บทที่ 7
หลักสถิติของแมกซ์เวล-โบลทซ์มาน
(Maxwell - Boltzmann Statistics)

7.1 หลักการเบื้องต้นของความน่าจะเป็น (Basic probability concepts)

เนื่องจากวิชาสถิติมีความสำคัญในทางฟิสิกส์ การศึกษาปรากฏการณ์หรือเหตุการณ์ต่างๆ ทั้งโดยวิธีการทดลองและการสังเกตเพื่อให้ทราบผลที่น่าเชื่อถือได้หรือผลที่ถูกต้องจะต้องปฏิบัติซ้ำๆ กันหลายๆ ครั้งอย่างมีระเบียบวิธีการที่แน่นอน และจะต้องพิจารณาจากระบบที่มีลักษณะที่คล้ายคลึงกันเป็นจำนวนมาก และไม่จำกัด แล้วจึงสรุปเป็นผลของความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นกับระบบนั้นๆ ได้

7.1.1 การพิจารณาระบบอย่างรวมๆ ในเชิงสถิติ (Statistical ensembles)

พิจารณาระบบหนึ่งให้ชื่อว่าระบบ A ปรากฏว่าภายในระบบ A มีสิ่งที่น่าศึกษาคือ r เพื่อให้มีความแน่นอนยิ่งขึ้นตามหลักสถิติจึงควรศึกษา γ กับระบบอื่นๆ ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับระบบ A อีกเป็นจำนวนมาก ซึ่งได้ผลว่าในจำนวนระบบทั้งสิ้น N ระบบซึ่งเป็นระบบที่ไม่จำกัดนั้นมีเพียง N_γ ระบบที่ให้ผลตามที่ต้องการศึกษา

เมื่อเทียบอัตราส่วนระหว่างจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นหรือให้ผลตามที่ศึกษา (N_γ) กับจำนวนของระบบทั้งหมดที่นำมาพิจารณา (N) จึงเรียกว่าเป็น<u>ความน่าจะเป็น</u>ของการเกิดเหตุการณ์ที่ต้องการศึกษา

$$P_\gamma = \frac{N_\gamma}{N} \qquad \text{--------------(7.1)}$$

เมื่อ N เป็นจำนวนระบบทั้งหมด P_γ เป็นความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่ต้องการศึกษาหรือเรียกว่า "<u>probability of occurance of the outcome γ</u>"

พิจารณาการโยนเหรียญหรือลูกเต๋า โดยปกติเหรียญจะมี 2 ด้านเท่านั้นคือ หัว (H) และก้อย (T) ส่วนลูกเต๋านั้นจะมีทั้งหมด 6 ด้าน ดังนั้นในการโยนโอกาสที่จะเป็นไปได้ของด้านหัวหรือก้อยของเหรียญจึงพอๆ กัน ส่วนของลูกเต๋าก็มีโอกาสที่จะเป็นไปได้ของการเกิดแต่ละด้านก็พอๆ กัน แต่ในการทำนายว่าจะเกิดด้านใดนั้นจะต้องอาศัยหลักหลายประการซึ่งอาจจะเป็นหลักเบื้องต้นของวิชา Classical mechanics (เรื่องแรงที่ใช้ในการโยนหรือปฏิกิริยาระหว่างวัตถุที่ใช้โยนกับโต๊ะ) แต่ในทางสถิตินั้นในการโยนจะต้องทดลองกับเหรียญหรือลูกเต๋าอื่นๆ และทำการทดลองโดยวิธีการเดียวกันหลายๆ ครั้ง แล้วหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น

พิจารณาเฉพาะเหรียญสมมุติให้ p เป็นความน่าจะเป็นที่จะเกิดด้านหัว

และ q เป็นความน่าจะเป็นที่จะเกิดด้านก้อย

ดังนั้น

$$p = q = \frac{1}{2}$$

พิจารณาในทำนองเดียวกันในระบบที่มี N ระบบ (N เหรียญ) ซึ่งแต่ละเหรียญก็มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ได้ 2 ค่า ดังนั้นโอกาสที่จะโยนเหรียญได้ทั้งหมดจึงควรจะเป็น

$$2 \times 2 \times 2 \times \text{-------} \times 2 = 2^N$$

7.1.2 <u>ความสัมพันธ์พื้นฐานของความน่าจะเป็น</u> (elemantary relation among probability)

สมมุติว่าระบบ A มีเหตุการณ์ที่น่าศึกษาออกมาจากระบบ A เป็นจำนวนหลายๆ เหตุการณ์ต่างๆ กัน ซึ่งมีทั้งหมด α เหตุการณ์ ดังนั้นสิ่งที่น่าสนใจที่จะศึกษา $\gamma = 1, 2, 3, \text{--------} \alpha$ ในทางสถิติเราจึงต้องศึกษาจากระบบที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันมากมาย (ทั้งหมด N ระบบ) และให้ระบบเหล่านี้เขียนแทนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นด้วย $N_1, N_2, N_3 \ldots\ldots N_\alpha$ โดยที่เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นนั้นไม่ซ้ำกันเลยทุกๆ เหตุการณ์ดังนั้น

$$N_1 + N_2 + N_3 + \ldots\ldots + N_\alpha = N$$

เมื่อหารด้วย N และใช้สมการ (7.1) จะได้

$$P_1 + P_2 + P_3 + \ldots\ldots + P_\alpha = 1$$

เขียนให้อยู่ในรูปของผลบวก (Summation) จะได้

$$\sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma = 1 \qquad \text{----------------(7.2)}$$

สมการ (7.2) เรียกว่า <u>Normalization condition</u> สำหรับความน่าจะเป็น

การพิจารณาเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของระบบเราสามารถแยกแนวการพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่ 1</u>

สมมุติว่าระบบ A ที่กำลังพิจารณามีเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น 2 พวกคือ γ และ S โดยที่เมื่อเกิด γ แล้วจะไม่เกิด S หรือถ้าเกิด S แล้วจะไม่เกิด γ หรือทั้ง γ และ S เป็นแบบ <u>mutually exclusive</u> (เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งไม่ใช่ทั้ง 2 อย่างเกิดขึ้นพร้อมๆ กัน) เช่น การโยนเหรียญ หัวหรือก้อยถือเป็น mutually exclusive

