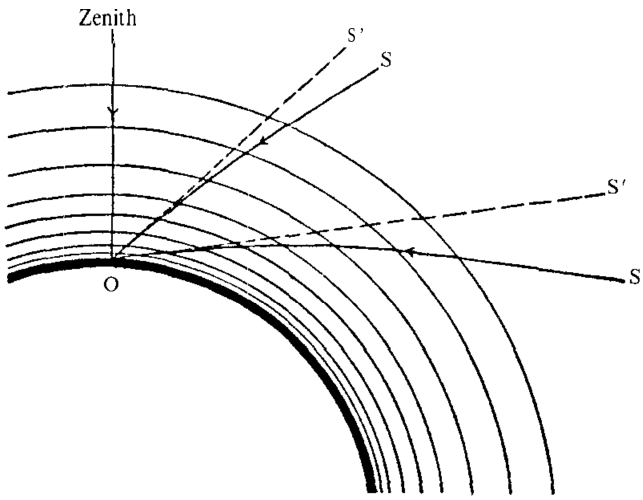
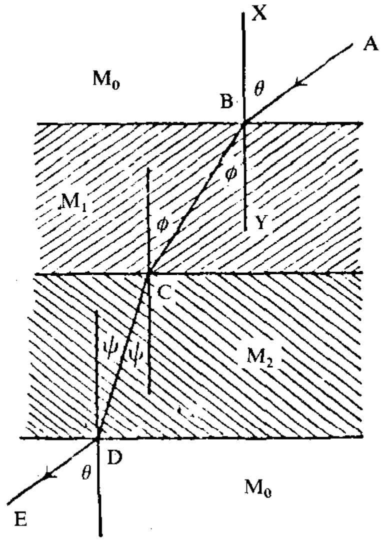
บทที่ 4
การหักเห

4.1 กฎของการหักเห

เมื่อแสงเดินทางผ่านตัวกลางสองชนิดที่มีความหนาแน่นต่างกัน ทางเดินของแสงจะเกิดการเปลี่ยนทิศทาง ลักษณะเช่นนี้เรียกว่าแสงเกิดการหักเห (refraction) ขึ้น เช่นเดียวกับแสงของดาวต่าง ๆ ที่เดินทางมาสู่โลก เมื่อแสงจากดาวฤกษ์เดินทางผ่านบรรยากาศของโลกเข้าสู่ตาของผู้สังเกต แสงของดาวจะเกิดการหักเห ดังรูปที่ 4.1 บรรยากาศของโลกมีความหนาแน่นมากที่สุดที่บริเวณผิวของโลก และจะมีความหนาแน่นน้อยลง เมื่ออยู่ห่างจากผิวโลกไปจนกระทั่งเป็นสุญญากาศ ผลของการหักเหจะขึ้นอยู่กับลักษณะของบรรยากาศของโลกกับค่าอัลติจูด (หรือระยะทางเซนิท) ของดาวฤกษ์บนท้องฟ้า *ผลของการหักเหของแสง ทำให้ตำแหน่งของดาวฤกษ์ปรากฏสูงกว่าตำแหน่งของดาวฤกษ์จริง* (สูงจากเส้นขอบฟ้ามากขึ้น) ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ S เป็นตำแหน่งที่แท้จริงของดาวฤกษ์ S′ เป็นตำแหน่งปรากฏของดาวฤกษ์ที่เราสังเกตเห็น ดังนั้นผลของการหักเหของแสงจากบรรยากาศของโลกจึงมีความสำคัญมากในทางด้านดาราศาสตร์



รูปที่ 4.1



รูปที่ 4.2

จากรูปที่ 4.2, AB เป็นทิศทางของแสงในตัวกลาง M_0

BC เป็นทิศทางของแสงที่เกิดการหักเหของแสง AB จากตัวกลาง M_0 ไปยัง M_1

ให้ YBX เป็นเส้นปกติ, θ เป็นมุมตกกระทบของแสง AB ในตัวกลาง M_0

ϕ เป็นมุมที่แสงหักเหออกจากทิศทางเดิมทำมุมกับเส้นปกติ จากกฎของการหักเห จะได้ว่า

$$\frac{\sin\theta}{\sin\phi} = \mu_1 \tag{4.1}$$

เมื่อ μ_1 = ค่าดัชนีหักเหของวัตถุตัวกลางจาก $M_0 \rightarrow M_1$

ให้แสง BC ผ่านจากตัวกลาง M_1 เข้าไปในตัวกลาง M_2 โดยมีมุมตกกระทบ $= \phi$, และมุมที่แสงหักเหออกจากทิศทาง BC ทำกับเส้นปกติ $= \psi$ จะได้ว่า

