

## การทดลองที่ 5

### เรื่อง เครื่องกลของแตรวูด

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ศึกษาหลักการเคลื่อนที่ของนิวตัน
2. เพิ่มทักษะในการใช้อุปกรณ์
3. รู้จักการนำผลจากข้อมูลดิบไปหาค่าที่สนใจศึกษา

#### เครื่องใช้ในการทดลอง

เครื่องกลของแตรวูดประกอบด้วย

1. รอกอคูมิเนียมยัดติดผนัง
2. เชือกมีน้ำหนักเบา เพื่อใช้ผูกค้ำน้ำหนัก
3. ค้ำน้ำหนัก 100 กรัม 2 ชิ้น
4. มวลที่เดิมขนาดต่างๆ
5. นาฬิกาจับเวลา
6. ไม้เมตร

#### ทฤษฎี

George Atwood (1746 – 1807) ประดิษฐ์เครื่องมือเพื่อใช้พิสูจน์กฎข้อสองของนิวตัน กล่าวคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำบนวัตถุ และเป็นสัดส่วนกลับกับมวล กล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ความเร่งของวัตถุเป็นสัดส่วนกลับกับมวล สมการความสัมพันธ์คือ

$$F = ma \quad (5.1)$$

$F$  = แรงลัพธ์ มีหน่วยเป็นนิวตัน

$m$  = มวลทั้งหมดที่ถูกเร่ง หน่วยเป็นกิโลกรัม

PH 113 (L)

75

PH 113 (L)

75

$F$  = แรงลัพธ์ มีหน่วยเป็นนิวตัน

$m$  = มวลทั้งหมดที่ถูกเร่ง หน่วยเป็นกิโลกรัม

$a$  = ความเร่ง หน่วยเป็นเมตร/วินาที<sup>2</sup>

กรณีนี้รวมค่าที่เกิดจากการหมุนของรอกด้วย ซึ่งค่าโมเมนต์ความเฉื่อยเป็น

$$I = \frac{1}{2} mR^2 \quad (5.2)$$

$I$  = โมเมนต์เฉื่อยของรอก

$M$  = มวลของรอก

$R$  = รัศมีของรอก

ถ้าวัตถุหนึ่ง เริ่มเคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง จะมีระยะทางในการเคลื่อนที่เป็น

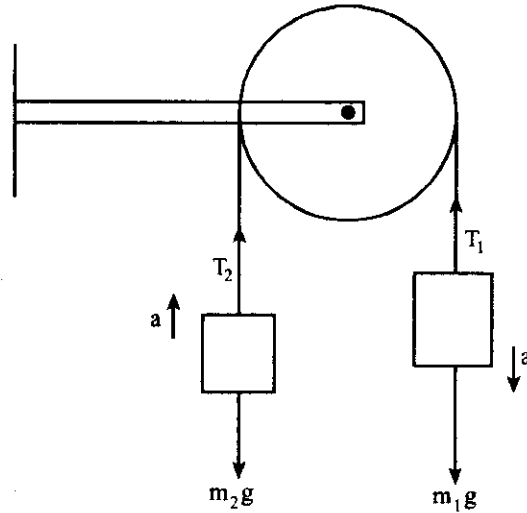
$$S = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{และ} \quad a = \frac{2S}{t^2} \quad (5.3)$$

การหาค่าความเร่งเนื่องจากมวลที่ใช้ถ่วงอาจใช้วิธีการกราฟ โดยให้ความเร่งอยู่บนแกนตั้ง และมวลที่ใช้ถ่วงอยู่บนแกนนอน โดยทั่วไปกราฟเส้นตรงนี้ควรตัดผ่านจุดกำเนิดแต่การทดลองจะได้กราฟที่ไม่ผ่านเนื่องจากแรงเสียดทานของอุปกรณ์นั่นเอง

