การทดลองที่ 8
เรื่อง การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. สามารถอธิบายลักษณะการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกได้
2. แสดงการยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก และหาค่าคงที่ของสปริงได้
3. อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่และคาบเวลาของการเคลื่อนที่กับมวลของวัตถุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่เมื่อรู้ค่าคงที่ของสปริง
4. คำนวณหาค่าน้ำหนักของสปริงจากเส้นกราฟจากการทดลองได้โดยไม่ต้องอาศัยเครื่องชั่งอย่างละเอียด

เครื่องใช้ในการทดลอง

1. ชุดทดลองซิมเปิลฮาร์มอนิก ได้แก่ ขาตั้ง สปริง จานวางน้ำหนัก
2. น้ำหนักแบบสอดแขวน
3. นาฬิกาจับเวลา
4. เครื่องชั่งอย่างละเอียด

ทฤษฎี

การเคลื่อนที่ของวัตถุที่มีแนวการเคลื่อนที่ไป-กลับซ้ำทางเดิม และมีคาบเวลาของการเคลื่อนที่คงที่ ลักษณะการเคลื่อนที่ชนิดนี้เรียกว่าการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก ซึ่งได้แก่การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นวงกลม, การเคลื่อนที่ของสปริง, การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มนาฬิกา ฯลฯ

สมมติมีสปริงอันหนึ่ง(มีน้ำหนักน้อยมากๆ) ผูกติดกับมวล (m) ก้อนหนึ่งโดยที่มวลก้อนนี้อยู่บนพื้นราบที่ไม่มีความเสียดทานสปริงจะอยู่ในตำแหน่งสมดุล ถ้าเราออกแรง F โดยดึงมวล (m) ไปทางขวามือได้ระยะทาง x จากจุดสมดุล x มีชื่อเรียกว่า**ระยะขจัด** (displacement)

จากกฎของฮุก (Hook's Law) จะได้ว่า

$$F \quad \alpha \quad x$$

PH 113 (L) 119

จากกฎของฮุก (Hook's Law) จะได้ว่า

$$F \quad \alpha \quad x$$

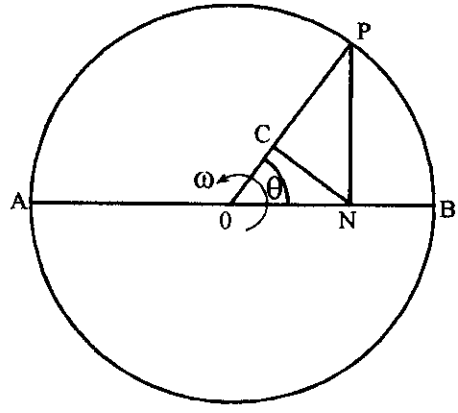
$$\therefore \quad F = -kx \tag{8.1}$$

เมื่อ F = แรงที่ยืดสปริงออกจากจุดสมดุล

x = ระยะขจัดที่สปริงยืดออกจากจุดสมดุล

k = ค่าคงที่ของสปริง

เครื่องหมาย – หมายถึงเวกเตอร์ที่แสดงทิศทางของระยะขจัด x ตรงกันข้ามกับแรง F การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกจะมีความสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่แบบวงกลมที่มีความเร็วเชิงมุม (ω) คงที่ และมีรัศมีของวงกลม (R) หรือค่าแอมพลิจูด (A) ที่สปริงเคลื่อนที่ห่างจากจุดสมดุลมากที่สุด



รูปที่ 8.1

ถ้าให้ ON = x และ OA = R

จะได้ $$x = R\cos\theta \tag{8.2}$$

จากรูปที่ 8.1 ที่ขณะเวลา t ใดๆ ค่ามุม θ ที่จุด P ได้หมุนไป

$$\theta = \omega t \tag{8.3}$$

แทนค่า สมการที่ 8.3 ลงในสมการ 8.2 จะได้ว่า

$$x = R\cos\omega t \tag{8.4}$$

เมื่อจุด P เคลื่อนที่ครบ 1 รอบ ค่ามุมθ จะมีค่าเท่ากับ 2π และเวลาในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบเรียกว่าคาบ (T)

