บทที่ 8
โปลาไรเซชัน

๘.๑ คำนำ

ในบทที่ ๗ เราได้เรียนรู้ว่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในคลื่นระนาบแม่เหล็กไฟฟ้ามีการเคลื่อนที่ตามขวางกับทิศทางของการเคลื่อนที่ $\hat{z}$ มีสองทิศทางตามขวางคือ $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ และสนามจัดเรียงตัวเองในทิศ $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ที่ไม่ขึ้นต่อกัน โดยมีการเรียงตัวให้ต่างกัน ๙๐ องศา หรือเราอาจจะคิดว่าในแต่ละทิศทางตามขวางทั้งสองสนามมีจำนวนอัมปลิจูดอยู่มากมายที่มีความสัมพันธ์ทางเฟสต่างๆกัน ถ้าคิดแต่ละองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า มันจะมีทิศทางไหนก็ได้บนระนาบ xy เดียวกัน แต่ความเร็วของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ามีทิศไปทาง $\hat{z}$ ส่วนความสัมพันธ์เฉพาะของอัมปลิจูดและเฟสขององค์ประกอบคู่หนึ่งคู่ใดเป็นตัวกำหนดสภาวะ (ขนาดและทิศทาง) ของคลื่นในแนวนั้น เรียกว่า สถานะของโปลาไรเซชัน (state of polarization) หรือกล่าวให้ชัดเจนก็คือ สถานะของการโปลาไรซ์บอกได้ด้วยความสัมพันธ์ระหว่างอัมปลิจูดและเฟสขององค์ประกอบคู่หนึ่ง

เมื่อคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตกกระทบบนผิวของวัตถุใด มันจะเกิดการเปลี่ยนแปลงสถานะโปลาไรเซชันของรังสีตกกระทบที่ไม่ใช่เกิดจากการทำปฏิกริยากับวัตถุนั้น ตัวอย่างเช่น เราอาจจะหาวัตถุซึ่งอนุภาคประจุมีอิสระในการเคลื่อนที่ตามแกน $\hat{x}$ แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ตลอดตามแกน $\hat{y}$ ในกรณีนี้ E_x สามารถทำงานบนอนุภาคประจุแต่ E_y ไม่สามารถ ดังนั้น พลังงานคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่สัมพันธ์กับ E_x เพียงอย่างเดียว อาจจะทำให้พลังงานจลน์ภายในอนุภาคประจุเปลี่ยนแปลงไปเป็นพลังงานความร้อนที่เกิดจากการชนกันของอนุภาคต่ออนุภาค และขณะเดียวกันอัมปลิจูดของ E_y ไม่มีผลต่ออย่างไร หรือมันอาจจะเกิดเพียงเฉพาะแต่เฟสของ E_x เลื่อนไปเมื่อเทียบกับ E_y โดยไม่ทำให้พลังงานลดน้อยลง (หรือไม่ทำให้อัมปลิจูดของ E_x ลดน้อยลง) ในกรณีทั้งหมดนี้ สถานะโปลาไรเซชันของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการทำปฏิกริยา

เป็นที่ยอมรับกันว่า สถานะโปลาไรเซชันใช้ได้กับคลื่นที่มีทิศทางโปลาไรเซชันอย่าง

น้อยที่สุดสองทิศทางไม่ขึ้นต่อกัน ตัวอย่างเช่น พิจารณาคลื่นเสียงเมื่อเคลื่อนที่ในอากาศตาม $\hat{z}$ เมื่อเราทราบความถี่ อัมปลิจูด และค่าคงที่เฟสของคลื่นเสียง เราก็จะทราบการขจัดของอากาศในคลื่นเสียงไปตามทิศทางการเคลื่อนที่เป็นคลื่นตามยาว อย่างไรก็ดี เราจะไม่กล่าวว่าคลื่นเหล่านี้เป็นโปลาไรซ์ตามยาว เพราะว่า เราใช้เทอมสถานะโปลาไรเซชันอธิบายเฉพาะสำหรับคลื่นซึ่งมีทิศทางของโปลาไรซ์อย่างน้อยสองทิศทางสลับกัน ในกรณีของคลื่นเสียงเคลื่อนที่ในของแข็ง หรือคลื่นบนสลิงกี้ มีสามสถานะโปลาไรเซชันที่เป็นไปได้ คือมีหนึ่งทิศทางโปลาไรเซชันตามยาว และสองทิศทางโปลาไรเซชันตามขวาง ในกรณีเช่นนี้สามารถมีคลื่นโปลาไรซ์ตามยาวหรือสองคลื่นโปลาไรซ์ตามขวางที่ต่างกัน (หรือคลื่นรวมของโปลาไรเซชันทั้งสาม)

๘.๒ ประเภทของโปลาไรเซชัน

คลื่นทั้งหมดที่เราศึกษาประกอบด้วยปริมาณทางฟิสิกส์บางอย่าง เช่นการขจัดของมันห่างจากค่าสมดุลย์แปรตามตำแหน่งและเวลา การขจัดสามารถอธิบายได้ด้วยเวคเตอร์ $\vec{\psi}(x,y,z,t)$ โดยทั่วไปเราศึกษาคลื่นระนาบซึ่ง $\vec{\psi}$ มีแบบเป็น $\vec{\psi}(z,t)$ เมื่อ z วัดไปตามทิศทางการเคลื่อนที่ (ในที่นี้เราคิดรวมทั้งคลื่นนิ่งและคลื่นเคลื่อนที่) ปริมาณ $\partial\vec{\psi}(z,t)/\partial t$ และ $\partial\vec{\psi}(z,t)/\partial z$ เป็นปริมาณที่มีคุณสมบัติทางฟิสิกส์น่าสนใจมากที่สุด เราเห็นมาแล้วจากกรณีสำหรับคลื่นบนเส้นเชือกและสำหรับคลื่นเสียง ในแต่ละกรณี $\vec{\psi}(z,t)$ กำหนดเป็นการขจัดของอนุภาคของตัวกลางห่างจากตำแหน่งสมดุลย์

สำหรับคลื่นระนาบเคลื่อนที่ไปตามแกน $\hat{z}$ เราสามารถเขียนการขจัดเป็น

$$\vec{\psi}(z,t) = \hat{x}\psi_x(z,t) + \hat{y}\psi_y(z,t) + \hat{z}\psi_z(z,t) \qquad (๘.๑)$$

ในกรณีของคลื่นตามขวางบนเส้นเชือก $\vec{\psi}$ มีเพียงองค์ประกอบ x และ y เท่านั้น คลื่นชนิดนี้เรียกว่ามีโปลาไรเซชันตามขวาง (โดยทั่วไปสามารถมีคลื่นตามยาวบนเส้นเชือกที่ประกอบด้วยแรงตึงมีการเปลี่ยนแปลง และความเร็วคลื่นตามยาวของอนุภาคบนเส้นเชือก) สำหรับคลื่นเสียงในอากาศ การขจัด $\vec{\psi}$ เป็นไปตามทิศทางการเคลื่อนที่ $\hat{z}$ เรียกว่าคลื่นตามยาว ในกรณีของคลื่นระนาบแม่เหล็กไฟฟ้า การขจัด $\vec{\psi}$ เป็นไปตามขวางกับแกน $\hat{z}$ เราพบว่าทั้ง $\vec{E}$ และ $\vec{B}$

เป็นไปตามขวางกับแกน $\hat{z}$ เสมอ สำหรับคลื่นในสุญญากาศ (มันเป็นไปได้ที่จะมีองค์ประกอบตามขวางของ $\vec{E}$ และ $\vec{B}$ ถ้าคลื่นเคลื่อนที่ในท่อนำคลื่นหรือในช่องว่าง)

โปลาไรเซชันของคลื่นตามขวาง

ต่อไปเราจะพิจารณาเฉพาะคลื่นตามขวาง มีการขจัดเป็น

$$\vec{\psi}(z,t) = \hat{x}\psi_x(z,t) + \hat{y}\psi_y(z,t) \qquad (๘.๒)$$

ซึ่งจะกล่าวเพียงสองตัวอย่าง หนึ่งคือ คลื่นตามขวางบนเส้นเชือกตึง หรือสลิงกี้ และอีกตัวอย่างคือ คลื่นระนาบแม่เหล็กไฟฟ้าในสุญญากาศ สำหรับคลื่นบนเส้นเชือก $\vec{\psi}(z,t)$ จะกำหนดเป็นการขจัดตามขวางขณะใดๆของเส้นเชือกห่างจากตำแหน่งสมดุลย์ และอีกปริมาณหนึ่งที่น่าสนใจคือ ความเร็วตามขวาง $\partial\vec{\psi}/\partial t$ และแรงตามขวาง $-T_0\partial\vec{\psi}/\partial z$ ที่กระทำโดยเส้นเชือกจากตำแหน่งข้างซ้ายของ z ไปยังตำแหน่งข้างขวาของ z ปริมาณเหล่านี้เราจะทราบค่าได้ต่อเมื่อทราบค่า $\vec{\psi}(z,t)$ แล้ว สำหรับคลื่นระนาบแม่เหล็กไฟฟ้า $\vec{\psi}(z,t)$ กำหนดเป็นสนามไฟฟ้าตามขวาง $\vec{E}(z,t)$ อีกปริมาณทางฟิสิกส์ที่น่าสนใจคือ สนามแม่เหล็กตามขวาง $\vec{B}(z,t)$ ซึ่งเราจะทราบค่าได้เมื่อทราบค่า $\vec{E}(z,t)$ แล้ว ตัวอย่างเช่น เราสามารถหาค่า $\vec{E}(z,t)$ ทั่วไปเป็นการรวมกันได้ของคลื่นเคลื่อนที่ในทิศทางทั้ง +z และ −z โดยกำหนดให้ $\vec{E}^+$ แทนส่วนของ $\vec{E}$ ที่เป็นคลื่นเคลื่อนที่ในทิศ +z และ $\vec{E}^-$ เป็นส่วนของคลื่นเคลื่อนที่ในทิศ −z ดังนั้นเราสามารถเขียน

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}^+(z,t) + \vec{E}^-(z,t) \qquad (๘.๓)$$

จากการศึกษาคลื่นเคลื่อนที่ในคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (ตอน ๗.๒) เราทราบว่าสนามแม่เหล็ก $\vec{B}^+$ เกี่ยวข้องกับ $\vec{E}^+$ ด้วยเท่ากับ $\hat{z} \times \vec{E}^+$ และสนามแม่เหล็ก $\vec{B}^-$ เกี่ยวข้องกับ $\vec{E}^-$ ด้วยเท่ากับ $-\hat{z} \times \vec{E}^-$ ดังนั้น สนามแม่เหล็กที่เกี่ยวข้องกับการรวมกันของสมการ(๘.๓) คือ

$$\vec{B}(z,t) = \hat{z} \times \left[\vec{E}^+(z,t) - \vec{E}^-(z,t)\right] \qquad (๘.๔)$$

