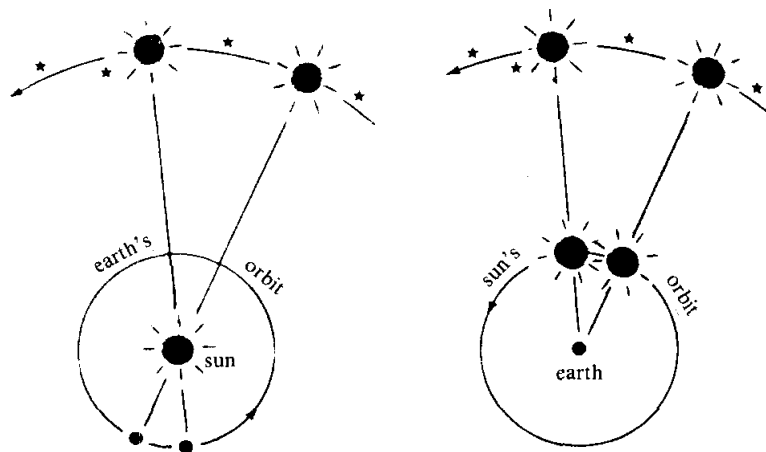


บทที่ 5 ความคลาดตำแหน่ง

5.1 บทนำ

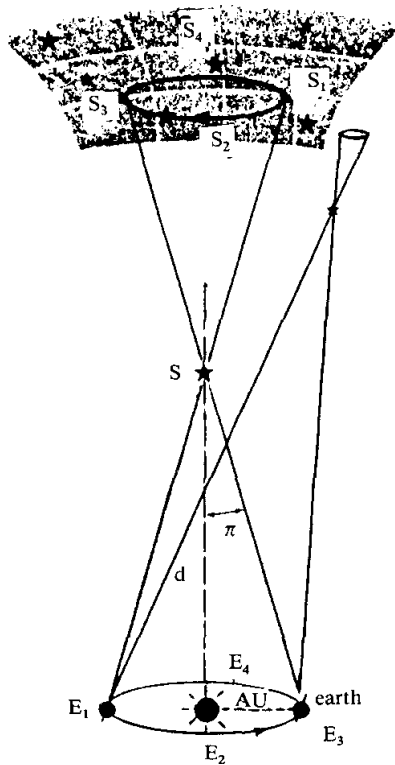
การที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ ทำให้เราสังเกตเห็นว่าดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ปรากฏไปบนท้องฟ้าโดยใช้เวลาคบรอบเท่ากับหนึ่งปี นักดาราศาสตร์สมัยโบราณไม่สามารถที่จะพิสูจน์ได้ว่าโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ ทั้งนี้เป็นเพราะว่าเครื่องมือที่ใช้ยังไม่ละเอียดพอ การพิสูจน์ว่าโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์นั้น เราไม่สามารถพิสูจน์ได้ง่าย ๆ กล่าวคือ (ดูรูปที่ 5.1 ประกอบ) ขณะที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์ ผู้สังเกตอยู่บนโลกจะสังเกตเห็นดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ปรากฏไปตามหมู่ดาวฤกษ์ต่าง ๆ ที่อยู่เบื้องหลัง แต่ในขณะเดียวกันถ้าโลกหยุดนิ่งและมีดวงอาทิตย์ที่โคจรรอบโลก ผู้สังเกตที่อยู่บนโลกก็จะสังเกตเห็นดวงอาทิตย์เคลื่อนที่ไปตามหมู่ดาวฤกษ์ที่อยู่เบื้องหลังเหมือนกับกรณีแรก การที่เราสามารถบอกได้ว่าโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เนื่องจากนักดาราศาสตร์พบปรากฏการณ์ 3 อย่างคือ 1. การเกิดความคลาดตำแหน่งประจำปี (annual parallax) 2. ความคลาดแสงจากดาวฤกษ์ (aberration of star light) 3. ปรากฏการณ์ผลของดอปเปลอร์ (doppler's effect)



