การทดลองที่ 6
1 การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. แสดงความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก **กับ** การฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลางได้
2. อธิบายความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่ของวัตถุแขวนด้วยสปริง **กับ** การฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลางได้
3. แสดงการยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุกได้
4. หาค่าน้ำหนักของสปริงจากการทดลองได้

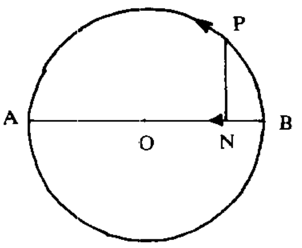
เครื่องใช้ในการทดลอง

1. ชุดทดลองซิมเปิลฮาร์มอนิก ได้แก่ ขาตั้ง สปริง จานวางน้ำหนัก
2. น้ำหนักแบบสอดแขวน
3. นาฬิกาจับเวลา
4. เครื่องชั่งอย่างละเอียด

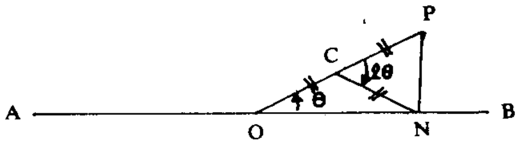
ทฤษฎี

การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่นั้น เมื่อพิจารณาตำแหน่งในขณะใด ๆ ของวัตถุที่สัมพันธ์กันบนเส้นผ่าศูนย์กลางของวงกลม ซึ่งเท่ากับการฉายเงาของวัตถุนั้นตามแนวเส้นผ่าศูนย์กลาง จะแสดงถึงการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกอย่างชัดเจน (รูปที่ 6.1 และ 6.2)

ภาพสไลด์แสดงการใช้เครื่องมือทดลองในการทดลองที่ 6



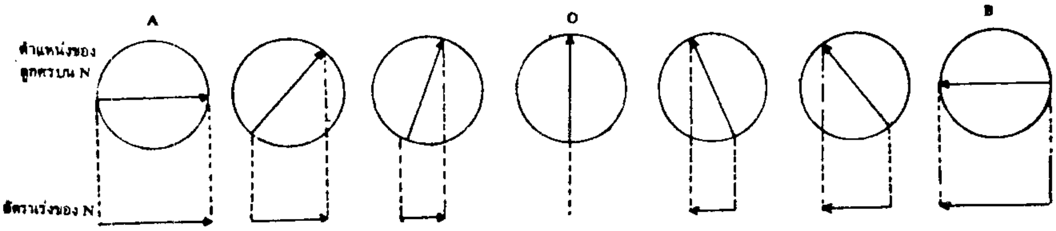
รูปที่ 6.1



รูปที่ 6.2

พิจารณาจุด P ซึ่งเคลื่อนที่ตามเส้นรอบวงของรูปที่ 6.1 ในขณะที่ N เป็นเงาของจุด P ที่ฉายตั้งฉากกับแนวผ่าศูนย์กลางของวงกลม ถ้าจุด P เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ จะพบว่าจุด N เคลื่อนที่กลับไปกลับมาแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกตามแนว AB เมื่อให้แผ่นวัตถุสีขาวเล็ก ๆ เป็น P ติดตั้งอยู่บนแขนที่หมุนรอบจุด 0 (รูปที่ 6.2) โดยมีแผ่นวัตถุเล็ก ๆ อีกแผ่นหนึ่งซึ่งมีลูกศรสีดำอยู่บนแผ่นนี้เป็น N ติดตั้งอยู่บนแขนที่หมุนรอบจุด C ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของ OP ขณะที่แขน OP หมุนรอบจุด O ด้วยมุม θ จะทำให้ CN หมุนรอบจุด C ด้วยมุม 2θ ในทิศตรงข้าม และเนื่องจาก OC = CP = CN ดังนั้น จากรูปจะแสดงได้ว่า มุม ONP จะเป็น 90° เสมอไม่ว่าจุด P จะอยู่ในตำแหน่งใดบนเส้นรอบวง และมุม θ จะมีค่าเท่าใดก็ตาม นั่นคือ จุด N จึงเป็นเงาของจุด P ที่ฉายลงมาตั้งฉากกับเส้นผ่าศูนย์กลาง AB