$$\frac{\sin\phi}{\sin\psi} = \mu \tag{4.2}$$

เมื่อ μ = ค่าดัชนีหักเหของวัตถุตัวกลางจาก $M_1 \rightarrow M_2$

ที่ D สมมติว่าแสงเดินทางจากตัวกลาง M_2 ออกไปสู่ตัวกลาง M_0, ทิศทาง DE ในตัวกลาง M_0 จะขนานกับทิศทางของแสงเริ่มต้น (AB) ในตัวกลางเดียวกัน การหักเหของแสงจากตัวกลาง $M_2 \rightarrow M_0$ จะได้ว่า

$$\frac{\sin\psi}{\sin\theta} = \mu_2 \tag{4.3}$$

เมื่อ μ_2 = ค่าดัชนีหักเหของวัตถุตัวกลางจาก $M_2 \rightarrow M_0$

จากสมการที่ (4.1), (4.3)

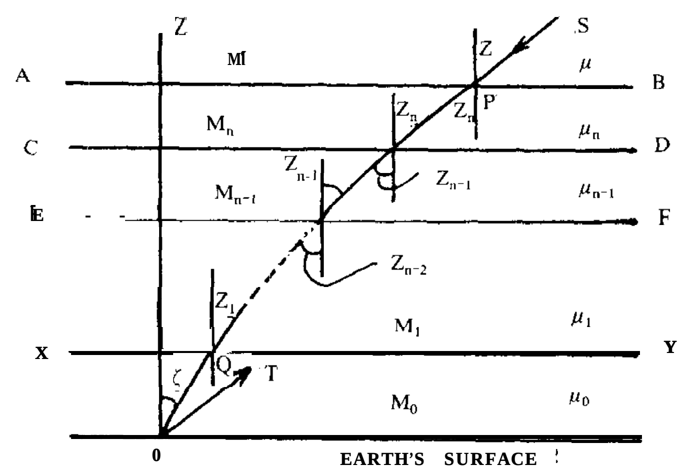
$$\frac{\sin\phi}{\sin\psi} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\mu_1 \sin\phi = \mu_2 \sin\psi \qquad (4.4)$$

และจากสมการที่ (4.2) จะได้ $\mu = \mu_2/\mu_1$

4.2 การหักเหของแสงของดาวฤกษ์ที่มีค่าระยะทางเซนิทน้อย

บรรยากาศของโลกจะหนาแน่นมากที่สุดที่ผิวโลกและความหนาแน่นจะค่อย ๆ ลดลงเมื่ออยู่ห่างจากผิวโลกออกไป เพื่อความสะดวกในการพิจารณาให้บรรยากาศของโลกเป็นชั้นทรงกลมบาง ๆ ที่ขนานกันมากมาย โดยมีจุดศูนย์กลางร่วมกับโลก และให้แต่ละชั้นมีความหนาแน่น, ลักษณะต่าง ๆ เหมือนกันหมด ในการศึกษาการหักเหของบรรยากาศ กรณีที่ง่ายที่สุดก็คือการศึกษาดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้ ๆ จุดเซนิท ในกรณีนี้ให้ชั้นของบรรยากาศของโลกที่แสงดาวฤกษ์ผ่านลงมาสู่ผู้สังเกต *เป็นระนาบที่ขนานกันมากมาย*



รูปที่ 4.3

จากรูปที่ 4.3 ให้ชั้นของบรรยากาศของโลกที่ขนานกันมี = n+1 ชั้น

AB เป็นผิวบนสุดของบรรยากาศของโลกที่แสงจากดาวฤกษ์เดินทางมาถึงผิว AB แล้วเริ่มหักเห

M เป็นตัวกลางที่อยู่เหนือผิว AB ขึ้นไป

M_n เป็นตัวกลางของบรรยากาศในระหว่างชั้น AB กับ CD

⋮

M_0 เป็นตัวกลางของบรรยากาศในระหว่างชั้น XY กับผิวโลก

ให้ $\mu, \mu_n, \mu_{n-1}, \ldots, \mu_0$ เป็นค่าดัชนีของการหักเหของตัวกลาง $M, M_n, M_{n-1}, \ldots, M_0$ ตามลำดับ

