 = 5 \log (r/pc) - 5 + 3.0$$
$$\log (r/pc) = 2.12$$
$$r = 132 \text{ พาร์เซก}$$

ค่าโมดูลัสระยะทางที่แท้จริงคือ

$$m_V - M_V - A = 5 \log (r/10 \text{ pc})$$
$$= 13 - 4.4 \quad 3$$
$$= 5.6$$

2.7 การเคลื่อนที่ของดาว

ระบบพิกัดที่ใช้กับการเคลื่อนที่ของดาว เราจะใช้ระบบพิกัดที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ดวงอาทิตย์ ตำแหน่งต่าง ๆ ของดาวใช้เทียบกับตำแหน่งของดวงอาทิตย์เราเรียกว่าตำแหน่งจริง ดังนั้นตำแหน่งของดาวบนท้องฟ้าเราจะหมายถึงตำแหน่งจริง เทียบกับดวงอาทิตย์เท่านั้น

เนื่องจากโลกมีการหมุนรอบตัวเองในเวลาหนึ่งวัน ซึ่งเท่ากับ 23 ชั่วโมง 56 นาที 4.091 วินาที ช่วงเวลาดังกล่าวเราเรียกว่าวันดาราคติ ดังนั้นดาวทั้งหลายจึงปรากฏมีการเคลื่อนที่ไปรอบขั้วท้องฟ้า (Celestial Pole) เท่ากัน สำหรับดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ และดาวเคราะห์ ก็มีการเคลื่อนที่เช่นนี้ด้วยเหมือนกัน แต่เนื่องจากมันอยู่ใกล้กว่าดาวฤกษ์มาก ๆ และเคลื่อนที่อยู่ในวงโคจรต่าง ๆ มันจึงปรากฏเคลื่อนที่ไปเร็วกว่าเมื่อเทียบกับหมู่ดาวทั้งหลายในท้องฟ้า

2.7.1 องค์ประกอบของการเคลื่อนที่ของดาว

เนื่องจากความเร็วของดาวเป็นปริมาณเวกเตอร์ เราจึงสามารถแยกความเร็วของดาวออกเป็นองค์ประกอบสองเวกเตอร์ที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน คือความเร็วในแนวสายตาและความเร็วในแนวเส้นสัมผัสกับท้องฟ้าหรือทรงกลมท้องฟ้า

ความเร็วในแนวสายตาของดาวจะมีทิศเข้าหาหรือออกจากผู้สังเกต ความเร็วนี้เราอาจหาได้จากปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ในสเปกตรัมของดาวนั้น ในการหาเส้นสเปกตรัมเลื่อนที่ไปมากน้อยเท่าใด เราทำโดยถ่ายภาพสเปกตรัมมาตรฐานที่ทำได้ในห้องปฏิบัติการควบคู่กับสเปกตรัมของดาว แล้วมาเปรียบเทียบตำแหน่งของสเปกตรัม สเปกตรัมมาตรฐานก็คือสเปกตรัมเส้นสว่างของธาตุที่เราทราบค่าความยาวคลื่นแล้ว เช่นสเปกตรัมของไฮโดรเจนและฮีเลียม ผลต่าง $\triangle\lambda$ ระหว่างความยาวคลื่นที่สังเกตได้จากดาว λ_0 กับความยาวคลื่นที่วัดได้ในห้องปฏิบัติการ λ_e คือ

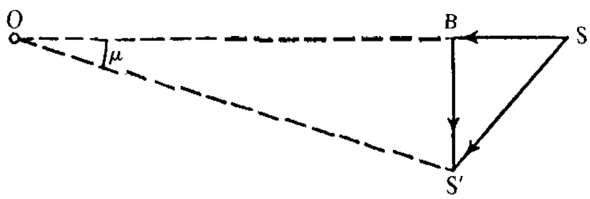
$$\triangle\lambda = \lambda_0 - \lambda_e \tag{2.47}$$

จากผลต่างนี้ สามารถนำไปหาความเร็วในแนวสายตาด้วยสมการ

$$v_R = \left(\frac{\triangle\lambda}{\lambda_0}\right)c \tag{2.48}$$

เมื่อ c คือความเร็วของแสงในสุญญากาศ

ถ้าพบว่า $\lambda_0 > \lambda_e$ เราเรียกว่าสเปกตรัมนั้นเลื่อนไปทางสีแดง และ v_R จะมีทิศออกจากผู้สังเกต (มีเครื่องหมายบวก) และถ้า $\lambda_0 < \lambda_c$ เราเรียกว่าสเปกตรัมเลื่อนไปทางสีน้ำเงิน และ v_R จะมีทิศเข้าหาผู้สังเกต (มีเครื่องหมายลบ)



รูป 2.4 แสดงองค์ประกอบความเร็วของดาว

ในรูป 2.4 จุด O คือตำแหน่งของผู้สังเกต S คือตำแหน่งของดาวเมื่อเวลาหนึ่ง ในเวลาต่อมาดาวได้เคลื่อนที่ไปยังตำแหน่ง S′ ความเร็วของดาวเมื่อเทียบกับผู้สังเกตใช้แทนด้วยเวกเตอร์ SS′ องค์ประกอบในแนวสายตาและในแนวเส้นสัมผัสกับท้องฟ้าแทนด้วยเวกเตอร์ SB และ BS′ ซึ่งเราไม่สามารถวัดได้โดยตรง อย่างไรก็ตามเราสามารถวัดมุม BOS′ ได้โดยตรง เรากำหนดให้เป็นมุม μ ซึ่งเป็นความเร็วเชิงมุมของดาว โดยปกติความเร็วเชิงมุมวัดเป็นอาร์กวินาทีต่อปี และเป็นที่รู้จักกันดีว่าเป็นการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ของดาว (Proper Motion) ให้สังเกตว่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์จะมีขนาดขึ้นกับความเร็วในแนวเส้นตั้งฉากกับเส้นสายตาและระยะทางของดาว เมื่อความเร็วในแนวเส้นตั้งฉากกับเส้นสายตามีค่าคงที่ การเคลื่อนที่ปรอเปอร์จะมีค่ามาก ถ้าระยะทางของดาวน้อย และการเคลื่อนที่ปรอเปอร์จะมีค่าน้อย ถ้าระยะทาง