สำหรับลูกศรบนแผ่น N สามารถใช้แสดงถึงเวกเตอร์ของอัตราเร็ว เมื่อ N อยู่ที่ A หรือ B จะมีอัตราเร่งสูงสุดและมีทิศทางเข้าสู่ 0 (รูปที่ 6.3)



รูปที่ 6.3

อัตราเร่งของ N ที่จุดอื่น ๆ สามารถหาได้จากการแตกเวกเตอร์ออกไปตามแนวเส้นผ่าศูนย์กลาง ซึ่งตามแนวนี้จะมีทิศทางเข้าสู่ 0 เสมอ และมีขนาดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะของ N จาก 0 ดังนั้นที่จุด 0 จะมีขนาดเป็นศูนย์ นั่นคือ อัตราเร่งเป็นศูนย์ และ N จะผ่านศูนย์กลางของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาด้วยอัตราเร็วคงที่ เมื่อ P เคลื่อนที่ครบรอบวงกลม N จะเคลื่อนจาก A ไปยัง B และกลับมายัง A อีก

ถ้าให้ ON $=$ x และ OA $=$ R

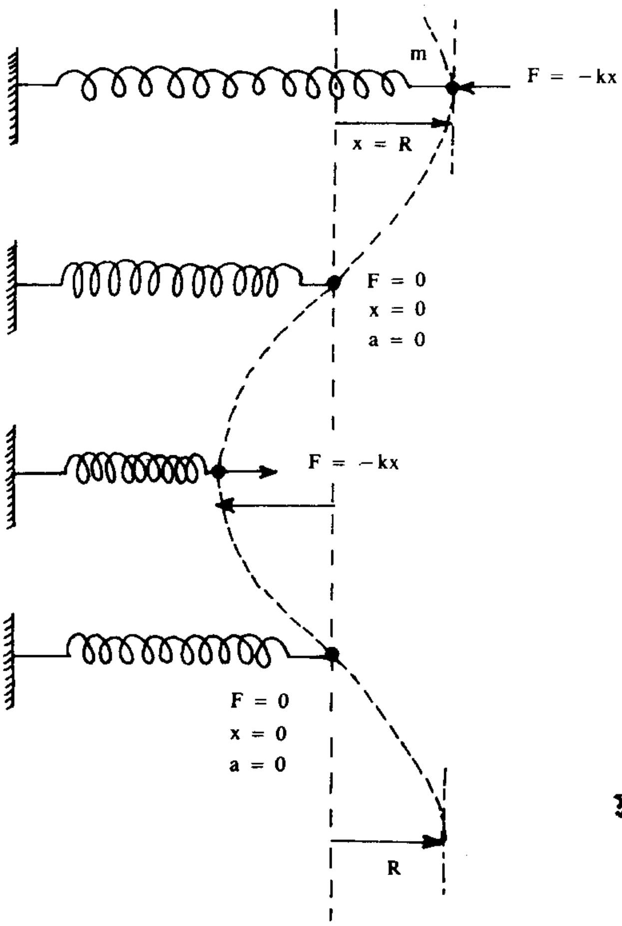
จะได้ $x = R\cos\theta$ หรือ $x = R\cos\omega t$ ....(6.1)

เมื่อ ω เป็นอัตราเร็วเชิงมุมในแนวรัศมี

ดังนั้น อัตราเร็วเชิงเส้นในแนว AB, $v = \dfrac{dx}{dt} = -\omega R\sin\omega t$ ....(6.2)

และ อัตราเร่งเชิงเส้นในแนว AB, $a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 R\cos\omega t$ ....(6.3)

ในกรณีการเคลื่อนที่ของสปริงกลับไปกลับมา ซึ่งสังเกตได้จากการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของวัตถุทางปลายข้างหนึ่งของสปริง (รูปที่ 6.4) ผ่านตำแหน่งที่เป็นศูนย์กลางของการเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ซึ่งเป็นจุดที่มี $x = 0$ และ $a = 0$