เนื่องจากตัวกลาง M เป็นสุญญากาศ ดังนั้น $\mu = 1$

ให้ Z เป็นมุมที่แสงจากดาวฤกษ์ตกกระทบที่ผิว AB แสงจากดาวฤกษ์จะถูกหักเหเมื่อผ่านตัวกลางต่าง ๆ จนในที่สุดหักเหเข้าสู่ตาของผู้สังเกตที่จุด 0

Z = ค่าระยะทางเซนิทจริงของดาวฤกษ์ (จากคำนิยามของระยะทางเซนิทของดาว)

ถ้าโลกไม่มีชั้นบรรยากาศ ผู้สังเกตที่จุด 0 จะมองเห็นดาวในทิศทาง OT ซึ่งขนานกับ PS จากสมการที่ (4.4) เป็นความสัมพันธ์ของแสงที่หักเหผ่านตัวกลาง 2 อัน ถ้าตัวกลางทั้งหมดมี $M, M_n, \ldots, M_0$ เราสามารถเขียนใหม่ได้ว่า

$$\mu \sin Z = \mu_n \sin Z_n$$

$$\because \mu = 1, \qquad \therefore \sin Z = \mu_n \sin Z_n$$

$$\mu_n \sin Z_n = \mu_{n-1} \sin Z_{n-1}$$

$$\mu_{n-1} \sin Z_{n-1} = \mu_{n-2} \sin Z_{n-2}$$

$$\vdots$$

$$\mu_1 \sin Z_1 = \mu_0 \sin \zeta$$

เมื่อ ζ = มุมระหว่างทิศทางของจุดเซนิท (OZ) กับทางเดินสุดท้ายของแสงที่หักเหเข้าสู่ผู้สังเกต (OQ)

ζ = ระยะทางเซนิทของดาวฤกษ์ที่ผู้สังเกตเห็น จากสมการบนจะได้ว่า

$$\sin Z = \mu_0 \sin \zeta \tag{4.5}$$

เมื่อ μ_0 = ค่าดัชนีหักเหของบรรยากาศที่พื้นผิวโลก

จากกฎของการหักเหจะเห็นได้ว่า เมื่อแสงเดินทางจากตัวกลางโปร่งใสเข้าสู่ตัวกลางที่ทึบกว่าทางเดินของแสงจะหักเหเข้าสู่เส้นปกติ เมื่อแสงเดินทางผ่านชั้นตัวกลางที่มีความหนาแน่นมากขึ้นเรื่อย ๆ ทางเดินของแสงจะหักเหเข้าสู่ระนาบแนวดิ่งมากขึ้น ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางมีค่าเพิ่มมากขึ้นจากค่า μ ในชั้น M เพิ่มมากขึ้นเป็น μ_0 ในชั้น M_0 ดังนั้น มุม $Z, Z_n, Z_{n-1}, \ldots, \zeta$ จะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ และทางเดินของแสงจะเบนออกจากแนวทิศทางเริ่มต้น ตามรูปที่ (4.3)

จะได้ว่ามุม ζ มีค่าน้อยกว่า Z นั่นคือ เราสังเกตเห็นว่าดาวปรากฏอยู่ใกล้จุดเซนิทมากขึ้น

มุม $(Z-\zeta)$ เรียกว่ามุมของการหักเห (angle of refraction)

ให้ $R = Z-\zeta$, R มีหน่วยเป็นเรเดียน

จากสมการที่ (4.5) จะได้ $\sin(\zeta + R) = \mu_0 \sin\zeta$

หรือ $\sin\zeta \cos R + \cos\zeta \sin R = \mu_0 \sin\zeta$

$\because$ R มีค่าน้อยมาก, ดังนั้น $\cos R = 1$ และ $\sin R = R$

นั่นคือ $\sin\zeta + R\cos\zeta = \mu_0 \sin\zeta$

$$R = (\mu_0 - 1)\tan\zeta \qquad (4.6)$$

จากสมการที่ (4.6) จะเห็นได้ว่า ถ้าดาวฤกษ์มีค่าระยะทางเซนิทน้อย ๆ มุมของการหักเหจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับค่าแทนเจนท์ (tangent) ของระยะทางเซนิทที่ผู้สังเกตเห็น