สมมุติว่าระบบที่ให้เหตุการณ์ γ ทั้งหมด N_γ ระบบ และระบบที่ให้เหตุการณ์ S ทั้งหมด N_S ระบบ ดังนั้นจากนิยามของความน่าจะเป็นสมการ (7.1) จะได้

$$P(\gamma \text{ หรือ } S) = \frac{N_\gamma + N_\gamma}{N}$$

$$P(\gamma \text{ หรือ } S) = P_\gamma + P_S \qquad \text{------------------(7.3)}$$

สมการ (7.3) ในวิชาสถิติเรียกว่า Addition Rule และถือว่า γ และ S เป็น dependent กันในทางสถิติ

ตัวอย่าง ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก (ซึ่งมี 6 หน้าคือ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6) โอกาสที่ลูกเต๋าจะออกหน้าใดหน้าหนึ่งนั้น ความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{1}{6}$ ของทุกๆ หน้า

ดังนั้น $P_1 = \frac{1}{6}$, $P_2 = \frac{1}{6}$, $P_3 = \frac{1}{6}$ .... $P_6 = \frac{1}{6}$

ความน่าจะเป็นในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก (6 ครั้ง) จึงเท่ากับ 1

กรณีที่ 2

สมมุติว่าเหตุการณ์ γ และ S ของระบบ A สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมๆกันซึ่งจะมีระบบอยู่ $N_{\gamma S}$ ที่ให้เหตุการณ์ของทั้ง γ และ S เกิดขึ้นในขณะเดียวกัน ดังนั้นจะได้ว่า

$$P_{\gamma S} = \frac{N_{\gamma S}}{N} \qquad \text{------------------(7.4)}$$

กรณีที่ 3

สมมุติว่าในขณะที่ระบบ N_γ จำนวนให้เหตุการณ์ประเภท γ เกิดขึ้นและในขณะเดียวกันนั้นเหตุการณ์ประเภท S ก็เกิดระบบในกลุ่ม N_γ หรือระบบ $N_{\gamma S}$ จะให้เหตุการณ์ทั้ง γ และ S ได้ แต่ทั้ง γ และ S นั้นต่างก็เป็น independent ในทางสถิติ กรณีดังกล่าวเราเรียกว่าเป็นกรณีของ "Joint probability" ดังสมการ

$$N_{\gamma S} = P_S . N_\gamma$$

หรือ ------------------(7.5)

$$N_{\gamma S} = P_\gamma . N_S$$

จากสมการ (7.4) และ (7.5) จะได้

$$P_{\gamma S} = \frac{N_{\gamma S}}{N} = \frac{N_{\gamma} P_S}{N}$$

$$P_{\gamma S} = P_{\gamma} \cdot P_S \qquad \text{------------------(7.6)}$$

สมการ (7.6) ในวิชาสถิติเรียกว่า "<u>Multiplication Rule</u>"

<u>ตัวอย่าง 1</u> ในการโยนลูกเต๋าของระบบหนึ่งซึ่งประกอบด้วยลูกเต๋า 2 ลูกคือ A_1 และ A_2 จงพิจารณา probability ของลูกเต๋าทั้ง 2 ลูกนี้ในการโยนครั้งหนึ่งๆ

เนื่องจากลูกเต๋า A_1 มี 6 หน้า ลูกเต๋า A_2 ก็มี 6 หน้า

ดังนั้น possible outcome เท่ากับ 6 x 6 = 36

แต่ในการโยนลูกเต๋า A_1 และ A_2 พร้อมๆ กันในกรณีนี้จะเห็นว่า เมื่อเกิดเหตุการณ์ใน γ ก็จะเกิดเหตุการณ์ใน S แต่ทั้ง γ และ S ต่างก็เป็น independent กันในทางสถิติ ดังนั้นจากสวมการ (7.6)

$$P_{\gamma S} = P_{\gamma} \cdot P_S$$

$$= \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{36}$$

นั่นคือ probability ของลูกเต๋า A_1 และ A_2 ในการโยนครั้งหนึ่งๆ จะเท่ากับ $\frac{1}{36}$

<u>ตัวอย่าง 2</u> ถ้าดึงไพ่โดยวิธีสุ่มจากไพ่สำรับหนึ่ง 52 ใบ จงหา probability ที่ไพ่จะปรากฏเป็นโพธิ์ดำและที่ปรากฏเป็นเอซ (Ace) และหา probability ที่จะเกิดทั้ง 2 อย่างจากการดึงหนึ่งครั้ง

เนื่องจากไพ่หนึ่งสำรับจะมีจำนวนไพ่ที่เป็นโพธิ์ดำทั้งสิ้น 13 ใบ

และที่เป็นเอซ (Ace) ทั้งสิ้น 4 ใบ

ดังนั้น probability ที่เป็นโพธิ์ดำ $= \frac{13}{52}$

provability ที่เป็นเอซ $= \frac{4}{52}$

probability (ทั้งโพธิ์ดำและเอซ) $= \left(\frac{13}{52}\right)\left(\frac{4}{52}\right) = \frac{1}{52}$

7.1.3 <u>การกระจายแบบไบโนเมียล</u> (binomial distribution)

ถ้าพิจารณาระบบที่ประกอบด้วย N อนุภาคที่เป็นอิสระแก่กัน และมี n อนุภาคที่แสดงผลที่ต้องการ และมี n อนุภาค (n = N-n) ที่แสดงผลในแบบอื่น

และให้ p เป็นความน่าจะเป็นที่แต่ละอนุภาคแสดงผลที่ต้องการ

q เป็นความน่าจะเป็นที่แต่ละอนุภาคแสดงผลเป็นแบบอื่นซึ่ง $p + q = 1$

ดังนั้นจะได้

$$P(n) = C(n).p^n.q^n = \frac{N!}{n!\,n!}.p^n.q^n \qquad \text{-----------------(7.7)}$$

เมื่อ P(n) เป็นความน่าจะเป็นที่มี n อนุภาคแสดงผลที่ต้องการ และมี n อนุภาคที่แสดงผลเป็นแบบอื่น

C)n) เป็นแบบของการจัดตัวของอนุภาค (Configuration)