ของดาวมาก ดาวส่วนใหญ่จะมีการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ต่ำมาก เนื่องจากดาวอยู่ไกลมาก ดาวฤกษ์ที่มีค่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์มากที่สุดคือดาวของบาร์นาร์ด (Barnard's Star) ซึ่งมีค่า μ = 10″.29 ต่อปี ในการวัดการเคลื่อนที่ปรอเปอร์เราจะต้องวัดตำแหน่งของดาวในเวลาห่างกันหลาย ๆ ปี เพื่อที่จะได้ค่ามุมโต ๆ ต่อจากนั้นจึงเอาจำนวนปีหาร ก็จะได้ค่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ตามต้องการ

เมื่อทราบค่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ (μ) ของดาวแล้ว ถ้าเราต้องการจะหาความเร็วในแนวเส้นสัมผัสหรือความเร็วในระนาบท้องฟ้า, เราจำเป็นต้องทราบค่าพารัลแลกซ์ (p) ของมันด้วย จากความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ μ กับความเร็วในระนาบท้องฟ้า V_T ตามรูป 2.4 คือ

$$\tan\mu = \frac{V_T}{r} \tag{2.49}$$

เนื่องจาก μ เป็นมุมเล็กมาก ดังนั้น

$$\mu = \frac{V_T}{r}$$

หรือ

$$V_T = \mu r \tag{2.50}$$

ในที่นี้ r คือระยะทางของดาว และ μ มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อหน่วยเวลา สมการ (2.50) จึงเขียนใหม่เป็น

$$v_T = \frac{r\mu}{\text{rad}}$$

$$= \frac{r\mu}{206265''}$$

$$= \frac{r\mu}{\text{pc}''/\text{AU}}$$

$$= \left(\frac{r}{\text{pc}}\right)\left(\frac{\mu}{''}\right)(1.496\times10^8\ \text{กม.})$$

$$v_T = \frac{1.496\times10^8\ \text{ปี}}{3.16\times10^7\ \text{วินาที}}\left(\frac{r}{\text{pc}}\right)\left(\frac{\mu}{''}\right) \qquad \text{กม.}$$

$$= 4.74\left(\frac{r}{\text{pc}}\right)\left(\frac{\mu}{''/\text{ปี}}\right)\ \text{กม./วินาที} \tag{2.51}$$

จะเห็นได้ว่า ถ้า r อยู่ในหน่วยพาร์เซก μ ในหน่วยอาร์กวินาทีต่อปี และ v_T อยู่ในหน่วยกิโลเมตรต่อวินาที เราเขียนสมการ (2.51) เป็น

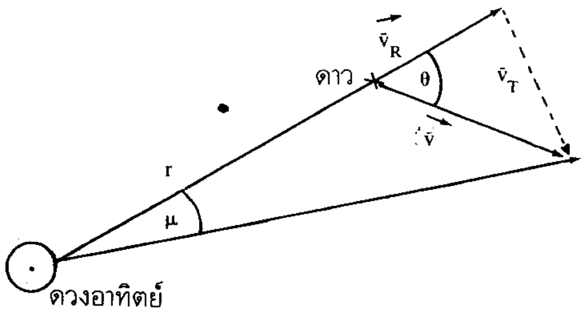
$$v_T = 4.74\,\mu r \quad \text{กม./วินาที} \tag{2.52}$$

และ

$$\mu = 0.211\, v_T\, \bar{p} \quad ''/\text{ปี} \tag{2.53}$$

ในสมการ (2.53) p คือพาร์ัลแลกซ์มีหน่วยเป็นอาร์กวินาที ดังนั้น ทั้ง v_T และ μ จึงสามารถวัดได้โดยตรง อย่างไรก็ตามถ้าเราต้องการทราบความเร็วในแนวตั้งฉากกับเส้นสายตาเราต้องทราบระยะทางของดาวเสียก่อน

พิจารณาดาวฤกษ์ดวงหนึ่งอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทาง r เมื่อดาวมีการเคลื่อนที่เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์ เราเรียกว่าการเคลื่อนที่สเปซ (Space Motion) และความเร็วของดาวเทียบกับดวงอาทิตย์เรียกว่าความเร็วสเปซ $\vec{v}$ จากรูป 2.5 ความเร็วสเปซประกอบด้วย (1) ความเร็วในแนวสายตา $\vec{v}_R$ และ (2) ความเร็วในแนวเส้นสัมผัสกับทรงกลมท้องฟ้า $\vec{v}_T$ (หรืออยู่ในระนาบท้องฟ้า) จะเห็นได้ว่า



รูป 2.5 แสดงองค์ประกอบของความเร็วสเปซ คือ องค์ประกอบในแนวสายตา $\vec{v}_R$ และองค์ประกอบในระนาบท้องฟ้า $\vec{v}_T$ ซึ่งเป็นความเร็วทำให้เกิดการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ μ

$$v^2 = v_R^2 + v_T^2 \tag{2.54}$$

โดยที่ความเร็วสเปซทำมุม θ กับความเร็วในแนวสายตา และมีความสัมพันธ์เป็น

$$\tan\theta = \frac{v_T}{v_R} \tag{2.55}$$

ดังนั้น สมการ (2.52) กลายเป็น

$$p = \frac{4.74\,\mu}{v_R \tan\theta} \tag{2.56}$$

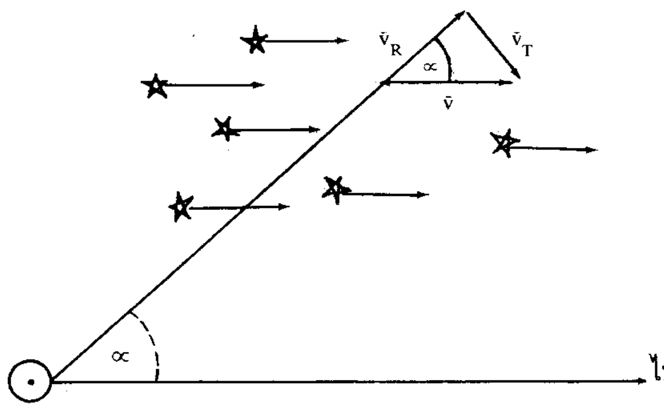
สมการนี้มีประโยชน์คือใช้หาระยะทางหรือพารัลแลกซ์ของดาวได้ เมื่อเราทราบค่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ μ และความเร็วในแนวสายตา