โปลาไรเซชันเชิงเส้น

ในกรณีของคลื่นตามขวางสำหรับคลื่นระนาบแม่เหล็กไฟฟ้าและคลื่นบนเส้นเชือก ถ้าการขจัดเป็นการออสซิลเลตกลับไปกลับมาตามเส้นขวางกับ $\hat{z}$ แน่นอนเส้นหนึ่ง คลื่นนี้เรียกว่าโปลาไรเซชันเชิงเส้น มีสองทิศทางขวางที่ไม่ขึ้นต่อกันให้เป็น $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ เมื่อเราพิจารณาที่ค่า z แน่นอนค่าหนึ่ง ดังนั้นการออสซิลเลตที่สอดคล้องกับคลื่นระนาบโปลาไรซ์เชิงเส้นสามารถมีแบบเป็น

$$\vec{\psi}(t) = \hat{x}A_1 \cos\omega t \qquad (๘.๕)$$

$$\vec{\psi}(t) = \hat{y}A_2 \cos\omega t \qquad (๘.๖)$$

ในที่นี้เราจัดให้ค่าคงที่เฟสเป็นศูนย์ โดยทั่วไปเราสามารถมีการออสซอลเลตโปลาไรซ์เชิงเส้นอยู่บนแนวที่ไม่เป็นทั้ง $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ การออสซิลเลตแบบนี้สามารถเขียนเป็นการรวมกันของสองโปลาไรซ์เชิงเส้นที่ไม่ขึ้นต่อกัน ด้วยสมการ(๘.๕) และ (๘.๖) ดังนี้

$$\vec{\psi}(t) = \hat{x}A_1 \cos\omega t + \hat{y}A_2 \cos\omega t \qquad (๘.๗)$$

หรือ

$$\vec{\psi}(t) = (\hat{x}A_1 + \hat{y}A_2) \cos\omega t \qquad (๘.๘)$$

เวคเตอร์ $\hat{x}A_1 + \hat{y}A_2$ มีขนาดและทิศทางที่ไม่ขึ้นต่อเวลา ดังนั้น $\vec{\psi}(t)$ ในสมการ(๘.๘) ประกอบด้วยการออสซิลเลตตามเส้นตรงที่แน่นอนและมีอัมปลิจูด A เป็น

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \qquad (๘.๙)$$

กำหนดให้ $\hat{e}$ เป็นหน่วยเวคเตอร์ตาม A ดังนั้นทิศทางของ $\psi(t)$ เป็นไปตาม $+\hat{e}$ หรือ $-\hat{e}$

$$\hat{e} = \frac{A}{A}1\hat{x} + \frac{A}{A}2\ \hat{y} \qquad (๘.๑๐)$$

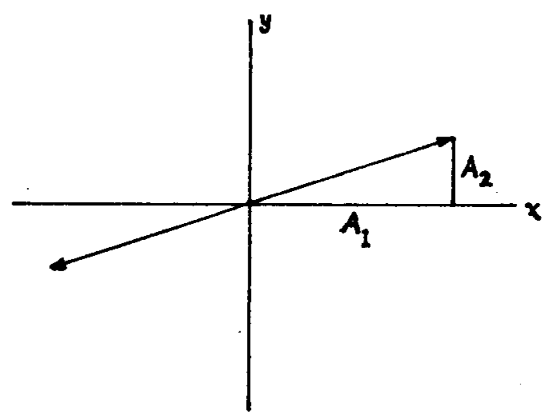
เราสามารถเห็นได้ว่า $\hat{e}$ เป็นหน่วยเวคเตอร์จาก

$$\hat{e}\cdot\hat{e} = \frac{(A_1\hat{x} + A_2\hat{y})^2}{A^2}$$

$$= \frac{A_1^2\hat{x}\cdot\hat{x} + A_2^2\hat{y}\cdot\hat{y} + 2A_1A_2\hat{x}\cdot\hat{y}}{A^2}$$

$$= \frac{A_1^2 + A_2^2}{A^2} = 1 \qquad (๘.๑๑)$$

การขจัด $\Psi(t)$ สำหรับคลื่นโปลาไรซ์เชิงเส้นได้แสดงในรูป ๘.๑



รูป ๘.๑ แสดงโปลาไรเซชันเชิงเส้น

คลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงเส้น

เราสามารถหาคลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงเส้นได้โดยคูณการขจัดโปลาไรซ์เชิงเส้นในสมการ(๘.๘)ด้วย sinkz

$$\vec{\psi}(z,t) = (\hat{x}A_1 + \hat{y}A_2) \sin kz \cos\omega t \qquad (๘.๑๒)$$

ได้คลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงเส้นมีบัพที่ $z = 0$

คลื่นเคลื่อนที่โปลาไรซ์เชิงเส้น

สำหรับคลื่นเคลื่อนที่โปลาไรซ์เชิงเส้นที่เคลื่อนที่ไปในทิศ $+z$ เราหาได้ง่ายโดย

แทน ωt ด้วย $\omega t - kz$ ในสมการของการขจัดโปลาไรซ์เชิงเส้นสำหรับ z แน่นอน คือ

$$\vec{\psi}(z,t) = (\hat{x}A_1 + \hat{y}A_2)\cos(\omega t - kz) \qquad (๘.๑๓)$$

<u>โปลาไรเซชันเชิงกลม</u>

ถ้าการขจัดในคลื่นตามขวางมีการเคลื่อนที่เป็นวงกลม เรียกคลื่นว่าเป็นโปลาไรซ์เชิงกลม ครั้งแรกเราพิจารณาคลื่นที่ค่า z แน่นอนค่าหนึ่ง โดยไม่เจาะจงลงไปว่าคลื่นเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+z$ หรือ $-z$ (หรือไม่เจาะจงว่าเป็นคลื่นเคลื่อนที่) ถ้าจัดให้นิ้วหัวแม่มือของมือขวาของเราชี้ไปทางทิศ $+z$ และนิ้วอื่นๆอยู่ในทิศการหมุนของการขจัด ดังนั้นเรากล่าวได้ว่า การออสซิลเลตเป็นโปลาไรซ์เชิงกลมตาม $+\hat{z}$ (ทำนองเดียวกัน เราใช้กฎมือขวากำหนดโปลาไรซ์เชิงกลมตาม $-\hat{z}$) การออสซิลเลตเป็นโปลาไรซ์เชิงกลมตาม $+\hat{z}$ สามารถเขียนเป็นการรวมกันได้ของการออสซิลเลตเป็นโปลาไรซ์เชิงเส้นตาม $\hat{x}$ และการออสซิลเลตเป็นโปลาไรซ์เชิงกลมตาม $\hat{y}$ ด้วยอัมปลิจูดเท่ากับของการออสซิลเลตตาม $\hat{x}$ เราจัดให้แกน x,y,z เป็นเซท (set) ของแกนมือขวา ดังนั้น $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$ จะเห็นได้ว่าสำหรับโปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $+\hat{z}$ การออสซิลเลต $\hat{x}$ นำหน้าการออสซิลเลต $\hat{y}$ ด้วย ๙๐ องศา

$$\vec{\psi}(t) = \hat{x}A\cos\omega t + \hat{y}A\cos(\omega t - \tfrac{1}{2}\pi)$$

$$= \hat{x}A\cos\omega t + \hat{y}A\sin\omega t \qquad (๘.๑๔)$$

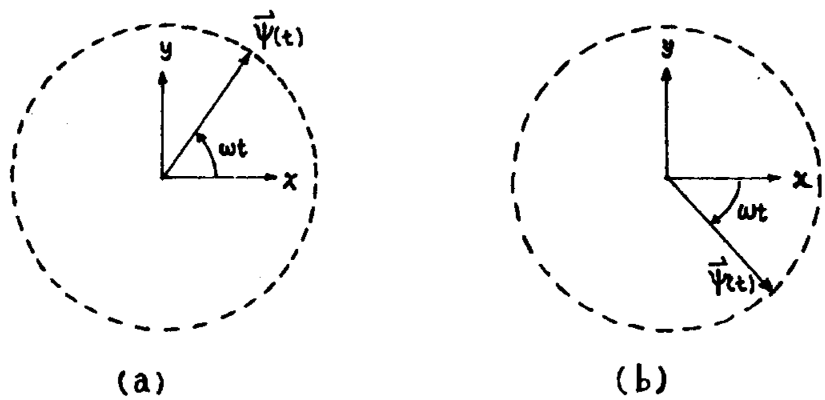
ทำนองเดียวกัน สำหรับโปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $-\hat{z}$ การออสซิลเลต $\hat{x}$ ช้ากว่าการออส-ซิลเลต $\hat{y}$ ด้วย ๙๐ องศา

$$\vec{\psi}(t) = \hat{x}A\cos\omega t + \hat{y}A\cos(\omega t + \tfrac{1}{2}\pi)$$

$$= \hat{x}A\cos\omega t - \hat{y}A\sin\omega t \qquad (๘.๑๕)$$

คลื่นระนาบโปลาไรซ์เชิงกลมมีการพาโมเมนตัมเชิงมุม $\vec{J} = \pm(W/\omega)\hat{z}$ เมื่อ W คือพลังงาน และ ω คือความถี่เชิงมุม เครื่องหมายของโมเมนตัมเชิงมุมเป็นไปตามความหมายของการหมุน

ของสนาม ดังนั้นโมเมนตัมเชิงมุมเคลื่อนที่ไปตาม $+\hat{z}$ สำหรับโปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $+\hat{z}$ และไปตาม $-\hat{z}$ สำหรับโปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $-\hat{z}$ การขจัด $\vec{\psi}(t)$ สำหรับการออสซิลเลตโปลาไรซ์เชิงมุมที่ตำแหน่ง z แน่นอนได้แสดงในรูป ๔.๒



รูป ๔.๒ แสดงโปลาไรเซชันเชิงกลม (a) โปลาไรเซชันและโมเมนตัมไปตาม +z
(b) โปลาไรเซชันและโมเมนตัมเชิงมุมไปตาม -z.