$\therefore$ จากสมการที่ 8.3 จะได้ว่า

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} \quad (8.5)$$

ถ้า f = ความถี่ของการเคลื่อนที่ของจุด P (หน่วยของ f คือ จำนวนรอบต่อหน่วยเวลา ส่วนหน่วยของ T คือ จำนวนเวลาต่อ 1 รอบ)

$\therefore f = \frac{1}{T}$ แทนค่าลงในสมการ 8.5 จะได้

$$\omega = 2\pi f \quad (8.6)$$

แทนค่าสมการที่ 8.3 ลงในสมการ 8.2 จะได้ว่า

$$x = R\cos\omega t \quad (8.7)$$

ดังนั้นอัตราความเร็วเชิงเส้นในแนว $AB = v = \frac{dx}{dt} = -\omega R\sin\omega t$ (8.8)

ดังนั้นอัตราความเร่งเชิงเส้นในแนว $AB = a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 R\sin\omega t$ (8.9)

แทนค่าสมการที่ 8.7 ลงในสมการที่ 8.9 จะได้

$$a = -\omega^2 x \quad (8.10)$$

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน (F = ma) และจากสมการการเคลื่อนที่จะได้ว่า

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (8.11)$$

จากสมการที่ 8.10 และ8.11 จะได้

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

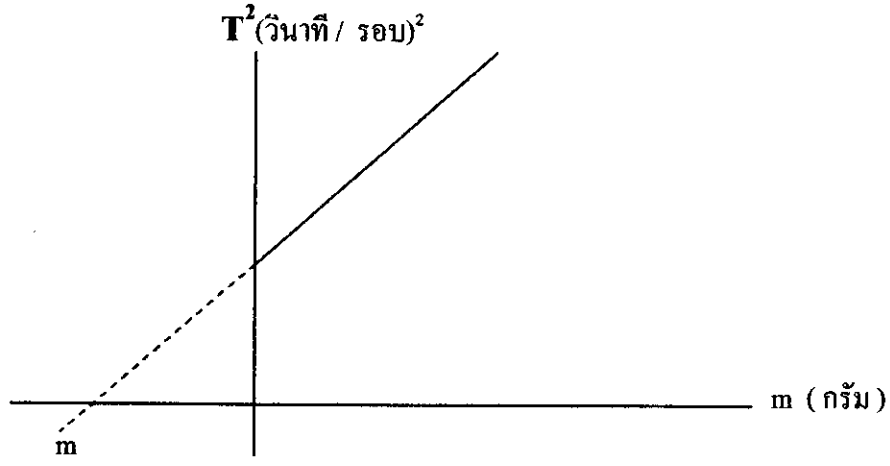
$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8.12)$$

จากสมการที่ 8.5 และสมการ 8.12 จะได้ว่า

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8.13)$$

<u>การหาค่าน้ำหนักของสปริงจากเส้นกราฟ</u>

เราสามารถหาน้ำหนักของสปริงจากกราฟความสำพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m ซึ่งเป็นกราฟเส้นตรง ถ้าให้ T^2 อยู่บนแกนดิ่ง (แกน y) และ m อยู่บนแกนระนาบ (แกน x) ดังรูปที่ 8.2 ให้นักศึกษาต่อเส้นกราฟ



รูปที่ 8.2

จากแกน y ลงไปตัดแกนระนาบ , x, และอ่านระยะจุดที่เส้นกราฟตัดกับแกนระนาบ (x) ที่จุดนี้ $T^2 = 0$ ค่า m_A มีค่าเป็นลบ แล้วนำค่า m_A (ติดลบ) ไปแทนสมการที่ 8.14

เมื่อ m = มวลของวัตถุทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่

$$= \text{น้ำหนักของจาน (P)} + \text{น้ำหนักที่เพิ่ม } (m_A) + \frac{\text{น้ำหนักสปริง (S)}}{3}$$