รูปที่ 5.1

5.2 ความคลาดตำแหน่ง

สมมติเราถือดินสอแท่งหนึ่งชูไว้ข้างหน้า เสร็จแล้วมองดินสอด้วยตาที่ละข้าง เราจะเห็นดินสอเคลื่อนที่ไปมามากน้อย (เทียบกับภาพที่อยู่เบื้องหลัง) ตามระยะทางระหว่างดวงตาทั้งสองและระยะทางระหว่างดวงตากับดินสอ หรือในขณะที่เราเดินทางไปต่างจังหวัดโดยรถยนต์หรือรถไฟ ถ้าเรามองคูต้นไม้ที่อยู่ริมทางเราจะเห็นว่าต้นไม้เหล่านี้มีทิศทางการเคลื่อนที่ไปข้างหลัง (เทียบกับภาพที่อยู่เบื้องหลังไกลออกไป) ปรากฏการณ์ที่วัตถุเคลื่อนที่เนื่องจากการเปลี่ยนตำแหน่งสังเกตการณ์นี้ เรียกว่า ความคลาดตำแหน่ง



รูปที่ 5.2

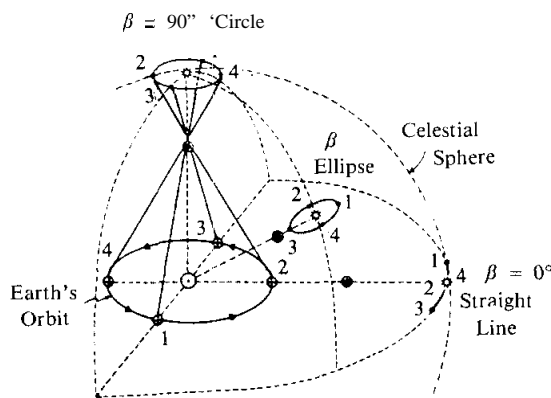
จากรูปที่ 5.2 แสดงถึงทางโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ ทางโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์เป็นรูปวงรี (เกือบเป็นวงกลม) S เป็นตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่สว่างดวงหนึ่งซึ่งดาว S อยู่ใกล้โลกมากกว่าดาวฤกษ์ดวงอื่น ๆ ค่าละติจูดท้องฟ้าของดาว S มีค่า $= 90^\circ$ หรือดาว S อยู่ตรงขั้วของระนาบของเส้นสุริยวิถี เวลาเรามองดูดาวฤกษ์ดวงนี้ด้วยกล้องดูดาว เราจะเห็นดาวฤกษ์อีกหลายดวงที่อยู่เบื้องหลังดาวฤกษ์ดวงนี้ ซึ่งเราถือว่าดาวฤกษ์พวกนี้อยู่ไกลออกไปมากจนถือได้ว่าเป็นจุดหยุดนิ่งทำให้สามารถใช้เป็นหลักเปรียบเทียบกับดาว S ได้ เมื่อโลกอยู่ที่ตำแหน่ง E_1

ในวงโคจรรอบดวงอาทิตย์ เมื่อเราสังเกตเห็นดาว S ดาว S จะปรากฏอยู่ที่ตำแหน่ง S_1 (เมื่อเทียบกับดาวฤกษ์ที่อยู่เบื้องหลังและไกลจากดาว S มาก ๆ) อีก 3 เดือนต่อมาโลกเคลื่อนที่ไปอยู่ที่ตำแหน่ง E_2 ดาว S ปรากฏเคลื่อนที่ไปทิศทางตรงข้าม ไปอยู่ที่ตำแหน่ง S_2 ถ้าเราสังเกตตำแหน่งของดาว S อย่างสม่ำเสมอ ดาว S จะปรากฏเคลื่อนที่คล้ายคลึงกับวงโคจรของโลกที่มองจากดาว S มุมที่ตำแหน่งของดาวฤกษ์รองรับด้วยรัศมีวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ เรียกว่า มุมความคลาดตำแหน่ง (parallactic angle) หรือความคลาดตำแหน่งรายปี (annual parallax) หรือความคลาดตำแหน่ง (parallax) ของดาวฤกษ์ ใช้สัญลักษณ์ π แทนค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์ จากรูปที่ 5.2 มุม π เป็นค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์