<u>คลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงกลม</u>

คลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงกลมที่มีโปลาไรเซชันตาม $+\hat{z}$ หาได้โดยคูณการออสซิลเลตโปลาไรซ์เชิงกลมสำหรับตำแหน่ง z แน่นอนของสมการ(๔.๑๔) ด้วย sinkz เราจะได้คลื่นนิ่งมีบัพอยู่ที่ $z = 0$ และคลื่นนิ่งโปลาไรซ์เชิงกลมตาม $+\hat{z}$ เป็น

$$\vec{\psi}(z,t) = \left[\hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\cos(\omega t - \tfrac{1}{2}\pi)\right] A \sin kz \qquad (๔.๑๖)$$

ส่วนคลื่นเคลื่อนที่โปลาไรซ์เชิงกลมตาม $+\hat{z}$ หาได้ง่ายโดยแทนค่า ωt ด้วย $\omega t - kz$(สำหรับการเคลื่อนที่ไปตาม $+\hat{z}$) ในการออสซิลเลตโปลาไรซ์เชิงกลมของสมการ(๔.๑๔)

$$\vec{\psi}(z,t) = A\{\hat{x}\cos[\omega t - kz] + \hat{y}\cos[(\omega t - \tfrac{1}{2}\pi) - kz]\} \qquad (๔.๑๗)$$

ทำนองเดียวกันถ้าเราต้องการคลื่นเคลื่อนที่ไปตาม $-\hat{z}$ เราแทน ωt ด้วย $\omega t + kz$ หรือถ้า

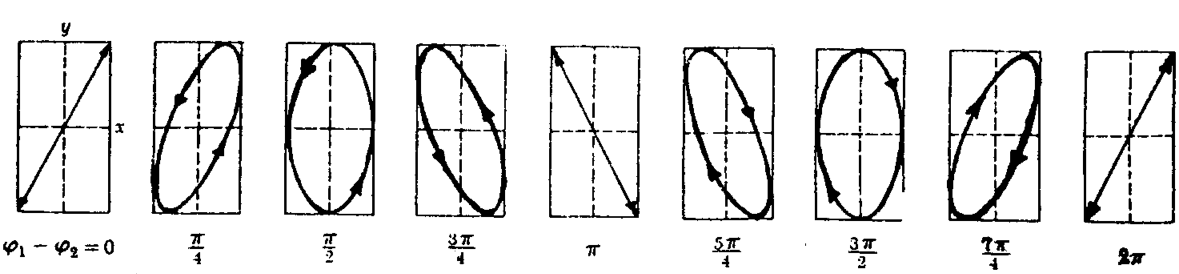
เราต้องการคลื่นที่มีโมเมนตัมเชิงมุมไปตาม $-\hat{z}$ เราเริ่มจากการออสซิลเลตโปลาไรซ์เชิงกลม กำหนดด้วยสมการ (๔.๑๕) และทำในทำนองเดียวกันโดยแทน ωt ด้วย $\omega t - kz$ หรือ $\omega t + kz$

<u>โปลาไรเซชันตามขวางทั่วไปหรือโปลาไรเซชันทรงรูปไข่</u>

ที่ตำแหน่ง z แน่นอนตำแหน่งหนึ่ง การออสซิลเลตโปลาไรซ์ตามขวางทั่วไปมีรูปทั่วไปเป็น

$$\vec{\psi}(t) = \hat{x}A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + \hat{y}A_2 \cos(\omega t + \phi_2) \quad (๔.๑๘)$$

ถ้า ϕ_2 เท่ากับ ϕ_1 หรือเท่ากับ $\phi_1 \pm \pi$ เราได้โปลาไรเซชันเชิงเส้น ถ้า ϕ_2 เท่ากับ $\phi_1 - \frac{1}{2}\pi$ และ $A_2 = A_1$ เราได้โปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $+\hat{z}$ หรือ ϕ_2 เท่ากับ $\phi_1 + \frac{1}{2}\pi$ และ $A_2 = A_1$ เราได้โปลาไรเซชันเชิงกลมตาม $-\hat{z}$ สำหรับกรณีทั่วไปเมื่อ A_2 และ A_1 ไม่เท่ากัน และ ϕ_2 และ ϕ_1 เป็นค่าใดๆ การขจัด ψ แสดงเป็นรูปวงรี (elliptical path) เราสามารถพิจารณาได้ดังต่อไปนี้ กำหนดเรียก ψ_x และ ψ_y เป็น x และ y ตามลำดับ ดังนั้น x คือ $A_1\cos(\omega t + \phi_1)$และ y คือ $A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$ กระจายแต่ละพจน์ cosine เหล่านี้ทำให้ x เป็นผลรวมของ $\sin\omega t$ และ $\cos\omega t$ และ y เป็นของพจน์อื่น ต่อไปเราแก้ปัญหาทั้งสองสมการหาค่า $\sin\omega t$ และ $\cos\omega t$ พบว่า $\sin\omega t$ และ $\cos\omega t$ ต่างเป็นผลรวมของ x และ y ที่ต่างกัน ต่อจากนั้นยกกำลังสองของพจน์ $\sin\omega t$ และ $\cos\omega t$ แล้วบวกกัน (ซึ่งเท่ากับ ๑) ให้ผลลัพธ์เป็นสมการที่มีพจน์ x^2, y^2 และ xy รวมอยู่ สมการนี้เรียกว่า conic section ถ้าค่าที่เป็นไปได้ของ x และ y มีขนาดจำกัด conic section เป็นรูปไข่ ในรูป ๔.๓ ได้แสดงความสัมพันธ์เฟส $\phi_1-\phi_2$ ค่าต่างๆในสมการ (๔.๑๘)



รูป ๔.๓ แสดงโปลาไรเซชันทั่วไป อัมปลิจูดทาง x เป็น ๒ เท่าของทาง y

Complex notation

เมื่อมีค่าคงที่เฟสหลายค่าในการรวมกันได้ของคลื่น บางครั้งเพื่อความสะดวกเรา ใช้ complex number ในการพิจารณาคลื่นฮาร์โมนิกแม่เหล็กไฟฟ้าเคลื่อนที่ไปทางทิศ $+\hat{z}$

$$\vec{E}(z,t) = \hat{x}E_x(z,t) + \hat{y}E_y(z,t)$$

$$\vec{E}(z,t) = \hat{x}E_1 \cos(kz - \omega t - \phi_1) + \hat{y}E_2 \cos(kz - \omega t - \phi_2) \quad (๘.๑๙)$$

สนามไฟฟ้าตามสมการ (๘.๑๙) เป็นส่วนจริงของ complex wave function คือ

$$\vec{E}_c(z,t) = e^{i(kz - \omega t)}(\hat{x}E_1e^{-i\phi_1} + \hat{y}E_2e^{-i\phi_2}) \quad (๘.๒๐)$$

ปริมาณ $\vec{E}_c$ มีส่วนจริงเป็นสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ สามารถคิดเป็นการรวมกันได้

$$\vec{E}_c(z,t) = A_1\vec{\psi}_1(z,t) + A_2\vec{\psi}_2(z,t) \quad (๘.๒๑)$$

เมื่อ

$$\vec{\psi}_1(z,t) = \hat{x}\, e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\vec{\psi}_2(z,t) = \hat{y}\, e^{i(kz - \omega t)} \quad (๘.๒๒)$$

$$A_1 = E_1e^{-i\phi_1}, \qquad A_2 = E_2e^{-i\phi_2} \quad (๘.๒๓)$$

Orthonormal wave function

ฟังก์ชันคลื่น $\vec{\psi}_1$ และ $\vec{\psi}_2$ เป็น complete set of orthonormal wave functions คำศัพท์ "complete" หมายความว่า คลื่นเคลื่อนที่ฮาร์โมนิกใดๆสามารถกระจายเป็น การรวมกันของ $\vec{\psi}_1$ และ $\vec{\psi}_2$ ด้วยค่าคงที่สัมประสิทธิ์ complex A_1 และ A_2 ที่เหมาะสม และคำศัพท์ "orthonormal" หมายความว่าคลื่นมีคุณสมบัติดังนี้

$$\vec{\psi}_1^*\cdot\vec{\psi}_1 = \vec{\psi}_2^*\cdot\vec{\psi}_2 = 1, \quad \vec{\psi}_1^*\cdot\vec{\psi}_2 = \vec{\psi}_2^*\cdot\vec{\psi}_1 = 0 \quad (๘.๒๔)$$

ในที่นี้เครื่องหมายดอกจันทร์ใช้แสดง complex conjugation (กล่าวคือแทนค่าของ i ด้วย

-i) ดังนั้นเรามี

$$\vec{\psi}_1^{\,*}\cdot\vec{\psi}_1 = \left[\hat{x}e^{-i(kz - \omega t)}\right]\cdot\left[\hat{x}e^{i(kz - \omega t)}\right] = \hat{x}\cdot\hat{x} = 1$$

$$\vec{\psi}_1^{\,*}\cdot\vec{\psi}_2 = \left[\hat{x}e^{-i(kz - \omega t)}\right]\cdot\left[\hat{y}e^{i(kz - \omega t)}\right] = \hat{x}\cdot\hat{y} = 0$$

เนื่องจากสภาวะ orthonormal ในสมการ(๔.๒๔) ขนาดแท้จริงยกกำลังสองของ complex vector $\vec{E}_c$ เขียนได้เป็น

$$
\begin{aligned}
|\vec{E}_c|^2 &\equiv (\vec{E}_c^{\,*})\cdot(\vec{E}_c) \\
&= (A_1^*\vec{\psi}_1^{\,*} + A_2^*\vec{\psi}_2^{\,*})\cdot(A_1\vec{\psi}_1 + A_2\vec{\psi}_2) \\
&= |A_1|^2 + |A_2|^2 \\
&= E_1^2 + E_2^2 \qquad (๔.๒๕)
\end{aligned}
$$

<u>ฟลักซ์พลังงานเฉลี่ยตามเวลาใน complex notation</u>

จากฟลักซ์พลังงานเฉลี่ยตามเวลากำหนดเป็น

$$\langle S\rangle = \frac{c}{4\pi}\langle\vec{E}^2\rangle \qquad (๔.๒๖)$$

เมื่อ

$$
\begin{aligned}
\langle\vec{E}^2\rangle &= \langle(xE_x + yE_y)^2\rangle \\
&= \langle E_x^2\rangle + \langle E_y^2\rangle \\
&= \tfrac{1}{2}E_1^2 + \tfrac{1}{2}E_2^2 \qquad (๔.๒๗)
\end{aligned}
$$

แฟคเตอร์ ½ ในบรรทัดสุดท้ายของสมการ(๔.๒๗) ได้ผลจากการเฉลี่ยกำลังสองตามเวลาของการออสซิลเลตฮาร์โมนิกในสมการ(๔.๑๔)

โดยการเปรียบเทียบสมการ(๔.๒๕) และ(๔.๒๗) เราพบว่า ปริมาณ complex $\vec{E}_c$ ซึ่งมีส่วนจริงเป็นสนามไฟฟ้า $\vec{E}$ ให้ค่าฟลักซ์พลังงานเฉลี่ยตามเวลาได้ถูกต้องเมื่อเราใช้