รูปที่ 6.4

แรงกระทำต่อสปริงทำให้สปริงยืดออกเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงกระทำ จะต้องเป็นไปตาม "กฎของฮุก" ดังนี้

$$F \propto x$$

หรือ $$F = -kx \qquad \text{.......(6.4)}$$

โดยที่ F คือ แรงกระทำต่อสปริง

x คือ ส่วนยืดของสปริง

k คือ ค่าคงที่ของสปริง

และ เครื่องหมาย − แสดงว่าการยืดของสปริงมีทิศทางตรงกันข้ามกับแรงกระทำ

เมื่อเทียบกับกฎข้อที่สองของการเคลื่อนที่ของนิวตัน

$$F = ma \qquad \text{.......(6.5)}$$

โดยที่ m คือ มวลของวัตถุ

และ a คือ อัตราเร่ง $= -\omega^2 R$ (ค่าสูงสุดจากสมการ 6.3)

ดังนั้น $k = m\omega^2$ ....(6.6)

จะได้ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ....(6.7)

เนื่องจาก อัตราเร็วเชิงมุม, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ ....(6.8)

เมื่อ f = ความถี่

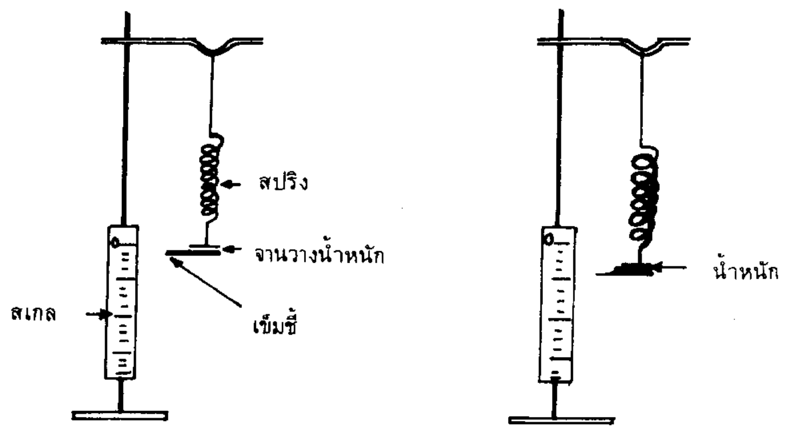
และ T = เวลาการแกว่งครบรอบ (คาบ)

ดังนั้น $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ....(6.9)

ในกรณีที่ทราบคาบของการแว่งของสปริงโดยมวลที่ยึดติดกับสปริงมีค่าเปลี่ยนแปลงไปภายในขอบเขตของการยืดของสปริงตามกฎของฮุก จะสามารถหาน้ำหนักของสปริงได้จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m ซึ่งเป็นกราฟเส้นตรง ถ้าให้ T^2 อยู่บนแกนดิ่ง และ-m อยู่บนแกนระนาบ เมื่อต่อเส้นตรงนี้ออกไปให้ตัดกับแกนระนาบ ($T^2 = 0$) และอ่านระยะของจุดตัดบนแกนระนาบ ซึ่งจะมีค่าเป็นลบแล้วนำไปแทนค่า ดังนี้

เมื่อ m = มวลของวัตถุทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ (รูปที่ 6.5)

= น้ำหนักของจาน (P) + น้ำหนักที่เพิ่ม (m_A) + $\frac{\text{น้ำหนักสปริง (S)}}{3}$