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาความน่าจะเป็นในการทอดลูกเต๋า 5 ลูกโดยให้ลูกเต๋า 3 ลูกหงายหน้า 2 ที่เหลือให้หงายหน้าอื่นๆ

จากโจทย์จะได้ N = 5 ลูก, n = 3 ลูก และ n = 2 ลูก

และ p = ความน่าจะเป็นของหน้าที่ต้องการ (หน้า 2) $= \frac{1}{6}$

q = ความน่าจะเป็นของหน้าอื่นๆ (ยกเว้นหน้า 2) $= \frac{5}{6}$

ดังนั้นจากสมการ (7.7) จะได้

$$P(n) = \frac{5!}{3!\;2!}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$= \frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1)}\left(\frac{25}{6^5}\right)$$

$$= 250 \times 6^5$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะให้ลูกเต๋า 3 ลูกหงายหน้า 2 ในการทอด 5 ลูกเท่ากับ 250×6^{-5}

7.1.4 <u>การหาค่าเฉลี่ย</u> (mean values)

สมมุติให้ u เป็นตัวแปรของระบบบางระบบที่สามารถให้ค่าได้ตั้งแต่ 1, 2, 3, 4.. α ลำดับ และถ้าให้ u เป็นค่าเฉลี่ยของ u จะได้

$$\bar{u} = \frac{N_1u_1 + N_2u_2 + N_3u_3 + \text{----} + N_\alpha u_\alpha}{N}$$

$$= \frac{N_1}{N}u_1 + \frac{N_2}{N}u_2 + \frac{N_3}{N}u_3 + \text{----} + \frac{N_\alpha}{N}u_\alpha$$

$$= P_1u_1 + P_2u_2 + P_3u_3 + \text{----} + P_\alpha u_\alpha$$

$$\therefore \quad \bar{u} = \sum_{\gamma=1} P_\gamma u_\gamma \qquad \text{------ -------- - ------ (7.8)}$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าให้ f(u) เป็นฟังก์ชั่นใดๆ ของ u ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ f จะกำหนดด้วย

$$\bar{f}(u) = \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma f(u_\gamma) \qquad \text{------------------(7.9)}$$

สมการ (7.8) และ (7.9) ถือเป็นนิยามของค่าเฉลี่ย

แต่ถ้า f(u) และ g(u) เป็นฟังก์ชั่นใดๆ ของ u ดังนั้น

$$\overline{f+g} = \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma [f(u_\gamma) + g(u_\gamma)]$$

$$= \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma f(u_\gamma) + \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma g(u_\gamma)$$

$$\overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} \qquad \text{------------------(7.10)}$$

ถ้า C เป็นค่าคงที่ (Constant) ใดๆ

$$\overline{cf} = \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma c f(u_\gamma)$$

$$= c\sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma f(u_\gamma)$$

$$\overline{cf} = c\bar{f} \qquad \text{------------------(7.11)}$$

จากสมการ (7.11) ถ้า f = 1 จะได้

$$\bar{C} = C \qquad \text{------------------(7.12)}$$

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของค่าคงที่ (constant) ใดๆ จะมีค่าเท่ากับค่าคงที่นั้นๆ

สมมุติในกรณีที่มี 2 ตัวแปร u และ V ดังนี้

$$u_1, u_2, u_3 \text{---------} u_\alpha$$

และ

$$V_1, V_2, V_3 \text{---------} V_\beta$$

ให้ P_γ เป็นความน่าจะเป็นของ u ซึ่งมีค่า u_γ และ P_S เป็นความน่าจะเป็นของ V ซึ่งมีค่า V_S ถ้าทั้ง u และ V ต่างก็เป็น independent กันในทางสถิติ และสมมุติว่า f(u) เป็นฟังก์ชั่นใดๆ ของ u และ g(v) เป็นฟังก์ชั่นใดๆ ของ V ดังนั้นจากสมการ (7.6) และ (7.9) จะได้

$$\overline{f(u).g(V)} = \sum_{\gamma,S=1}^{\alpha} P_{\gamma S} [f(u_\gamma).g(V_S)]$$

$$= \sum_{\gamma=1}^{\alpha} \sum_{S=1}^{\beta} P_\gamma . P_S [f(u_\gamma).g(V_S)]$$

$$\overline{f(u).g(v)} = \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma f(u_\gamma) \sum_{S=1}^{\beta} P_S g(V_S)$$

$$= \bar{f}(u).\bar{g}(V)$$

$$\therefore \overline{f.g} = \bar{f}.\bar{g} \qquad \text{------------------(7.13)}$$

สมการ (7.10), (7.12) และ (7.13) ถือเป็นนิยามทางค่าเฉลี่ย

7.2 จำนวนสภาวะของระบบ (Number of state of systems)

สภาวะของระบบในทางอุณหพลศาสตร์หมายถึงค่าที่แน่นอนที่วัดได้จากการทดลองซึ่งสภาวะของระบบสามารถแบ่งออกได้ 2 อย่างคือ

1. สภาวะทางแมคครอสคอปิค (macroscopic state) บางทีเรียกว่า "Macrostate" เป็นสภาวะที่บอกได้ด้วยตัวแปรของระบบที่ได้โดยการสังเกตคุณสมบัติ เช่น ความกดดัน, ปริมาตร และอุณหภูมิ ซึ่งปริมาณเหล่านี้ก็คือความสัมพันธ์ทางอุณพลศาสตร์ (Thermodynamics coordinate)

2. สภาวะทางไมโครสคอปิค (microscopic state) บางทีเรียกว่า "Microstate" เป็นสภาวะที่บอกได้ด้วยตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาค ซึ่งเป็นตัวแปรทางกลศาสตร์ควันตัมของแต่ละอนุภาค

ระบบต่างๆ เมื่ออยู่โดยอิสระอาจจะมีการเปลี่ยนแปลงสภาวะของระบบเกิดขึ้นได้ แม้ว่าจะไม่มีแรงจากภายในของระบบมากระทำหรือไม่มีแรงระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อมก็ตาม ในที่สุดระบบจะอยู่ในสภาวะสมดุลย์ ดังนั้นระบบจึงถูกแบ่งออกเป็น 2 ระบบ ดังนี้