2.7.2 การเคลื่อนที่ของกระจุกดาว

ดาวฤกษ์ซึ่งปรากฏกระจัดกระจายบนท้องฟ้าและดูคล้ายกับว่าจะไม่มีความเกี่ยวข้องกันนั้น บางครั้งดาวบางดวงอาจอยู่ในกลุ่มเดียวกันก็ได้ โดยที่พวกมันมีการเคลื่อนที่ไปในอวกาศด้วยความเร็วเท่ากันในทิศทางเดียวกัน กลุ่มดาวที่มีลักษณะร่วมเช่นนี้นับว่าต่างก็เป็นสมาชิกของกระจุกดาว กระจุกดาวก็คือกลุ่มของดาวที่เกาะรวมกันอยู่ด้วยความโน้มถ่วงและเคลื่อนที่ไปในอวกาศร่วมกัน ดังนั้นดาวทุกดวงในกระจุกดาวจะมีการเคลื่อนที่สเปซเหมือนกัน และเราอาจใช้สมบัติข้อนี้บ่งบอกว่าดาวดวงไหนเป็นสมาชิกของกระจุกดาวหรือไม่

ให้พิจารณากระจุกดาวที่กระจายปกคลุมเนื้อที่บนท้องฟ้าโดยทำมุมเล็กน้อยกับผู้สังเกต อัตราเร็วในแนวสายตา v_R และการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ μ ของกระจุกดาวอาจหาได้จากการศึกษาดาวสมาชิกเพียงดวงเดียว แต่โดยทั่วไปเพื่อความถูกต้องเรามักจะต้องหาค่าเฉลี่ยของดาวหลายดวง อย่างไรก็ตามเรามักจะไม่ทราบทิศทางของความเร็วสเปซของกระจุกดาวและไม่ทราบค่าองค์ประกอบของความเร็วในระนาบท้องฟ้า v_T ทำให้ไม่สามารถหาระยะทางของกระจุกดาวจากสมการ (2.51) ได้

แต่ถ้าอาณาเขตของกระจุกดาวรองรับมุมตันขนาดใหญ่บนท้องฟ้าตามรูป 2.6 เราจะเห็นการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ของดาวสมาชิกปรากฏทิศทางบนท้องฟ้าชี้ไปยังจุดเดียวกันบนทรงกลมท้องฟ้าหรือออกจากจุดเดียวกัน เราเรียกจุดนี้ว่า จุดรวม (Convergent Point) หรือจุดแยก (Divergent Point) ทั้งนี้เพราะว่าดาวสมาชิกต่างก็มีความเร็วชี้ไปยังทิศทางเดียวกันในอวกาศ



รูป 2.6 แสดงการเคลื่อนที่ของกระจุกดาว

ปรากฏการณ์นี้มีลักษณะเช่นเดียวกับจุดเรเดียนท์ของฝนอุกกาบาต (Meteor Shower) ซึ่งทำให้เราเห็นสายธารอุกกาบาตวิ่งขนานเข้ามาสู่โลก ปรากฏเสมือนหนึ่งว่ามันพุ่งแผ่กระจายออกมาจากจุดเดียวกันจุดหนึ่งบนท้องฟ้า

จากรูป 2.6 ดาวสมาชิกทุกดวงต่างเคลื่อนที่ในอวกาศด้วยความเร็ว $\bar{v}$ เท่ากัน และการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ของดาวสมาชิกจะชี้ไปยังจุดรวม P มุม $\propto$ ระหว่างจุดรวมกับดาวสมาชิกจะเท่ากับมุมระหว่างความเร็วสเปซและความเร็วในแนวสายตา ดังนั้น

$$\bar{v} = \bar{v}_R/\cos\propto \tag{2.57}$$

$$p = \frac{4.74\,\mu}{\bar{v}\sin\propto} \tag{2.58}$$

$\bar{v}$ และ $\bar{v}_R$ คือความเร็วสเปซและความเร็วในแนวสายตาของดาวสมาชิก สำหรับกระจุกดาวใด ๆ เมื่อเราสามารถวัดจุด P ซึ่งเป็นจุดแยกหรือจุดรวมของกระจุกดาวได้ถูกต้องแม่นยำก็จะสามารถหามุม $\propto$ ของดาวสมาชิกแต่ละดวงได้ และเมื่อเราทราบการเคลื่อนที่ปรอเปอร์และอัตราเร็วในแนวสายตา v_R ของดาวสมาชิกดวงใดดวงหนึ่งในกระจุกดาว จะทำให้เราสามารถหาระยะทางของกระจุกดาวได้ ตัวอย่างของกระจุกดาว เช่น กระจุกดาวไฮเอดส์ (Hyades) ซึ่งมีดาวสมาชิกประมาณ 200 ดวง อยู่ในหมู่ดาวจักรราศีพฤษภ (Taurus) สามารถใช้หาระยะทาง (ซึ่งมีค่า 40 พาร์เซก) ได้โดยมีความคลาดเคลื่อนเพียง 5 เปอร์เซ็นต์เท่านั้น

