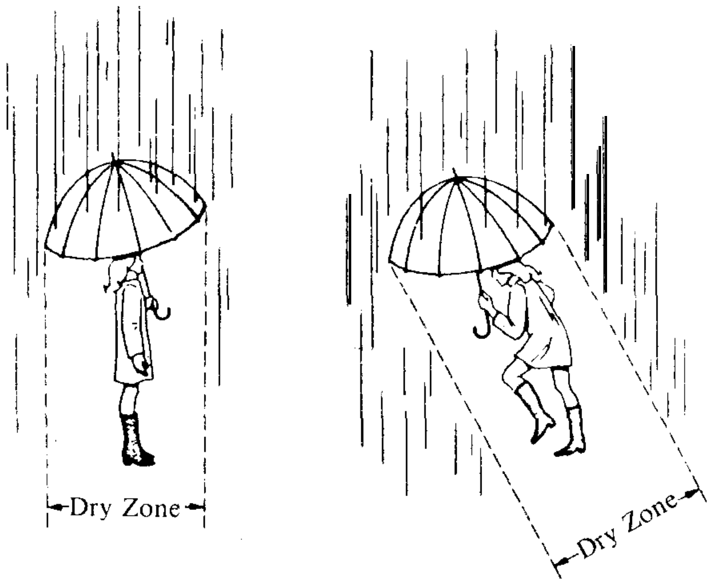
บทที่ 6
ความคลาดแสง

6.1 บทนำ

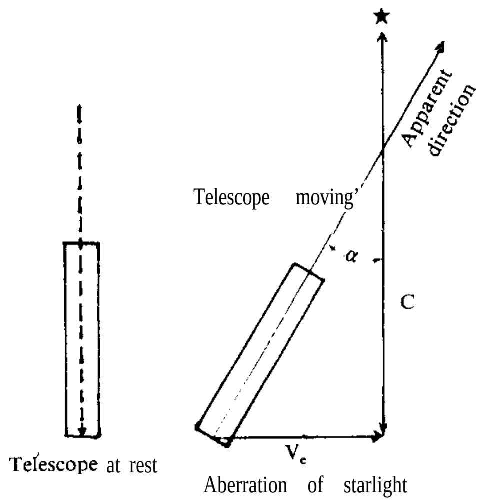


รูปที่ 6.1

สมมติว่าในขณะที่ฝนกำลังตกลงมาในแนวดิ่ง (ไม่มีลมพัด) ถ้าเราไม่ต้องการให้ตัวเราเปียก เราจะต้องกางร่มและยกขึ้นในแนวดิ่ง แต่ถ้าเราเคลื่อนที่ไปข้างหน้าและไม่ต้องการให้ตัวเราเปียก เราจะต้องยกร่มเอียงไปทางข้างหน้า (ดังรูปที่ 6.1) และถ้าเราเคลื่อนที่เร็วขึ้น เราจะต้องเอียงร่มมากขึ้นตามความเร็วที่เคลื่อนที่ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่าความคลาดแสง (aberration)

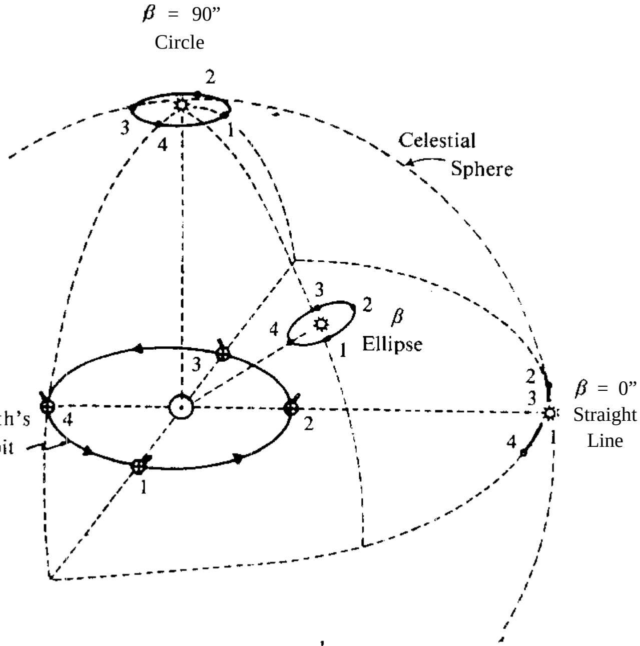
ปรากฏการณ์ความคลาดแสงของดาวฤกษ์ ค้นพบโดยนักดาราศาสตร์ชาวอังกฤษชื่อ เจมส์ แบรดเลย์ (James Bradley) ในปี ค.ศ. 1728 โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ด้วยความเร็ว = 29.78 กิโลเมตรต่อวินาที และแสงเคลื่อนที่ด้วยความความเร็ว = 3×10^5 กิโลเมตรต่อวินาที ในขณะที่เราส่องกล้องโทรทรรศน์ดูดาวฤกษ์ แสงจากดาวฤกษ์เดินทางมาถึงเลนส์ใกล้วัตถุกล้องโทรทรรศน์