ครึ่งหนึ่งของขนาดแท้จริงกำลังสองของ $\vec{E}_c$ ในตำแหน่งของค่าเฉลี่ยตามเวลากำลังสองของ $\vec{E}$

$$\vec{E} = R_e\vec{E}_c = \text{ส่วนจริงของ } \vec{E}_c \qquad (๘.๒๘)$$

$$\langle\vec{E}^2\rangle = \tfrac{1}{2}|\vec{E}_c|^2 \qquad (๘.๒๙)$$

เมื่อ

$$\langle\vec{E}^2\rangle = \langle E_x^2 + E_y^2\rangle$$

$$|\vec{E}_c|^2 = |E_{xc}|^2 + |E_{yc}|^2 \qquad (๘.๓๐)$$

<u>การแทนแสงโปลาไรซ์ด้วยสัญญลักษณ์อื่น</u>

โดยทั่วไปสภาวะโปลาไรเซชันสามารถแทนด้วยการรวมกันได้ของคลื่นโปลาไรซ์เชิงเส้นตาม $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ความจริงมันมีทิศทางได้เป็นจำนวนอนันต์ที่เราสามารถเลือกเป็น $\hat{x}$ ดังนั้นจะมีจำนวนเป็นอนันต์ของการแทนโปลาไรซ์เชิงเส้นที่สามารถใช้ได้ใน complex notation เราสามารถกล่าวได้ว่ามีจำนวนอนันต์ของฟังก์ชันคลื่น complete set of orthonormal $\vec{\psi}_1$ และ $\vec{\psi}_2$ ที่สามารถใช้เป็นแบบพื้นฐานสำหรับการรวมกันได้ $\vec{E}_c$ ตัวอย่างเช่น สมมติว่าหน่วยเวคเตอร์ $\hat{e}_1$, $\hat{e}_2$ หาได้จาก $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ เดิมโดยหมุน $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ไปเป็นมุม ϕ (ในทิศทางของการหมุนจาก $\hat{x}$ ไป $\hat{y}$) ดังนั้น

$$\hat{e}_1 = \hat{x}\cos\phi + \hat{y}\sin\phi, \quad \hat{e}_2 = -\hat{x}\sin\phi + \hat{y}\cos\phi \qquad (๘.๓๑)$$

complete set of orthonormal wave function ที่สอดคล้องกับการแทนโปลาไรซ์เชิงเส้นตาม $\hat{e}_1$ และ $\hat{e}_2$ กำหนดเป็น

$$\vec{\psi}_1 = \hat{e}_1 e^{i(kz - \omega t)}, \quad \vec{\psi}_2 = \hat{e}_2 e^{i(kz - \omega t)} \qquad (๘.๓๒)$$

เราสามารถตรวจสอบว่า $\vec{\psi}_1$ และ $\vec{\psi}_2$ เป็นไปตามสภาวะ orthonormal ในสมการ(๘.๒๖) ได้ง่าย

<u>การแทนโปลาไรเซชันเชิงหมุน</u>

สภาวะโปลาไรเซชันทั่วไปของคลื่นเคลื่อนที่ฮาร์โมนิกสามารถแทนเป็นการรวมกันขององค์ประกอบโปลาไรซ์เชิงหมุนทั้งทางขวามือและทางซ้ายมือด้วยอัมปลิจูดและค่าคงที่เฟสที่เหมาะสม ตัวอย่างเช่น คลื่นโปลาไรซ์เชิงเส้นตาม $\hat{x}$ สามารถเขียนได้ทั้งแบบของ

$$\vec{E} = \hat{x}A\cos(kz - \omega t) \qquad (๘.๓๓)$$

หรือ

$$\vec{E} = \frac{A}{2}\{\hat{x}\cos[\omega t - kz] + \hat{y}\cos[(\omega t - \tfrac{1}{2}\pi) - kz]\}$$

$$+ \frac{A}{2}\{\hat{x}\cos(\omega t - kz) + \hat{y}\cos[(\omega t + \tfrac{1}{2}\pi) - kz]\} \qquad (๘.๓๔)$$

การแทนของ $\vec{E}$ ในสมการ(๘.๓๓) เป็นการแทนโปลาไรเซชันเชิงเส้นด้วยอัมปลิจูด A ส่วนการแทนของ $\vec{E}$ ในสมการ(๘.๓๔) เป็นการรวมกันขององค์ประกอบโปลาไรซ์เชิงหมุนที่มีโมเมนตัมเชิงมุมตาม $+\hat{z}$ และ $-\hat{z}$ และแต่ละองค์ประกอบมีอัมปลิจูด $\frac{1}{2}A$ สมการ complex ที่มีลักษณะเหมือนกับสมการ(๘.๓๓) และ(๘.๓๔) เป็นดังนี้

$$\vec{E}_c = A\hat{x}e^{i(kz - \omega t)} \qquad (๘.๓๕)$$

และ

$$\vec{E}_c = \tfrac{1}{2}A\left[\hat{x}e^{i(kz - \omega t)} + \hat{y}e^{i\{kz - |\omega t - (\frac{1}{2}\pi)|\}}\right]$$

$$+ \tfrac{1}{2}A\left[\hat{x}e^{i(kz - \omega t)} + \hat{y}e^{i\{kz - |\omega t + (\frac{1}{2}\pi)|\}}\right] \qquad (๘.๓๖)$$

เราใช้ความจริงที่ว่า

$$e^{i(\frac{1}{2}\pi)} = \cos\tfrac{1}{2}\pi + i\sin\tfrac{1}{2}\pi = i \qquad (๘.๓๗)$$

$$e^{-i(\frac{1}{2}\pi)} = \cos\tfrac{1}{2}\pi - i\sin\tfrac{1}{2}\pi = -i$$

เขียนสมการ(๘.๓๕) ได้ใหม่เป็น

$$\vec{E}_c = \tfrac{1}{2}A\left[(\hat{x} + i\hat{y})\,e^{i(kz - \omega t)}\right] + \tfrac{1}{2}A\left[(\hat{x} - i\hat{y})\,e^{i(kz - \omega t)}\right] \qquad (๘.๓๘)$$

เราสามารถกำหนดเซทสมบูรณ์ของฟังก์ชันคลื่นโปลาไรซ์เชิงหมุน orthonormal ด้วย

$$\vec{\psi}_{+} = \left(\frac{\hat{x} + i\hat{y}}{\sqrt{2}}\right) e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\vec{\psi}_{-} = \left(\frac{\hat{x} - i\hat{y}}{\sqrt{2}}\right) e^{i(kz - \omega t)} \qquad (๘.๓๙)$$

เราอาจจะตรวจสอบว่า $\vec{\psi}_{+}$ และ $\vec{\psi}_{-}$ เป็น orthonormal ได้เมื่อเรามี

$$\vec{\psi}_{+}^{*}\cdot\vec{\psi}_{+} = \vec{\psi}_{-}^{*}\cdot\vec{\psi}_{-} = 1 \; ; \quad \vec{\psi}_{+}^{*}\cdot\vec{\psi}_{-} = \vec{\psi}_{-}^{*}\cdot\vec{\psi}_{+} = 0 \qquad (๘.๔๐)$$

ดังนั้นสภาวะโปลาไรเซชันทั่วไปของคลื่นเคลื่อนที่ฮาร์โมนิกสามารถเขียนเป็นแบบ

$$\vec{E}_c(z,t) = A_{+}\vec{\psi}_{+} + A_{-}\vec{\psi}_{-} \qquad (๘.๔๑)$$

เมื่อ A_+ และ A_- เป็นค่าคงที่ complex สำหรับกรณีพิเศษของโปลาไรเซชันเชิงเส้นที่สอดคล้องกับสมการ(๘.๓๘) เราเห็นได้ว่า A_+ และ A_- คือ

$$A_{+} = A_{-} = \frac{1}{\sqrt{2}} A \qquad (๘.๔๒)$$

ฟลักซ์พลังงานเฉลี่ยตามเวลาในสภาวะโปลาไรเซชันทั่วไปของคลื่นเคลื่อนที่ฮาร์โมนิกกำหนดด้วย

$$\langle S\rangle = \frac{c}{4\pi} \langle \vec{E}^2\rangle \qquad (๘.๔๓)$$

เมื่อ

$$\langle \vec{E}^2\rangle = \tfrac{1}{2}|\vec{E}_c|^2$$

$$|\vec{E}_c|^2 = |A_{+}\vec{\psi}_{+} + A_{-}\vec{\psi}_{-}|^2 = |A_{+}|^2 + |A_{-}|^2 \qquad (๘.๔๔)$$

๘.๓ การผลิตคลื่นเคลื่อนที่โปลาไรซ์

ในตอนนี้เราจะศึกษาวิธีการต่างๆสำหรับผลิตสภาวะโปลาไรเซชันที่ต้องการ เช่น การบังคับโปลาไรเซชันเป็นวิธีที่ง่ายที่สุด โดยบังคับวิธีการแผ่รังสี เช่น สั่นสปริงสลิงก็หรือ การกระจายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกจากเสาอากาศ อย่างไรก็ตาม มันอาจจะเกิดการแผ่รังสีที่เราไม่สามารถบังคับมันได้ตลอด ในกรณีเช่นนี้ไม่ว่าเราจะเริ่มต้นด้วยแสงจากหลอดไฟฟ้าหรือจากดวงอาทิตย์มีปัญหาคือ เราจะเลือกสภาวะโปลาไรเซชันที่ต้องการอย่างไร จากการรวมกันอย่าง

ยุ่งยากของสภาวะที่ต่างกัน บางท้องค์ประกอบโปลาไรเซชันที่เราไม่ต้องการสามารถถูกกลืนได้ด้วยแผ่นโปลารอยด์ หรือบางทีเราสามารถจัดให้แสงสะท้อนขององค์ประกอบโปลาไรเซชันที่ไม่ต้องการนี้สะท้อนด้วยจำนวนน้อยจนเกือบเป็นศูนย์ ดังนั้นเราพิจารณาเฉพาะรังสีสะท้อนเท่านั้น การเลือกรังสีสะท้อนชนิดนี้ทำให้ท้องฟ้าโปลาไรซ์เป็นสีน้ำเงินนั่นเอง

โปลาไรเซชันโดยเลือกการแผ่รังสี

เมื่อเราสั่นสปริงสลิงกี หมายถึงเราบังคับสถานะโปลาไรเซชันของคลื่น ด้วยทิศทางของการสั่น ทำนองเดียวกัน คลื่นวิทยุหรือคลื่นสั้นกระจายออกจากเสาอากาศมีโปลาไรเซชันซึ่งขึ้นกับการเคลื่อนที่ของอีเลคตรอนในเสาอากาศ ถ้าเสาอากาศเป็นเส้นลวดตรงตั้งฉากกับ $\hat{z}$ อีเลคตรอนที่ออสซิลเลตตามแนวเส้นลวดจะกระตุ้นเส้นแรงไฟฟ้าในทิศทางนั้น ทำให้เกิดคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าแผ่ออกไปตาม $\hat{z}$ เป็นโปลาไรซ์เชิงเส้นที่มีสนามไฟฟ้าขนานกับเสาอากาศ ส่วนรังสีที่แผ่ออกไปในทิศทางอื่นเป็นโปลาไรซ์เชิงเส้นตามทิศทางของเงาของเสาอากาศที่ตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ ถ้ามีเสาอากาศเส้นตรงเส้นหนึ่งขนานตาม $\hat{x}$ และอีกเส้นหนึ่งขนานตาม $\hat{y}$ และเสาอากาศถูกกระตุ้นด้วยสองกระแสที่เท่ากันซึ่งมีเฟสเดียวกัน ทำให้เกิดรังสีแผ่ออกตาม $\pm\hat{z}$ เป็นโปลาไรซ์เชิงเส้นตามทิศทาง ๔๕ องศาระหว่าง $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ถ้ากระแส x มีอัมปลิจูดเท่ากับกระแส y แต่นำหน้า y ด้วยเฟส ๙๐ องศา รังสีแม่เหล็กไฟฟ้าที่แผ่ออกตามแกน $+\hat{z}$ หรือ $-\hat{z}$ จะเป็นโปลาไรซ์เชิงหมุนด้วยโมเมนตัมเชิงมุมไปตาม $+\hat{z}$ รังสีที่กระจายไปตาม $+\hat{z}$ เป็นไปตามทิศมือขวา ส่วนรังสีที่กระจายไปตาม $-\hat{z}$ เป็นไปตามทิศมือซ้าย สำหรับโปลาไรเซชันของรังสีที่กระจายในทิศทางใดๆจากระบบของสองเสาอากาศมีลักษณะเหมือนกับการออสซิลเลตของประจุเป็นจุด (point charge) q อธิบายได้ด้วยการเคลื่อนที่เชิงหมุน

$$\vec{\psi} = A\left[\hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\sin\omega t\right] \qquad (๔.๔๔)$$

