

การทดลองที่ 5

เรื่อง เครื่องกลของแอดวูด

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ศึกษากฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
2. เพิ่มทักษะในการใช้อุปกรณ์
3. รู้จักการนำผลจากข้อมูลดิบไปหาค่าที่สนใจศึกษา

เครื่องใช้ในการทดลอง

เครื่องกลของแอดวูดประกอบด้วย

1. รอกอสมิเนียมยึดติดผนัง
2. เชือกมีน้ำหนักเบา เพื่อใช้ผูกตุ้มน้ำหนัก
3. ตุ้มน้ำหนัก 100 กรัม 2 ชิ้น
4. มวลที่เติมขนาดต่างๆ
5. นาฬิกาจับเวลา
6. ไม้เมตร

ทฤษฎี

George Atwood (1746 – 1807) ประดิษฐ์เครื่องมือเพื่อใช้พิสูจน์กฎข้อสองของนิวตัน กล่าวคือ อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำบนวัตถุ และเป็นสัดส่วนกลับกับมวล กล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ความเร่งของวัตถุเป็นสัดส่วนกลับกับมวล สมการความสัมพันธ์คือ

$$F = ma \quad (5.1)$$

F = แรงลัพธ์ มีหน่วยเป็นนิวตัน

m = มวลทั้งหมดที่ถูกเร่ง หน่วยเป็นกิโลกรัม

a = ความเร่ง หน่วยเป็นเมตร/วินาที²

กรณีนี้รวมค่าที่เกิดจากการหมุนของรอกด้วย ซึ่งค่าโมเมนต์ความเฉื่อยเป็น

$$I = \frac{1}{2} mR^2 \quad (5.2)$$

I = โมเมนต์เฉื่อยของรอก

M = มวลของรอก

R = รัศมีของรอก

ถ้าวัตถุหยุดนิ่ง เริ่มเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง จะมีระยะทางในการเคลื่อนที่เป็น

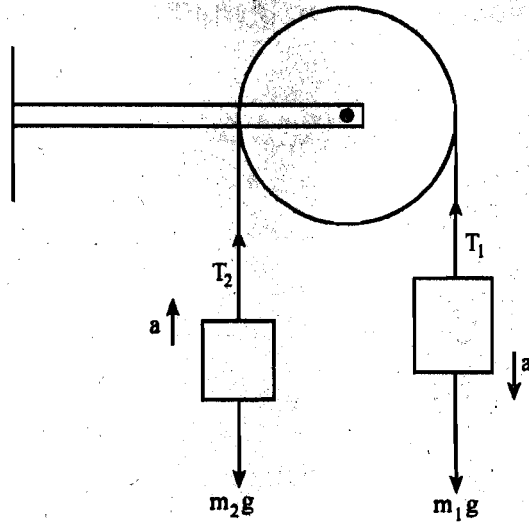
$$S = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{และ} \quad a = \frac{2S}{t^2} \quad (5.3)$$

การหาค่าความเร่งเนื่องจากมวลที่ใช้ถ่วงอาจใช้วิธีการกราฟ โดยให้ความเร่งอยู่บนแกนตั้ง และมวลที่ใช้ถ่วงอยู่บนแกนนอน โดยทั่วไปกราฟเส้นตรงนี้ควรตัดผ่านจุดกำเนิดแต่การทดลองจะได้กราฟที่ไม่ผ่านเนื่องจากแรงเสียดทานของอุปกรณ์นั่นเอง

เครื่องกลแอดวูด (Atwood machine) ประกอบด้วยมวลสองอัน m_1 และ m_2 แขนงที่ปลายทั้งสองของเชือกเส้นหนึ่ง ซึ่งพาดบนรอกมวล m รัศมี R โมเมนต์คัมความเฉื่อย I ดังรูปที่ 5.1 กำหนดให้มวล $m_1 > m_2$ พบว่า m_1 จะเคลื่อนที่ลง มวล m_2 จะเคลื่อนที่ขึ้น โดยไม่มีการไถล ถ้าให้ T_1 และ T_2 เป็นแรงดึงในเส้นเชือกทางด้าน m_1 และ m_2 ตามลำดับ จะหาความเร่ง a ของมวลได้โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน โดยที่