จะอยู่ที่ตำแหน่งหนึ่ง ในระหว่างที่แสงเดินทางจากเลนส์ใกล้วัตถุไปสู่เลนส์ใกล้ตา กล้องโทรทรรศน์จะเคลื่อนที่ไปอีกตำแหน่งหนึ่ง เนื่องจากความเร็วของโลก (ดูรูปที่ 6.2) ดังนั้นจึงทำให้เกิดความคลาดแสงของดาวฤกษ์ขึ้น



รูปที่ 6.2

ค่าความคลาดแสงของดาวฤกษ์ขึ้นอยู่กับตัวประกอบ 3 อย่างคือ 1. เป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราความเร็วของโลก 2. เป็นปฏิภาคผกผันกับอัตราความเร็วของแสง 3. ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของดาวฤกษ์ ถ้าตำแหน่งของดาวฤกษ์ตั้งฉากกับโลก (อยู่ที่ตำแหน่งขั้วของระนาบเส้นสุริยวิถี) ค่าความคลาดแสงมีค่ามากที่สุด โดยดาวฤกษ์จะเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยรัศมี 20."5 ใน 1 ปี ถ้าโลกเคลื่อนที่เข้าหาหรือออกจากดาวฤกษ์ ค่าความคลาดแสงมีค่าเป็นศูนย์ และถ้าตำแหน่งของดาวฤกษ์มีค่า $= \beta°$ (อยู่ระหว่างขั้วของระนาบเส้นสุริยวิถีกับเส้นสุริยวิถี) ดาวฤกษ์จะเคลื่อนที่เป็นรูปวงรี โดยมีค่าครึ่งแกนยาว = 20."5 และครึ่งแกนสั้น = 20."5 $\sin\beta$ ผลของข้อ 3 เรียกว่าวงโคจรความคลาดแสงของดาวฤกษ์ (รูปที่ 6.3 ✸ แทนตำแหน่งดาวฤกษ์ที่แท้จริงบนทรงกลมท้องฟ้า)



รูปที่ 6.3

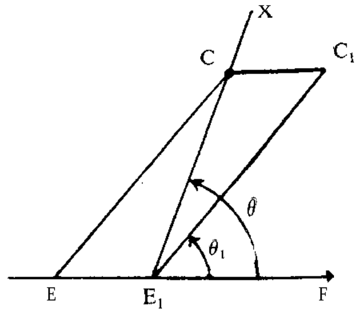
จะเห็นได้ว่าค่าความคลาดแสงของดาวฤกษ์จะมีค่ามากกว่าค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้โลกมากที่สุดประมาณเกือบ 30 เท่า ค่าความคลาดแสงของดาวฤกษ์จึงวัดได้ง่ายกว่าค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์

จากรูปที่ 6.2 ถ้าโลกหยุดนิ่ง เมื่อเราส่องกล้องโทรทรรศน์ดูดาวฤกษ์ดวงหนึ่งที่ตำแหน่งเซนิท แต่โลกเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_e (ความเร็วของแสง $= C$) ถ้าเราต้องการมองดูดาวฤกษ์ดวงนี้ เราจะต้องเอียงกล้องโทรทรรศน์ไปตามทิศทางการเคลื่อนที่ของโลกด้วยมุม α เมื่อ