ถ้า d เป็นระยะทางของดาวฤกษ์ จากดวงอาทิตย์ถึงดาว S

a เป็นระยะทางเฉลี่ยของโลกถึงดวงอาทิตย์

จากรูปที่ 5.2 ค่า a รู้, π สามารถวัดได้ ดังนั้นค่า d ก็จะสามารถหาได้โดยใช้หลักตรีโกณมิติ การหาระยะทางของดาวฤกษ์โดยวิธีนี้เรียกว่า ความคลาดตำแหน่งตรีโกณมิติ (trigonometric parallax) จากวิธีนี้เราจึงหาค่าระยะทางของดาวฤกษ์ได้ แต่ก็มีขอบเขตจำกัดกล่าวคือถ้าดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้ค่าความคลาดตำแหน่งมีค่ามาก เมื่อดาวฤกษ์อยู่ห่างไกลออกไปค่าความคลาดตำแหน่งมีค่าน้อยลง และถ้าดาวฤกษ์อยู่ไกลมาก ๆ ค่าความคลาดตำแหน่งจะมีค่าน้อยมากจนวัดไม่ได้ ดังนั้นการหาระยะทางของดาวฤกษ์โดยวิธีนี้จึงมีขอบเขตจำกัด ดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้โลกมากที่สุดคือดาวอัลฟา เซนเทารี (α -Centauri, อยู่ห่างจากโลก 4.3 ปีแสง, $\alpha = 14^{\circ}38'$, $\delta = -60^{\circ}46'$ ในปี ค.ศ. 1980) มีค่าความคลาดตำแหน่ง = $0''.76$ จะเห็นได้ว่าค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์มีค่าน้อยมาก ในปัจจุบันนี้นักดาราศาสตร์วัดค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์ได้ประมาณ 5,000 ดวง

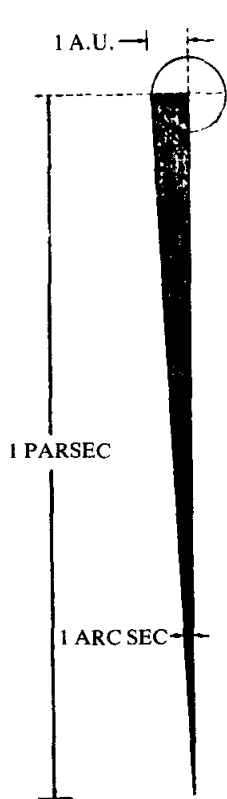


รูปที่ 5.3

รูปที่ 5.3 แสดงถึงวงโคจรความคลาดตำแหน่งปรากฏของดาว 3 ดวง (⊙) เมื่อเทียบกับตำแหน่งที่แท้จริงบนทรงกลมท้องฟ้า (★) โดยที่ดาวทั้ง 3 ดวงอยู่ใกล้โลกและมีค่าระยะจุดท้องฟ้า (β) ต่าง ๆ กันขนาดของวงโคจรความคลาดตำแหน่งจะขึ้นอยู่กับระยะทางที่อยู่ห่างจากโลก และค่าระยะจุดท้องฟ้าของดาวฤกษ์นั้น

5.3 หน่วยของระยะทาง

หน่วยของระยะทางของวัตถุบนพื้นผิวโลก เราใช้เป็นกิโลเมตรหรือไมล์เป็นต้น ถ้าเราจะใช้กิโลเมตรหรือไมล์เป็นหน่วยวัดระยะทางของดาวฤกษ์ต่าง ๆ จะเห็นได้ว่าไม่สะดวกที่จะใช้ ทั้งนี้เนื่องจากดาวฤกษ์ต่าง ๆ อยู่ห่างจากโลกมาก ๆ เพื่อความสะดวกจึงได้กำหนดหน่วยของระยะทางของดาวฤกษ์เป็นปีแสง (light-year) และพาร์เซก (parsec)



รูปที่ 5.4

กำหนดให้ 1 เอ.ยู. (ย่อมาจาก Astronomical Unit) = ระยะทางเฉลี่ยระหว่างโลกถึงดวงอาทิตย์, 1 เอ.ยู. = 1.496×10^8 กิโลเมตร, 1 ปีแสง = ระยะทางที่แสงเดินทางได้ 1 ปี

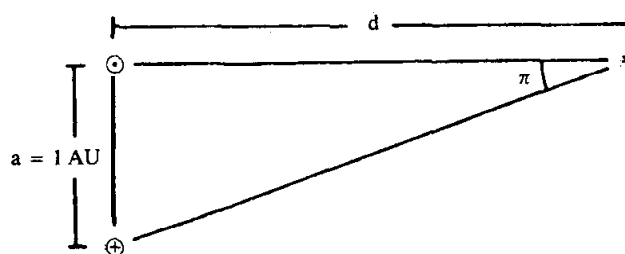
$$= 9.5 \times 10^{12} \text{ กิโลเมตร}$$