F = เป็นแรงเนื่องจากมวลที่ใช้ถ่วง

m = เป็นมวลที่ถูกเร่งแบบเชิงเส้น ซึ่งรวมทั้งค่าคัมน้ำหนักและมวลที่ใช้ถ่วง ซึ่งรวมมวลของรอกด้วย



รูปที่ 5.1 เครื่องกลแอตวูด

พิจารณามวล m_1 ซึ่งเคลื่อนที่ลงจะได้

$$m_1g - T_1 = m_1a \quad (5.4)$$

มวล m_2 เคลื่อนที่ขึ้น จะได้

$$T_2 - m_2g = m_2a \quad (5.5)$$

พิจารณาที่ตัวรอก แรงดึงของเส้นเชือกและแรงเสียดทาน f ระหว่างเชือกกับรอกทำให้เกิดทอร์กกระทำกับรอก ทอร์กลัพธ์ $\Sigma \tau$ จะทำให้รอกหมุนด้วยความเร่งเชิงมุม α จากสมการ

$$\Sigma \tau = I\alpha \quad (5.6)$$

จะได้

$$T_1R - (T_2R + fR) = I\alpha$$

$$(T_1 - T_2 - f)R = I\alpha$$

หรือ

$$T_1 - T_2 - f = I \frac{\alpha}{R} \quad (5.7)$$

แทนสมการ 5.4 และ 5.5 ใน 5.7 แล้วใช้สมการ $a = R\alpha$ จะได้

$$m_1g - m_2g - f = \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right) a$$

โดยที่โมเมนต์ความเฉื่อยของรอก I หาได้จากสมการ 5.2 แล้วจัดสมการใหม่จะได้
ความเร่งเป็น

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g - f}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \quad (5.8)$$

หรือ $a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m}$

เมื่อแรงลัพธ์ที่ทำให้เกิดความเร่ง $\Sigma F = m_1 g - m_2 g - f$

และมวลรวมของระบบ $\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2}$

โดยที่

- a = ความเร่งของระบบ
- m = ค่ามวลที่ใช้ถ่วง
- f = แรงเสียดทานซึ่งอยู่ในหน่วยเดียวกับมวล
- Σm = มวลลัพธ์ที่ถูกเร่งแบบเชิงเส้น ซึ่งรวมค่าคัมน้ำหนัก, มวลที่เดิม และ 1/2 ของมวลรอก
- I = โมเมนต์เฉื่อยของรอก
- R = รัศมีรอก
- M = มวลของรอก

ในการทดลองนี้ จะหาความเร่งของมวลแต่ละอัน คือ m_1 หรือ m_2 ซึ่งเท่ากับความเร่งของระบบ ได้จากสมการ m_1, m_2 หาได้โดยการชั่ง แรงเสียดทานระหว่างเชือกกับรอก f หาได้จากสมการ 5.8 ในกรณีที่ความเร่งของระบบมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือขณะที่ระบบของมวลทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว ดังนั้น

$$f = (m_1 - m_2)g \quad (5.9)$$

นั่นคือ แรงเสียดทานเมื่อระบบเครื่องกลของแอดดิวคตัมตุลจะมีค่าเท่ากับ ผลต่างของมวลทั้งสองเมื่อความเร่งของระบบมีค่าเป็นศูนย์

ความเร่งที่คำนวณได้ตามสมการ 5.8 เป็นความเร่งที่คำนวณได้จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน ซึ่งความเร่งนี้เป็น ความเร่งตามทฤษฎี a_{th} ในการทดลองอาจหาความเร่งได้จากความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่มวลเคลื่อนที่กับเวลาที่ใช้เคลื่อนที่ ซึ่งความเร่งนี้เป็น ความเร่งที่ได้จากการทดลอง a_{Exp} ซึ่งหาได้ดังนี้