จากจุดสังเกตใดๆเห็นได้ว่าเงาของการเคลื่อนที่เชิงหมุนของประจุเหมือนกับการเคลื่อนที่รูปไข่ (elliptical motion) ดังนั้นโปลาไรเซชันสำหรับทิศทางการแผ่กระจายทั่วไปเป็นรูปไข่

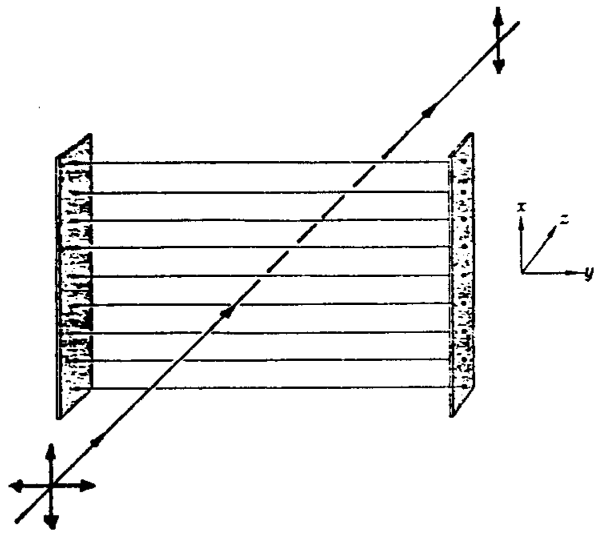
โปลาไรเซชันโดยเลือกการดูดกลืน

มีสถานะโปลาไรเซชันทั่วไปอีกวิธีหนึ่งที่ผลิตโปลาไรเซชันตามต้องการได้คือ การกรองหรือกลั่นองค์ประกอบที่ไม่ต้องการของคลื่นด้วยการจัดให้มันทำงานบนส่วนเคลื่อนที่ (moving parts) บางอย่าง แต่องค์ประกอบที่ต้องการไม่ทำงาน ตัวอย่างเช่น พิจารณาคลื่นนิ่งบนสลิงกี สมมติ $\hat{z}$ เป็นแนวราบ (ตามยาวสลิงกี) $\hat{y}$ เป็นแนวดิ่ง และ $\hat{x}$ เป็นแนวราบ โดยใช้เครื่องตีไข่มวลเบาทางแนวดิ่งผูกติดกับก้านมวลเบากวนน้ำในถัง ก้านสูบทำให้เกิดการสั่นตามองค์ประกอบ y ได้คลื่นนิ่งที่มีทั้งการสั่นตาม $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ในปริมาณเท่ากัน การสั่นตาม $\hat{y}$ จะค่อยๆลดน้อยลงเนื่องจากพลังงานของมันสูญเสียไปกลายเป็นความร้อนในน้ำในถัง

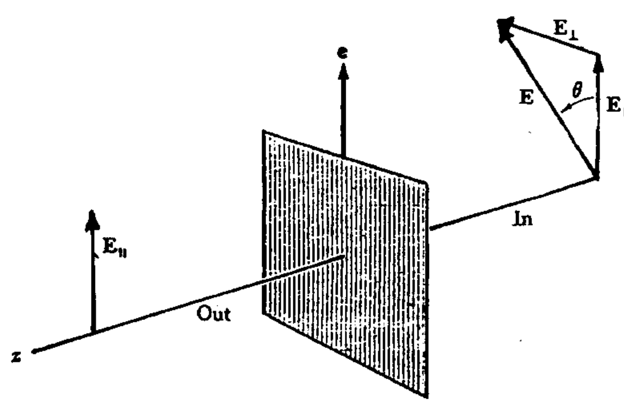
กลุ่มของเส้นลวด (Skein of wire)

ในกรณีของคลื่นสั้น เราสามารถตัดหรือกรององค์ประกอบที่ไม่ต้องการออก โดยเลือกให้เกิดการดูดกลืนด้วยกลุ่มของลวดเหนี่ยวนำวางขนานกันในแนว $\hat{y}$ ตามรูป ๘.๔ สมมติว่าสนามไฟฟ้าในรังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าตกกระทบ (รังสีคลื่นสั้น) มีทั้งองค์ประกอบตาม x และ y เราอาจจะแยกพิจารณาผลของเส้นลวดบนองค์ประกอบทั้งสอง ครั้งแรกพิจารณาองค์ประกอบ y ตามยาวของเส้นลวดก่อน สนามไฟฟ้าของรังสีตกกระทบกระตุ้นอีเลกตรอนเคลื่อนที่ไปตามเส้นลวด เส้นลวด (ทำด้วย copper หรือเงินหรือสารตัวนำที่ดีใดๆ) กระทำเป็น resistive load อีเลกตรอนในลวดเหนี่ยวนำถูกเร่งจนมีความเร็วสุดท้ายในเวลาสั้นกว่าคาบเวลาของคลื่นสั้น (อาจจะมีความถี่ ๑๐๐๐ Mc) เมื่อสนามไฟฟ้ากระทำต่ออีเลกตรอนมันจะถ่ายเทพลังงานบางส่วนให้แก่เส้นลวด ทำให้อะตอมภายในเส้นลวดเกิดการชนกันและแผ่รังสีออกในทิศทางข้างหน้าเดียวกับรังสีสะท้อนเกิดการแทรกสอดอย่างหักล้างกัน และหักล้างจนเป็นศูนย์ ในทางกลับกัน รังสีเนื่องจากการเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนที่ถูกเร่งตาม $\hat{y}$ ให้คลื่นสะท้อนตามทิศ $-\hat{z}$ ดังนั้นกลุ่มของเส้นลวดกำจัดองค์ประกอบ y

ต่อไปพิจารณาองค์ประกอบ x อีเลกตรอนในเส้นลวดไม่มีอิสระในการเคลื่อนที่ตาม $\hat{x}$ เพราะว่ามันไม่สามารถหลุดออกจากเส้นลวดได้ ขณะที่อีเลกตรอนถูกเร่งจนมีความเร็วสุดท้าย มันจะสร้างประจุที่ผิวขึ้นทันทีทันใดตาม $+\hat{x}$ และ $-\hat{x}$ ตรงขอบของเส้นลวด เมื่อสนามเกิด



รูป ๘.๔ แสดงกลุ่มของเส้นลวดดูดกลืนคลื่นสั้นที่มีสนาม E ตาม $\hat{y}$.



รูป ๘.๔ แสดง perfect polarizer. แกนสำหรับการส่งผ่านได้ง่ายของ E ไปตาม $\hat{e}$. $E_\parallel$ เป็นองค์ประกอบของ E ขนานกับ $\hat{e}$ สามารถผ่านไปได้ ส่วนองค์ประกอบอื่น $E_\perp$ ถูกดูดกลืนหมด.

เนื่องจากประจุที่ผิวหักล้างกับสนามตกกระทบอย่างพอเหมาะทำให้อีเลกตรอนหยุดวิ่ง เหตการณ์นี้เกิดขึ้นในเวลาสั้นกว่าคาบเวลาของคลื่นสั้น ดังนั้นอีเลกตรอนอยู่ในสภาวะสมดุลย์สถิตย์ด้วยไม่มีความเร็วหรือความเร่ง มันจะไม่ถูกดูดกลืนพลังงานหรือไม่แผ่รังสี ทำให้องค์ประกอบ x ของรังสีไม่มีผลเปลี่ยนแปลงสามารถผ่านไปได้

โปลารอยด์ (Polaroid) ในปี ค.ศ. ๑๙๓๘ Edwin H. Land ได้ผลิตโปลารอยด์สำเร็จ ซึ่งแผ่นโปลารอยด์ประพฤติเหมือนกับตะแกงลวด ในอุตสาหกรรมแผ่นโปลารอยด์ทำด้วยแผ่นพลาสติค (plastic) ซึ่งประกอบด้วยโมเลกุลไฮโดรคาร์บอนเกาะกันยาวเรียงในแนวเดียวกัน แล้วนำแผ่นพลาสติคนี้จุ่มลงในสารละลายไอโอดีน สารไอโอดีนเกาะติดกับโมเลกุลของไฮโดรคาร์บอนที่เกาะกันยาวๆ ทำให้มีอีเลกตรอนเหนี่ยวนำที่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวยาวของลูกโซ่ไฮโดรคาร์บอน แต่ไม่สามารถเคลื่อนที่ในแนวตั้งฉากกับมัน ลักษณะเช่นนี้จะมีผลเหมือนกับเส้นลวดตามแนวลูกโซ่ไฮโดรคาร์บอน คือสนามไฟฟ้าที่มีองค์ประกอบตามแนวเส้นลวดจะถูกดูดกลืน ส่วนองค์ประกอบตามแนวตั้งฉากกับเส้นลวดผ่านไปได้ แผ่นโปลารอยด์มีแกนที่เรียกว่าแกนของการส่งผ่านได้ง่าย ถ้า $\vec{E}$ อยู่ในแนวแกนนี้ แสงส่งผ่านไปได้โดยมีการดูดกลืนเล็กน้อย ถ้า $\vec{E}$ ตั้งฉากกับแกนการส่งผ่านได้ง่าย แสงเกือบทั้งหมดจะถูกดูดกลืน แกนการส่งผ่านได้ง่ายนี้ตั้งฉากกับทิศทางของการขึงของแผ่นพลาสติค หรือมันตั้งฉากกับเส้นลวดนั่นเอง

เมื่อเรามองดูแผ่นกระดาษสีขาวผ่านแผ่นโปลารอยด์ จะเห็นกระดาษเป็นสีน้ำตาล ที่เป็นเช่นนั้นเพราะว่า ครึ่งหนึ่งของแสงที่มาจากกระดาษถูกดูดกลืนโดยโปลารอยด์ ทำให้เรามองเห็นกระดาษมืดลง ในทางตรงกันข้ามแผ่นของ cellophane สะอาด (หรือแผ่นพลาสติคใสชนิดอื่น) สามารถให้แสงตกกระทบผ่านไปได้เกือบทั้งหมด