μ_0 เป็นค่าดัชนีหักเหของบรรยากาศที่พื้นผิวโลก ค่า μ_0 ขึ้นอยู่กับค่าความหนาแน่นและอุณหภูมิของอากาศในขณะเวลาหนึ่งเวลาใด ค่ามาตรฐานของ μ_0 คิดที่ความกดดัน = 760 ม.ม. ของปรอท อุณหภูมิ = 10° เซลเซียส

$$\mu_0 - 1 \sim 0.00029^*$$

$\therefore$ จากสมการที่ (5.6), $R \simeq 0.00029 \tan\zeta$ เรเดียน

$$R \simeq 206{,}265 \times 0.00029 \tan\zeta \text{ วิลิปดา}$$

$$R \simeq 58''.2 \tan\zeta$$

$$R \simeq K \tan\zeta \qquad (4.7)$$

เมื่อ $K = 58''.2$

K เรียกว่าค่าคงที่ของการหักเหเฉลี่ย (constant of mean refraction)

ถ้าอากาศมีความกดดัน = P ม.ม. ของปรอทและอุณหภูมิ = T° เซลเซียส, มุมของการหักเห (R′) ในเทอมของ R

$$\frac{R'}{R} = \frac{0.372\,P}{273 + T} \qquad (4.8)$$

---

*Smart, W.M. "Text Book on Spherical Astronomy", p.62, the Syndics of the Cambridge University Press, London, 1977.

สมการที่ (4.7) ให้ผลแม่นยำ สำหรับดาวฤกษ์ที่มีค่าระยะทางเซนิทไม่เกิน 45° เท่านั้น

หมายเหตุ สมการบนเป็นสมการที่ได้จากการที่สมมติว่าชั้นบรรยากาศของโลกเป็นระนาบที่ขนานกัน และระยะทางเซนิทของดาวฤกษ์ไม่เกิน 45°

ถ้าในกรณีที่ดาวฤกษ์มีค่าระยะทางเซนิทมาก ชั้นของบรรยากาศจะเป็นแบบทรงกลมขนานกัน โดยมีจุดศูนย์กลางร่วมกับโลก จะได้ว่า

$$R^* = A \tan\zeta + B \tan^3\zeta \tag{4.9}$$

เมื่อ

$$A = (\mu_0 - 1) + B$$

$$B = \frac{c}{a} \times \text{มวลของแท่งอากาศ}$$

$$c = 0.226$$

$$a = \text{รัศมีของโลก}$$

ค่าสัมประสิทธิ์ A และ B หาได้จากการสังเกตดาวฤกษ์ต่าง ๆ

ที่ความดันของบรรยากาศ = 760 ม.ม. ของปรอทและอุณหภูมิ = 10° เซลเซียสจะได้

$$R = 58.''16 \tan\zeta - 0.''067 \tan^3\zeta \tag{4.10}$$

สมการที่ (4.10) ใช้ไม่ได้ในกรณีที่ดาวฤกษ์มีค่าระยะทางเซนิทเกิน 75° สำหรับการสังเกตดาวฤกษ์ที่อยู่ใกล้เส้นขอบฟ้ามาก จะต้องใช้ค่ามุมของการหักเหจากตารางพิเศษที่เตรียมขึ้นมาโดยเฉพาะ เช่น Greenwich Table (1898) และ Pulkava Table (4^{th} edition, 1956)

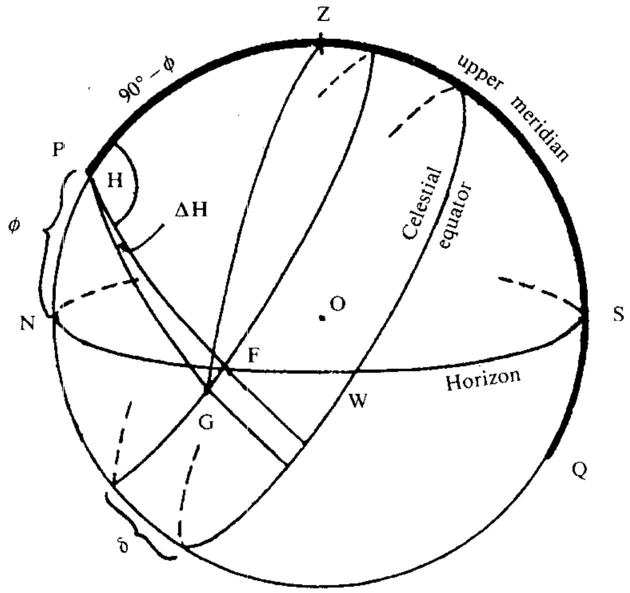
4.3 ผลของการหักเหที่มีต่อเวลาที่ดวงอาทิตย์ขึ้นและตก