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{V_e}{C} \tag{6.1}$$

เมื่อเอียงกล้องโทรทรรศน์ด้วยมุม α แสงจากดาวฤกษ์จะเดินทางจากเลนส์ใกล้วัตถุ ไปสู่เลนส์ใกล้ตา ซึ่งทำให้เราเห็นภาพของดาวฤกษ์ได้ เจม แบรดเลย์ วัดค่า α ได้ $= 20''.5$, ค่า α เรียกว่าค่าความคลาดแสงคงที่ (the aberration constant) ถ้าโลกไม่ได้เคลื่อนที่ จะได้ว่า $v_e = 0$ นั่นคือ $\alpha = 0$ ด้วย และถ้าความเร็วของแสงมีค่าเป็นอนันต์ ค่า α ก็จะมีค่าเป็น 0 ด้วย นั่นคือจากการสังเกตเห็นการคลาดแสงของดาวฤกษ์ แสดงให้เห็นว่าโลกเคลื่อนที่โคจรรอบดวงอาทิตย์ และความเร็วของแสงมีขนาดจำกัด และจากสมการที่ (6.1) เมื่อแทนค่า α ในหน่วยของเรเดียนและค่า C ลงในสมการเราก็จะหาความเร็วของโลกได้

6.2 กฎของความคลาดแสง



รูปที่ 6.4

จากรูปที่ 6.4 ให้ C เป็นจุดศูนย์กลางของเลนส์ใกล้วัตถุที่ปลายกล้องโทรทรรศน์

E เป็นจุดศูนย์กลางของเลนส์ใกล้ตาที่ปลายกล้องโทรทรรศน์อีกด้านหนึ่งในขณะที่แสงจากดาวฤกษ์ X ถึงจุด C

EF เป็นเส้นขนานที่มีทิศทางขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่ของโลกรอบดวงอาทิตย์

τ เป็นช่วงระยะเวลาที่แสงใช้เดินทางภายในกล้องโทรทรรศน์ (ช่วงระยะเวลาที่แสงเดินทางจากจุด C ไปยังจุด E) ในขณะที่แสงเดินทางภายในกล้องโทรทรรศน์นั้น โลกเคลื่อนที่ได้ระยะ E_1

V เป็นความเร็วของโลก $\therefore$ ช่วงระยะเวลาที่แสงเดินทางจากจุด C ถึงจุด E โลกจะเคลื่อนที่ได้ระยะทาง EE_1 หรือ $V\tau$

c เป็นความเร็วของแสง

เมื่อแสงจากดาวฤกษ์เข้าสู่เลนส์ใกล้วัตถุที่จุด C และจะเดินทางไปพบเลนส์ใกล้ตาที่จุด E_1

$$\therefore \text{ ระยะ } CE = c\tau$$

ถ้าโลกไม่ได้เคลื่อนที่, E_1C เป็นทิศทางที่แท้จริงของดาวฤกษ์

จาก C ลาก CC_1 ยาวเท่ากับ EE_1 และให้ขนานกับเส้น EE_1 $\therefore$ E_1C_1 ขนานกับเส้น EC

E_1C_1 เป็นทิศทางปรากฏของดาวฤกษ์ที่ผู้สังเกตเห็น (ดูรูปที่ 6.2)

ให้ θ, θ_1 แทน $C\hat{E}_1F$, $C_1\hat{E}_1F$ ตามลำดับ

$\theta - \theta_1$ คือมุมที่แสดงการเปลี่ยนตำแหน่งของดาว X เนื่องจากความคลาดแสง

จากรูปที่ 6.4 จะเห็นได้ว่าค่าระยะการขจัดความคลาดแสง (aberration displacement) ของดาวฤกษ์ มีทิศทางที่แท้จริงไปตามทิศทาง EF (ทิศทางการเคลื่อนที่ของโลก) และอยู่ในระนาบ XE_1F