Perfect polarizer-Malus's law

Perfect polarizer เราหมายถึง โปลารอยด์ "HN-50 " เป็นโปลารอยด์ที่สามารถตัดแสงได้ ๕๐ % และให้แสงผ่านได้ ๕๐ % โดยไม่คิดความเข้มทั้งหมดที่สูญเสียไปเนื่องจากการสะท้อนที่ผิว (ตามปกติ perfect polarizer ไม่มีจริง เพียงแต่นำมาใช้อธิบายได้ง่ายกว่าโปลารอยด์จริง) สมมติว่า องค์ประกอบที่ไม่ต้องการถูกดูดกลืนหมดเหลือแต่องค์ประกอบที่ต้องการ (คือ $\vec{E}$ ที่ขนานกับแกนการส่งผ่านได้ง่ายหรือตั้งฉากกับลูกโซ่ไฮโดรคาร์บอน)

ผ่านไปได้ทั้งหมด ถ้าแสงโปลาไรซ์เชิงเส้นตกกระทบตั้งฉากตาม $\hat{z}$ ด้วยอัมปลิจูดของสนามไฟฟ้าตามขวาง $\vec{E}$ และถ้า $\hat{e}$ เป็นทิศทางของการส่งผ่านได้ง่ายของ perfect polarizer ดังนั้นมีเพียงองค์ประกอบอัมปลิจูด $(\vec{E}\cdot\hat{e})\hat{e}$ ผ่านไปได้ ฟลักซ์พลังงานส่งผ่าน I_{out} มีค่าน้อยกว่าฟลักซ์พลังงานตกกระทบ I_{in} ด้วยแฟคเตอร์ $(\vec{E}\cdot\hat{e})^2/(\vec{E}^2)$ ดังนั้น

$$I_{out} = I_{in}\cos^2\theta \equiv I_{in}(\hat{E}\cdot\hat{e})^2$$

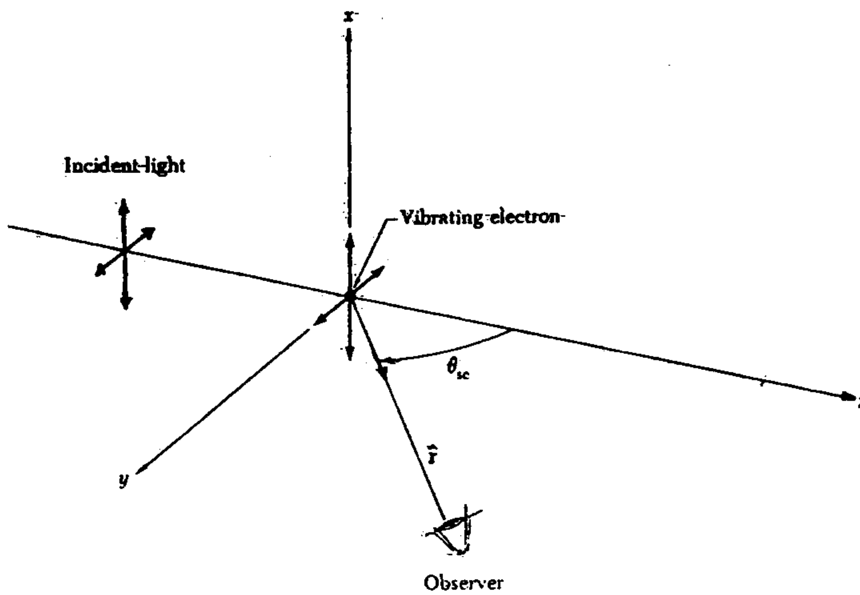
เมื่อ $\hat{E} = \vec{E}/|\vec{E}|$ เป็นเวคเตอร์หนึ่งหน่วยตามทิศทางของ $\vec{E}$ สมการ(๘.๙๖) เรียกว่า Malus's law ดูรูป ๘.๕

โปลารอยด์สองแผ่นต่อเนื่องกันหมายเลข ๑ และ ๒ มีแกนส่งผ่านได้ง่าย $\hat{e}_1$ และ $\hat{e}_2$ ต่างกัน ๙๐ องศาซึ่งกันและกัน เรียกว่า โปลารอยด์ "กากบาท" (crossed) โปลารอยด์แผ่นแรกให้ $\vec{E}$ ผ่านไปได้ตาม $\hat{e}_1$ เท่านั้น และแผ่นที่ ๒ จะดูดกลืนสนามที่ผ่านมานี้ทั้งหมด ดังนั้นไม่มีแสงใดๆผ่านไปยังข้างหลังของแผ่นที่ ๒ ได้ อย่างไรก็ตามถ้าเราเอาแผ่นโปลารอยด์ที่สามวางไว้ระหว่างโปลารอยด์กากบาท สนามส่งผ่านไม่เป็นศูนย์ถ้าหากว่า $\hat{e}_3$ ไม่เป็นไปตาม $\hat{e}_1$ หรือ $\hat{e}_2$

<u>โปลาไรเซชันโดยการกระจัดกระจายทิศทางเดียว</u>

ในวันที่อากาศแจ่มใสเรามองดูท้องฟ้าผ่านแผ่นโปลารอยด์โดยถือใกล้กับตาของเราเพื่อมองเห็นได้รอบกว้าง หมุนแผ่นโปลารอยด์ไปรอบๆเราจะเห็นรอยมืดผ่านท้องฟ้าไป นั่นคือแสงที่มาจากส่วนโปลาไรซ์อย่างมากของท้องฟ้า วัดมุมระหว่างเส้นเชื่อมศรีษะของผู้สังเกตกับดวงอาทิตย์และเส้นเชื่อมศรีษะของผู้สังเกตกับบริเวณที่แสงจากท้องฟ้ามีการโปลาไรซ์มากที่สุด เราจะพบว่ามีค่าประมาณ ๙๐ องศา วัดทิศทางโปลาไรเซชันซึ่งคือแนวแกนของการส่งผ่านได้ง่ายของโปลารอยด์

ต่อไปอธิบายโปลาไรเซชันของท้องฟ้าสีน้ำเงิน คือให้ $\hat{z}$ เป็นทิศทางของการเคลื่อนที่ของแสงจากดวงอาทิตย์ไปยังโมเลกุลของอากาศ ณ ที่ใดที่หนึ่งบนท้องฟ้า (ดูรูป ๘.๖) สนามไฟฟ้าในแสงอาทิตย์ไม่เป็นโปลาไรซ์ อีเลกตรอนในโมเลกุลอากาศถูกกระตุ้นจากแสงตกกระทบทำให้มันออสซิลเลตในทิศทางการเคลื่อนที่รวมกันของ $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ (ทิศทางตามขวางกับ $\hat{z}$)



รูป ๘.๖ แสดงโปลาไรเซชันโดยการกระจัดกระจายทิศทางเดียว เลือกแกน $\hat{y}$ ให้อยู่บนระนาบของ $\hat{z}$ และ $\hat{r}$. ผู้สังเกตเห็นเงาการเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนทาง $\hat{x}$ แต่เขาเห็นเงาอัมปลิจูดทาง $\hat{y}$

อีเลกตรอนที่ออสซิลเลตจะแผ่รังสีในทุกทิศทางแต่ไม่เท่ากัน เราทราบแล้วว่าอัมปลิจูดและทิศทางโปลาไรเซชันของรังสีสนามไฟฟ้าจากประจุจุดเดียวเป็นไปตามเงาอัมปลิจูดของการเคลื่อนที่ของประจุที่ออสซิลเลต ผู้สังเกตสามารถเห็นได้เมื่อมองไปยังประจุกำลังออสซิลเลตแผ่รังสี เงาอัมปลิจูดของการเคลื่อนที่เราหมายถึงอัมปลิจูดขององค์ประกอบเวคเตอร์การเคลื่อนที่ของอีเลกตรอน ซึ่งตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ $\hat{r}$ จากประจุออสซิลเลตไปยังผู้สังเกต ถ้า $\hat{r}$ อยู่ในแนว $\hat{y}$ ผู้สังเกตจะเห็นเพียงองค์ประกอบ $\hat{x}$ ของการเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนเท่านั้น ดังนั้นผู้สังเกตเห็นรังสีเป็นโปลาไรซ์เชิงเส้นตาม $\hat{x}$ 100% ความเข้มแสงเป็นเพียงครึ่งหนึ่งของความเข้มแสงในแนว $\hat{z}$ ที่สามารถเห็นได้ทั้งการเคลื่อนที่ $\hat{x}$ และ $\hat{y}$ ของอีเลกตรอน

โปลาไรเซชันโดยการสะท้อนลักษณะกระจกเงา Brewster's angle

เมื่อเรามองดูการสะท้อนของแสงบนผิวเรียบของแก้วหรือน้ำ และตรวจสอบโปลา-

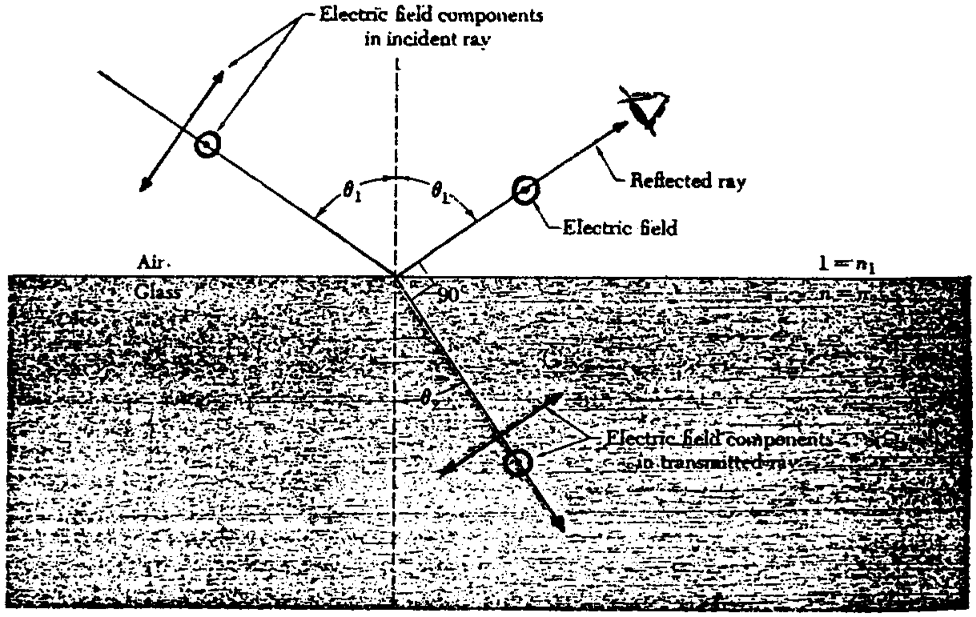
ไรเซชันของแสงตกกระทบด้วยแผ่นโปลารอยด์ เราจะพบว่ามุมของแสงตกกระทบประมาณ ๕๖ องศา (วัดจากรังสีตกกระทบถึงเส้นปกติของผิว) สำหรับแก้วที่มีดัชนีหักเห n = ๑.๕ หรือที่มุมของแสงตกกระทบประมาณ ๕๓ องศาสำหรับน้ำ (ดัชนีหักเหประมาณ ๑.๓๓) แสงสะท้อนเป็นโปลาไรซ์เชิงมุม ๑๐๐% ขนานกับผิว มุมเฉพาะของการตกกระทบเรียกว่ามุมของ Brewster ดังนั้น โดยการหมุนโปลารอยด์ไปยังตำแหน่งที่เหมาะสม เราสามารถกำจัดแสงสะท้อนได้ทั้งหมดถ้ามุมตกกระทบอยู่ที่มุมของ Brewster