เมื่อดาวฤกษ์ต่าง ๆ อยู่บนเส้นขอบฟ้า (ขณะที่ดาวฤกษ์กำลังจะขึ้นหรือกำลังจะตก) ค่าระยะทางเซนิทของดาวฤกษ์มีค่า = 90° *ค่าของการหักเหจะมีค่า* = 34′ ค่านี้มีชื่อเรียกว่าค่าการหักเหของขอบฟ้า (horizontal refraction) จากผลของการหักเหทำให้ดาวฤกษ์ต่าง ๆ ปรากฏอยู่ใกล้จุดเซนิทมากขึ้น เช่น ดาวฤกษ์ขณะกำลังจะตกลับหายไปจากเส้นขอบฟ้า ค่าระยะทางเซนิทจากการสังเกต = 90° แต่ระยะทางเซนิทที่แท้จริงของดาวฤกษ์มีค่า = 90° + ค่าการหักเหขอบฟ้า (= 90° + 34′ = 90° 34′)

---

*Smart, W.M. "Text Book on Spherical Astronomy", p.67, the Syndics of the Cambridge University Press, London, 1977.

ในกรณีของดวงอาทิตย์จะเห็นได้ว่าเวลาที่ดวงอาทิตย์กำลังจะตกลับหายไปจากท้องฟ้า *จะช้ากว่า* เวลาที่คำนวณได้จากทฤษฎีของดวงอาทิตย์กำลังจะตก



รูปที่ 4.4

จากรูปที่ 4.4 จุด G เป็นจุดที่ดวงอาทิตย์อยู่ใต้เส้นขอบฟ้าเป็นระยะทาง 34′

จุด F เป็นจุดที่ผู้สังเกตเห็นดวงอาทิตย์ปรากฏอยู่ที่เส้นขอบฟ้า ในขณะที่ตำแหน่งที่แท้จริงของดวงอาทิตย์อยู่ที่จุด G

H = มุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์ เมื่อดวงอาทิตย์มีค่าระยะทางเซนิทที่แท้จริงที่จุดศูนย์กลางเท่ากับ 90 องศา

$H + \Delta H$ = มุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์ เมื่อสังเกตเห็นจุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์อยู่ที่เส้นขอบฟ้า

จะได้ว่า $\zeta = 90°$ และ $Z = 90° 34'$

จากสูตรการคำนวณหามุมชั่วโมงของดาวฤกษ์ขณะกำลังขึ้นและขณะกำลังตก

$$\cos H = -\tan\phi \tan\delta \qquad (4.11)$$

สามเหลี่ยมทรงกลม PGZ, $PG = 90° - \delta$, $PZ = 90° - \phi$, $ZG = 90° 34'$ และจากสูตรโคซาย

$$\cos ZG = \cos PG \cos PZ + \sin PG \sin PZ \cos Z\hat{P}G$$

แทนค่า

$$\cos(90°\ 34') = \cos(90° - \delta)\cos(90° - \phi) + \sin(90° - \delta)\sin(90° - \phi)\cos(H + \Delta H)$$

$$-\sin 34' = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\,(\cos H\cos\Delta H - \sin H\sin\Delta H)$$

$\because$ ค่า 34′ และ ΔH เป็นค่าที่น้อยมาก ดังนั้นสมการบนจะได้

$$-34\sin 1' = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos H - 15\Delta H\sin 1'\cos\delta\cos\phi\sin H \qquad (4.12)$$