2.8 แอลเอสอาร์และการเคลื่อนที่เฉพาะตัว

ปริมาณต่าง ๆ ข้างต้น เราวัดได้เนื่องจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของดวงอาทิตย์และดาวดวงหนึ่ง ถามว่ามีวิธีอะไรบ้างไหมที่สามารถกำจัดผลสะท้อนของการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ออกไป จนได้การเคลื่อนที่สัมบูรณ์ของดาวต่าง ๆ อย่างแท้จริงได้? คำตอบก็คือไม่มี เนื่องจากยังไม่มีสิ่งอะไรที่มีการเคลื่อนที่สัมบูรณ์ อย่างไรก็ตามจะต้องมีบางสิ่งบางอย่างที่สามารถทำได้เกี่ยวกับเรื่องนี้และดวงอาทิตย์ต้องมีตำแหน่งพิเศษที่แน่นอนสำหรับการวัดเช่นนี้ด้วย

2.8.1 แอลเอสอาร์และการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์

ดวงอาทิตย์มีการเคลื่อนที่อยู่ในวงโคจรรอบจุดศูนย์กลางของดาราจักร (Galaxy) โดยมีคาบประมาณ 225 ล้านปี ดาวฤกษ์อื่น ๆ ก็เคลื่อนที่ในวงโคจรรอบจุดศูนย์กลางของดาราจักรด้วย ดังนั้น การพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุหนึ่งวัตถุใดเช่นนี้ทำได้โดยเทียบเคียงกับอะไรบางอย่างที่ให้เป็นมาตรฐานว่าอยู่นิ่ง

ถ้าหากว่าดาวฤกษ์ทั้งหลายในบริเวณใกล้เคียงกับดวงอาทิตย์โดยรอบห่างไม่เกิน 100

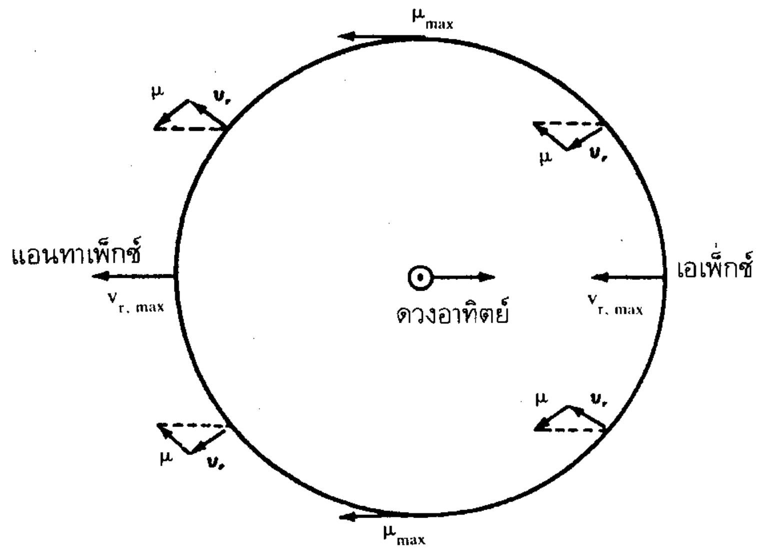
พาร์เซก รวมทั้งดวงอาทิตย์ต่างเคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลางของดาราจักรด้วยวงโคจรเป็นวงกลมเช่นเดียวกันและไม่มีการรบกวนกันเองด้วยความโน้มถ่วงระหว่างกันตามระยะห่างใกล้ไกลแล้ว ดาวทั้งกลุ่มจะปรากฏเคลื่อนที่ไปพร้อม ๆ กันด้วยความเร็วสัมพัทธ์กับดวงอาทิตย์ เราให้ความเร็วเฉลี่ยของดาวทั้งหมดในอาณาบริเวณใกล้เคียงดวงอาทิตย์กำหนดด้วยกรอบมาตรฐานที่เรียกว่า แอลเอสอาร์ (LSR)

แอลเอสอาร์ (Local Standard of Rest) คือระบบอ้างอิงที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ดวงอาทิตย์และเป็นระบบซึ่งความเร็วเฉลี่ยของดาวทุกดวงในบริเวณที่ดวงอาทิตย์ตั้งอยู่จะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นระบบแอลเอสอาร์จะขึ้นกับจำนวนของดาวที่เรานำมาหาค่าเฉลี่ยของความเร็วโดยทั่วไปเราจะใช้ดาวในบริเวณภายในระยะทาง 100 พาร์เซก ห่างจากดวงอาทิตย์

เมื่อได้กำหนดกรอบมาตรฐานหยุดนิ่งในบริเวณใกล้เคียงกับดวงอาทิตย์แล้ว เราสามารถหาการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์เทียบกับกรอบมาตรฐานนี้ เนื่องจากดวงอาทิตย์มีการเคลื่อนที่เทียบกับแอลเอสอาร์ ดังนั้นดาวแต่ละดวงจะมีทั้งการเคลื่อนที่เฉพาะตัว (Peculiar Motion) และการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นผลสะท้อนจากการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ โดยจะรวมกันเป็นการเคลื่อนที่สเปซ