ในสามเหลี่ยม CE_1C_1

$$\frac{\sin CE_1C_1}{\sin CC_1E_1} = \frac{CC_1}{CE_1}$$

แต่ $CC_1 = EE_1 = V\tau$ และ $CE_1 = c\tau$

$C\hat{E}_1C_1 = \theta - \theta_1$, $C\hat{C}_1E_1 = \theta_1$ แทนค่าลงในสมการบนจะได้

$$\sin(\theta - \theta_1) = \frac{V}{C}\sin\theta_1$$

จากสมการบนจะเห็นได้ว่า V/C มีค่าน้อย, $\theta - \theta_1$ มีค่าน้อยด้วย และเขียนมุม $\theta - \theta_1$ ให้อยู่ในรูปของวิลิปดา จะได้

$$\theta - \theta_1 = \frac{V}{c}\sin\theta_1 \operatorname{cosec} 1''$$

หรือ
$$\theta - \theta_1 = k\sin\theta_1 \qquad (6.2)$$

เมื่อ
$$k = \frac{V}{c}\operatorname{cosec} 1'' \qquad (6.3)$$

k เรียกว่าค่าคงที่ของความคลาดแสง (Constant of aberration) (พิจารณาค่า k กับค่าที่ได้จากหัวข้อที่ 6.1)

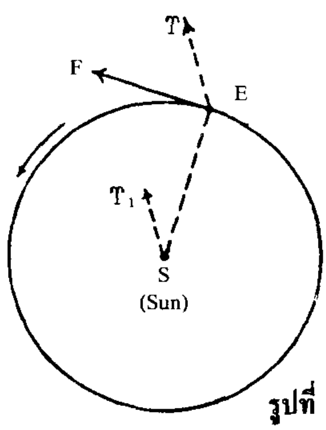
ค่า k ได้จากการคำนวณหาค่าของ V และ C มีค่าประมาณ 20.″5

จากสมการบนจะเห็นได้ว่าค่า $\theta - \theta_1$ มีค่าไม่เกิน 20.″5 ดังนั้นจากสมการที่ (6.2) จึงสามารถเขียนใหม่ ได้ว่า

$$\theta - \theta_1 = k\sin\theta \qquad (6.4)$$

สมการที่ (6.2) หรือ (6.4) คือกฎของความคลาดแสงนั่นเอง

6.3 ผลของความคลาดแสงต่อลองจิจูดท้องฟ้าและละติจูดท้องฟ้าของดาวฤกษ์



รูปที่ 6.5

สมมติให้โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นรูปวงกลม โดยมีดวงอาทิตย์เป็นจุดศูนย์กลาง และให้ความเร็วในวงโคจรของโลก = V คงที่ตามรูปที่ 6.5

E เป็นตำแหน่งของโลกในขณะเวลาใด ๆ ซึ่งจะมีทิศทางการเคลื่อนที่ไปตาม EF ดังนั้น EF จะตั้งฉากกับ SE

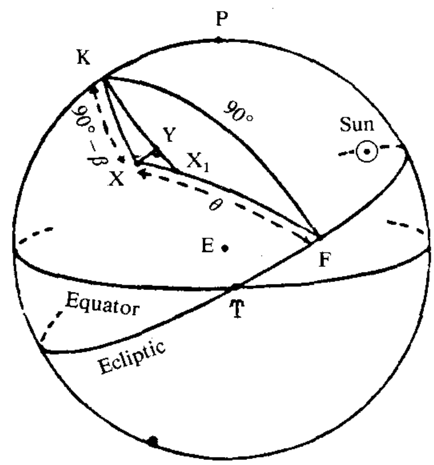
ให้ ET หรือ ST_1 เป็นทิศทางของตำแหน่งของจุดวสันตวิษุวัต

$T\hat{E}S$ คือค่าลองจิจูดของดวงอาทิตย์ โดยมีโลกเป็นจุดศูนย์กลาง (ดูรูปที่ 6.6) ใช้สัญลักษณ์ $\odot$ แทน $T\hat{E}S$