1. ระบบแมคครอสคอปิค (macrocscopic system) หมายถึงระบบที่มีขนาดใหญ่เป็นระบบที่ประกอบด้วยหลายๆ โมเลกุล และสามารถวัดได้โดยใช้เครื่องมือและวัดตัวแปรทางอุณหพลศาสตร์ได้

2. ระบบไมโครสคอปิค (microscopic system) หมายถึงระบบที่มีขนาดเล็กและบอกสภาวะได้ด้วย สภาวะทางไมโครสคอปิค

สำหรับระบบที่มีขนาดใหญ่ (macroscopic system) นอกจากจะบ่งบอกสภาวะโดยสภาวะทางแมคครอสคอปิคแล้ว ยังสามารถบอกสภาวะได้โดย สภาวะทางไมโครสคอปิค ด้วยโดยมีสภาวะทางไมโครสคอปิค หลากหลายแบบที่จะทำให้ได้ สภาวะทางแมคโครสคอปิค แบบเดิม จำนวน สภาวะทาง

ไมโครสคอปิค เหล่านั้นเรียกว่าจำนวนสภาวะทางไมโครสคอปิค (Number of microstate) ใช้สัญญลักษณ์ Ω บางที่เรียกว่า Thermodynamics probability ของ สภาวะทางแมคครอสคอปิค

ถ้าอนุภาคตัวหนึ่งเคลื่อนที่ทั้ง 3 แกนคือ x, y, และ z และมีโมเมนตัม P_x, P_y และ P_z เราเรียกว่าอนุภาคมีช่องว่างระหว่างสถานะ phase space และทุกๆ จุดในช่องว่างจะแทนสภาวะของการเคลื่อนที่ที่เป็นไปได้ อนุภาคที่มีตำแหน่งและโมเมนตัมจะมีจำนวนสภาวะเป็นปฏิภาคกับปริมาตรของช่องว่างระหว่างสถานะในแต่ละเซล

ปริมาตร H คือ $d^3r.d^3P = (dx.dy.dz)(dp_x.dp_y.dp_z)$

7.2.1 สัจพจน์ในทางสถิติ (Statistical postulates)

1. ถ้าพบว่าระบบโดดเดี่ยวมีความน่าจะเป็นเท่าๆ กันในแต่ละสภาวะที่เป็นไปได้ ระบบจะมีสภาวะสมดุลย์ หรือกล่าวว่าความน่าจะเป็นที่พบในระบบของแต่ละสภาวะไม่ขึ้นกับเวลา ดังนั้นค่าเฉลี่ยต่างๆ ที่ได้จากการวัดตัวแปรแมคครอสคอปิคของระบบจะไม่ขึ้นกับมวลด้วย

2. ถ้าระบบโดดเดี่ยวมีความน่าจะเป็นในแต่ละสภาวะที่เป็นไปได้ไม่เท่ากันแล้ว ระบบก็จะไม่อยู่ในสภาวะสมดุลย์ ถ้าเวลาผ่านไปมันจะเปลี่ยนไปจนได้สภาวะสมดุลย์ จนในที่สุดพบว่ามีความน่าจะเป็นเท่ากันในแต่ละสภาวะที่เป็นไปได้

3. ถ้าระบบโดดเดี่ยวอยู่ในสภาวะสมดุลย์ จะพบว่าระบบมีความน่าจะเป็นเท่ากันในแต่ละสภาวะที่เป็นไปได้

สัจพจน์ข้อที่ 3 ใช้สร้างทฤษฎีของระบบแมคครอสคอปิคขึ้นในสภาวะสมดุลย์ บางทีเรียกว่า "Postulate of equal a priori probabilities" เช่น การโยนเหรียญจะได้ทำให้ได้ความน่าจะเป็นเท่าๆ กันคือ การออกหัวเท่ากับการออกก้อย

7.2.2 การคำนวณหาความน่าจะเป็นของระบบ (Probability calculation)

พิจารณาระบบที่ไม่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อมและอยู่ในสภาวะสมดุลย์ซึ่งระบบนี้สามารถมีสภาวะต่างๆ ได้ทั้งสิ้น Ω สภาวะ

และจากการที่ความน่าจะเป็นของระบบที่อยู่ในสภาวะใดๆ เท่ากันหมดจะได้ว่าความน่าจะเป็นที่ระบบจะอยู่ในสภาวะหนึ่ง $= \frac{1}{\Omega}$

ถ้าให้ y เป็นตัวแปรใดๆ ซึ่งสามารถให้ค่า y_1, y_2-----y_N ได้ และค่าเหล่านี้ก็ตรงกับสภาวะในจำนวน Ω สภาวะเป็นกลุ่มๆ ไป

ดังนั้นความน่าจะเป็น P_i ของการที่ระบบมีค่า y_i ก็คือความน่าจะเป็นที่ระบบอยู่ในสภาวะต่างๆ ที่ให้ค่า y_i และอยู่ในกลุ่มสภาวะ Ω_i

$$P = \frac{\Omega_i}{\Omega} \qquad \text{------------------(7.14)}$$

จากนิยามของค่าเฉลี่ย สมการ (7.8)

$$\bar{u} = \sum_{\gamma=1}^{\alpha} P_\gamma u_\gamma$$

ดังนั้น

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{N} P_i y_i$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Omega_i}{\Omega} y_i$$

ในที่สุดจะได้

$$\bar{y} = \frac{1}{\Omega} \sum_{i=i}^{N} \Omega_i \, y_i \qquad \text{------------------(7.15)}$$

7.2.3 <u>อนุภาคที่เคลื่อนที่ในทิศทางเดียว</u> (Particle in one dimension box)

พิจารณาอนุภาคที่มีมวล m และเคลื่อนที่อย่างอิสระในแนวเดียว อนุภาคสมมุติถูกกักขังไว้ภายในภาชนะที่มีความยาว L ดังนั้นตำแหน่งของอนุภาคจึงจำกัดอยู่ในช่วง $0 \leq x \leq L$ และถือว่าภายในภาชนะนี้ไม่มีแรงกระทำอย่างอื่นปะปนได้