สมมติว่าดวงอาทิตย์กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v กิโลเมตรต่อวินาทีไปในทิศทางหนึ่งซึ่งอาจกำหนดเป็นจุด ๆ หนึ่งบนทรงกลมท้องฟ้า จุดนั้นมีชื่อเรียกว่า เอเพ็กซ์สุริยะ (Solar Apex) ส่วนอีกจุดหนึ่งซึ่งอยู่ตรงกันข้ามของดวงอาทิตย์เรียกว่า แอนทาเพ็กซสุริยะ (Solar Antapex) เมื่อเราพิจารณาความเร็วในแนวสายตาของดาวทั้งหลาย จะพบว่าในบริเวณเอเพ็กซ์-สุริยะนั้นคิดเฉลี่ยแล้วดาวต่าง ๆ กำลังเคลื่อนที่เข้าหาดวงอาทิตย์ และในบริเวณแอนทาเพ็กซ-สุริยะคิดเฉลี่ยแล้วดาวต่าง ๆ กำลังเคลื่อนที่ออกจากดวงอาทิตย์ ส่วนในบริเวณ 90 องศาห่างจากจุดทั้งสองโดยเฉลี่ยแล้วมีความเร็วในแนวสายตาเป็นศูนย์ ซึ่งเป็นผลจากความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างดวงอาทิตย์และดาวฤกษ์ที่อยู่โดยรอบ อนึ่งเมื่อเราพิจารณาการเคลื่อนที่ปรอเปอร์พบว่า โดยเฉลี่ยแล้วดาวที่อยู่บนวงกลมใหญ่บนทรงกลมท้องฟ้าห่าง 90 องศา จากเอเพ็กซ์และแอนทาเพ็กซ์เท่ากัน จะมีการเคลื่อนที่ปรอเปอร์มากที่สุดในทิศที่ชี้ไปยังแอนทาเพ็กซ์และการเคลื่อนที่ปรอเปอร์จะเป็นศูนย์ที่จุดเอเพ็กซ์และแอนทาเพ็กซ์ทั้งสอง ดังนั้นการเฉลี่ยค่าการเคลื่อนที่ปรอเปอร์จะสามารถชี้บอกตำแหน่งของเอเพ็กซ์และแอนทาเพ็กซ์ได้

จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีเช่นนี้เราสามารถหาอัตราเร็วของดวงอาทิตย์ได้คือ 20 ± 1 กิโลเมตรต่อวินาที เมื่อเทียบกับแอลเอสอาร์ และมีทิศทางพุ่งไปยังกลุ่มดาวเฮอร์คิวลีส (Hercules) ซึ่งอยู่ที่ตำแหน่ง ($\alpha = 18^h\,4^m \pm 7^m$, $\delta = +30° \pm 1°$) บนทรงกลมท้องฟ้า



รูป 2.7 แสดงการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ในหมู่ดาวบนทรงกลมท้องฟ้า

2.8.2 การเคลื่อนที่เฉพาะตัว

ความเร็วของดาวดวงใด ๆ ในบริเวณใกล้เคียงกับดวงอาทิตย์เทียบกับแอลเอสอาร์ เราเรียกว่า ความเร็วเฉพาะตัวของดาว ความเร็วเฉพาะตัวของดวงอาทิตย์ตามปรกติเราหมายถึงความเร็วของการเคลื่อนที่ดวงอาทิตย์ ดังนั้นการหาการเคลื่อนที่เฉพาะตัวของดาวเทียมกับแอลเอสอาร์ เราต้องหักล้างการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ออกจากการเคลื่อนที่สเปซ

กำหนดให้ v_0 และ v_p เป็นอัตราเร็วของการเคลื่อนที่ดวงอาทิตย์และอัตราเร็วเฉพาะตัวของดาวฤกษ์ตามลำดับ และให้ $\propto$ เป็นมุมระหว่างเอเพ็กซ์สุริยะกระทำกับดาวฤกษ์ที่ดวงอาทิตย์เราจะได้อัตราเร็วเฉพาะตัวของดาวในแนวสายตาเทียบกับแอลเอสอาร์ ดังนี้

$$v_{PR} = v_R + v_0 \cos \propto \tag{2.59}$$

เมื่อ v_R คืออัตราเร็วสเปซในแนวสายตาเทียบกับดวงอาทิตย์ และ $v_0 = 20$ กม./วินาที เมื่อ $\propto = 90$ องศา อัตราเร็วสเปซในแนวสายตาที่สังเกตได้จะเท่ากับอัตราเร็วเฉพาะตัวในแนวสายตา

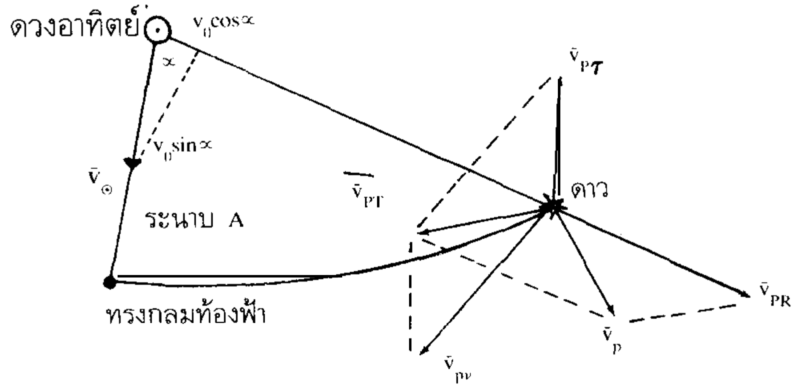
ความเร็วเฉพาะตัวของดาว $\bar{v}_p$ สามารถแยกออกเป็นองค์ประกอบในแนวสายตา $\bar{v}_{PR}$ และองค์ประกอบ $\bar{v}_{PT}$ ในระนาบท้องฟ้า A ซึ่งเป็นระนาบที่เกิดจากเส้นตรงที่ลากจากดวงอาทิตย์ไปยังจุดเอเพ็กซ์และเส้นตรงที่จากดวงอาทิตย์ไปยังดาวและตัดกับทรงกลมท้องฟ้าเป็นรูปวงกลมใหญ่ที่โยงระหว่างเอเพ็กซ์กับดาวตามรูป 2.8 สำหรับองค์ประกอบในระนาบท้องฟ้า $\bar{v}_{pT}$ จะแยกออกได้เป็นองค์ประกอบทอ $v_{P\tau}$ และองค์ประกอบอัพสิลอน $v_{p\nu}$ ส่วนความเร็วของดวงอาทิตย์ $\bar{v}_0$ สามารถแยกออกเป็นสององค์ประกอบคือ องค์ประกอบในแนวสายตา $v_0\cos\propto$ และองค์ประกอบอัพสิลอน $v_0\sin\propto$ ดังนั้นเราจะได้

$$v_{PT}^2 = v_{P\tau}^2 + v_{P\nu}^2 \tag{2.60}$$

การเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์จะไม่มีอิทธิพลต่อองค์ประกอบทอ ดังนั้น

$$v_{PT} = v_{\tau}$$

$$= 4.74 \frac{\tau}{p} \quad \text{กิโลเมตรต่อวินาที} \qquad (2.61ก)$$



รูป 2.8 แสดงองค์ประกอบความเร็วต่าง ๆ ของการเคลื่อนที่เฉพาะตัว

โดยที่ v_{τ} คือองค์ประกอบทอของความเร็วสเปซมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อวินาที