รูปที่ 6.5

ที่ $T^2 = 0, \quad m_A + P + \frac{S}{3} \quad = \quad 0$

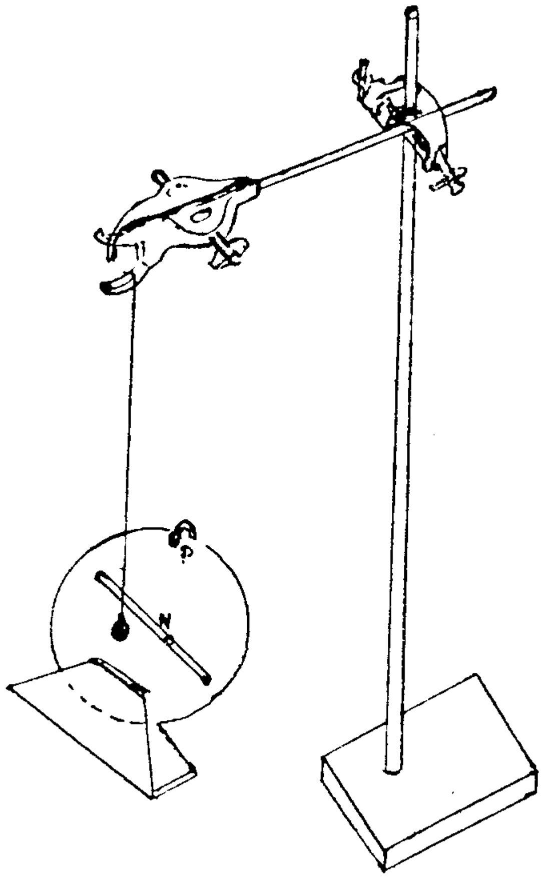
$$m_A \quad = \quad -\left(p + \frac{S}{3}\right) \qquad \ldots\ldots\ldots(6.10)$$

ปรากฏว่า ถ้าหากการเคลื่อนที่ของสปริงเป็นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกอย่างแท้จริงแล้ว น้ำหนักของสปริงที่คำนวณได้โดยวิธีนี้จะตรงกับค่าที่ได้จากการชั่งน้ำหนักของสปริงอย่างใกล้เคียงกันมาก

การทดลอง

ตอนที่ 1 ความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกกับการฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลาง

1. จัดขาตั้งสูง 1 เมตร โดยให้มีที่ยึดและที่แขวนทางด้านบนของก้านเหล็กตามรูปที่ **6.6**



รูปที่ 6.6

2. แขวนลูกตุ้มให้อยู่ด้านหน้าของเครื่องมือในแนวเดียวกันกับจุดกึ่งกลางของชุดอุปกรณ์สาธิตการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

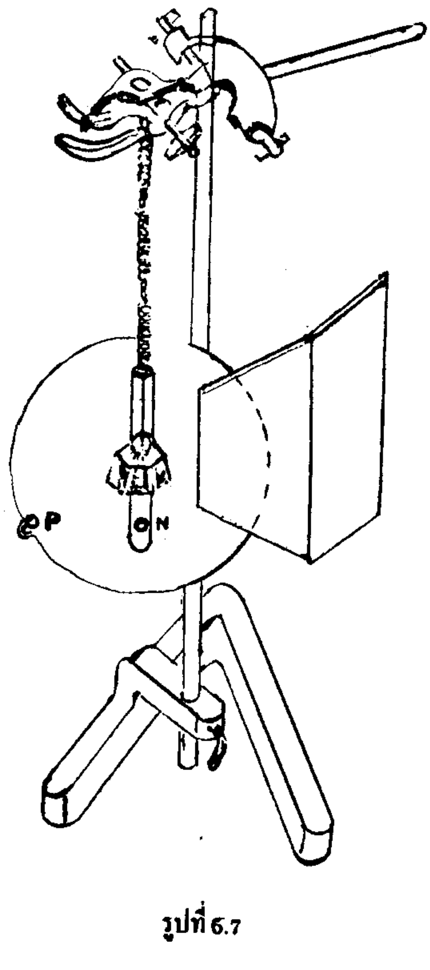
3. แกว่งลูกตุ้มให้อยู่ในแนวเส้นผ่าศูนย์กลางของชุดอุปกรณ์

4. บิดมือหมุนให้แผ่นกลม N เลื่อนที่ไปตามแนวการแกว่งของลูกตุ้มด้วยจังหวะที่สอดคล้องกัน