$T\hat{E}F$ คือค่าลองจิจูดของจุด F โดยมีโลกเป็นจุดศูนย์กลาง

$T\hat{E}F = \odot - 90°$

จุด F (ทิศทางการเคลื่อนที่ของโลก) เป็นตำแหน่งที่ตามหลังตำแหน่งดวงอาทิตย์ = 90° บนเส้นสุริยวิถี โดยมีโลกเป็นจุดศูนย์กลางของทรงกลมท้องฟ้า จุด F จะเคลื่อนที่ครบรอบบนเส้นสุริยวิถีในเวลา 1 ปี ค่าความคลาดแสงนี้เรียกว่าความคลาดแสงรายปี (annual aberration)



รูปที่ 6.6

ในรูปที่ 6.6 F เป็นทิศทางการเคลื่อนที่ของโลก และ $TF = \odot - 90°$

ให้ X เป็นตำแหน่งจริงของดาว X (ทิศทางของดาว X มองจากดวงอาทิตย์)

ค่าระยะการขจัดความคลาดแสง อยู่ในระนาบ XEF ดาวจะปรากฏไปตามวงกลมใหญ่ XF และจะมองเห็นที่ตำแหน่ง X_1

จากหัวข้อที่แล้ว (ดูรูปที่ 6.4) จะได้ว่า $XF = \theta$, $X_1F = \theta_1$

จากสมการที่ (6.4) จะได้ว่า

$$XX_1 = k \sin\theta \tag{6.5}$$

ลากส่วนโค้งของวงกลมใหญ่ระหว่าง KX และ KX_1 ซึ่ง K เป็นขั้วของระนาบเส้นสุริยวิถี

ลากส่วนโค้งของวงกลมเล็ก XY ให้ขนานกับเส้นสุริยวิถี

ให้ λ, β เป็นค่าลองจิจูดท้องฟ้าและละติจูดท้องฟ้าของดาว X

λ_1, β_1 เป็นค่าลองจิจูดท้องฟ้าและละติจูดท้องฟ้าของดาว X_1

จากรูปจะได้ $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = X\hat{K}Y$

ในสามเหลี่ยม XKY จะได้ $XY = X\hat{K}Y \sin KX$ แทนค่าได้

$$XY = (\lambda_1 - \lambda)\cos\beta$$

จากรูปจะได้ $\Delta\beta = \beta_1 - \beta = X_1Y$

เขียนใหม่ได้ว่า $\Delta\lambda = \lambda_1 - I$ และ $\Delta\beta = \beta_1 - \beta$

$$XY = AI \cos\beta \text{ และ } X_1Y = -\Delta\beta \qquad (6.6)$$

ในระนาบสามเหลี่ยมเล็ก ๆ XX_1Y, ให้ $\phi = Y\hat{X}X_1$ จะได้ว่า

$$XY = XX_1\cos\phi \text{ และ } X_1Y = XX_1\sin\phi$$

แทนค่าทั้งหมดลงในสมการที่ (6.5), (6.6) จะได้

$$\Delta\lambda = k\sin\theta\cos\phi\sec\beta \qquad (6.7)$$

$$\Delta\beta = -k\sin\theta\sin\phi \qquad (6.8)$$

จากสามเหลี่ยมทรงกลม KXF, $KX = 90° - \beta$, $KF = 90°$, $XF = \theta$, $K\hat{X}F = 90° + \phi$ และ $X\hat{K}F$ เป็นค่าความแตกต่างของลองจิจูด F และ X ดังนั้น $X\hat{K}F = (\odot - 90°) - \lambda$