ในการทดลองถ้าให้ S เป็นระยะทาง และ t เป็นเวลาที่มวล m_1 เคลื่อนที่ จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่ จะได้

$$S = ut + \frac{1}{2} a t^2$$

ในการทดลองนี้มวล m_1 เริ่มเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง $u = 0$ จะได้

$$a = a_{Exp} = \frac{2S}{t^2}$$

การหาค่า g หาได้จากสมการ 5.8 เมื่อแทน $\Delta m = m_1 - m_2$ จะได้

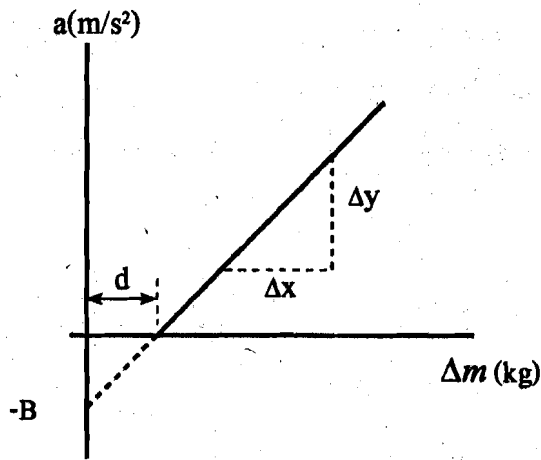
$$\begin{aligned} a_{Exp} &= \frac{m_1 g - m_2 g - f}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \\ &= \frac{\Delta m g - f}{\Sigma m} \\ a_{Exp} &= \frac{\Delta m g}{\Sigma m} - \frac{f}{\Sigma m} \end{aligned} \quad (5.10)$$

ซึ่งคือสมการเส้นตรงโดยเปรียบเทียบกับสมการเส้นตรง

$$y = Ax + B$$

เมื่อ A และ B เป็นค่าคงที่ โดยที่ A เป็นความชันของกราฟ และ B เป็นจุดตัดบนแกน y

ในการทดลองแรงเสียดทานจะเป็นค่าคงตัว และถ้าให้ Σm คือมวลของระบบซึ่งคงที่ตลอดการทดลอง (ทำได้โดยการย้ายส่วนหนึ่งของมวล m_2 ไปเพิ่มให้มวล m_1 จะเห็นว่า ถ้า Δm เปลี่ยนแปลง ก็จะทำให้ a เปลี่ยนไปด้วย ดังนั้น ถ้าเขียนกราฟระหว่าง Δm กับ a จากการทดลอง โดยให้ Δm อยู่บนแกนนอน a อยู่บนแกนตั้ง จะได้กราฟเป็นเส้นตรง ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างผลต่างของมวล Δm กับความเร่ง a

ความชันของกราฟในรูปที่ 5.2 คือ

$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{g}{\Sigma m} \quad (5.11)$$

ดังนั้นความเร่งโน้มถ่วงจะมีค่าตามสมการ

$$g = \Sigma m \cdot A \quad (5.12)$$

ที่จุดตัดบนแกน x (ระยะ d ตามรูป) เมื่อแทน $a = 0$ ลงในสมการ 5.10 จะได้

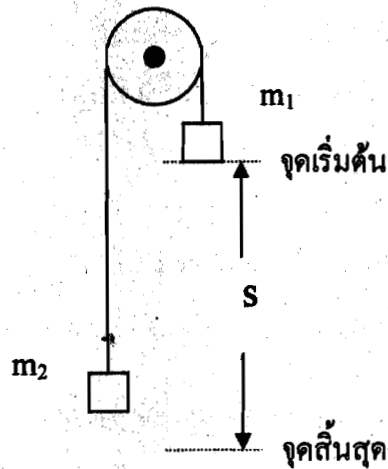
$$\frac{f}{\Sigma m} = \frac{g}{\Sigma m} \Delta m = \frac{gd}{\Sigma m} \quad (5.13)$$