5. สังเกตการเคลื่อนที่ของจุด P รอบวงกลม ซึ่งจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่

ตอนที่ 2 ความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่ของวัตถุแขวนด้วยสปริงกับการฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลาง

1. จัดเครื่องมือตามรูปที่ 6.7 โดยแขวนมวล 500 กรัมไว้กับสปริง 3 ท่อนที่ยึดไว้บนก้านเหล็กสูง 1 เมตร



รูปที่ 6.7

2. ยึดชุดอุปกรณ์สาธิตการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกทางด้านล่างของขาหยั่งเดียวกันนั้นด้วยหมุดที่จัดเตรียมไว้

3. ปรับตำแหน่งของมวลที่แขวนไว้กับสปริงให้ตรงกับศูนย์กลางของเส้นผ่าศูนย์กลางในชุดอุปกรณ์สาธิตฯ

4. เริ่มแกว่งมวลในแนวดิ่งให้มีอัมปลิจูดเท่ากับอัมปลิจูดของจุด N ในชุดอุปกรณ์

5. บิดมือหมุนให้แผ่นกลม N เลื่อนที่ไปตามการแกว่งของมวลที่แขวนไว้กับสปริงด้วยจังหวะที่สอดคล้องกัน ซึ่งจะทำให้ P เคลื่อนที่รอบวงกลมในอัตราเร็วคงที่เช่นเดียวกับในตอนก่อน

ตอนที่ 3 การยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก

1. จัดเครื่องมือตามรูปที่ 5.5 และสังเกตตำแหน่งของเข็มชี้ไปยังสเกลเมื่อเริ่มต้น

2. วางน้ำหนัก 50 กรัม ลงบนจานเปล่า และอ่านตำแหน่งเข็มชี้เมื่อหยุดนิ่ง

3. เพิ่มน้ำหนักอีกครั้งละ 50 กรัม จนครบ 5 ครั้ง ปฏิบัติตามข้อ 2 ทุกครั้ง

4. ทดสอบตำแหน่งที่อ่านได้แต่ละครั้งข้างต้น โดยบรรจงนำน้ำหนักออกครั้งละ 50 กรัม จนกระทั่งถึงตำแหน่งของจานเปล่าเหมือนเมื่อเริ่มต้นอีกด้วย

5. สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำต่อสปริง เนื่องจากความโน้มถ่วงของน้ำหนักที่แขวนอยู่และส่วนยืดของสปริง โดยให้แรง $F(= mg)$ ในหน่วยไดน์อยู่บนแกนดิ่งและส่วนยืดของสปริง x ในหน่วยเซนติเมตรอยู่บนแกนระนาบจะได้กราฟเส้นตรง ซึ่งแสดงว่า $F \alpha x$

6. หาค่าคงที่ของสปริง $k \; (= F/x)$ ในหน่วยไดน์ต่อเซนติเมตรจากกราฟในข้อ 5 จะได้ค่าคงที่ของสปริง คือ ค่าความชันของกราฟเส้นตรงนั้น

ตอนที่ 4 การหาค่าน้ำหนักของสปริง

1. ทดลองจับจานเปล่าให้เคลื่อนที่ขึ้นลงตามแนวดิ่ง โดยการยกจานให้สูงกว่าตำแหน่งสมดุลเล็กน้อย แล้วปล่อยเพื่อให้จานแกว่งได้อย่างอิสระ แต่จานจะแกว่งเร็วมากจนไม่สามารถจับเวลาการแกว่งครบรอบได้ จึงต้องดำเนินการทดลองต่อไปในข้อ 2.