เมื่อ ΔH มีหน่วยเป็นนาที

จากสมการที่ (4.11), $\cos H = -\tan\phi\tan\delta$

$$\cos\phi\cos\delta\cos H = -\sin\phi\sin\delta \qquad (4.13)$$

แทนค่าสมการที่ (4.13) ลงในสมการที่ (4.12) จะได้

$$\Delta H = \frac{34}{15}\sec\phi\sec\delta\,\mathrm{cosec}\,H \quad \text{นาที} \qquad (4.14)$$

ตัวอย่างเช่นผู้สังเกตอยู่ที่ละติจูด 60° เหนือ และเดคลิเนชันของดวงอาทิตย์ = 0° มุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์ขณะกำลังตกลับหายไปจากเส้นขอบฟ้า (จากทฤษฎี) = 6 ชั่วโมง เมื่อแทนค่า ϕ และ δ ลงในสมการที่ (4.14) จะได้ ΔH = 4.5 นาที แสดงว่าดวงอาทิตย์จะตกลับหายไปจากเส้นขอบฟ้าช้ากว่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี 4.5 นาที

ค่าระยะทางเซนิทของดวงอาทิตย์ วัดจากจุดเซนิทถึงจุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ ถ้าต้องการหามุมชั่วโมงของดวงอาทิตย์ในกรณีที่เส้นขอบบนของดวงอาทิตย์กำลังจะตกลับหายไปจากเส้นขอบฟ้า ในกรณีนี้ระยะทางเซนิทที่แท้จริงที่จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ มีค่า 90° + 34′ + มุมที่รองรับด้วยรัศมีของดวงอาทิตย์ จากค่าตารางในแต่ละวันตลอดทั้งปี รัศมีเฉลี่ยของดวงอาทิตย์มีค่า 16′

$\therefore$ ค่าระยะทางเซนิทที่แท้จริงที่จุดศูนย์กลางของดวงอาทิตย์ = 90° 50′

ให้ $\Delta H'$ = ช่วงระยะเวลาที่ดวงอาทิตย์ขณะกำลังตก (จากทฤษฎี) กับระยะเวลาที่ขอบบนของดวงอาทิตย์กำลังลับหายไปจากเส้นขอบฟ้า

ในทำนองเดียวกับการหาสมการที่ (4.14) จะได้

$$\Delta H' = \frac{50}{15}\sec\phi\sec\delta\,\mathrm{cosec}\,H \quad \text{นาที} \qquad (4.15)$$

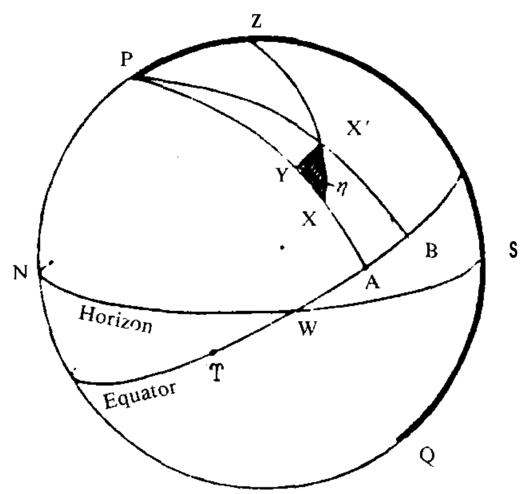
จากตัวอย่างข้างบน ถ้าผู้สังเกตอยู่ที่ละติจูด 60° เหนือ และเดคลิเนชันของดวงอาทิตย์ = 0° แทนค่าลงในสมการที่ (4.15) จะได้

$\Delta H'$ = 6.7 นาที

สมการที่ (4.14), (4.15) ΔH และ $\Delta H'$ สำหรับดวงอาทิตย์กำลังจะตกลับหายไปจากเส้นขอบฟ้าเป็นเช่นเดียวกับช่วงระยะเวลาที่ดวงอาทิตย์กำลังจะขึ้นจากเส้นขอบฟ้า

จากผลของการหักเหของบรรยากาศของโลก ทำให้ช่วงระยะเวลากลางวันยาวนานขึ้นอีกเล็กน้อย

4.4 ผลของการหักเหที่มีต่อค่าไรท์แอสเซนชันและเดคลิเนชันของดาวฤกษ์



รูปที่ 4.5

จากรูปที่ 4.5 ให้ X เป็นตำแหน่งที่แท้จริงของดาวฤกษ์ดวงหนึ่งบนทรงกลมท้องฟ้า

X′ เป็นตำแหน่งของดาว X ที่เกิดจากการหักเหของบรรยากาศ โดยตำแหน่งของ X′ มีทิศทางจากจุด X ขึ้นไปสู่จุดเซนิท