สำหรับมุมใดๆของการตกกระทบ ให้มุมของรังสีตกกระทบและรังสีสะท้อนเป็น θ_1 และ θ_2 สัมพันธ์กันด้วยกฎของ Snell

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad (๘.๔๗)$$

ถ้ารังสีตกกระทบและรังสีสะท้อนทำมุมเท่ากันกับเส้นปกติ (เรียกว่ากฎของการสะท้อน) ดังนั้นที่มุมเฉพาะของแสงตกกระทบ θ_1 ซึ่ง $\theta_1 + \theta_2$ เป็น ๙๐ องศา รังสีสะท้อนทำมุม ๙๐ องศากับรังสีหักเห (หรือรังสีส่งผ่าน) ตามรูป ๘.๗ ทิศทางของการออสซิลเลตของอีเลกตรอนในแก้วเป็นตามขวางกับทิศทางของรังสีส่งผ่าน สำหรับมุมใดๆของการตกกระทบ องค์ประกอบของการเคลื่อนที่อีเลกตรอนที่ตั้งฉากกับระนาบของแสงตกกระทบเป็นแสงที่เห็นได้ทั้งหมด เมื่อผู้สังเกตมองในทิศทางของแสงสะท้อนและองค์ประกอบของการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับทิศทางของการเคลื่อนที่จากอีเลกตรอนไปยังผู้สังเกต (หรือทิศทางของรังสีสะท้อน) อย่างไรก็ดีองค์ประกอบของการเคลื่อนที่อีเลกตรอนที่อยู่ในระนาบของรังสีตกกระทบที่ไม่ได้ตั้งฉากกับทิศทางของรังสีสะท้อน มีเพียงองค์ประกอบของเงาการเคลื่อนที่ตั้งฉากกับรังสีสะท้อนมีส่วนทำให้เกิดการแผ่รังสีสะท้อน ที่มุมของ Brewster ของการตกกระทบองค์ประกอบของการเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนในระนาบของรังสีตกกระทบอยู่ในแนวเส้นตรงจากอีเลกตรอนไปยังผู้สังเกตและไม่ทำให้เกิดแสงสะท้อน ดังนั้นแสงสะท้อนเป็นโปลาไรซ์ที่สมบูรณ์ตั้งฉากระนาบของรังสีตกกระทบ จากรูป ๘.๗ เราเห็นได้ว่าสภาวะนี้สอดคล้องกับ $\theta_1 + \theta_2$ เท่ากับ ๙๐ องศา ดังนั้น สมการ(๘.๔๗) ให้ [เมื่อใช้ $n_1 = 1$, $n_2 = n$ และ $\sin\theta_2$ เท่ากับ $\sin(๙๐^\circ - \theta_1)$ ซึ่งคือ $\cos\theta_1$]

$$\tan\theta_1 = n \qquad \theta_1 = \text{Brewster's angle} \quad (๘.๔๘)$$



รูป ๘.๗ แสดงมุมของ Brewster

<u>ความสัมพันธ์เฟสสำหรับแสงสะท้อนบนผิวเรียบ</u>

ความสัมพันธ์เฟสระหว่างแสงตกกระทบ แสงส่งผ่าน และแสงสะท้อนมีดังนี้ คลื่นส่งผ่านมีเฟสเหมือนกับคลื่นตกกระทบเสมอเป็นเช่นเดียวกับคลื่นสะท้อนและคลื่นส่งผ่านบนเส้นเชือก คลื่นตกกระทบมาจากแรงเคลื่อนทำให้เกิดคลื่นส่งผ่านด้วยสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเป็นค่าบวก เพราะว่าแรงเคลื่อนที่เกิดจากคลื่นตกกระทบเป็นเช่นเดียวกับแรงเคลื่อนที่ทำให้เกิดคลื่นตกกระทบเดิม คลื่นส่งผ่านเกิดเนื่องจากต้นกำเนิดแสงเป็นส่วนใหญ่ และยังเกิดเนื่องจากการแผ่รังสีจากอีเลกตรอนในแก้วที่ถูกกระตุ้นเป็นส่วนน้อย ส่วนคลื่นสะท้อนเกิดเนื่องจากการแผ่รังสีจากอีเลกตรอนที่ถูกกระตุ้นทั้งหมด เราทราบแล้วว่าเมื่อคลื่นตกกระทบตั้งฉาก สัมประสิทธิ์การสะท้อนสำหรับสนามไฟฟ้าเป็นลบ และเรายังทราบอีกว่าสนามไฟฟ้าสะท้อนเกิดจากการรวมกันของส่วนที่มาจากเงาเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนที่ผู้สังเกตมองที่คลื่นสะท้อน การเคลื่อนที่ของอีเลกตรอนเป็นไปตามสนามไฟฟ้าส่งผ่าน ดังนั้น ความสัมพันธ์เฟสทั้งหมดเมื่อคลื่นตกกระทบตั้งฉากสามารถกล่าว

ได้ว่า สำหรับแสงตกกระทบจากอากาศไปยังแก้ว ผู้สังเกตมองดูที่แสงสะท้อนจะเห็นอัมปลิจูดที่เป็นลบของเงาอัมปลิจูดของสนามส่งผ่านขณะที่เงาตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผู้สังเกตมองดู ข้อความนี้เป็นจริงเสมอไม่เพียงเฉพาะสำหรับการตกกระทบตั้งฉากแต่สำหรับมุมตกกระทบทั้งหมด

<u>ความสัมพันธ์ความเข้มสำหรับแสงสะท้อน</u>

โดยใช้โปลารอยด์และแผ่นฟิล์มขนาดเล็กเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า องค์ประกอบโปลาไรเซชันเชิงเส้นที่ตั้งฉากกับระนาบของการตกกระทบมีการสะท้อนด้วยความเข้มเพิ่มขึ้นทีละเล็กทีละน้อย ขณะที่มุมของการตกกระทบเพิ่มขึ้นจาก ๐ องศา (ตกกระทบตั้งฉาก) ถึง ๙๐ องศา (ตกกระทบครูดไปกับผิว) การตกกระทบตั้งฉาก มีประมาณ ๔ % ของความเข้มแสงสะท้อนจากผิวเดียว และประมาณสองเท่าของความเข้มนี้สะท้อนจากแผ่นฟิล์มขนาดเล็กที่มีสองผิว การตกกระทบครูดไปกับผิว มี ๑๐๐ % ของแสงสะท้อนกลับหมด สำหรับองค์ประกอบโปลาไรซ์ในระนาบของการตกกระทบ ความเข้มแสงสะท้อนจากสองผิวของแผ่นฟิล์มขนาดเล็กมีค่าลดลงจากประมาณ ๘ % ที่ตกกระทบตั้งฉากถึงศูนย์ที่มุมของ Brewster (๕๖ องศา) และมีค่าเพิ่มขึ้นทีละน้อยจนถึง ๑๐๐ % เมื่อตกกระทบครูดไปกับผิว

๘.๔ การหักเหสองแนว (Double refraction)

ในตอน ๘.๓ เราได้ศึกษาการเปลี่ยนสถานะของโปลาไรเซชันของลำคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า โดยเลือกใช้การดูดกลืนหรือการสะท้อนขององค์ประกอบที่ไม่ต้องการ ในตอนนี้เราจะศึกษาการเปลี่ยนสถานะโปลาไรเซชันโดยการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์เฟสขององค์ประกอบคู่นั้น จัดให้แกนการส่งผ่านได้ง่ายของสองแผ่นโปลารอยด์อยู่ในแนวไขว้กันหรือตั้งฉากกัน ปรากฏว่าไม่มีแสงผ่านแผ่นทั้งสองไปได้ แต่ถ้านำแผ่น cellophane (กระดาษแก้วหรือแผ่นพลาสติกใสบางๆ) สอดกั้นระหว่างกลางแผ่นโปลารอยด์แสงจึงผ่านไปได้ เนื่องจากว่าแผ่น cellophane เป็นวัตถุโปร่งใสและไม่สามารถดูดกลืนแสง ดังนั้นมีเพียงวิธีเดียวที่มันสามารถเปลี่ยนโปลาไรเซชันของแสงได้คือ เปลี่ยนความสัมพันธ์เฟสขององค์ประกอบโปลาไรซ์ให้ต่างกัน

ต่อไปหมุนแผ่น cellophane ระหว่างแผ่นโปลารอยด์โดยยังคงรักษาให้โปลารอยด์ไขว้กัน เราจะพบว่ามีสองมุมที่เป็น ๙๐ องศาห่างจากกัน (ในการหมุน ๑๘๐ องศา)

ปรากฏว่าแผ่น cellophane มีผลต่อโปลารอยด์มากที่สุด และมีสองมุมที่เป็น ๙๐ องศาห่างจากกันปรากฏว่าแผ่น cellophane ไม่มีผลแต่อย่างไร ดังนั้น cellophane จะมีสองทิศทางที่ต่างกัน และเรียงตัวห่างกัน ๙๐ องศาซึ่งกันและกัน และอยู่ในระนาบของ cellophane ซึ่งมีผลต่อคุณสมบัติของการเปลี่ยนความสัมพันธ์เฟสในองค์ประกอบโปลาไรซ์ต่างกันของแสงทั้งสองทิศทางนี้ให้อยู่ในแกนที่ตั้งฉากกันเรียกว่า แกนทัศนศาสตร์ (optic axes) แกนทัศนศาสตร์ทั้งสองให้ค่าคงที่ dielectric ต่างกันทั้งสองทิศทาง ดังนั้นค่าดัชนีหักเหของแผ่นพลาสติดใสมีค่าต่างกันสำหรับสองทิศทางนี้ด้วย แสดงว่าความเร็วเฟสในแกนทั้งสองไม่เท่ากัน เราเรียกแกนทัศนศาสตร์ที่ให้ค่าดัชนีหักเหมากกว่าเป็น แกนวิ่งช้า (slow axis เนื่องจากค่าดัชนีหักเหมากกว่าหมายถึงความเร็วเฟสช้ากว่า) และแกนทัศนศาสตร์อีกแกนหนึ่งเรียกว่า แกนวิ่งเร็ว (fast axis) เราเรียกดัชนีหักเหที่สอดคล้องกับแกนทั้งสองเป็น n_s และ n_f (ใช้ f สำหรับวิ่งเร็ว และ s สำหรับวิ่งช้า) ด้วย $n_s > n_f$ แผ่น cellophane หรือ พลาสติก หรือวัตถุอื่นที่มีคุณสมบัติเหล่านี้ เรียกว่า retardation plate