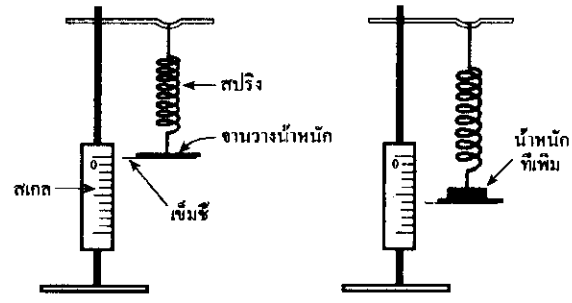
$\therefore$ ที่ $T^2 = 0$ จะได้ว่า $m_A + P + \frac{S}{3} = 0$

$$m_A = -(P + \frac{S}{3}) \qquad (8.14)$$

<u>หมายเหตุ</u> ถ้าการเคลื่อนที่ของสปริงเป็นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกอย่างแท้จริง น้ำหนักของสปริงที่คำนวณได้โดยวิธีนี้จะตรงกับหรือใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการชั่งน้ำหนักของสปริงจากเครื่องชั่งอย่างละเอียด

วิธีทดลอง

ตอนที่ 1 การยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก



รูปที่ 8.3

1 จัดเครื่องมือตามรูปที่ 8.3 ให้นักศึกษาสังเกตตำแหน่งของเข็มชี้ไปยังสเกลเมื่อสปริงหยุดนิ่ง

2. วางน้ำหนัก 50 กรัม ลงบนจานเปล่า และอ่านตำแหน่งของเข็มชี้เมื่อสปริงหยุดนิ่ง

3. เพิ่มน้ำหนักอีกครั้งๆละ 50 กรัม จนครบ 5 ครั้งโดยปฏิบัติตามข้อ 2 ทุกครั้ง

4. ทดสอบตำแหน่งที่อ่านได้ในแต่ละครั้งข้างต้น โดยนำน้ำหนักออกครั้งละ 50 กรัม จนกระทั่งถึงตำแน่งของจานเปล่าเหมือนเมื่อตอนเริ่มต้น (หรือเหมือนข้อ 1)

5. สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำต่อสปริง (เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของน้ำหนักที่แขวน) กับส่วนยืดของสปริง โดยให้แรง $F(=mg)$ มีหน่วยเป็นไดน์อยู่บนแกนดิ่ง และส่วนยืดของสปริง (x)มีหน่วยเป็นเซนติเมตรอยู่บนแกนระนาบ จะได้กราฟเส้นตรง แสดงว่า $F \alpha x$

6. หาค่าคงที่ของสปริง ($k = F/x$)ในหน่วยไดน์ต่อเซนติเมตรจากเส้นกราฟในข้อ 5 ค่าคงที่ของสปริงจะมีค่าเท่ากับค่าความชันของกราฟเส้นตรง

ตอนที่ 2 การศึกษาค่าแอมพลิจูดและคาบเวลาของการแกว่งของสปริง

1. จัดเครื่องมือตามรูปที่ 8.3

2. วางน้ำหนัก 100 กรัม ลงบนจาน

3. ให้จานแกว่งในแนวดิ่งแล้วดึงจานอยู่ห่างจากจุดสมดุล 1 ซม. แล้วปล่อย จับเวลาการแกร่งครบ 50 รอบ เป็นวินาที ทำการทดลองสามครั้งเพื่อหาค่าเฉลี่ย

4. ทำเหมือนข้อ 3 แต่ดึงจานอยู่ห่างจากจุดสมดุล 2 , 3 และ 4 ซม.