τ คือองค์ประกอบทอของการเคลื่อนที่ปรอเปอร์มีหน่วยเป็นอาร์กวินาทีต่อปีต่อ

องค์ประกอบอัพสิลอนจะขึ้นกับการเคลื่นที่ของดวงอาทิตย์ ดังนั้น

$$v_{P\nu} = v_{\nu} + v_0 \sin\alpha$$

$$= 4.74 \frac{\nu}{p} + v_0 \sin\alpha \quad \text{กม./วินาที} \qquad (2.61ข)$$

เมื่อ v_{ν} คือองค์ประกอบอัพสิลอนของความเร็วสเปซมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อวินาที

ν คือองค์ประกอบอัพสิลอนของการเคลื่อนที่ปรอเปอร์มีหน่วยเป็นอาร์กวินาทีต่อปี

เขียนสมการ (2.61) ใหม่ให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ ได้ดังนี้

$$\tau(*) = \tau \qquad (2.62ก)$$

$$\nu(*) = \nu + \frac{v_0 \sin\alpha}{4.74} p \qquad (2.62ข)$$

ในที่สุดเราสามารถหาอัตราเร็วเฉพาะตัวของดาวเทียบกับแอลเอสอาร์ได้ดังนี้

$$v_p^2 = v_{PR}^2 + v_{PT}^2$$

$$= v_{PR}^2 + v_{P\tau}^2 + v_{P\nu}^2 \qquad (2.63)$$

จะเห็นได้ว่าองค์ประกอบของการเคลื่อนที่เฉพาะตัวทั้งสองในระนาบท้องฟ้า $v_{P\tau}$ และ $v_{P\nu}$ ขึ้นกับค่าพาร์ลแลกซ์ p ของดาว [ดูสมการ (2.61)] ดังนั้นเราสามารถหาการเคลื่อนที่เฉพาะตัวของดาวเทียบกับแอลเอสอาร์ได้เฉพาะดาวที่อยู่ใกล้เคียงเท่านั้น (ภายในระยะทางประมาณ 100 พาร์เซก)

2.8.3 พารัลแลกซ์เฉลี่ยของการเคลื่อนที่เฉพาะตัว

ก่อนหน้านี้ p คือ พารัลแลกซ์ของดาวในหน่วยอาร์กวินาทีและปรากฏอยู่ในสมการ (2.61) ดังนั้นเราสามารถเขียนใหม่เป็น

$$p = (4.74)\ \frac{\nu(*)-\nu}{v_0 \sin\alpha} \qquad (2.64)$$

ถ้าสมมติว่าเราทราบค่าการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์และจุดเอเพ็กซ์แล้ว เราก็จะสามารถหาค่า ν ได้จากการสังเกตการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถทราบค่า $\nu(*)$ ของดาวแต่ละดวงใด ๆ ได้ ดังนั้นสมการ (2.64) จึงไม่สามารถหาค่าพารัลแลกซ์ของดาวได้โดยตรง แต่ถ้ากลุ่มดาวมีจำนวนสมาชิกมากเพียงพอในบริเวณหนึ่ง (α ค่าหนึ่ง) บนท้องฟ้า เราอาจถือได้ว่า $v_{p\nu}$ ของดาวเหล่านี้มีค่าได้ต่าง ๆ กันจนค่าเฉลี่ยของมันเป็นศูนย์ (ค่าเฉลี่ยเราแทนด้วยขีดเส้นตรงบนสัญลักษณ์นั้น)

จากสมการ (2.61ข) เมื่อเฉลี่ยตลอดดาวทุกดวงในบริเวณ α ค่าหนึ่งเราจะได้

$$\begin{aligned}
\overline{v_{p\nu}p} &= 4.74\bar{\nu} + v_0 \sin\alpha\,\bar{p} \\
4.74\bar{\nu} &= \bar{v}_{p\nu}\bar{p} - v_0 \sin\alpha\,\bar{p} \\
&= 0 - v_0 \sin\alpha\,\bar{p}
\end{aligned}$$

$$\bar{p} = \left(\frac{-4.74}{v_0 \sin\alpha}\right)\bar{\nu} \qquad (2.65)$$

ในที่นี้เราให้ $\overline{v_{p\nu}p} = \bar{v}_{p\nu}\,\bar{p}$ ได้เพราะว่าความเร็ว $v_{p\nu}$ และพารัลแลกซ์ p ต่างไม่ขึ้นต่อกัน

ถ้าบริเวณที่จะหาค่าพารัลแลกซ์เฉลี่ยกว้างจนไม่อาจคิดได้ว่า α เป็นค่าคงที่ เราต้องหาสมการ (2.65) ใหม่โดยเริ่มต้นจากสมการ (2.61ข) เช่นเดียวกันคือ

$$\begin{aligned}
\bar{v}_{p\nu}\,\bar{p}\,\overline{\sin\alpha} &= 4.74\,\overline{(\nu\sin\alpha)} + v_0\overline{\sin^2\alpha}\,\bar{p} \\
v_0\overline{\sin^2\alpha}\,\bar{p} &= 0 - 4.74\,\overline{\nu\sin\alpha}
\end{aligned}$$

$$\bar{p} = \left(-\frac{4.74}{v_0}\right)\left(\frac{\overline{\nu\sin\alpha}}{\overline{\sin^2\alpha}}\right) \qquad (2.66)$$