จากสูตรหลัก - B

$$\frac{\sin XF}{\sin XKF} = \frac{\sin KF}{\sin KXF}$$

$$\sin XF \sin K\hat{X}F = \sin KF \sin X\hat{K}F$$

แทนค่าจะได้

$$\sin\theta\cos\phi = -\cos(\odot - A) \qquad (6.9)$$

จากหลักสูตร - c

$$\sin XF \cos K\hat{X}F = \cos KF \sin KX - \sin KF \cos KX \cos X\hat{K}F$$

แทนค่าจะได้

$$\sin\theta\sin\phi = \sin\beta\sin(\odot - \lambda) \qquad (6.10)$$

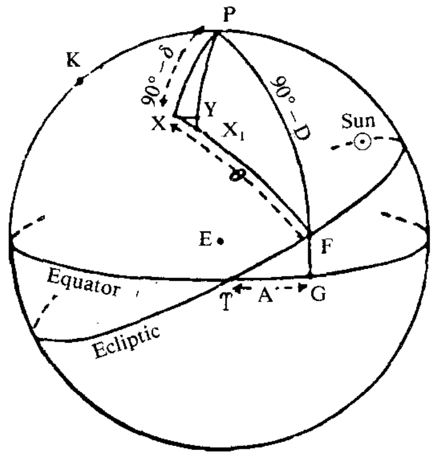
แทนค่าสมการที่ (6.9) ลงในสมการที่ (6.7) และแทนค่าสมการที่ (6.10) ลงในสมการที่ (6.8) จะได้

$$A\ L \;=\; -k\sec\beta\cos(\odot-\lambda) \qquad (6.11)$$

$$\Delta\beta \;=\; -k\sin\beta\sin(\odot-\lambda) \qquad \mathbf{(6.12)}$$

สมการที่ (6.11), (6.12) **ให้ค่าระยะการขจัดในเทอมของลองจิจูดท้องฟ้าและละติจูดท้องฟ้าเนื่องจากความคลาดแสงรายปี**

6.4 ผลความคลาดแสงต่อไรท์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาวฤกษ์



รูปที่ 6.7

จากรูปที่ 6.7 ให้ X เป็นตำแหน่งจริงของดาวฤกษ์ดวงหนึ่ง

X_1 เป็นตำแหน่งของดาว X ที่ปรากฏให้เห็น

α, δ เป็นค่าไรท์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาว X

α_1, δ_1 เป็นค่าไรท์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาว X_1

ลากวงกลมเล็ก XY ให้ขนานกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า โดยมี P เป็นขั้ว จากรูปจะได้ว่า

$$X\hat{P}Y = \alpha_1-\alpha \text{ และ } XY = X\hat{P}Y\sin PX$$

ให้ $\quad \Delta\alpha = \alpha_1-\alpha$ และ $\Delta\delta = \delta_1-\delta$

จะได้ $\quad \Delta\alpha = XY\cos PX = XY\sec\delta$

จากรูปจะได้ $X_1Y = -\Delta\delta$, **ให้** $Y\hat{X}X_1 = \psi$

จากสามเหลี่ยมรูปเล็ก, $XY = XX_1\cos\psi$ และ $X_1Y = XX_1\sin\psi$

จากสมการที่ (6.4), $XF = \theta$, $X_1F = \theta_1$, $XX_1 \equiv \theta-\theta_1$ **จะได้**

$$XX_1 = k\sin\theta$$

แทนค่า XX_1, XY, X_1Y ลงในสมการบนและเขียนใหม่ได้ว่า

$$\Delta\alpha = k \sin\theta \cos\psi \sec\delta \quad (6.13)$$

$$\Delta\delta = -k \sin\theta \sin\psi \quad (6.14)$$

ให้ A, D แทนค่าไรท์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของจุด F (เป็นจุดบนเส้นสุริยวิถี แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของโลก)

ในสามเหลี่ยมทรงกลม PXF จะได้ว่า $PX = 90° - \delta$

$PF = 90° - D$, $X\hat{P}F = A - a$, $XF = \theta$ และ $P\hat{X}F = 90° + \psi$

จากสูตรหลัก – B

$$\sin XF \sin P\hat{X}F = \sin PF \sin XPF$$

แทนค่าจะได้

$$\sin\theta \cos\psi = \cos D \sin (A - a) \quad (6.15)$$

จากสูตรหลัก – C

$$\sin XF \cos P\hat{X}F = \cos PF \sin PX - \sin PF \cos PX \cos X\hat{P}F$$

แทนค่าจะได้

$$-\sin\theta \sin\psi = \sin D \cos\delta - \cos D \sin\delta \cos (A - a) \quad (6.16)$$