5. คำนวณหาคาบเวลาแกว่งครบรอบ (T)

6. เปรียบเทียบค่า T ที่ได้จากการทดลอง

7. สรุปว่า คาบเวลาการแกร่งครบรอบ T ขึ้นกับค่าแอมพลิจูดของการแกว่งหรือไม่

ตอนที่ 3 การหาน้ำหนักของสปริง

1. จัดเครื่องมือตามรูปที่ 8.3

2. วางน้ำหนัก 100 (ขึ้นอยู่กับความแข็งหรือความอ่อนของสปริง ถ้าสปริงมีความอ่อนมาก (หรือค่า k น้อย) อาจจะใช้น้ำหนักเพียง 20 กรัม) ลงบนจาน

3. จับเวลาการแกว่งครบ 50 รอบ เป็นวินาทีโดยให้จานแกว่งในแนวดิ่งและให้จานสูงจากตำแหน่งสมดุลเล็กน้อยแล้วปล่อยและหาคาบเวลาการแกว่งครบรอบ (T) โดยทำการทดลอง 3 ครั้งเพื่อหาค่าเฉลี่ย

4. เพิ่มน้ำหนักต่อไปครั้งละ 50 กรัม และหาคาบเวลาของการแกว่งทุกครั้ง จนกระทั่งน้ำหนักที่เพิ่มเท่ากับ 250 กรัม (น้ำหนักที่เพิ่ม คือ ค่า m_A นั่นเอง)

5. เปรียบเทียบค่า T ที่ได้จากการทดลองกับ T ที่คำนวณได้จากทฤษฎี

$$(T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A + P + S/3}{k}})$$

6. ถ้า T จากการทดลองใกล้เคียงกับค่า T จากทฤษฎี แสดงว่าการเคลื่อนที่ของสปริงเป็นการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกอย่างแท้จริง กราฟของความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับค่า m_A เส้นกราฟจะเป็นเส้นตรง

5. จากกราฟให้นักศึกษาอ่านค่า m_A เมื่อ $T^2 = 0$ ค่า m_A ที่ได้จะติดลบ และคำนวณหาค่า S จากสมการที่ 8.14

6. เปรียบเทียบค่าน้ำหนักของสปริงที่คำนวณได้จากกราฟกับน้ำหนักของสปริงที่ชั่งได้จากเครื่องชั่งอย่างละเอียด

สรุปประเด็นสำคัญ

การเคลื่อนที่ของวัตถุเป็นวงกลม และการเคลื่อนที่ของสปริง เป็นการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

แบบทดสอบการทดลองที่ 8

1. กรณีใดต่อไปนี้แสดงถึงการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก
   1. วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวเส้นรอบวงของวงกลม
   2. ตามเงาบนเส้นผ่าศูนย์กลางของวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลม
   3. สปริงเคลื่อนที่ผ่านศูนย์กลางของการแกว่งไปมา
   4. ถูกทุกข้อ
2. ปริมาณใดในทางฟิสิกส์ที่มี**ค่าคง**ที่ในการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก
   1. อัตราเร็ว 2. อัตราเร่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
3. การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกจะทำให้ปริมาณใดมีค่าเป็น**ศูนย์**ได้
   1. อัตราเร็ว 2. อัตราเร่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
4. การแกว่งของมวล (m) ซึ่งยึดติดกับสปริง (ค่าคงที่ของสปริง = k)ทำให้ปริมาณใดมีค่าคงที่
   1. ความถี่ 2. คาบของการแกว่ง 3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่มีข้อถูก
5. กราฟของความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำต่อสปริงกับส่วนยืดของสปริงควรมีลักษณะใด
   1. เส้นตรง 2. เส้นโค้งคดไป-มา 3. พาราโบลา 4. ไฮเพอร์โบลา
6. ลักษณะที่ถูกต้องของกราฟดังกล่าวในข้อ 5 เป็นไปตามหลักการใด
   1. กฎของฮุก 2. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน
   3. ซิมเปิลฮาร์มอนิก 4. ถูกทุกข้อ
7. โดยอาศัยกราฟในข้อ 5 จะหาปริมาณทางฟิสิกส์ใดได้โดยตรง
   1. มวลของสปริง 2. ค่าคงที่ของสปริง