โดยที่ $v_{p\nu}$ p และ α ต่างก็ไม่ขึ้นต่อกัน

จะเห็นได้ว่าสมการ (2.65) เป็นกรณีพิเศษของสมการ (2.66) เมื่อ $\sin\alpha$ เป็นค่าคงที่นั่นเอง ค่า $\bar{p}$ ในสมการทั้งสองเราเรียกว่าพารัลแลกซ์เฉลี่ยของกลุ่มดาวที่เรากำลังพิจารณา

กำหนดให้ $S = \left(\frac{v_0}{4.74}\right)p$

$$= 4.22\ p \qquad (2.67)$$

S เราเรียกว่า พารัลแลกซ์เซคิวลาร์ (Secular Parallax) ซึ่งเป็นพารัลแลกซ์ที่เป็นผลจากการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ด้วยอัตราเร็ว 4.22 หน่วยดาราศาสตร์ต่อปีเทียบกับแอลเอสอาร์

โดยมีเส้นฐานซึ่งเป็นระยะทางที่ดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ไปได้ในเวลา 1 ปี ในขณะที่เส้นฐานสำหรับพารัลแลกซ์ตรีโกณมิติประจำปีมีระยะทางเท่ากับ 2 หน่วยดาราศาสตร์ สำหรับดาวอยู่ที่ $\alpha = 90$ องศา และไม่มีความเร็วเฉพาะตัวในระนาบท้องฟ้าจะมีองค์ประกอบ ν ของการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ต่อปีเท่ากับพารัลแลกซ์เซคิวลาร์นี้

ยังมีวิธีอื่นใช้หาพารัลแลกซ์เฉลี่ยของกลุ่มดาวนอกเหนือจากการใช้องค์ประกอบอัพสิลอน (ν) คือ เราใช้องค์ประกอบทอ (τ) ของการเคลื่อนที่ปรอเปอร์ โดยสมมติว่าองค์-ประกอบ τ ไม่มีผลเนื่องจากการเคลื่อนที่ของดวงอาทิตย์ ถ้าความเร็วของกลุ่มดาวนั้นมีการกระจายอย่างไม่แน่นอน ดังนั้นเราต้องเฉลี่ยองค์ประกอบในทิศทางอื่น ๆ ให้เป็นทิศทางเดียวกันเป็นองค์ประกอบเฉลี่ยโดยเฉพาะ $\bar{v}_{P\tau}$ จะต้องเท่ากับความเร็วเฉพาะตัวในแนวสายตาเฉลี่ย $\bar{v}_{PR}$ ดังนั้น จากสมการ (2.61ก) เราจะได้

$$Pv_{P\tau} = 4.74\,\bar{\tau}$$

$$p = \frac{4.74\,\bar{\tau}}{\bar{v}_{PT}}$$

$$\bar{p} = \frac{4.74\,\bar{\tau}}{\bar{v}_{PR}} \qquad \textbf{(2.68)}$$

พารัลแลกซ์เฉลี่ยในกรณีนี้เรียกว่าพารัลแลกซ์สถิติ

มันดูเหมือนว่าพารัลแลกซ์เฉลี่ยหรือพารัลแลกซ์สถิติของกลุ่มดาวกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเป็นปริมาณที่ไม่ค่อยมีประโยชน์ถ้ากลุ่มดาวที่เลือกมีความเร็วกระจายไม่แน่นอน อย่างไรก็ตามนี่เป็นจริงเพียงบางส่วน สำหรับกลุ่มดาวที่เลือกโดยถูกต้องแล้ว พารัลแลกซ์สถิติจะเป็นค่าสำคัญที่สุดและมีประโยชน์มาก สมมติว่ากลุ่มดาวที่เราเลือกให้มีจำนวนสมาชิกทั้งหมดเป็นชนิดเดียวกัน นั่นเป็นเหตุผลที่จะเชื่อว่าดาวทั้งหมดมีโชติมาตรสัมบูรณ์ใกล้เคียงกันมาก ถ้าให้ N เป็นจำนวนทั้งหมดของดาวในกลุ่ม ดังนั้น

$$N\bar{p} = \sum_{i=1}^{N} P_i \qquad (2.69)$$

เมื่อ p_i คือพาร์ลแลกซ์จริงของดาวดวงที่ i ในกลุ่ม จากสมการ (2.23) และคำนิยามของพาร์เซกพารัลแลกซ์ของดาวดวงที่ i จะสัมพันธ์กับโชติมาตรปรากฏและโชติมาตรสัมบูรณ์ของมันด้วยสมการ

$$p_i = 10^A \qquad \text{และ} \qquad A = 0.2\,(M - m_i - 5) \qquad (2.70)$$

แทนสมการ (2.70) ลงในสมการ (2.69) ได้ผลลัพธ์คือ

$$M = 5 + 5 \log (N\bar{p}) - 5 \log \left(\sum_{i=1}^{N} 10^{-0.2m_i} \right) \qquad (2.71)$$

โดยสังเกตการณ์ค่าพารัลแลกซ์เฉลี่ยและโชติมาตรปรากฏของดาวแต่ละดวง m_i เราจะสามารถหาโชติมาตรสัมบูรณ์ได้ โดยแทนค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ M นี้ลงในสมการ (2.70) เราจะได้พารัลแลกซ์ p_i ของดาวแต่ละดวง ถ้าหากว่าค่าพารัลแลกซ์เฉลี่ยมีความละเอียดถูกต้องและโชติมาตรสัมบูรณ์ครอบคลุมออกไปในระหว่างดาวสมาชิกทั้งหลายของกลุ่ม วิธีนี้จะมีความละเอียดถูกต้องและมีประโยชน์มากที่สุด

แบบฝึกหัดที่ 2

2.1 สมมุติว่าแผ่นจานเสียงกลมมีรัศมี R มีการแผ่รังสีเหมือนกับวัตถุดำที่อุณหภูมิ T จงพิจารณาสภาพส่องสว่าง L ของแผ่นจานเสียงนี้และฟลักซ์ที่สังเกตได้ที่ระยะทางไกล ๆ

2.2 ดาวดวงหนึ่งมีอุณหภูมิยังผล $T_e = 8700$ K $M_{bol} = +1.6$, $m_{bol} = +7.2$ จงคำนวณหาระยะทางของดาว สภาพส่องสว่าง และรัศมีของมัน

2.3 ดาวดวงหนึ่งมีระยะทางที่พิจารณาได้จากพารัลแลกซ์ตรีโกณมิติประมาณ 20 พาร์เซ็ก ถามว่าถ้าพิจารณาโชติมาตรปรากฏของมันได้ถูกต้อง โชติมาตรสัมบูรณ์ของมันจะมีความไม่แน่นอนประมาณเท่าไร?