ที่ X′ ลากวงกลมเล็ก X′Y ตัดวงกลมใหญ่ PX ที่จุด Y โดยมีจุด P เป็นขั้วของวงกลมนี้

ระยะ XX′ มีค่าเล็กมาก

จากระนาบสามเหลี่ยมมุมฉาก XX′Y โดยมีมุม Y เป็นมุมฉาก

ZPX เป็นมุมชั่วโมงของดาว X = H

PX เป็นค่าระยะทางขั้วเหนือ (North Polar Distance) = $90° - \delta$

X′ เป็นตำแหน่งของดาวฤกษ์ที่สังเกตเห็น, ให้ ZPX′ = H′, และ PX′ = $90° - \delta'$

จากการสังเกตตำแหน่งของ X′, ค่า H′ และ δ' สามารถวัดได้บนท้องฟ้า ในที่นี้ต้องการหาค่ามุมชั่วโมง (H) และเดคลิเนชัน (δ) ที่แท้จริงของดาว (X)

ให้ η = มุม X′XY

จากระนาบสามเหลี่ยมมุมฉาก XX′Y จะได้

$$X'Y = XX' \sin\eta \quad (4.16)$$

และ

$$XY = XX' \cos\eta \quad (4.17)$$

และได้ว่า

$$X'Y = X'\hat{P}Y \sin PX' \quad (4.18)$$

แต่ $X'\hat{P}Y = H - H'$ และ $PX' = 90° - \delta'$ แทนค่าทั้งหมดลงในสมการบนจะได้

$$X'Y = (H-H') \sin (90° -6')$$

$$X'Y = (H-H') \cos\delta' \quad (4.19)$$

จากรูปที่ 4.5, XY = δ' -6 ($\because$ P เป็นขั้วของวงกลมเล็ก X'Y และวงกลมใหญ่ BAWT)

จากสูตรของการหักเห (สมการที่ 4.7), R = $K \tan\zeta$ แทนค่า R = XX' จะได้ XX' = $K \tan\zeta$

และจากรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าค่า ζ = ZX′ (= ค่าระยะทางเซนิทของดาวฤกษ์ที่ปรากฏให้ผู้สังเกตเห็น)

แทนค่าสมการที่ (4.16), (4.17), (4.18), (4.19) และค่า XY = 6' -6 ลงในสมการบนจะได้

$$H - H' = K \tan\zeta \sec\delta' \sin\eta \quad (4.20)$$

$$\delta - \delta' = -K \tan\zeta \cos\eta \quad (4.21)$$

$$\delta' = \delta + 58.''16 \tan\zeta \cos\eta \quad (4.22)$$

ค่า η คือมุมคลาดตำแหน่ง PXZ (Parallactic angle, ดูรายละเอียดเรื่อง Parallactic angle ในบทที่ 5)

แต่ค่า XX′ มีค่าเล็กมากนั่นคือ PX′Z จะต่างจากมุม PXZ เล็กน้อย ดังนั้น η สามารถเขียนเป็นมุม PX′Z ได้

ค่า η จึงสามารถคำนวณได้จากสามเหลี่ยมทรงกลม PX′Z และใช้สูตรโคซาย โดยที่ $PZ = 90° - \phi$, $PX' = 90° - \delta'$ และ $ZX' = \zeta$

$$\cos PZ = \cos PX' \cos ZX' + \sin PX' \sin ZX' \cos P\hat{X}'Z$$

แทนค่าได้

$$\cos (90° - \phi) = \cos(90° -6') \cos\zeta + \sin(90° - \delta') \sin\zeta \cos P\hat{X}'Z$$

$$\sin\phi = \sin\delta' \cos\zeta + \cos\delta' \sin\zeta \cos\eta$$

$$\cos P\hat{X}'Z = \frac{\sin\phi - \sin\delta' \cos\zeta}{\cos\delta' \sin\zeta}$$

มุม $PX'Z = \cos^{-1}\left(\frac{\sin\phi - \sin\delta'\cos\zeta}{\cos\delta'\sin\zeta}\right)$

$$\therefore \quad \eta = \cos^{-1}\left(\frac{\sin\phi - \sin\delta'\cos Z}{\cos\delta'\sin Z}\right) \qquad (4.23)$$