2. เพิ่มน้ำหนัก 40 กรัม ลงบนจานเปล่า เพื่อให้น้ำหนักจานสูงขึ้น และในขณะนี้ถือว่าน้ำหนักจานที่ชั่งได้ +40 กรัม จะเป็นน้ำหนักจานเปล่า

3. จับเวลาการแกว่งครบ 30 รอบเป็นวินาที ของจานที่แกว่งในแนวดิ่ง โดยเริ่มจากการยกจานให้สูงขึ้นกว่าตำแหน่งสมดุลเล็กน้อยแล้วปล่อย และหาเวลาการแกว่งครบรอบ

(คาบ) T โดยทำการทดลอง 3 ครั้ง เพื่อหาค่าเฉลี่ย

4. เพิ่มน้ำหนักต่อไปครั้งละ 50 กรัม และหาคาบของการแกว่งทุกครั้ง จนกระทั่ง $m = 250$ กรัม

5. เปรียบเทียบค่า T ที่ได้จากการทดลองกับค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎี (สมการ 6.9)

6. ถ้า T จากการทดลองใกล้เคียงกับค่าจากทฤษฎี แสดงว่าการเคลื่อนที่ของสปริงเป็นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกอย่างแท้จริงแล้ว จึงสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m จะเป็นเส้นตรง

7. อ่านค่า m เมื่อ $T^2 = 0$ จากกราฟ และคำนวณหาค่า S จากสมการ (6.10)

8. เปรียบเทียบค่า S ที่ได้จากกราฟกับที่ชั่งได้โดยเครื่องชั่งละเอียด

สรุปประเด็นสำคัญ

การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นวงกลม และการยืดหยุ่นของสปริง คือ การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

กิจกรรม

จัดเตรียมชุดอุปกรณ์แสดงการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก การยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก และหาน้ำหนักของสปริงตามวิธีที่กำหนด

แบบทดสอบการทดลองที่ 6.1

1. กรณีใดต่อไปนี้แสดงถึงการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก
   1. วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวเส้นรอบวงของวงกลม
   2. ตามเงาบนเส้นผ่าศูนย์กลางของวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลม
   3. สปริงเคลื่อนที่ผ่านศูนย์กลางของการแกว่งไป-มา
   4. ถูกทุกข้อ
2. ปริมาณใดในทางฟิสิกส์ที่มีค่า**คงที่**ในการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก
   1. อัตราเร็ว 2. อัตราเร่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
3. การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกจะทำให้ปริมาณใดมีค่าเป็น**ศูนย์**ได้
   1. อัตราเร็ว 2. อัตราเร่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
4. การแกว่งของมวล (m) ซึ่งยึดติดกับสปริง (ค่าคงที่ของสปริง = k) ทำให้ปริมาณใดมีค่าคงที่
   1. ความถี่ 2. คาบของการแกว่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
5. กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำต่อสปริงกับส่วนยืดของสปริงควรมีลักษณะใด
   1. เส้นตรง 2. เส้นโค้งคดไป-มา 3. พาราโบลา 4. ไฮเพอร์โบลา
6. ลักษณะที่ถูกต้องของกราฟดังกล่าวในข้อ 5 เป็นไปตามหลักการใด
   1. กฎของฮุก 2. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
   3. ซิมเปิลฮาร์มอนิก 4. ถูกทุกข้อ
7. โดยอาศัยกราฟในข้อ 5 จะหาปริมาณทางฟิสิกส์ใดได้โดยตรง
   1. มวลของสปริง 2. ค่าคงที่ของสปริง
   3. มวลของวัตถุผูกกับสปริง 4. ถูกทุกข้อ
8. ในกรณีที่มวล (m) ซึ่งยึดติดกับสปริงมีค่ามากขึ้นจะทำให้การแกว่งของสปริงในข้อ 4 เปลี่ยนไปหรือไม่
   1. ความถี่มากขึ้น 2. คาบของการแกว่งมากขึ้น
   3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่เปลี่ยนแปลง
9. กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง (คาบของการแกว่ง, T)^2 กับมวลที่เพิ่ม (m_A) ควรมีลักษณะใด
   1. เส้นตรง 2. เส้นโค้งคดไป-มา 3. พาราโบลา 4. ไฮเพอร์โบลา

10. โดยอาศัยกราฟในข้อ 9 จะหาน้ำหนักของสปริงได้อย่างไร

1. โดยการชั่งเท่านั้น
2. ใช้จุดตัดบนแกนดิ่ง
3. ใช้จุดตัดบนแกนระนาบ
4. ข้อ 1 และ 2 ถูก

แนวตอบ

1. 4	2. 1	3. 2	4. 3	5. 1
6. 1	7. 2	8. 2	9. 1	10. 3

บันทึกผลการทดลอง

เรื่อง การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

ผู้รายงาน ชื่อ..เลขรหัส...