2.4 กระจุกดาวกลุ่มหนึ่งมีดาวสมาชิกเท่ากับ 10^5 ดวง แต่ละดวงมีสภาพส่องสว่างเฉลี่ยเท่ากับดวงอาทิตย์ ถ้าโชติมาตรโบโลมิติปรากฏของกระจุกดาวทั้งหมดเท่ากับ 5.0 อยากทราบว่าระยะทางของกระจุกดาวนี้เป็นเท่าไร?

2.5 ดาวแปรแสงดวงหนึ่งมีค่าฟลักซ์เปลี่ยนไปเป็น 4 เท่าของเดิม จงหาว่าโชติมาตรจะมีค่าเปลี่ยนไปเท่าไร?

2.6 ดาวคู่ระบบหนึ่ง ประกอบด้วยดาวที่มีค่าโชติมาตร 3 และ 4 จงหาโชติมาตรรวมของดาวทั้งสอง

2.7 ดาวดวงหนึ่งมีค่าโชติมาตรปรากฏ $m = -0.4$ และมีค่าพารัลแลกซ์ $= 0''.3$ จงหา

(ก) โมดูลัสระยะทาง และ (ข) โชติมาตรสัมบูรณ์

2.8 จงหาค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ของดาวที่มีสมบัติต่อไปนี้

(ก) $m = 5$, $r = 100$ พาร์เซ็ก

(ข) $m = 10$, $r = 1$ พาร์เซ็ก

(ค) $m = -3$ $r = 5$ พาร์เซ็ก

(ง) $m = 6.5$ $P'' = 0''.004$

2.9 ดาว 2 ดวงมีค่า $V_1 = V_2 = 7.5$ และ $B_1 = 7.2$, $B_2 = 8.7$
จงหาค่าดัชนีสีของดาวแต่ละดวง และดาวดวงไหนมีสีน้ำเงินกว่า

2.10 ดาวดวงหนึ่งอยู่ไกล $r = 150$ พาร์เซ็ก และมีค่า $m_v = 7.55$ $M_B = 2$ จงหาค่าดัชนีสีของดาวดวงนี้

2.11 ดาวดวงหนึ่งมีค่าตัวแก้โบโลมิติ $BC = -0.4$ และโชติมาตรจักษุภาพปรากฏ $m_v = 3.5$ จงหา

(ก) โชติมาตรโบโลมิติปรากฏ

(ข) ฟลักซ์ของดาวซึ่งรับได้ที่ผิวโลก (คิดรวมทุกความยาวคลื่น)

2.12 ขนาดเชิงมุมของดาวดวงหนึ่ง วัดด้วยอินเตอร์ฟีโรมิเตอร์ (interferometer) ได้เท่ากับ 10^{-5} เท่าของขนาดเชิงมุมของดวงอาทิตย์ ถ้าดาวมีโชติมาตรโบโลมิติปรากฏเป็น 4.0 อุณหภูมิยังผลของดาวดวงนี้เป็นเท่าไร? (ข้อสังเกต m_{bol} สำหรับดวงอาทิตย์เท่ากับ −26.7)

2.13 ดาวสามดวงนี้มีโชติมาตรจักษุปรากฏเป็น +2.0 +2.5 และ +3.0 เมื่อแสงของดาวทั้งสามดวงรวมกันจะมีโชติมาตรปรากฏเป็นเท่าไร?

2.14 ถ้าดาวทั้งสามในข้อ 2.13 มีพารัลแลกซ์เฉลี่ย 0″010 และถ้าดาวทั้งสามมีโชติมาตรจักษุภาพสัมบูรณ์เท่ากัน จงหา M_v และพารัลแลกซ์ของดาวแต่ละดวง

2.15 เส้นสเปกตรัมสี่เส้นแรกของอนุกรมบัลเมอร์ของไฮโดรเจนมีความยาวคลื่นดังต่อไปนี้ H_α = 6563A° H_β = 4861 A°, H_r = 4340 A° และ H_δ = 4102 A° ดาวดวงหนึ่งมีเส้นสเปกตรัมแบบดูดกลืนสี่เส้นซึ่งมีความยาวคลื่นวัดได้เป็น 6530 A°, 4835 A° 4330 A° และ 4080A° ถ้าเส้นเหล่านี้มีปรากฏการณ์ดอปเปลอร์กับเส้นบัลเมอร์จงหาความเร็วในแนวสายตาอย่างประมาณของดาวดวงนี้ การวัดเส้นใดมีความผิดพลาดมากที่สุด

2.16 ดาวดวงหนึ่งอยู่นิ่งในแอลเอสอาร์ และห่างจากดวงอาทิตย์ 10 พาร์เซ็ก ห่างจากแอนทาเพ็กซ์สุริยะ 90° บนทรงกลมท้องฟ้า

(ก) ในเวลา 10 ปี ดาวดวงนี้จะเคลื่อนที่ไปบนทรงกลมท้องฟ้าเป็นมุมเท่าไรเมื่อมองจากดวงอาทิตย์

(ข) ดาวจะปรากฏเคลื่อนที่ไปในทิศไหน