ซึ่งแรงเสียดทานจะมีค่าเป็น

$$f = gd \quad (5.14)$$

แสดงว่าจากกราฟรูปที่ 3.2 เมื่อทราบความชันของกราฟและระยะที่กราฟตัดกับแกน x ก็จะสามารถหาค่าความเร่งโน้มถ่วงและแรงเสียดทานได้

วิธีทดลอง



รูปที่ 5.3 แสดงการจัดอุปกรณ์ทดลองเครื่องกลของแอดวูด

1. คล้องตุ้มน้ำหนักขนาด 100 กรัม ทั้งสองผ่านรอกดังรูปที่ 5.3 โดยกำหนดจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดให้ต่างกันประมาณ 1 เมตร แล้วจัดให้สมดุลโดยมวลทั้งระบบต้องหยุดนิ่ง
2. เติมมวลที่ตุ้มน้ำหนักทั้งสองก้อนๆละ 10 กรัม โดยเติมมวลด้านขวาด้วยมวลขนาด 10 กรัม 1 ก้อน และเติมมวลด้านซ้ายด้วยมวลชิ้นละ 1 กรัมจำนวน 10 ชิ้น
3. ย้ายมวลด้านซ้ายไปไว้ด้านขวา 1 กรัม บันทึกข้อมูลค่ามวลรวมด้านขวา (m_1) และมวลรวมด้านซ้าย (m_2) แล้วปล่อยให้ระบบเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสิ้นสุด
4. จับเวลาในการเคลื่อนที่ของข้อ 3. ซึ่งต้องปฏิบัติทันทีทันใดที่ระบบเริ่มเคลื่อนลง หาข้อมูลโดยปฏิบัติเช่นเดิม 3 ครั้ง จากนั้นหาค่าเวลาเฉลี่ย
5. ทำเช่นเดียวกับการทดลองข้อ 3. และ 4. โดยย้ายมวลด้านซ้ายไปไว้ด้านขวาอีก 1 กรัม จนครบทั้ง 10 ชิ้น
6. การหาค่าความเร่งจากการทดลอง (a_{Exp}) จากสมการ
$$a_{Exp} = \frac{2S}{t^2}$$

7. เขียนกราฟระหว่างค่า a_{Exp} กับ Δm โดยให้ a_{Exp} อยู่บนแกน y และ Δm อยู่บนแกน x หาคความชันของกราฟ และหาค่า g จากสมการ $g = \Sigma m \cdot A$ เมื่อ A เป็นความชันของกราฟ เปรียบเทียบกับค่า g มาตรฐาน 9.8 เมตร/วินาที² แล้วหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

8. อ่านค่า Δm ตรงจุดตัดบนแกนนอนเป็นค่า d หาแรงเสียดทานจากการทดลองจากสมการ $f = gd$ และหาผลต่างของมวล (Δm) ที่ทำให้ระบบเครื่องกลของแอตวูดสมดุล (เมื่อ $a = 0$) โดยใช้สมการ $f = (m_1 - m_2)g$

9. คำนวณหาแรงลัพธ์ ΣF จากสมการ $\Sigma F = m_1g - m_2g - gd$

10. หามวลรวมของระบบ Σm จากสมการ $\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2}$

11. หาคความเร่งทางทฤษฎีที่ใช้ข้อมูลจากการทดลองได้จากสมการ $a_{th} = \frac{\Sigma F}{\Sigma m}$