หรือ 1 ปีแสง

$$= 6.324 \times 10^4 \text{ เอ.ยู.}$$

พาร์เซก (Parsec) ย่อมาจากคำว่า Parallax second, 1 พาร์เซก หมายถึงระยะทางที่ความยาว 1 เอ.ยู. รองรับด้วยมุม 1 วิลิปดา (ดูรูปที่ 5.4)

$$1 \text{ พาร์เซก} = 3.262 \text{ ปีแสง}$$



รูปที่ 5.5

จากรูปที่ 5.5 กำหนดให้ \oplus = โลก

\odot = ดวงอาทิตย์

π = ค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์ หน่วยวิลิปดา

d = ระยะทางจากดวงอาทิตย์ถึงดาวฤกษ์ หน่วยพาร์เซก

a = ระยะทางเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์

$a = 1$ เอ.ย.

ในกรณีที่ π มีค่าน้อย ๆ จะได้ว่า

$$\pi \text{ (เรเดียน)} = \frac{a}{d} \quad (5.1)$$

วงกลม 1 รอบ (360°) มีค่า = 2π เรเดียน

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 1 \text{ เรเดียน} &= 57^\circ 17' 44''81 \\ &= 206,265'' \end{aligned}$$

จากนิยามของคำว่า พาร์เซก, 1 พาร์เซก = 206,265 เอ.ย.

ถ้ามุม π มีหน่วยเป็นวิลิปดา และ d มีหน่วยเป็นพาร์เซก จะได้ว่า

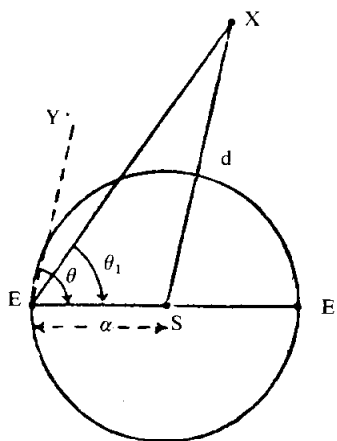
$$d \text{ (พาร์เซก)} = \frac{1}{\pi''} \quad (5.2)$$

และถ้า d มีหน่วยเป็นปีแสง จะได้ว่า

$$d \text{ (ปีแสง)} = \frac{3.26}{\pi''} \quad (5.3)$$

จากสมการที่ (5.2), (5.3) จะได้ว่าระยะทางในหน่วยปีแสง = 3.26 ระยะทางในหน่วยพาร์เซก

5.4 ความคลาดตำแหน่งดาวฤกษ์



รูปที่ 5.8

จากรูปที่ 5.6 วงกลมแสดงถึงวงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์ (ตำแหน่งที่โลกอยู่ใกล้และไกลจากดวงอาทิตย์มากที่สุด เมื่อเทียบกับระยะทางของดาวฤกษ์ จะถือได้ว่าไม่มีความแตกต่างกัน ดังนั้นเราจึงพอจะอนุมานได้ว่า วงโคจรของโลกรอบดวงอาทิตย์เป็นวงกลม)

S เป็นตำแหน่งของดวงอาทิตย์

a เป็นค่าระยะทางเฉลี่ยระหว่างโลกถึงดวงอาทิตย์

$$a = 1 \text{ เอ.ย.}$$

ให้ x เป็นตำแหน่งของดาวดวงหนึ่งที่อยู่ห่างจากดวงอาทิตย์เป็นระยะทาง d สมมติว่าดาวอยู่คงที่เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์

E เป็นตำแหน่งของโลกในขณะใด ๆ

E_1 เป็นตำแหน่งของโลกอีก 6 เดือนต่อมา

ระยะทางจาก EE_1 เรียกว่า เส้นฐาน (base-line) ยาวประมาณ 300 ล้านกิโลเมตร (หรือเท่ากับ 2 เอ.ย.)