3. มวลของวัตถุผูกกับสปริง 4. ถูกทุกข้อ

8. ในกรณีที่มวล (m) ซึ่งยึดติดกับสปริงมีค่ามากขึ้นจะทำให้การแกว่งของสปริงในข้อ 4 เปลี่ยนไปหรือไม่

1. ความถี่มากขึ้น 2. คาบของการแกว่งมากขึ้น

3. ข้อ 1 และ 2 ถูก 4. ไม่เปลี่ยนแปลง

9. กราฟความสัมพันธ์ระหว่าง (คาบของการแกว่ง, T^2) กับมวลที่เพิ่ม (m_A) ควรมีลักษณะใด

1. เส้นตรง 2. เส้นโค้งคดไป-มา 3. พาราโบลา 4. ไฮเพอร์โบลา

10. โดยอาศัยกราฟในข้อ 9 จะหาน้ำหนักของสปริงได้อย่างไร

1. โดยการชั่งเท่านั้น 2. ใช้จุดตัดบนแกนดิ่ง

3. ใช้จุดตัดบนแกนระนาบ 4. ข้อ 1 และ 2 ถูก

แนวตอบ

1. 4	2. 1	3. 2	4. 3	5. 1
6. 1	7. 2	8. 2	9. 3	10. 3

บันทึกผลการทดลอง
เรื่อง การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิก

ผู้รายงาน ชื่อ..... เลขรหัส.....

ผู้ร่วมรายงาน 1. ชื่อ..... เลขรหัส.....

2 ชื่อ..... เลขรหัส.....

3 ชื่อ..... เลขรหัส.....

4 ชื่อ..... เลขรหัส.....

ทำการทดลองวันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. ..... Section ..... กลุ่ม.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ_____

ตอนที่ 1 การยืดของสปริงเป็นไปตามกฎของฮุก

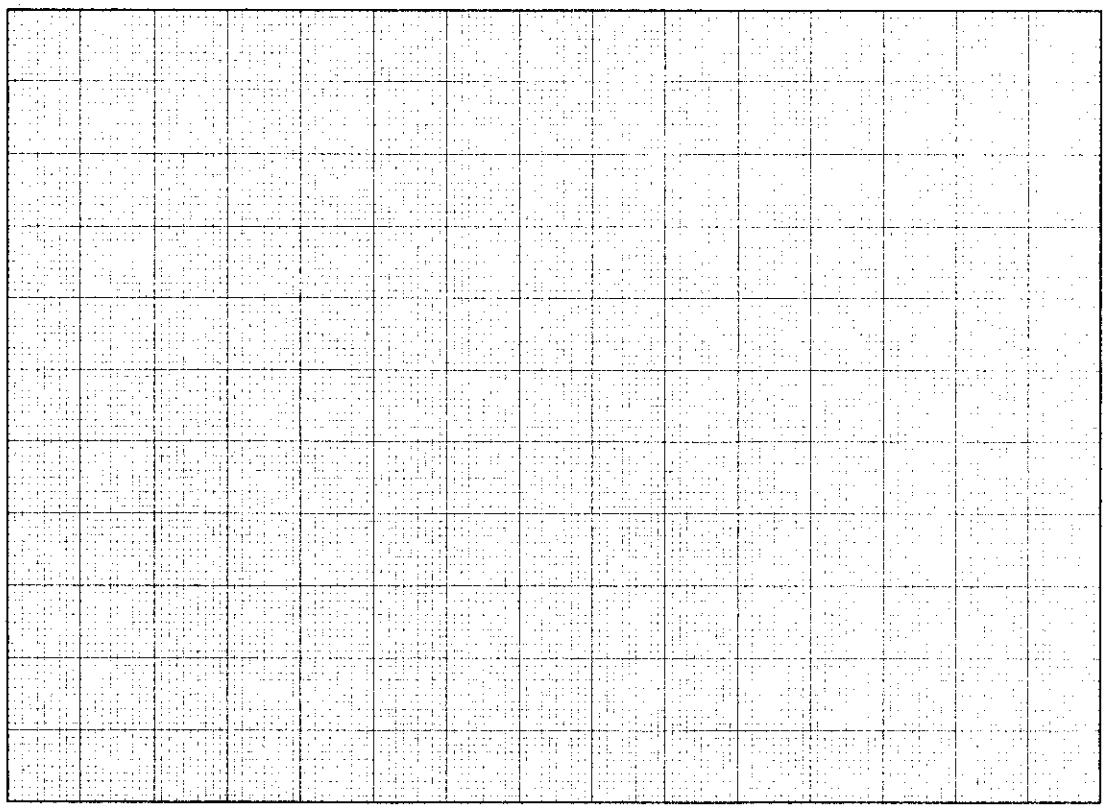
ครั้งที่	น้ำหนักที่เพิ่มบนจาน (กรัม)	แรงกระทำต่อสปริง F = mg (ไดน์)	ส่วนยืดของสปริง (เซนติเมตร)
1	0		
2	50		
3	100		
4	150		
5	200		
6	250		