แบบทดสอบการทดลองที่ 1

1. กรณีค้ำจนถึงผลจากความเฉื่อยของรอก พลังงานศักย์ของระบบคือ
 1. $(m_1 + m_2)gh$
 2. $(m_1 - m_2)gh$
 3. $(-m_1 + m_2)gh$
 4. 0
2. พลังงานจลน์ของระบบคือ
 1. $\frac{(-m_1 + m_2)v^2}{2}$
 2. $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$
 3. $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$
 4. $\frac{(m_1 - m_2)v^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$
3. ถ้า $m_1 = m_2$
 1. แรงดึงในเส้นเชือกเป็นศูนย์
 2. ความเร่งของระบบเป็นศูนย์
 3. พลังงานกลลัพธ์ของระบบเป็นศูนย์
 4. ถูกทุกข้อ
4. ตามความเห็นของท่าน แรงดึงในเส้นเชือกจากกรณีนี้
 1. เป็นค่าสูงสุดที่เชือกทนได้
 2. มีค่าคงเดิมเสมอ
 3. แปรตามค่ามวลที่ใช้ถ่วง
 3. มีค่าเป็นศูนย์ถ้าระบบหยุดนิ่ง
5. กรณีระบบแปรสภาพจากหยุดนิ่งเป็นเคลื่อนที่เมื่อถ่วงมวลข้างใดข้างหนึ่งนั้น
 1. แสดงว่าเกิดความเร่งขึ้นแล้ว
 2. ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้จะแปรตามเวลายกกำลังสอง
 3. ความเร่งเป็นสัดส่วนกลับกับเวลายกกำลังสอง
 4. ถูกทุกข้อ
6. จากการทดลอง ถ้ารอกที่ใช้มีขนาดเล็กกลงมากเท่าใด จะส่งผลกระทบต่อระบบคือ
 1. การเคลื่อนที่เร็วมากจนยากในการจับเวลาของการเคลื่อนที่
 2. แรงดึงในเส้นเชือกเป็นศูนย์
 3. ไม่ต้องนำค่าโมเมนต์เฉื่อยของรอกมาเกี่ยว
 4. ถูกทุกข้อ
7. จากการทดลองสรุปได้ว่า
 1. ความเร่งที่เกิดขึ้นมีทั้งค่าเชิงเส้นและเชิงมุม
 2. ถ้ารอกมีความเฉื่อยสูง ระบบจะมีความเร่งน้อย
 3. $S = 1/2 at^2$

4. ถูกทุกข้อ
8. มวลของวัตถุที่ผูกอยู่สองข้างของรอกนั้น
1. ส่งผลให้แรงดึงในเส้นเชือกคงค่าเดิมเสมอ
 2. ความเร่งของน้ำหนักทั้งสองข้างมีค่าเดียวกัน
 3. แรงดึงลงเกิดจากแรงดึงดูดของโลก
 4. ถูกทุกข้อ
9. ค่าความเร่งเชิงมุม
1. ของ m_1 ต่างจาก m_2
 2. เป็นค่าเดียวกันทั้ง m_1 และ m_2
 3. มีค่าแปรตามแรงดึงในเส้นเชือก
 4. ถูกข้อ 1 และ 2
10. ในการทดลอง การเคลื่อนที่ของระบบเกิดเมื่อ
1. เพิ่มแรงดึงในเส้นเชือก
 2. แรงดึงดูดของโลกมีค่ามาก
 3. น้ำหนักที่ถ่วงอยู่ทั้งสองข้างของรอกไม่เท่ากัน
 4. ถูกทุกข้อ

แนวตอบ

- | | | | | |
|------|------|------|------|-------|
| 1. 3 | 2. 1 | 3. 2 | 4. 2 | 5. 4 |
| 6. 3 | 7. 4 | 8. 4 | 9. 2 | 10. 3 |