ตามหลักทางกลศาสตร์ควันตัม อนุภาคจะต้องเคลื่อนที่กลับไปกลับมาภายในภาชนะซึ่งเปรียบเทียบได้กับ Wave function ของการเคลื่อนที่ของคลื่นนิ่ง (Standing Wave) ซึ่ง Amplitede ของการเคลื่อนที่ไปสิ้นสุดที่ขอบเขตของกล่อง

พิจารณา Wave function จากสมการ

$$\psi(x) = A \sin Kx \qquad \text{------------------(7.16)}$$

เมื่อ A และ K เป็นค่าคงที่ และสอดคล้องกับ Boundary condition ที่ว่า

$$\psi(o) = o \text{ และ } \psi(L) = o \qquad \text{------------------(7.17)}$$

จากสมการ (7.16) และ (7.17) จะได้

$$KL = \pi n$$

หรือ

$$K = \frac{n}{L}\pi \qquad \text{------------------(7.18)}$$

เมื่อ n เป็นค่า integer $n = 1, 2, 3$-------------

ค่า K จากสมการ (7.16) เรียก wave number ซึ่งสอดคล้องกับความยาวช่วงคลื่นของ De Broglie (De Vroglie Wavelength) ดังสมการ

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{------------------(7.19)}$$

จากสมการ (7.18) และ (7.19) จะได้

$$L = \frac{n}{2}\lambda \qquad \text{------------------(7.20)}$$

โมเมนตัม P ของอนุภาคสัมพันธ์กับค่า K (หรือ λ) ของ De Broglie ดังนี้

$$P = \hbar K = \frac{h}{\lambda} \qquad \text{------------------(7.21)}$$

เมื่อ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ และ h คือ planck's constant

พลังงาน E ของอนุภาคคือเฉพาะพลังงานจลน์เมื่อถือว่าพลังงานศักย์จากแรงภายนอกมีค่าเป็นศูนย์

$$E = E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m} = \frac{\hbar^2 K^2}{2m} \qquad \text{------------------(7.22)}$$

จากสมการ (7.18) และ (7.22) จะได้

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}\cdot\left(\frac{n}{L}\pi\right)^2 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\cdot\frac{n^2}{L^2} \qquad \text{------------------(7.23)}$$

สมการ (7.23) แสดงให้เห็นถึงการจำแนกพลังงานที่ต่อเนื่องกันในระดับของพลังงานของอนุภาค ซึ่งค่าพลังงานของอนุภาคจะมีอยู่มากถ้าระยะ L ของภาชนะเป็นแมคครอสคอปิค และค่าพลังงานต่ำสุดซึ่งมีค่า $n = 1$ ซึ่งถือว่าเป็นค่าที่ Ground State

7.2.4 อนุภาคที่เคลื่อนที่ใน 3 มิติ (Particle in three dimension box)

พิจารณาอนุภาคที่มีมวล m เคลื่อนที่ใน 3 มิติ อนุภาคถูกกักขังไว้ในภาชนะที่มีปริมาตร $V = L_x . L_y . L_z$ และตำแหน่งของอนุภาคจำกัดอยู่ในช่วง $0 \leqslant x \leqslant L_x$, $0 \leqslant y \leqslant L$ และ $0 \leqslant z \leqslant L_z$ และถือว่าไม่มีแรงกระทำภายในภาชนะ

Wave function ของอนุภาคซึ่งแทนด้วยคลื่นนิ่ง (Standing wave) ใน 3 มิติ จะอยู่ในรูป

$$\psi(\gamma) = A \sin K_x x \sin K_y y \sin K_z . z) \text{ ---------------} \quad (7.24)$$

เมื่อ K_x, K_y และ K_z เป็นค่าคงที่และเป็น Wave vector ของอนุภาค

จาก De Broglie เกี่ยวกับโมเมนตัม

$$p = \hbar K$$

จากสมการ (7.22) พลังงานของอนุภาค E จะมีค่า

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (K_x^2 + K_y^2 + K_z^2) \text{ --- ---- ---------} \quad (7.25)$$

พิจารณา Boundary condition ของภาชนะว่า

$$\psi(\gamma) = 0$$

เมื่อ $x = 0, \; y = 0, \; z = 0$

และ $L_x = 0, \; L_y = 0, \; L_z = 0$

พิจารณาค่า K จากสมการ (7.18) จะได้

$$K_x = \frac{n_x}{L_x} \cdot \pi$$

$$K_y = \frac{n_y}{L_y} \cdot \pi$$

$$K_z = \frac{n_z}{L_z} \cdot \pi$$

เมื่อ n_x, n_y, และ n_z เป็นตัวเลขจำนวนเต็มบวก 1, 2, 3--------------

แทนค่า K_x, K_y และ K_z ลงในสมการ (7.25) จะได้

$$E = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right) \qquad \text{-----------------(7.26)}$$

7.3 การกระจายพลังงานระหว่างระบบแมคครอสคอปิค (Distribution of energy between macroscopic systems)

พิจารณาระบบแมคครอสคอปิค 2 ระบบ A และ A′ ซึ่งมีพลังงานเป็น E กับ E′ ตามลำดับ

ถ้าให้ $\Omega(E)$ เป็นจำนวนสภาวะที่ระบบ A มีพลังงานอยู่ระหว่าง E กับ $E + \delta E$

และ $\Omega'(E')$ เป็นจำนวนสภาวะที่ระบบ A′ มีพลังงานอยู่ระหว่าง E′ กับ $E' + \delta E$

ระบบ A และ A′ อยู่ในสภาวะที่มีองค์ประกอบภายนอกคงที่ และสามารถแลกเปลี่ยนพลังงานกันได้อย่างอิสระ

ภายหลังเมื่อระบบ A และ A′ รวมกันเป็นระบบ A^* และมีพลังงานรวมเป็น E^* ซึ่ง A และ A′ เป็นระบบโดดเดี่ยว (Isolated system)

$$A + A' = A^*$$

และ $$E + E' = E^* = \text{คงที่} \qquad \text{-----------------(7.27)}$$

เมื่อพลังงานของ A มีค่าเท่ากับ E และพลังงานของ A′ หาได้จาก

$$E' = E^* - E \qquad \text{-----------------(7.28)}$$

ถ้าพิจารณา A และ A' อยู่ในสภาวะสมดุลย์ (หมายความว่า A^* อยู่ในสภาวะที่สมดุลย์) เนื่องจากระบบ A อาจมีสภาวะสมดุลย์ได้เป็นจำนวนถึง $\Omega^*(E)$ สภาวะโดยที่ระบบ A มีระดับพลังงานเป็น E นั้นมีได้หลายสภาวะ

