

ภาคผนวก ข. ความจุความร้อนของโลหะโดยเดอบาย

เดอบายสร้างแบบจำลองของโลหะ โดยให้อะตอมของโลหะสั่นอยู่กับที่ด้วยความถี่เชิงมุม มีค่าตั้งแต่ 0 ถึงค่าสูงสุดค่าหนึ่ง คือ ω_D และให้ ω นี้เป็น linear function ของ wave vector K ($K = 2\pi/\lambda$ เมื่อ λ เป็นความยาวคลื่นของการสั่นนั้น) ลักษณะรูปจำลองดังนี้เรียกว่า Debye Model (Debye longwavelength approximation) ในความคิดของเดอบายการสั่นของอะตอมจะมีลักษณะเป็นคลื่น คลื่นเหล่านี้จะมีพลังงานในลักษณะไม่ต่อเนื่องหรือเป็นเม็ด ๆ แต่ละเม็ดของพลังงานนี้เรียกว่า โฟนอน (phonon ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เรียก photon) มีพลังงานเท่ากับ $\hbar\omega$, ($\hbar = h/2\pi$) พลังงานทั้งหมดเนื่องจากการสั่น หรือของโฟนอนหาได้จากสถิติของโบส-ไอน์สไตน์ (คือคิดว่าโฟนอนทำตัวเหมือนโมเลกุลของก๊าซหรือโฟตอน) ดังนี้

$$E = \int_0^{\omega_D} \omega(\omega) \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} (\hbar\omega) d\omega$$

เมื่อ $\omega(\omega)$ = ความหนาแน่นของโฟนอนใน 1 ช่วงของ ω

$$\omega(\omega) = V\omega^2/2\pi^2v^3; \omega_D^3 = 6\pi^2v^3N/V$$

(N = จำนวนอะตอมทั้งหมด, V = ปริมาตรของโลหะ, v = ความเร็วเฉลี่ยของโฟนอน)

$$E = 9Nk_B T \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D} dx \frac{x^3}{e^x - 1}$$

$$\text{เมื่อ } x = \frac{\hbar\omega}{kT}; x_D = \frac{\hbar\omega_D}{kT} = \Theta_D$$

$$E = 3RT \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D} dx \frac{x^3}{(e^x - 1)} \quad (\text{ต่อโมล}) \quad (ข-1)$$

$$c_v = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v = 9R \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3 \int_0^{\Theta_D} dx \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} \quad (ข-2)$$

ที่อุณหภูมิสูง $\frac{\hbar\omega}{kT}$ มีค่าน้อยกว่า 1

$$e^{\hbar\omega/kT} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^n$$

(เมื่อ $\frac{\hbar\omega}{kT} \ll 1$)

$$e^{\hbar\omega/kT} \approx 1 + \frac{\hbar\omega}{kT}$$

แทนค่าใน (ข-1)

$$E = 3RT \left(\frac{T}{Q_D} \right)^3 \int_0^{Q_D} dx x^2$$

$$= 3RT$$

ดังนั้น $c_v = 3R$ (เท่าการทดลอง)

ที่อุณหภูมิค่า $\frac{\hbar\omega}{kT} \gg 1$

$$\int_0^\infty \frac{x}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

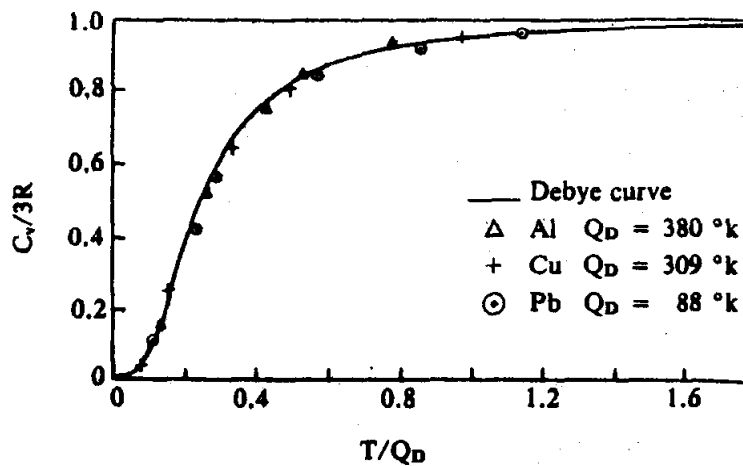
แทนค่าในสมการ (ข-1)

$$E = \frac{3\pi^4 RT^4}{5Q_D^3}$$

ดังนั้น $c_v = 3R \cdot \frac{4\pi^4}{5} \cdot \frac{T^3}{Q_D^3}$ (เท่าการทดลอง)

ในสมการนี้ $Q_D = \frac{\hbar\omega_D}{k}$ เรียกว่าอุณหภูมิของเดอบาย เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง มีค่าในช่วงประมาณ 10^2 เคลวิน

ภาพต่อไปนี้จะแสดง c_v เทียบกับ T ของ Debye model ซึ่งจะเห็นว่าสอดคล้องกับการทดลองดีมาก





พิมพ์ที่... สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง
Ramkhamhaeng University Press.