เครื่องกลแอตวูด (Atwood machine) ประกอบด้วยมวลสองอัน  $m_1$  และ  $m_2$  แขนวนที่ปลายทั้งสองของเชือกเส้นหนึ่ง ซึ่งพาดบนรอกมวล  $m$  รัศมี  $R$  โมเมนต์คัมความเฉื่อย  $I$  ดังรูปที่ 5.1 กำหนดให้มวล  $m_1 > m_2$  พบว่า  $m_1$  จะเคลื่อนที่ลง มวล  $m_2$  จะเคลื่อนที่ขึ้น โดยไม่มีการไถล ถ้าให้  $T_1$  และ  $T_2$  เป็นแรงดึงในเส้นเชือกทางด้าน  $m_1$  และ  $m_2$  ตามลำดับ จะหาความเร่ง  $a$  ของมวลได้โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน โดยที่

$F$  = เป็นแรงเนื่องจากมวลที่ใช้ถ่วง

$m$  = เป็นมวลที่ถูกเร่งแบบเชิงเส้น ซึ่งรวมทั้งค่าคัมน้ำหนักและมวลที่ใช้ถ่วง ซึ่งรวมมวลของรอกด้วย



รูปที่ 5.1 เครื่องกลแอตวูด

พิจารณามวล  $m_1$  ซึ่งเคลื่อนที่ลงจะได้

$$m_1g - T_1 = m_1a \quad (5.4)$$

มวล  $m_2$  เคลื่อนที่ขึ้น จะได้

$$T_2 - m_2g = m_2a \quad (5.5)$$

พิจารณาที่ตัวรอก แรงดึงของเส้นเชือกและแรงเสียดทาน  $f$  ระหว่างเชือกกับรอกทำให้เกิดทอร์กกระทำกับรอก ทอร์กลัพธ์  $\Sigma\tau$  จะทำให้รอกหมุนด้วยความเร่งเชิงมุม  $\alpha$  จากสมการ

$$\Sigma\tau = I\alpha \quad (5.6)$$

จะได้

$$T_1R - (T_2R + fR) = I\alpha$$

$$(T_1 - T_2 - f)R = I\alpha$$

หรือ

$$T_1 - T_2 - f = I \frac{\alpha}{R} \quad (5.7)$$

แทนสมการ 5.4 และ 5.5 ใน 5.7 แล้วใช้สมการ  $a = R\alpha$  จะได้

$$m_1g - m_2g - f = \left( m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right) a$$

โดยที่โมเมนต์ความเฉื่อยของรอก  $I$  หาได้จากสมการ 5.2 แล้วจัดสมการใหม่จะได้ความเร่งเป็น

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g - f}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \quad (5.8)$$

หรือ  $a = \frac{\Sigma F}{\Sigma m}$

เมื่อแรงลัพธ์ที่ทำให้เกิดความเร่ง  $\Sigma F = m_1 g - m_2 g - f$

และมวลรวมของระบบ  $\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2}$

- โดยที่
- $a$  = ความเร่งของระบบ
  - $m$  = ค่านวลที่ใช้ถ่วง
  - $f$  = แรงเสียดทานซึ่งอยู่ในหน่วยเดียวกับมวล
  - $\Sigma m$  = มวลลัพธ์ที่ถูกเร่งแบบเชิงเส้น ซึ่งรวมค่าค้ำน้ำหนัก, มวลที่เดิม และ 1/2 ของมวลรอก
  - $I$  = โมเมนต์เฉื่อยของรอก
  - $R$  = รัศมีรอก
  - $M$  = มวลของรอก

ในการทดลองนี้ จะหาความเร่งของมวลแต่ละอัน คือ  $m_1$  หรือ  $m_2$  ซึ่งเท่ากับความเร่งของระบบ ได้จากสมการ  $m_1, m_2$  หาได้โดยการชั่ง แรงเสียดทานระหว่างเชือกกับรอก  $f$  หาได้จากสมการ 5.8 ในกรณีที่ความเร่งของระบบมีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือขณะที่ระบบของมวลทั้งสองเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว ดังนั้น

$$f = (m_1 - m_2)g \quad (5.9)$$

นั่นคือ แรงเสียดทานเมื่อระบบเครื่องกลของแอดดวูดสมดุลจะมีค่าเท่ากับ ผลต่างของมวลทั้งสองเมื่อความเร่งของระบบมีค่าเป็นศูนย์