จากรูปที่ (4.5), จุด T เป็นจุดวสันตวิษุวัต ในขณะเวลาใด ๆ (มีความสัมพันธ์กับดาว X)

TA = ค่าไรท์แอสเซนชันของดาว X

TB = ค่าไรท์แอสเซนชันของดาว X′

ให้ α, α' แทนค่าไรท์แอสเซนชันของดาว X และ X′ ตามลำดับ

$\alpha' - \alpha = AB = H - H'$, แทนค่าลงในสมการที่ (4.20) จะได้

$$\alpha - \alpha' = -K\tan\zeta\sec\delta'\sin\eta \qquad (4.24)$$

$$a' = \alpha + 3^{s}.377\tan\zeta\frac{\sin\eta}{\cos\delta'} \qquad (4.25)$$

สรุป การหักเหของชั้นบรรยากาศของโลกทำให้

1. ตำแหน่งของดาวฤกษ์ปรากฏใกล้จุดเซนิทมากขึ้น
2. ค่าเดคลิเนชันและไรท์แอสเซนชันของดาวฤกษ์มีค่ามากขึ้น

ตัวอย่าง ดาวฤกษ์ดวงหนึ่งมีค่าพิกัดตามระบบพิกัดเส้นศูนย์สูตรดังนี้ $\alpha = 5^{ช} 12^{น} 32^{ว}$, $\delta = 45° 59' 20''$ ผู้สังเกตอยู่ที่ละติจูด 52° เหนือ วัดค่าระยะทางเซนิทของดาวฤกษ์ดวงนี้ได้ = 9° 54′ 16″ จงคำนวณหาค่า α และ δ ที่ผู้สังเกตผู้นี้ วัดได้จากดาวฤกษ์

ระยะทางเซนิทที่ผู้สังเกตวัดได้จากดาวฤกษ์ดวงนี้, $\zeta = 9° 54' 16''$

$$= 9^{\circ}.9044$$

จากสมการที่ (4.10)

$$\begin{aligned} R &= 58''.16\tan\zeta - 0''.067\tan\zeta \\ &= 58''.16\tan 9^{\circ}.9044 - 0''.067\tan 9^{\circ}.9044 \\ &= 10''.15 \\ &= 0^{\circ}.0028 \end{aligned}$$

จาก $\quad R = Z - \zeta$

แทนค่าจะได้

$$\begin{aligned} 0^{\circ}.0028 &= Z - 9^{\circ}.9044 \\ Z &= 9^{\circ}.9072 \end{aligned}$$

ค่าเดคลิเนชันของดาวฤกษ์ดวงนี้ $= 45° 59' 20''$

$= 45.°9889$

จากสมการที่ (4.23), แทนค่าจะได้

$$\eta = \cos^{-1}\left(\frac{\sin 52'' - \sin 45.°9889 \cos 9.°9072}{\cos 45.°9889 \sin 9.°9072}\right)$$

$$= 48.°2951$$

จากสมการที่ (4.22)

$$\delta' = \delta + 581'16 \tan \zeta \cos \eta$$

แทนค่า $\delta = 45.°9889$, ζ = 909044, $\eta = 48.°2951$ ลงในสมการบนได้

$$\delta' = 45.°9889 + 58.''16 \tan 9.°9044 \cos 48.°2951$$

$$= 45.°9889 + 6.''76$$

$$= 45.°9889 + 0.°0019$$

$$= 45.°9908$$

$$= 45'' \ 59'27''$$ **ตอบ**

จากสมการที่ (4.25)

$$a' = \alpha + 3.^{s}377 \tan \zeta \ \frac{\sin \eta}{\cos 6'}$$

แทนค่า a = $5^{ช}$ 12" $32^{ว}$, $\zeta = 9.°9044$, $\eta = 48.°2951$ ลงในสมการบนได้

$$a' = 5^{ช}\, 12^{น}\, 32^{ว} + 3.^{ว}377 \tan 909044 \ \frac{\sin 4802951}{\cos 45.°9908}$$

$$= 5^{ช}\ 12^{น}\ 32^{ว} + 0.^{ว}727$$

$$= 5^{ช}\, 12^{น}\, 33^{ว}$$ **ตอบ**