บันทึกผลการทดลอง
เรื่อง เครื่องกลของแอดวูด

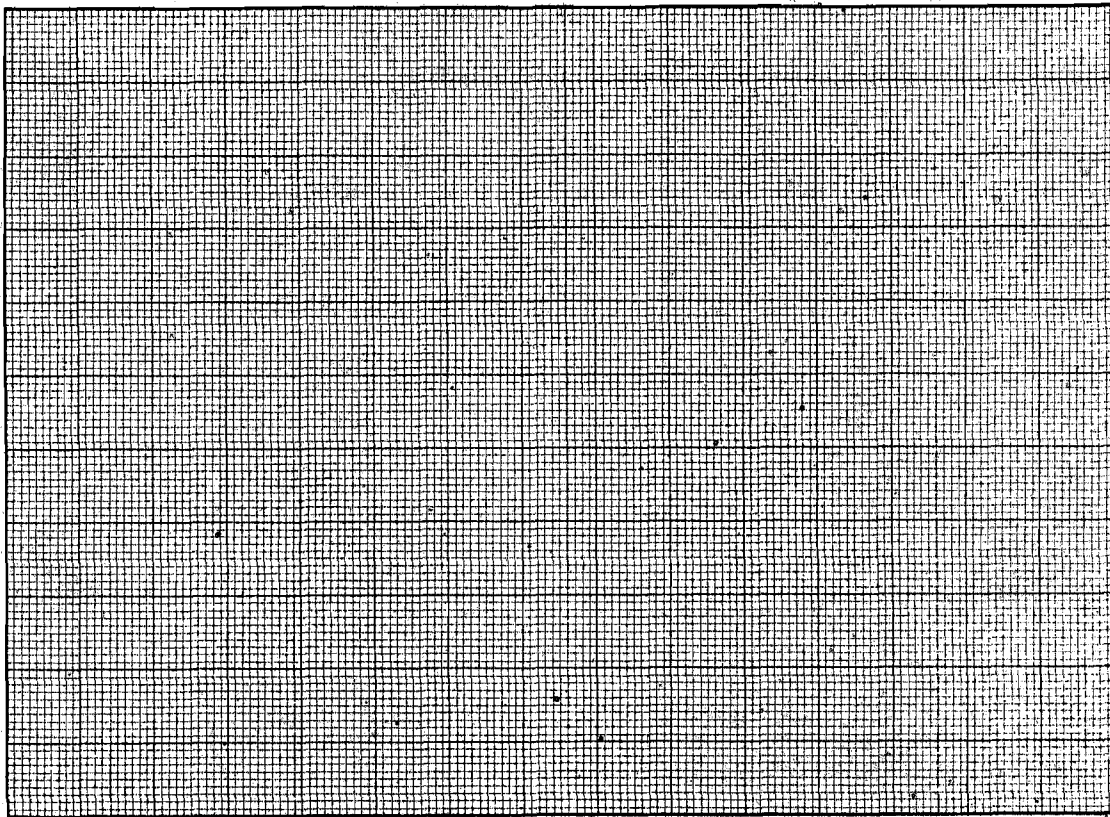
ผู้รายงาน ชื่อ..... เลขรหัส.....
 ผู้ร่วมรายงาน 1. ชื่อ..... เลขรหัส.....
 2. ชื่อ..... เลขรหัส.....
 3. ชื่อ..... เลขรหัส.....
 4. ชื่อ..... เลขรหัส.....
 ทำการทดลองวันที่ เดือน พ.ศ. Section กลุ่ม.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ _____

มวลรอก $M = 367$ กรัม มวลค้อนน้ำหนัก = 100.00 กรัม รัศมีรอก $R = 7.5$ ซม.
 ระยะความสูงของค้อนน้ำหนักเมื่อระบบหยุดนิ่ง(สมดุล) $S = \dots\dots\dots$ เมตร

ผลการทดลอง ข้ายมวลครั้งละ 1 กรัม รวม 10 ครั้ง

ครั้งที่	m_1 (g)	m_2 (g)	Δm (g)	เวลาที่อ่านได้ (s)			a_{Exp} (m/s ²)	ΣF (N)	a_{Th} (m/s ²)	% ความ แตกต่าง
						เฉลี่ย				
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



กราฟระหว่างความเร่ง a_{Exp} กับ ผลต่างของมวล Δm

หาค่าจากกราฟ(ใส่หน่วยให้ถูกต้อง)

ความชัน $A = \dots\dots\dots$ จุดตัด $d = \dots\dots\dots$

$$\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2} = \dots\dots\dots$$

ความเร่งโน้มถ่วง $g = \dots\dots\dots$ เปอร์เซนต์ความคลาดเคลื่อน = $\dots\dots\dots$

แรงเสียดทานจากกราฟ $f = \dots\dots\dots$

ผลต่างของมวลที่ทำให้ระบบเครื่องกลของแอดวูดสมดุล(Δm) = $\dots\dots\dots$

.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ

ตัวอย่างการคำนวณ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

สรุปและวิจารณ์

.....
.....
.....
.....
.....