ถ้าให้ $\Omega^*(E)$ เป็นจำนวนสภาวะทั้งหมดที่ระบบ A^* จะอยู่ในสภาวะสมดุลย์

และ Ω_{tot} เป็นจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ทั้งหมดของระบบ A^*

และถ้าให้ P(E) เป็นความน่าจะเป็นของระบบ A ที่มีพลังงาน E

จากสมการ (7.14) $\therefore \quad P(E) = \dfrac{\Omega^*(E)}{\Omega^*_{tot}}$

ถ้าให้ $c = \dfrac{1}{\Omega^*_{tot}}$ เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจะได้ว่า

$$P(E) = c\,\Omega^*(E) \qquad \text{-------------------(7.29)}$$

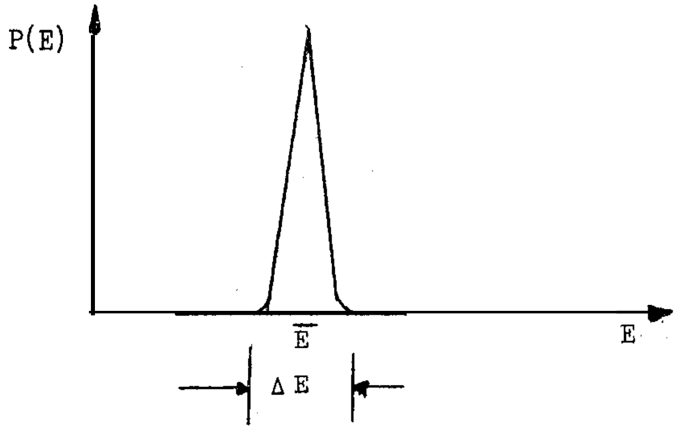
จำนวนสภาวะ $\Omega^*(E)$ สามารถแปลงให้อยู่ในเทอมของสภาวะที่เป็นไปได้ของ A และ A' เมื่อ A มีพลังงาน E และมีจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ $\Omega(E)$ ระบบ A' มีพลังงาน E' และมีจำนวนสภาวะ $\Omega'(E')$ ดังนั้น

$$\Omega^*(E) = \Omega(E)\,\Omega'(E') \qquad \text{-------------------(7.30)}$$

จากสมการ (7.29) และ (7.30) จะได้

$$P(E) = c\,\Omega(E)\,\Omega'(E') \qquad \text{-------------------(7.31)}$$

จำนวนสภาวะที่ระบบหนึ่งจะมีได้นั้นเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นได้มากมายเมื่อระดับของพลังงานเพิ่ม นั่นคือ $\Omega(E)$ และ $\Omega'(E')$ ซึ่งเป็นฟังค์ชั่นของ E กับ E' ก็จะเพิ่มขึ้นตาม แต่ถ้าพิจารณาเฉพาะ E อย่างเดียวจะได้ว่า $\Omega(E)$ เพิ่มขึ้นอย่างมากมายและรวดเร็ว ในขณะที่ $\Omega'(E^* - E)$ กลับลดลง ทำให้ผลคูณของสองจำนวนมีค่าสูงสุดเฉพาะค่าหนึ่งๆ ของ E เท่านั้น ทำให้ P(E) มีค่า Maximum เมื่อ $E \sim \bar{E}$ และอยู่ในช่วง $\Delta E <<< E$ ดังรูปที่ 7.1



รูปที่ 7.1 แสดงว่า P(E) ที่ Maximum เมื่อ $E \sim \bar{E}$ ในช่วง $\Delta E <<< \bar{E}$

ค่า P(E) Maximum สามารถพิจารณาจากทางคณิตศาสตร์ได้โดยใช้ logarithm

จาก $P(E) = c\,\Omega(E)\,\Omega'(E^* - E)$

ดังนั้น $\ln P(E) = \ln c + \ln \Omega(E) + \ln \Omega'(E^* - E)$ ----------------(7.32)

และ Differentiate ln P(E) เทียบกับ E แล้วเป็นศูนย์ (ถือว่า Maximum) ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial E} \ln P(E) = \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega(E) + \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega'(E^* - E) = 0$$

หรือเขียนแยกได้ดังนี้

$$\frac{\partial \ln P(E)}{\partial E} = 0 \qquad \text{----------------(7.33)}$$

และ $$\frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E} + \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega'(E^*)(-1) = 0$$

ถ้าให้ $$\beta(E) = \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega(E) \text{ และ } \beta'(E') = \frac{\partial}{\partial E'} \ln \Omega'(E') \qquad \text{----------------(7.34)}$$

ดังนั้นสมการ (7.34) จะเขียนได้เป็น

$$\beta(E) = \beta'(E') \qquad \text{----------------(7.35)}$$

สำหรับค่า β จากสมการ (7.35) นั้นยังมีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิสัมบูรณ์ T โดยเป็นสัดส่วนกลับกับอุณหภูมิสัมบูรณ์ ดังสมการ

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

เมื่อ T เป็นอุณหภูมิสัมบูรณ์, k เป็นค่า Boltzmann's constant

แต่จากกฎข้อที่ 1 ทางอุณหพลศาสตร์ และสมการ (4.25) $ds = \frac{dQ}{T}$ จะได้

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \qquad \text{----------------(7.36)}$$