ให้ EY ขนานกับ SX และ θ, θ_1 แทนด้วย $\widehat{SEY}, \widehat{SEX}$ ตามลำดับ

จากสามเหลี่ยม SXE, $\widehat{SXE} = \theta - \theta_1$ จะได้ว่า

$$\sin(\theta - \theta_1) = \frac{a}{d} \sin \theta_1 \quad (5.4)$$

จากการนิยามค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์, $\sin \pi = \frac{a}{d}$ (5.5)

เนื่องจากค่า π มีค่าน้อยมาก เราจึงสามารถเขียนสมการที่ (5.4) และใช้สมการที่ (5.5) มาช่วยจะได้ว่า

$$\theta - \theta_1 = \pi \sin \theta \quad (5.6)$$

หมายเหตุ $(\theta - \theta_1)$ และ π จะต้องมีหน่วยเดียวกันและ θ สามารถเขียนในรูปของ θ_1 ได้ เนื่องจากค่าความคลาดตำแหน่งของดาวฤกษ์มากที่สุด = $0''.76 \therefore \theta$ และ θ_1 แตกต่างกันน้อยมาก

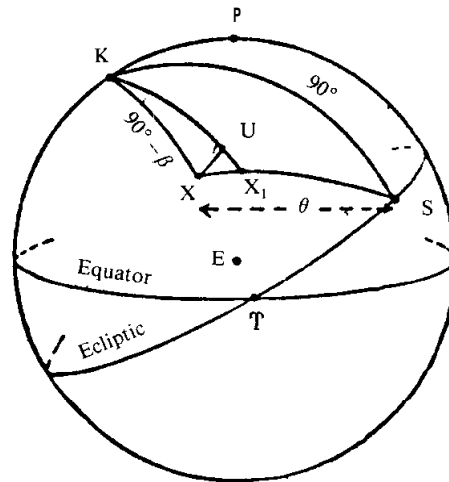
จากรูปที่ 5.6, SX เป็นทิศทางของดาวฤกษ์เมื่อมองจากดวงอาทิตย์

EX เป็นทิศทางของดาวฤกษ์เมื่อมองจากโลก ทิศทางของดาวฤกษ์เมื่อมองจากดวงอาทิตย์และโลก (ดวงอาทิตย์และโลกเป็นจุดศูนย์กลาง) มีชื่อเรียกว่า เฮลิโอเซนทริก (Heliocentric) และจีโอเซนทริก (Geocentric) ตามลำดับ

ถ้าระยะทางของดาวฤกษ์มีค่าเป็นอนันต์ ตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่มองจากโลกมีทิศทางตามเส้น EY (ขนานกับ SX)

$\therefore \theta$ คือมุมระหว่างทิศทาง เฮลิโอเซนทริก, EY ทำกับทิศทาง ES จากโลกถึงดวงอาทิตย์ จากรูปที่ 5.6 แสดงถึงระยะการขจัด (displacement) ของทิศทางจีโอเซนทริก EX, จากทิศทาง

เฮลิโเซนทริก EY ไปยังทิศทาง ES ของดวงอาทิตย์, ระยะการขจัดนี้อยู่ในระนาบ ESX



รูปที่ 5.7

รูปที่ 5.7 จุด E เป็นจุดศูนย์กลางของทรงกลมท้องฟ้า

ให้ X แทนตำแหน่งของดาวฤกษ์โดยสอดคล้องกับทิศทางเฮลิโเซนทริกของดาวฤกษ์

S เป็นตำแหน่งของดวงอาทิตย์บนเส้นสุริยวิถีขณะวันใดวันหนึ่ง

ถ้า X_1 เป็นตำแหน่งของดาวฤกษ์บนทรงกลมท้องฟ้า โดยสอดคล้องกับทิศทางจีโเซนทริกของดาวฤกษ์

จะได้ว่า X_1 อยู่ในระนาบ X, E และ S $\therefore X_1$ อยู่บนส่วนโค้งวงกลมใหญ่ XS และ X_1 อยู่ระหว่าง X และ S นั่นคือเราอาจจะพูดได้ว่า X และ X_1 เสมือนกับตำแหน่งเฮลิโเซนทริกและ จีโเซนทริกของดาวฤกษ์ตามลำดับ

5.5 ผลของความคลาดตำแหน่งต่อลองจิจูดท้องฟ้าและละติจูดท้องฟ้าของดาวฤกษ์

ให้ λ และ β เป็นค่าเฮลิโเซนทริกของลองจิจูดและละติจูดของดาวฤกษ์ (ได้แก่ตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่ X)

λ_1 และ β_1 เป็นค่าจีโเซนทริกของลองจิจูดและละติจูดของดาวฤกษ์ (ได้แก่ตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่ X_1)