เราทดสอบผลของแผ่น retardation ต่อคลื่นเคลื่อนที่ระนาบแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตกกระทบตั้งฉากกับองค์ประกอบตามแกนวิ่งช้า $\hat{e}_s \equiv \hat{x}$ และแกนวิ่งเร็ว $\hat{e}_f = \hat{y}$ สมมติว่า สำหรับ $z < 0$ เป็นสุญญากาศ และแผ่น retardation เริ่มต้นที่ $z = 0$ ถึง $z = \Delta z$ ต่อจากนั้นเป็นสุญญากาศอีก การออสซิลเลตของสนามไฟฟ้าของคลื่นตกกระทบที่ $z = 0$ กำหนดด้วยส่วนเป็นจริงของปริมาณ complex

$$\vec{E}_c(0,t) = e^{i\omega t}\left[\hat{x}A_s e^{i\phi_s} + \hat{y}A_f\, e^{i\phi_f}\right] \qquad (๘.๔๙)$$

อัมปลิจูด A_s และ A_f และค่าคงที่เฟส ϕ_s และ ϕ_f เป็นค่าใดๆ ต่อไปพิจารณาคลื่นส่งผ่านเข้าไปในแผ่น retardation ระหว่าง $z = 0$ และ Δz โดยไม่คิดถึงการสูญเสียไปเนื่องจากการสะท้อนที่ผิวแรก และแทนค่า ωt ด้วย $\omega t - kz$ ในสมการ(๘.๔๙) แต่เราต้องจำว่า k ไม่เป็นเหมือนตอนแรกสำหรับ $\vec{E}$ ตาม $\hat{e}_s$ และตาม $\hat{e}_f$ แต่ k เป็นปฏิภาคตรงกับค่าดัชนีหักเหและมีค่าเป็น $n\omega/c$ ดังนั้น ภายในแผ่น retardation เรามี

$$(๘.๕๐) \qquad \vec{E}_c(z,t) = e^{i\omega t}\left[\hat{x}A_s e^{i\phi_s}\, e^{-in_s\omega z/c} + \hat{y}A_f e^{i\phi_s}\, e^{-in_f\omega z/c}\right]$$

ขณะที่คลื่นเคลื่อนที่ผ่านแผ่น retardation หนา Δz แต่ละองค์ประกอบมีเฟสต่างกันช้ากว่าเฟสที่มันควรจะมีในขณะเคลื่อนที่ผ่านสูญญากาศ (ด้วย $n = 1$) สำหรับองค์ประกอบ s มุมเฟส retardation ช้ากว่า กำหนดด้วย $(n_s - 1)\omega\Delta z/c$

$$\text{phase retardation ของ } E_s \text{ เทียบกับสูญญากาศ} = (n_s - 1)\frac{\omega\Delta z}{c} \quad (๔.๔๑)$$

ทำนองเดียวกัน เรามี

$$\text{phase retardation ของ } E_f \text{ เทียบกับสูญญากาศ} = (n_f - 1)\frac{\omega\Delta z}{c} \quad (๔.๔๒)$$

โดยการลบสมการ(๔.๔๒) ออกจากสมการ(๔.๔๑) เราพบว่า retardation ในเฟสของ E_s เทียบกับ E_f ด้วย

$$\text{phase retardation ของ } E_s \text{ เทียบกับ } E_f = (n_s - n_f)\frac{\omega\Delta z}{c} \quad (๔.๔๓)$$

$$= (n_s - n_f)\frac{2\pi\Delta z}{\lambda_{vac}}$$

เมื่อ λ_{vac} คือความยาวคลื่นในสูญญากาศ สมมติว่าแสงโปลาไรซ์เชิงเส้นตกกระทบมี E ตาม ๔๕ องศา ระหว่างเส้นตรง $\hat{e}_s$ และ $\hat{e}_f$ ดังนั้น A_s และ A_f มีค่าเท่ากัน และ ϕ_s และ ϕ_f มีค่าเท่ากันเช่นกัน และถ้าความหนาของแผ่นมีค่าเท่ากัน องค์ประกอบวิ่งช้าอยู่ล้าหลังกว่าองค์ประกอบวิ่งเร็วด้วยหนึ่งส่วนสี่รอบ หรือมันมีมุมเฟส retardation ล้าหลังด้วย $\frac{1}{2}\pi$ เทียบกับองค์ประกอบวิ่งเร็ว แผ่น retardation นี้เรียกว่า แผ่นเสี้ยวคลื่น (quater-wave plate) ดังนั้น คลื่นเคลื่อนที่ในแผ่นชนิดนี้มีอัมปลิจูดเท่ากันสำหรับองค์ประกอบวิ่งช้าและวิ่งเร็ว และองค์ประกอบวิ่งเร็วนำหน้าองค์ประกอบวิ่งช้าด้วย ๙๐ องศาในเฟส หมายความว่าเรามีแสงโปลาไรซ์เชิงหมุนที่หมุนจาก $\hat{e}_f$ ไปยัง $\hat{e}_s$ สำหรับแผ่น retardation ที่หนาเป็นสองเท่าของแผ่นเสี้ยวคลื่น เรียกว่าเป็น แผ่นครึ่งคลื่น (haft-wave plate) ซึ่งเปลี่ยนแสงโปลาไรซ์เชิงเส้นไปเป็นแสงโปลาไรซ์เชิงเส้นด้วยทิศทางโปลาไรเซชันของทางออกที่หาได้จากการสะท้อนของทางเข้าในหนึ่งแกนทัศนศาสตร์ ดังนั้น แผ่นครึ่งคลื่นทำให้องค์ประกอบเชิงเส้นของอัมปลิจูดตกกระทบกลับเครื่องหมาย หรืออาจเปลี่ยนแสงโปลาไรซ์เชิงหมุนตามมือ

ขวาไปเป็นแสงโปลาไรซ์เชิงหมุนตามมือซ้ายหรือกลับกัน

วัตถุที่มีโครงสร้างของผลึกส่วนมากแสดงการหักเหสองแนว ถ้ามันมีเพียงทิศทางเดียวเช่นในสารอสมลักษณ์ (anisotropy)เรียกเป็น แกนเดี่ยว (uniaxial) ทิศทางตามแกนของสารอสมลักษณ์เรียกว่า ทิศทาง "อปกติ" (" extraordinary ") และอีกสองทิศทางตั้งฉากกับแกนเดี่ยวเรียกว่า ทิศทาง "ปกติ" (" ordinary") ค่าดัชนีหักเหที่สอดคล้องกับทิศทางเหล่านี้เรียกเป็น n_e และ n_o (e สำหรับรังสีอปกติ และ o สำหรับรังสีปกติ) สำหรับทิศทางตาม e และ o แกนของอสมลักษณ์สามารถเป็นได้ทั้งแกนวิ่งเร็วหรือแกนวิ่งช้าขึ้นอยู่กับโครงสร้างผลึกของวัตถุ เช่นในตาราง ๘.๑ ได้แสดงค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงของความถี่ ๕๘๙๐ Å (เป็นแสงสีเหลืองที่กระจายออกจากอะตอมโซเดียม)

ตาราง ๘.๑ ผลึกแกนเดี่ยวของวัตถุบางอย่าง

วัตถุ	n_e	n_o	แกน e
Quartz	๑.๕๕๓	๑.๕๔๔	วิ่งช้า
Calcite	๑.๔๘๖	๑.๖๕๘	วิ่งเร็ว
Ice	๑.๓๐๗	๑.๓๐๖	วิ่งช้า

แบบฝึกหัดบทที่ ๘

8.1 จงหามุมตกกระทบและมุมหักเหของแสงที่ผิวน้ำ ซึ่งทำให้แสงสะท้อนเป็นแสงโพลาไรซ์ 100% กำหนดให้ดัชนีหักเหของน้ำเท่ากับ 4/3 (ตอบ 53.20° และ 36.88°)

8.2 ถ้าใช้แผ่นโพลารอยด์ 2 แผ่นดูแสงสว่างจากหลอดไฟ แกนของแผ่นโพลารอยด์ควรทำมุมเท่าใดต่อกัน แสงที่ผ่านออกจึงจะมีความเข้มลดลงครึ่งหนึ่งของความเข้มเดิม (ตอบ ศูนย์)

8.3 เมื่อให้แสงโพลาไรซ์เชิงเส้นผ่านแผ่นโพลารอยด์ โดยให้แกนของโพลารอยด์ทำมุม60° กับแนวโพลาไรซ์เดิม ความเข้มของแสงลดลงเหลือเท่าใด? (ตอบ $\frac{1}{4}$ เท่าของเดิม)

8.4 ดวงอาทิตย์จะต้องอยู่สูงจากขอบฟ้าเท่าใด แสงแดดที่สะท้อนจากผิวน้ำจึงจะเป็นแสงโพลาไรซ์เชิงเส้น 100% ให้ดัชนีหักเหของน้ำเท่ากับ 4/3 (ตอบ 37°)

8.5 Carry out explicitly the steps outline following Eq.(8.18), to show that Eq.(8.18) represents a displacement $\psi(t)$ that follows an elliptical path.

8.6 Circularly polarized light of intensity I_o (intensity means energy flux per unit area per unit time; this is proportional to a photomultiplier's output current, for light at a given frequency) is incident on a single polaroid. Show that the output intensity (intensity of the light emerging from the rear of the polaroid) is $\frac{1}{2} I_o$.

8.7 Linearly polarized light with polarization direction at angle θ from $\hat{x}$ is incident on a polaroid with easy axis along $\hat{x}$. The first polaroid is followed by a second polaroid with its easy axis along the direction of polarization of the original incident light. Show that if the input intensity is I_o, the output intensity is $I_o \cos^4\theta$.

8.8 Circularly polarized light of intensity I_o is incident on a sandwich of three polaroids. The first and third polaroids are crossed, i.e., their easy axes are at 90 deg to one another. The middle polaroid makes an angle θ with the axis of the first polaroid. Show that the output intensity is $\frac{1}{2}I_o \cos^2\theta \sin^2\theta$.

8.9 Suppose you have linearly polarized incident light with polarization along $\hat{x}$. You desire linearly polarized light with polarization at 30 deg to $\hat{x}$, i.e., along

$$\hat{e} = \hat{x} \cos 30^\circ + \hat{y} \sin 30^\circ.$$

How can you obtain this transmitted field (a) at the cost of some loss of intensity; (b) without loss of intensity and without using any polaroids?

8.10 What is the transmitted intensity foe unpolarized light of intensity I_o incident on crossed polaroids with a half-wave plate between them, (a) when the retardation plate's optic axis (say the slow axis) is paralleld to the easy axis of one of the polaroids; (b) when the wave plate's optic axis is at 45 deg to one of the easy axes ?

8.11 Answer the same questions as in Prob.8.10, but use a quarter-wave plate.

8.12 Suppose that a beam of linearly polarized light is incident on a half-wave plate which is rotating about the beam axis with angular velocity ω_o. Show that the output light is linearly polarized, with the polarization direction rotating at $2\omega_o$.