ดังนั้นจากสมการ (7.35) และ (7.36) จะได้

$$\frac{\partial S}{\partial E} = k.\frac{\partial \ln \Omega(E)}{\partial E}$$

$$S = k.\ln \Omega(E) \qquad \text{------ ______ ---(7.37)}$$

โดย S เป็น Entropy ของระบบและ เมื่อ P(E) มีค่าสูงสุดจะได้ว่า $S^* = k.\ln\Omega^*(E)$ ของระบบทั้งหมดก็จะมีค่าสูงสุดด้วย ถ้าเทียบกับระบบ A มีพลังงาน E เมื่อ P(E) มีค่าสูงสุดจะได้ว่า

$$S^* = S + S' = \text{ค่าสูงสุด (Maximum)} \qquad \text{------------(7.38)}$$

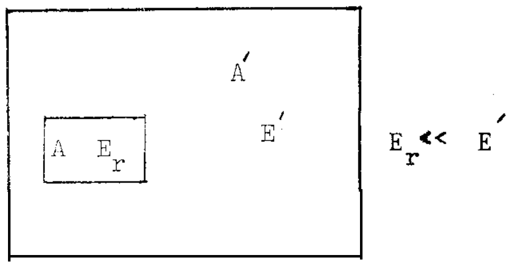
ดังนั้น $T = T'$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า

"ความน่าจะเป็นจะมีค่ามากที่สุดเมื่อมีการแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างระบบนั่นคือ เมื่อระบบ A มีระดับพลังงานเปลี่ยนไปจนกระทั่งทำให้เอนโทรปีรวมของระบบ A^* มีค่ามากที่สุดซึ่งหมายความว่าระบบจะมีค่าของสภาวะได้ต่างๆ กันเป็นจำนวนมากที่สุด โดยที่อุณหภูมิของแต่ละระบบเท่ากัน และระบบต้องอยู่ในสภาวะสมดุลย์ด้วย"

7.4 ระบบที่สัมผัสกับแหล่งความร้อน (System in contact with a heat reservior)

ถ้าพิจารณาระบบหนึ่ง A สัมผัสอยู่กับแหล่งความร้อน (heat reservior) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อน แต่โดยที่ระบบ A มีขนาดเล็กมากเมื่อเทียบกับสิ่งต่างๆ ที่ห้อมล้อมระบบอยู่ ขณะใดขณะหนึ่งสมมุติระบบอยู่ในสภาวะ r และมีระดับพลังงานเป็น E_r และสมมุติให้แหล่งความร้อนมีพลังงานเป็น $E' = E^* - E_r$ ดังรูปที่ 7.2



รูปที่ 7.2 แสดงระบบที่สัมผัสกับแหล่งความร้อน

จากกฎการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) เขียนได้ว่า

$$E_r + E' = E^*$$

หรือ
$$E' = E^* - E_r$$

ดังนั้น
$$\Omega'(E') = \Omega'(E^* - E_r) \qquad \text{-----(7.39)}$$

ตามสัจพจน์เบื้องต้นที่กล่าวว่า ระบบโดดเดี่ยว A^* พบว่ามีจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้เท่ากัน ดังนั้นความน่าจะเป็นของสภาพที่เกิดขึ้นของระบบ A ในสภาวะ r จะเป็นปฏิภาคกับจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ของ A นั่นคือ

$$P_r \propto \Omega'(E^* - E_r) \qquad \text{-----(7.40)}$$

เมื่อเราพิจารณา logarithm ของจำนวนสภาวะของแหล่งความร้อน $\ln \Omega(E^* - E_r)$ โดยการเปลี่ยนรูปของ Taylor's series ซึ่ง Taylor's series จะมีรูปแบบดังนี้

$$f(x+a) = f(x) + f'(x)a + \frac{1}{2!}f''(x)a^2 + \frac{1}{3!}f'''(x)a^3 + \cdots \qquad \text{-----(7.41)}$$

ดังนั้นจะได้

$$\ln\Omega(E^*-E_r) = \ln\Omega(E^*) - \frac{\partial}{\partial E}\ln\Omega(E^*).E_r - \frac{1}{2!}\frac{\partial^2}{\partial E^2}\ln\Omega(E^*)E_r^2 - - -$$

$$\ln\Omega(E^*-E_r) = \ln\Omega(E^*) - \beta E_r$$

เมื่อ

$$\beta = \frac{\partial}{\partial E}\ln\Omega(E^*) \qquad \text{------------------(7.42)}$$

จากสมการ (7.42) จะได้

$$\Omega(E^*-E_r) = \Omega(E^*)\, e^{-\beta E_r} \qquad \text{------------------(7.43)}$$

. เนื่องจาก E^* คงที่ (E) ก็คงที่ด้วย จากสมการ (7.40) และ (7.43) จะได้

$$P_r = C.e^{-\beta E_r} \qquad \text{------------------(7.44)}$$

จากสมการ (7.44) เรียกว่า “Canonical distribution หรือ Boltzmann distribution ค่า e^{-BE_r} เรียกว่า Boltzmann factor”

ค่า C เป็นค่าที่ และสามารถหาได้จาก Normalization Condition สมการ (7.2) ได้ดังนี้

$$\sum_r P_r = 1$$

แทนค่า P_r จากสมการ (7.44) จะได้

$$\sum_r C.e^{-\beta E_r} = 1$$

$$C = \frac{1}{\sum_r e^{-\beta E_r}}$$

แทนค่า C ในสมการ (7.44) จะได้ P_r ดังนี้

$$P_r = \frac{e^{-\beta E_r}}{\sum_r e^{-\beta E_r}} \qquad \text{---------------(7.45)}$$

ค่า $\sum_r e^{-\beta E_r}$ เรียกว่า partition function ของโมเลกุล ใช้แทนด้วยอักษร Z ซึ่งมาจากภาษาเยอรมันว่า Zustandssumme

ถ้าให้ y เป็นตัวแปรใดๆ ในสภาวะ r ซึ่งจะมีค่าเป็น y_r ดังนั้นจากนิยามของค่าเฉลี่ยจะได้

$$\bar{y} = \sum_r P_r y_r = \frac{\sum_r e^{-E_r} y_r}{\sum_r e^{-\beta E_r}}$$

หรือ

$$\bar{y} = \frac{\sum_r e^{-\beta E_r} y_r}{\sum_r e^{-\beta E_r}} \qquad \text{---------------(7.46)}$$

พิจารณาจากสมการ (7.43) ถ้าให้ $\Omega' = \Omega$, $E' = E$ และ $E_r = \Delta E$ ดังนั้นจะได้

$$\frac{\Omega\ (E + \Delta E)}{\Omega(E)} = e^{\beta AE} \qquad \text{---------------(7.47)}$$