ความเร่งที่คำนวณได้ตามสมการ 5.8 เป็นความเร่งที่คำนวณได้จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน ซึ่งความเร่งนี้เป็น ความเร่งตามทฤษฎี  $a_{Th}$  ในการทดลองอาจหาความเร่งได้จากความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางที่มวลเคลื่อนที่กับเวลาที่ใช้เคลื่อนที่ ซึ่งความเร่งนี้เป็น ความเร่งที่ได้จากการทดลอง  $a_{Exp}$  ซึ่งหาได้ดังนี้

ในการทดลองถ้าให้  $S$  เป็นระยะทาง และ  $t$  เป็นเวลาที่มวล  $m_1$  เคลื่อนที่ จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงด้วยความเร่งคงที่ จะได้

$$S = ut + \frac{1}{2} a t^2$$

ในการทดลองนี้มวล  $m_1$  เริ่มเคลื่อนที่จากจุดหยุดนิ่ง  $u = 0$  จะได้

$$a = a_{Exp} = \frac{2S}{t^2}$$

การหาค่า  $g$  หาได้จากสมการ 5.8 เมื่อแทน  $\Delta m = m_1 - m_2$  จะได้

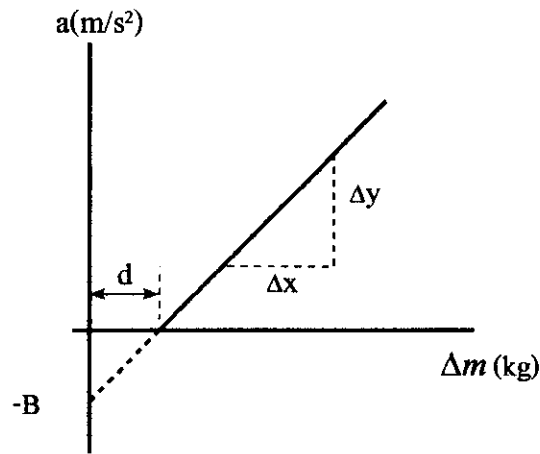
$$\begin{aligned} a_{Exp} &= \frac{m_1 g - m_2 g - f}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \\ &= \frac{\Delta m g - f}{\Sigma m} \\ a_{Exp} &= \frac{\Delta m g}{\Sigma m} - \frac{f}{\Sigma m} \end{aligned} \quad (5.10)$$

ซึ่งคือสมการเส้นตรงโดยเปรียบเทียบกับสมการเส้นตรง

$$y = Ax + B$$

เมื่อ  $A$  และ  $B$  เป็นค่าคงที่ โดยที่  $A$  เป็นความชันของกราฟ และ  $B$  เป็นจุดตัดบนแกน  $y$

ในการทดลองแรงเสียดทานจะเป็นค่าคงตัว และถ้าให้  $\Sigma m$  คือมวลของระบบซึ่งคงที่ตลอดการทดลอง (ทำได้โดยการย้ายส่วนหนึ่งของมวล  $m_2$  ไปเพิ่มให้มวล  $m_1$  จะเห็นว่า ถ้า  $\Delta m$  เปลี่ยนแปลง ก็จะทำให้  $a$  เปลี่ยนไปด้วย ดังนั้น ถ้าเขียนกราฟระหว่าง  $\Delta m$  กับ  $a$  จากการทดลอง โดยให้  $\Delta m$  อยู่บนแกนนอน  $a$  อยู่บนแกนตั้ง จะได้กราฟเป็นเส้นตรง ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างผลต่างของมวล  $\Delta m$  กับความเร่ง  $a$

ความชันของกราฟในรูปที่ 5.2 คือ

$$A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{g}{\Sigma m} \quad (5.11)$$