แทนค่าสมการที่ (6.14) ลงในสมการที่ (6.13) จะได้

$$\Delta\alpha = k \sec\delta \cos D \sin (A - \alpha) \quad (6.17)$$

แทนค่าสมการที่ (6.15) ลงในสมการที่ (6.14) จะได้

$$\Delta\delta = k \sin D \cos\delta - k \cos D \sin\delta \cos (A - \alpha) \quad (6.18)$$

พิจารณาสามเหลี่ยม $F\hat{T}G$ ซึ่ง PFG เป็นเส้นเมริเดียนที่ผ่านจุด F เราจะได้ว่า $TF = \odot - 90°$, $F\hat{T}G = \varepsilon$ (ε เป็นค่าความเอียงของระนาบเส้นสุริยวิถีตัดกับระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า) $TG = A$, $FG = D$ และ $F\hat{G}T = 90°$ โดยใช้สูตรหลัก A, B และ C จะได้ว่า

$$\left.\begin{aligned} \sin\odot &= \cos A \cos D \\ -\cos\odot \sin\varepsilon &= \sin D \\ -\cos\odot \cos\varepsilon &= \sin A \cos D \end{aligned}\right\} \quad (6.19)$$

จากสมการที่ (6.16) จะได้

$$\Delta\alpha = k \sec\delta \left[\cos\alpha \sin A \cos D - \sin\alpha \cos A \cos D\right]$$

แทนค่าสมการที่ (6.18) ลงในสมการบนจะได้

$$h\alpha \equiv \alpha_1 - \alpha = -k \sec\delta \left[\cos\alpha \cos\odot \cos\varepsilon + \sin\alpha \sin\odot\right] \quad (6.20)$$

ในทำนองเดียวกัน สมการที่ (6.17) และ (6.18) จะได้

$$\Delta\delta \equiv \delta_1 - \delta = -k\cos\odot\cos\varepsilon(\tan\varepsilon\cos\delta - \sin\alpha\sin\delta) - k\cos\alpha\sin\delta\sin\odot \qquad (6.21)$$

ค่า k มีหน่วยเป็นวิลิปดา, จากสูตรข้างบน $\Delta\alpha$ หรือ (a,-a) ก็จะมีหน่วยเป็นวิลิปดาด้วย ปกติค่าไรท์แอสเซนชันมีหน่วยเป็นเวลา ดังนั้น

ในสมการที่ (6.19) ที่ถูกต้องจะต้องหารด้วย 15

ให้ $C = -k\cos\varepsilon\cos\odot$, $D = -k\sin\odot$

$$c = \frac{1}{15}\cos\alpha\sec\delta,\quad c' = \tan\varepsilon\cos\delta - \sin\alpha\sin\delta \qquad (6.22)$$

$$d = \frac{1}{15}\sin\alpha\sec\delta,\quad d' = \cos\alpha\sin\delta$$

แทนค่าสมการที่ (6.21) ลงในสมการที่ (6.19), (6.20) และเขียนใหม่ได้

$$\alpha_1 = a + Cc + Dd \qquad (6.23)$$

$$\delta_1 = \delta + Cc' + Dd' \qquad (6.24)$$

ค่า C และ D ขึ้นอยู่กับค่าลองจิจูดของดวงอาทิตย์ ดังนั้นค่า C และ D จึงขึ้นกับเวลาของปีที่อ้างถึง ค่า C และ D สามารถหาได้จากตารางอัลมาแนก (almanac) สำหรับในแต่ละวันของปี

ค่า c, c′, d, d′ ขึ้นกับค่าพิกัดของดาวฤกษ์และมุมที่ระนาบเส้นสุริยวิถีตัดกับระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ค่าเหล่านี้สามารถคำนวณได้ทั้งหมด

เป็นที่น่าสังเกตว่าสมการที่ (6.22) และ (6.23) ให้แต่ผลของความคลาดแสงที่มีต่อพิกัดของดาวฤกษ์เท่านั้น