การคำนวณ

ค่าความชันของเส้นกราฟ $\frac{F}{x}$ = ... $\frac{\text{ไดน์}}{\text{เซนติเมตร}}$

$\therefore$ ค่าคงที่ของสปริง k = ... ไดน์ต่อเซนติเมตร

PH 113 (L) 127



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่กระทำต่อสปริงกับส่วนที่ยืดของสปริง

สรุปผลการทดลอง

.....

.....

.....

.....

ตอนที่ 2 การศึกษาค่าแอมพลิจูดและคาบเวลาของการแกว่งของสปริง

ชั่งน้ำหนักของสปริง S = ... กรัม

ชั่งน้ำหนักจานเปล่า +100 กรัม P = ... กรัม

ครั้งที่	ระยะห่างจากจุดสมดุล(ซม.)	เวลาการแกว่งครบ 50 รอบ (วินาที)				คาบเวลาการแกว่งครบรอบ (วินาที/รอบ)
		1	2	3	เฉลี่ย	
1	1					
2	2					
3	3					
4	4					

จากทฤษฎีคาบเวลาการแกว่งครบรอบ (T) จะไม่ขึ้นอยู่กับค่าแอมพลิจูดของการแกว่ง จากผลการทดลอง นักศึกษาสามารถสรุปผลการทดลองได้อย่างไรบ้าง

สรุปผลการทดลอง

.....

.....

.....