ดังนั้นความเร่งโน้มถ่วงจะมีค่าตามสมการ

$$g = \Sigma m \cdot A \quad (5.12)$$

ที่จุดตัดบนแกน  $x$  (ระยะ  $d$  ตามรูป) เมื่อแทน  $a = 0$  ลงในสมการ 5.10 จะได้

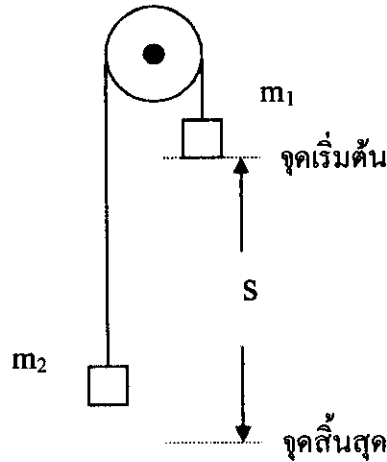
$$\frac{f}{\Sigma m} = \frac{g}{\Sigma m} \Delta m = \frac{gd}{\Sigma m} \quad (5.13)$$

ซึ่งแรงเสียดทานจะมีค่าเป็น

$$f = gd \quad (5.14)$$

แสดงว่าจากกราฟรูปที่ 3.2 เมื่อทราบความชันของกราฟและระยะที่กราฟตัดกับแกน  $x$  ก็จะสามารถหาค่าความเร่งโน้มถ่วงและแรงเสียดทานได้

## วิธีทดลอง



รูปที่ 5.3 แสดงการจัดอุปกรณ์ทดลองเครื่องกลของแอตวูด

1. คล้องตุ้มน้ำหนักขนาด 100 กรัม ทั้งสองผ่านรอกดังรูปที่ 5.3 โดยกำหนดจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดให้ต่างกันประมาณ 1 เมตร แล้วจัดให้สมดุลโดยมวลทั้งระบบต้องหยุดนิ่ง
2. เติมมวลที่ตุ้มน้ำหนักทั้งสองก้อนๆละ 10 กรัม โดยเติมมวลด้านขวาด้วยมวลขนาด 10 กรัม 1 ก้อน และเติมมวลด้านซ้ายด้วยมวลขึ้นละ 1 กรัมจำนวน 10 ชิ้น
3. ย้ายมวลด้านซ้ายไปไว้ด้านขวา 1 กรัม บันทึกข้อมูลค่ามวลรวมด้านขวา ( $m_1$ ) และมวลรวมด้านซ้าย ( $m_2$ ) แล้วปล่อยให้ระบบเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้นไปยังจุดสิ้นสุด
4. จับเวลาในการเคลื่อนที่ของข้อ 3. ซึ่งต้องปฏิบัติทันทีที่ทันใดที่ระบบเริ่มเคลื่อนลง หาข้อมูลโดยปฏิบัติเช่นเดิม 3 ครั้ง จากนั้นหาค่าเวลาเฉลี่ย
5. ทำเช่นเดียวกับการทดลองข้อ 3. และ 4. โดยย้ายมวลด้านซ้ายไปไว้ด้านขวาอีก 1 กรัม จนครบทั้ง 10 ชิ้น
6. การหาค่าความเร่งจากการทดลอง ( $a_{Exp}$ ) จากสมการ 
$$a_{Exp} = \frac{2S}{t^2}$$

7. เขียนกราฟระหว่างค่า  $a_{Exp}$  กับ  $\Delta m$  โดยให้  $a_{Exp}$  อยู่บนแกน  $y$  และ  $\Delta m$  อยู่บนแกน  $x$  หาความชันของกราฟ และหาค่า  $g$  จากสมการ  $g = \Sigma m \cdot A$  เมื่อ  $A$  เป็นความชันของกราฟ เปรียบเทียบกับค่า  $g$  มาตรฐาน  $9.8$  เมตร/วินาที<sup>2</sup> แล้วหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

8. อ่านค่า  $\Delta m$  ตรงจุดตัดบนแกนนอนเป็นค่า  $d$  หาแรงเสียดทานจากการทดลองจากสมการ  $f = gd$  และหาผลต่างของมวล ( $\Delta m$ ) ที่ทำให้ระบบเครื่องกลของแอดวูดสมดุล (เมื่อ  $a = 0$ ) โดยใช้สมการ  $f = (m_1 - m_2)g$

9. คำนวณหาแรงลัพธ์  $\Sigma F$  จากสมการ  $\Sigma F = m_1g - m_2g - gd$

10. หามวลรวมของระบบ  $\Sigma m$  จากสมการ  $\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2}$