ผู้ร่วมงาน 1. ชื่อ..................................... เลขรหัส.....................................

2. ....

3. ....

4. ....

ทำการทดลองวันที่..................เดือน...........................พ.ศ..........................Section............กลุ่ม............

ตอนที่ 1 ความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก**กับ**การฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลาง

....

....

....

....

....

ตอนที่ 2 ความเกี่ยวพันระหว่างการเคลื่อนที่ของวัตถุแขวนด้วยสปริง**กับ**การฉายเงาของการเคลื่อนที่เป็นวงกลมอย่างสม่ำเสมอบนเส้นผ่าศูนย์กลาง

....

....

....

....

....

ตอนที่ 3 การยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก

ครั้งที่	น้ำหนักบนจาน (กรัม)	แรงกระทำต่อสปริง $F = mg$ (ไดน์)	ส่วนยืด (ซ.ม.)
1	0		
2	50		
3	100		
4	150		
5	200		
6	250		

กราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำต่อสปริงกับส่วนยืดของสปริง

(เนื้อที่นี้สำหรับปิดกระดาษกราฟแสดงความสัมพันธ์ข้างต้น)

ความชันของกราฟเส้นตรง $\frac{F}{x}$ = ...$\frac{\text{ไดน์}}{\text{เซนติเมตร}}$

∴ ค่าคงที่ของสปริง, k (จากกราฟ) = ...ไดน์ต่อเซนติเมตร

ตอนที่ 4 การหาค่าน้ำหนักของสปริง

ชั่งน้ำหนักสปริง, S = ... กรัม

ชั่งน้ำหนักจานเปล่า +40 กรัม = P = ... กรัม

ครั้งที่	น้ำหนักที่เพิ่ม m_A (กรัม)	เวลาการแกว่งครบ 30 รอบ				เวลาการแกว่งครบรอบ, (วินาที/รอบ)	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A+P+\frac{S}{3}}{k}}$	T^2 (จากการทดลอง)
		1	2	3	เฉลี่ย			
1	0							
2	50							
3	100							
4	150							
5	200							
6	250							

ตัวอย่างการคำนวณหา T จากทฤษฎี

เมื่อ m_A = กรัม จะได้ $T_{\text{ทฤษฎี}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_A+P+\frac{S}{3}}{k}}$

โดยการแทนค่า $T_{\text{ทฤษฎี}}$ = = วินาที/รอบ

เปรียบเทียบกับ $T_{\text{ทดลอง}}$ ต่างกันร้อยละ = =

จากกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m_A

เมื่อ $T^2 = 0$ อ่านค่าได้ m_A = (จากกราฟ)

เนื่องจากสมการ (5.10) $m_A = -\left(P+\frac{S}{3}\right)$

โดยการแทนค่า m_A (จากกราฟ) และ P (น้ำหนักจานเปล่า +40 กรัม)

จะได้ $-S = 3(m_A+P)$

=

ดังนั้น S = กรัม

เปรียบเทียบ S จากการทดลองนี้กับที่ได้จากการชั่งโดยเครื่องชั่งละเอียดปรากฏว่าต่างกัน

คิดเป็นร้อยละ =

โดยวิธีคำนวณดังนี้

กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m_A

(เนื้อที่นี้สำหรับปิดกระดาษกราฟแสดงความสัมพันธ์ข้างต้น)

เส้นกราฟตัดกับแกนระนาบ ($T^2 = 0$) ที่ m_A = (หน่วย)

สรุปและวิจารณ์