ที่จุด X ลากส่วนโค้งของวงกลมเล็ก UX ให้ขนานกับเส้นสุริยวิถี โดยมี k เป็นช่วงของวงกลมเล็ก

$$\begin{aligned} \text{ให้} \quad \Delta\lambda &= \lambda_1 - \lambda (= \widehat{X\hat{K}U}) \\ \Delta\beta &= \beta_1 - \beta = UX_1 \\ \phi &= \text{มุม } UXX_1 \end{aligned}$$

ในระนาบสามเหลี่ยมเล็ก ๆ UXX_1 จะได้ว่า

$$UX \equiv \Delta\lambda \cos \beta = XX_1 \cos \phi$$

และ
$$UX_1 \equiv -\Delta\beta = XX_1 \sin \phi$$

จากรูปที่ 5.6 จะเห็นได้ว่า $XX_1 = \theta - \theta_1$ และ $XS = \theta$ แทนค่า XX_1 และ XS ลงในสมการข้างบนจะได้

$$\Delta\lambda \cos \beta = (\theta - \theta_1) \cos \phi$$

และ
$$-\Delta\beta = (\theta - \theta_1) \sin \phi$$

แทนค่าสมการที่ (5.6) ลงในสมการบน ได้

$$AI \cos \beta = \pi \sin \theta \cos \phi \tag{5.7}$$

$$A/3 = -\pi \sin \theta \sin \phi \tag{5.8}$$

ในสามเหลี่ยมทรงกลม KXS , $\widehat{X\hat{K}S} = \odot - I$

เมื่อ $\odot =$ ค่าลองจิจูดจริงของดวงอาทิตย์
 $= TS$

และ $KS = 90^\circ$, $KX = 90'' - \beta$ และ $\widehat{K\hat{X}S} = 90'' + \phi$, จากสูตรหลัก B

$$\frac{\sin XS}{\sin \widehat{X\hat{K}S}} = \frac{\sin KS}{\sin \widehat{K\hat{X}S}}$$

แทนค่าต่าง ๆ ได้, $\sin \theta \sin (90'' + \phi) = \sin (\odot - \lambda)$

$$\sin \theta \cos \phi = \sin (\odot - \lambda) \tag{⊙}$$

จากสูตรหลัก c, $\sin XS \cos \widehat{K\hat{X}C} = \cos KS \sin KX - \sin KS \cos KX \cos \widehat{X\hat{K}S}$

แทนค่าต่าง ๆ ได้, $\sin \theta \cos (90^\circ + \phi) = \cos 90'' \sin (90^\circ - \beta) - \sin 90'' \cos (90^\circ - \beta) \cos (\odot - \lambda)$

$$\sin \theta \sin \phi = \sin \beta \cos (\odot - \lambda) \tag{⊙}$$

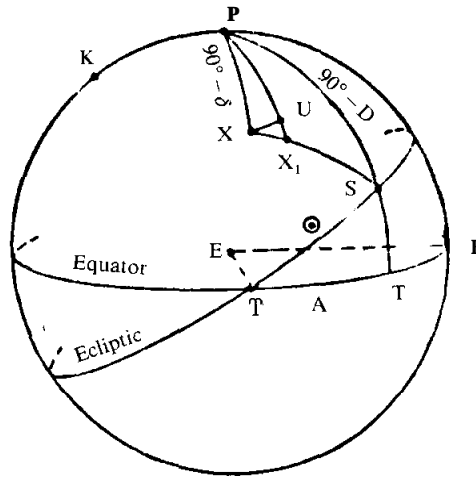
แทนค่าสมการ (⊙) ลงในสมการที่ (5.7), (5.8)

$$AI \cos \beta = \pi \sin (\odot - \lambda) \tag{5.9}$$

$$\Delta\beta = -\pi \sin \beta \cos (\odot - \lambda) \tag{5.10}$$

สมการเหล่านี้แสดงถึงระยะการขจัดของตำแหน่งของดาวฤกษ์ เนื่องจากการเกิดความคลาดตำแหน่งในเทอมของลองจิจูดและละติจูดท้องฟ้า

5.6 ผลของความคลาดตำแหน่งต่อไรต์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาวฤกษ์



รูปที่ 5.8

รูปที่ 5.8 ให้ A และ D เป็นค่าไรต์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดวงอาทิตย์ (S) ตามลำดับ

α, δ เป็นค่าเฮลิโอเซนทริกไรต์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาวฤกษ์ (ที่ตำแหน่ง X)