สมการ (7.47) มีหลักการนำไปใช้ในการคำนวณ 2 กรณี ดังนี้

<u>กรณีที่</u> 1 ถ้าพลังงานที่เปลี่ยนไป (ΔE) มีค่าน้อยๆ จะได้

$$\frac{\Omega(E + \Delta E)}{\Omega(E)} = e^{\beta\Delta E} \qquad \text{---------------(7.48)}$$

กรณีที่ 2 ถ้าพลังงานที่เปลี่ยนไป (ΔE) มีค่าน้อยกว่า 1 มากๆ จะได้

$$\frac{\Omega(E\ t\ \Delta E)}{\Omega(E)} = \beta\Delta E \qquad \text{---------------(7.49)}$$

บทสรุปและคำจำกัดความที่ควรรู้

1. ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ - อัตราส่วนระหว่างเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับจำนวนระบบทั้งหมด ($P_r = \frac{N_r}{N}$)
2. Normalization condition - ผลบวกของความน่าจะเป็นของระบบใดๆ จะมีค่าเท่ากับ 1 ($\Sigma_r P_r = 1$)
3. mutually exclusive - เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งที่เกิดขึ้น ไม่ใช่ทั้ง 2 อย่างเกิดขึ้นพร้อมๆ กัน เช่น การโยนเหรียญ
4. Addition Rule - P(r หรือ s) = $P_r + P_s$ (r และ s เป็น dependent ในทางสถิติ)
5. Multiplication Rule - $P_{rs} = P_r . P_s$ (r และ s เป็น independent ในทางสถิติ)
6. Joint probability - เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของระบบหนึ่งอาจเกิดจากอีกระบบหนึ่งได้
7. phase space - สภาวะการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่สามารถบอกทั้งตำแหน่งและโมเมนตัม
8. Thermodynamics probability - จำนวนสภาวะทั้งหมดของระบบแมคครอสคอปิค
9. The equal priori probability - สัจพจน์ที่ใช้ในการสร้างทฤษฎีของระบบแมคครอสคอปิคที่เกิดขึ้นในสภาวะสมดุลย์
10. Carnonical distribution (Boltzmann distribution) - $P_r = C\, e^{-\beta E_r}$
11. Boltzmann factor - $e^{-\beta E_r}$
12. Partition function (Z) - $\sum_r e^{-\beta E_r}$

แบบฝึกหัดบทที่ 7

1. ถ้าทอดลูกเต๋า 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะหงายเบอร์ 2 เป็นอย่างน้อยในการทอดทั้ง 2 ครั้งนี้

2. พิจารณาระบบที่ประกอบด้วย 4 spins เมื่อ $P = q = \frac{1}{2}$ จำนวนอนุภาคที่มีโมเมนในทิศทางขึ้นจะมี $n = 0, 1, 2, 3, 4$ ด้วยความน่าจะเป็น $P(n) = \frac{N!}{n!\,n!}(\frac{1}{2})^N$ ซึ่งมีค่า $P(n) = \frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{6}{16}, \frac{4}{16}$ และ $\frac{1}{16}$ จงคำนวณหาค่าเฉลี่ยของ n.$(\bar{n})$

3. ทอดลูกเต๋าที่ไม่มีการถ่วงโยนสองครั้ง ค่าความน่าจะเป็นที่จะหงายเบอร์ 2 และเบอร์ 3 เรียงกันแบบนี้มีค่าเท่าใด และค่าความน่าจะเป็นจะมีค่าเท่าไรที่จะให้เบอร์ 2 และเบอร์ 3 เรียงกันแบบใดก็ได้

4. จงหาความน่าจะเป็นของการโยนลูกเต๋า 3 ลูกพร้อมๆ กัน แล้วนับแต้มของหน้าทั้ง 3 รวมกันได้ 6 แต้มหรือน้อยกว่า

5. เลือกตัวเลขตัวหนึ่งมีทศนิยม 10 ตำแหน่ง ให้มีค่าระหว่าง 0 และ 1 โดยไม่เฉพาะเจาะจง อยากทราบว่าจะมีความน่าจะเป็นที่จะมีตัวเลขทศนิยมใน 5 ตัวแรก เป็นเลขที่ต่ำกว่าเลข 5 ทั้งสิ้นเท่าใด

6. สมมุติว่าลูกเต๋าหนึ่งๆ เมื่อโยนแล้ว โอกาสที่แต่ละหน้าจะขึ้นได้เท่ากันหมด พิจารณาการเล่นโยนลูกเต๋าพร้อมๆ กัน 5 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่หน้าแต้ม 6 จะขึ้นจาก

   ก) เพียงหนึ่งลูกเท่านั้น

   ข) อย่างน้อยที่สุด 1 ลูก

   ค) 2 ลูกพร้อมๆ กัน

7. สมมุติว่าตัวแปร u สามารถให้ค่า u_r และค่าความน่าจะเป็น P_r จงอาศัยนิยามของ $\bar{u}$ และ $\overline{u^2}$ และอาศัย Normalization Condition ที่ว่า $\Sigma_r P_r = 1$

   จงแสดงว่า

$$\overline{u^2} - \bar{u}^2 = \frac{1}{2}\sum_r\sum_s P_r.P_s(u_r-u_s)^2$$

8. **พิจารณาระบบแมคครอสคอปิคใดๆ ที่อุณหภูมิของห้องทดลอง**

ก) จงหาจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ของระบบว่าจะเพิ่มขึ้นคิดเป็นร้อยละเท่าใด ถ้าพลังงานของระบบเปลี่ยนไป 10^{-3} eV

ข) สมมุติว่าระบบรับเอา photon 1 ตัว จากแสงในช่วงที่ตามนุษย์สามารถรับรู้ได้ (ความยาวช่วงคลื่นเท่ากับ 5 x 10^{-5} ซม.) จงหาจำนวนสภาวะที่เป็นไปได้ของระบบว่าจะเพิ่มขึ้นเป็นกี่เท่าจากผลการทดลองอันนี้

เฉลยคำตอบแบบฝึกหัดบทที่ 7

1. $\frac{11}{36}$
2. 2
3. 0.3
4. 0.092
5. 0.25
6. ก. 0.4

   ข. 0.6

   ค. 0.16

8. ก. 4 %

   ข. 5×10^{43} เท่า