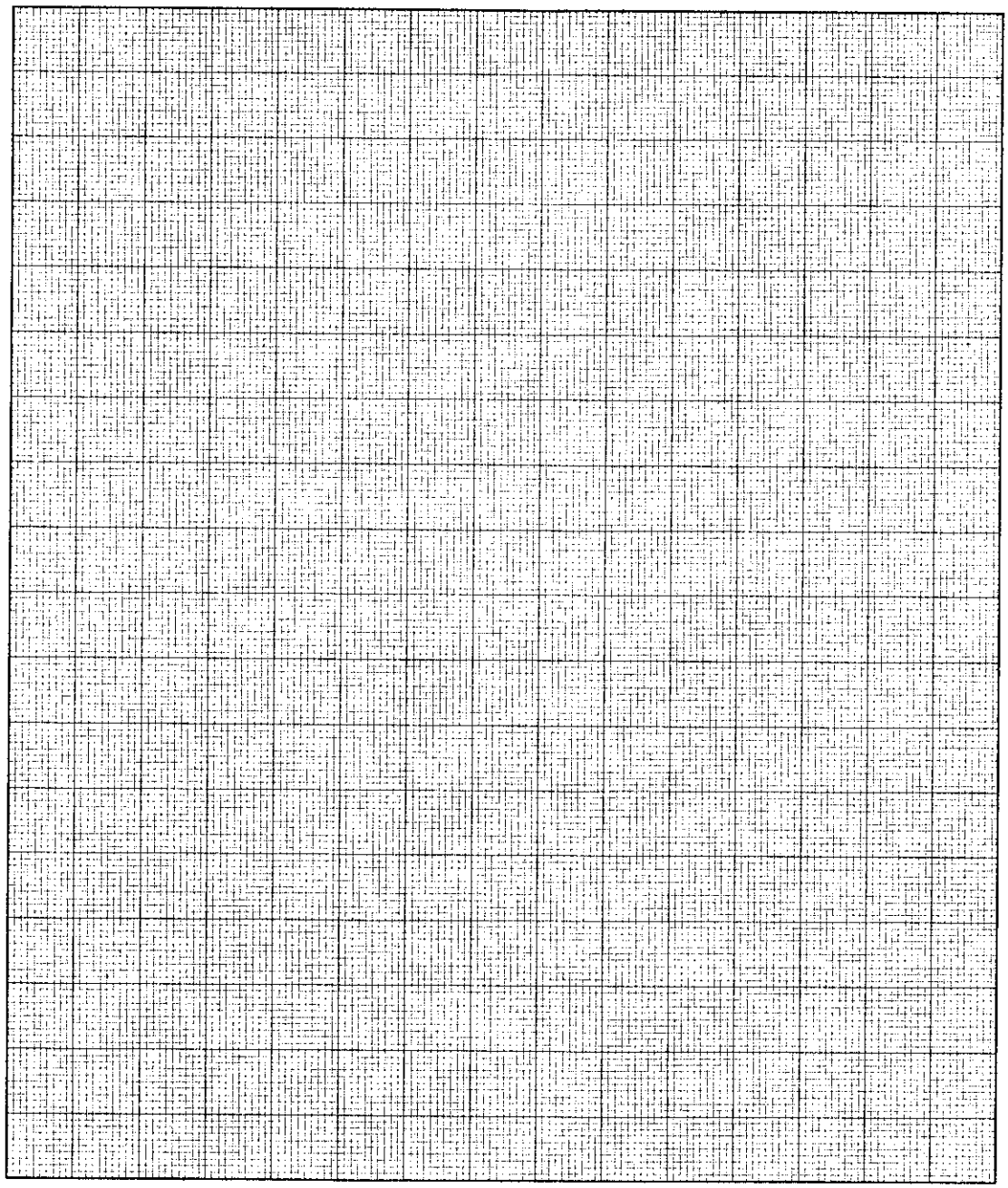
.....

ตอนที่ 3 การหาน้ำหนักของสปริง

ชั่งน้ำหนักสปริง(จากเครื่องชั่งอย่างละเอียด) S = ... กรัม

ชั่งน้ำหนักจานเปล่า + 50 กรัม P = ... กรัม

ครั้งที่	น้ำหนักที่เพิ่มบนจาน m_A (กรัม)	เวลาการแกว่งครบ 50 รอบ (วินาที)				คาบเวลาการแกว่ง (วินาที/รอบ)	T จากทฤษฎี $T = 2\pi\sqrt{\frac{m_A + P + S/3}{K}}$	T^2 (จากการทดลอง)	% ความคลาดเคลื่อน
		1	2	3	เฉลี่ย				
1	0								
2	50								
3	100								
4	150								
5	200								
6	250								



จากความสัมพันธ์ระหว่าง T^2 กับ m_A หาค่าน้ำหนักของสปริง

เมื่อ $T^2 = 0$ อ่านค่า m_A ได้ =.....กรัม

จากสมการที่ 8.14

$$m_A = -(P + \frac{S}{3})$$

แทนค่า m_A (มีค่าเป็นลบ) และค่า P (= น้ำหนักจานเปล่า + 50 กรัม) ลงบนสมการบน จะได้

$$S = -3(m_A + P)$$

$$S = \text{.....}$$

$$S = \text{..... กรัม}$$

น้ำหนักสปริงที่ชั่งโดยเครื่องชั่งละเอียดมีค่า = ... กรัม

เปรียบเทียบ % ความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักสปริงที่ได้จากการทดลองกับที่ได้จากการชั่งโดยเครื่องชั่งอย่างละเอียด

% ความคลาดเคลื่อน = ...

.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ

สรุปผลการทดลอง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PH 113 (L) 131