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha = \widehat{XPX_1}$$

$$-\Delta\delta = \delta_1 - \delta = \widehat{UX_1}$$

ให้ UX เป็นวงกลมเดคลิเนชันขนานผ่าน X (คือวงกลมเล็กที่ขนานกับเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า โดยมีจุด P เป็นขั้ว) และ $\psi = \widehat{UXX_1}$

ให้ระนาบสามเหลี่ยมเล็ก ๆ UXX_1 ได้

$$UX \equiv \Delta\alpha \cos \delta = XX_1 \cos \psi$$

$$UX_1 \equiv -\Delta\delta = XX_1 \sin \psi$$

จากหัวข้อยี่แล้ว $XS = \theta$ และ $XX_1 = \theta - \theta_1$ และโดยการใช้สมการที่ (5.4) ช่วยในสมการบน จะได้

$$\Delta\alpha \cos \delta = \pi \sin \theta \cos \psi \quad (5.11)$$

$$\Delta\delta = -\pi \sin \theta \sin \psi \quad (5.12)$$

จากสามเหลี่ยมทรงกลม PXS, $PX = 90^\circ - \delta$, $PS = 90^\circ - D$, $\widehat{XPS} = A - \alpha$, $XS = \theta$ และ $\widehat{PXS} = 90^\circ + \psi$ โดยใช้สูตรหลัก B และ C จะได้

$$\sin \theta \cos \psi = \cos D \sin (A - \alpha) \quad (5.13)$$

$$- \sin \theta \sin \psi = \sin D \cos \delta - \cos D \sin \delta \cos (A - \alpha) \quad (5.14)$$

จากสามเหลี่ยมทรงกลม TST, $TS = \odot$, $\widehat{STT} = \varepsilon$ (คือค่าความเอียงของระนาบเส้นสุริยวิถีตัดกับระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า), $TT = A$, $\widehat{TTS} = 90^\circ$ และ $TS = D$ จากสูตรหลัก A, B และ C จะได้

$$\cos \odot = \cos D \cos A$$

$$\sin \odot \sin \varepsilon = \sin D \quad (5.15)$$

$$\sin \odot \cos \varepsilon = \cos D \sin A$$

จากสมการที่ (5.11), (5.13) และ (5.15) เราจะได้

$$\Delta \alpha \cos \delta = \pi (\cos \alpha \cos \varepsilon \sin \odot - \sin \alpha \cos \odot) \quad (5.16)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการที่ (5.12), (5.14) และ (5.15) เราจะได้

$$\Delta \delta = (\cos \delta \sin \varepsilon \sin \odot - \cos \alpha \sin \delta \cos \odot - \sin \alpha \sin \delta \cos \varepsilon \sin \odot) \quad (5.17)$$

เราสามารถที่จะดัดแปลงสมการที่ (5.16) และ (5.17) ให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้น, จากรูปที่ 5.7 จะเห็นได้ว่า ET, EB และ EP อยู่ในระนาบเส้นศูนย์สูตรท้องฟ้า ซึ่ง $TB = 90^\circ$

ให้ X, Y, Z เป็นค่าพิกัดของดวงอาทิตย์ในเทอมของรัศมี-วงโคจรของโลก (มีหน่วยเป็นระยะทาง) ได้

$$\mathbf{X} = \cos TS, \mathbf{Y} = \cos BS, \mathbf{Z} = \cos PS$$

$$\text{หรือ } X = \cos \odot, Y = \sin \odot \cos \varepsilon, Z = \sin \odot \sin \varepsilon$$

แทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการที่ (5.16) และ (5.17) จะได้

$$\Delta \alpha \cos \delta = \pi (Y \cos \alpha - X \sin \alpha) \quad (5.16a)$$

$$\text{และ } \Delta \delta = \pi (Z \cos \delta - X \cos \alpha \sin \delta - Y \sin \alpha \sin \delta) \quad (5.17a)$$

ค่าของ X, Y, Z จะมีบอกในตารางอัลมานัก (almanac) ทุกวันตลอดทั้งปี นั่นคือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ π ในสมการที่ (5.16a) และ (5.17a) สามารถคำนวณได้

สมการที่ (5.16), (5.17) หรือ (5.16a), (5.17a) ให้ค่าระยะการขจัดของดาวฤกษ์เนื่องจากการเกิดความคลาดตำแหน่งในเทอมของไรต์แอสเซนชันและเดคลิเนชัน