11. หาความเร่งทางทฤษฎีที่ใช้ข้อมูลจากการทดลองได้จากสมการ  $a_{Th} = \frac{\Sigma F}{\Sigma m}$



## แบบทดสอบการทดลองที่ 1

1. กรณีคำนึงถึงผลจากความเฉื่อยของรอก พลังงานศักย์ของระบบคือ
  1.  $(m_1 + m_2)gh$
  2.  $(m_1 - m_2)gh$
  3.  $(-m_1 + m_2)gh$
  4. 0
2. พลังงานจลน์ของระบบคือ
  1.  $\frac{(-m_1 + m_2)v^2}{2}$
  2.  $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$
  3.  $\frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$
  4.  $\frac{(m_1 - m_2)v^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$
3. ถ้า  $m_1 = m_2$ 
  1. แรงดึงในเส้นเชือกเป็นศูนย์
  2. ความเร่งของระบบเป็นศูนย์
  3. พลังงานกลลัพธ์ของระบบเป็นศูนย์
  4. ถูกทุกข้อ
4. ตามความเห็นของท่าน แรงดึงในเส้นเชือกจากกรณีนี้
  1. เป็นค่าสูงสุดที่เชือกทนได้
  2. มีค่าคงเดิมเสมอ
  3. แปรตามค่ามวลที่ใช้ถ่วง
  3. มีค่าเป็นศูนย์ถ้าระบบหยุดนิ่ง
5. กรณีระบบแปรสภาพจากหยุดนิ่งเป็นเคลื่อนที่เมื่อถ่วงมวลข้างใดข้างหนึ่งนั้น
  1. แสดงว่าเกิดความเร่งขึ้นแล้ว
  2. ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้จะแปรตามเวลายกกำลังสอง
  3. ความเร่งเป็นสัดส่วนกลับกับเวลายกกำลังสอง
  4. ถูกทุกข้อ
6. จากการทดลอง ถ้ารอกที่ใช้มีขนาดเล็กลงมากเท่าใด จะส่งผลกระทบต่อระบบคือ
  1. การเคลื่อนที่เร็วมากจนยากในการจับเวลาของการเคลื่อนที่
  2. แรงดึงในเส้นเชือกเป็นศูนย์
  3. ไม่ต้องนำค่าโมเมนต์เฉื่อยของรอกมาเกี่ยวข้อง
  4. ถูกทุกข้อ
7. จากการทดลองสรุปได้ว่า
  1. ความเร่งที่เกิดขึ้นมีทั้งค่าเชิงเส้นและเชิงมุม
  2. ถ้ารอกมีความเฉื่อยสูง ระบบจะมีความเร่งน้อย
  3.  $S = 1/2 at^2$

4. ถูกทุกข้อ
8. มวลของวัตถุที่ผูกอยู่สองข้างของรอกนั้น
1. ส่งผลให้แรงตึงในเส้นเชือกคงค่าเดิมเสมอ
  2. ความเร่งของน้ำหนักทั้งสองข้างมีค่าเดียวกัน
  3. แรงตึงลงเกิดจากแรงตึงคูดของโลก
  4. ถูกทุกข้อ
9. ค่าความเร่งเชิงมุม
1. ของ  $m_1$  ต่างจาก  $m_2$
  2. เป็นค่าเดียวกันทั้ง  $m_1$  และ  $m_2$
  3. มีค่าแปรตามแรงตึงในเส้นเชือก
  4. ถูกข้อ 1 และ 2
10. ในการทดลอง การเคลื่อนที่ของระบบเกิดเมื่อ
1. เพิ่มแรงตึงในเส้นเชือก
  2. แรงตึงคูดของโลกมีค่ามาก
  3. น้ำหนักที่ถ่วงอยู่ทั้งสองข้างของรอกไม่เท่ากัน
  4. ถูกทุกข้อ

*แนวตอบ*

- |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. 3 | 2. 1 | 3. 2 | 4. 2 | 5. 4  |
| 6. 3 | 7. 4 | 8. 4 | 9. 2 | 10. 3 |

**บันทึกผลการทดลอง**  
**เรื่อง เครื่องกลของแอดวูด**

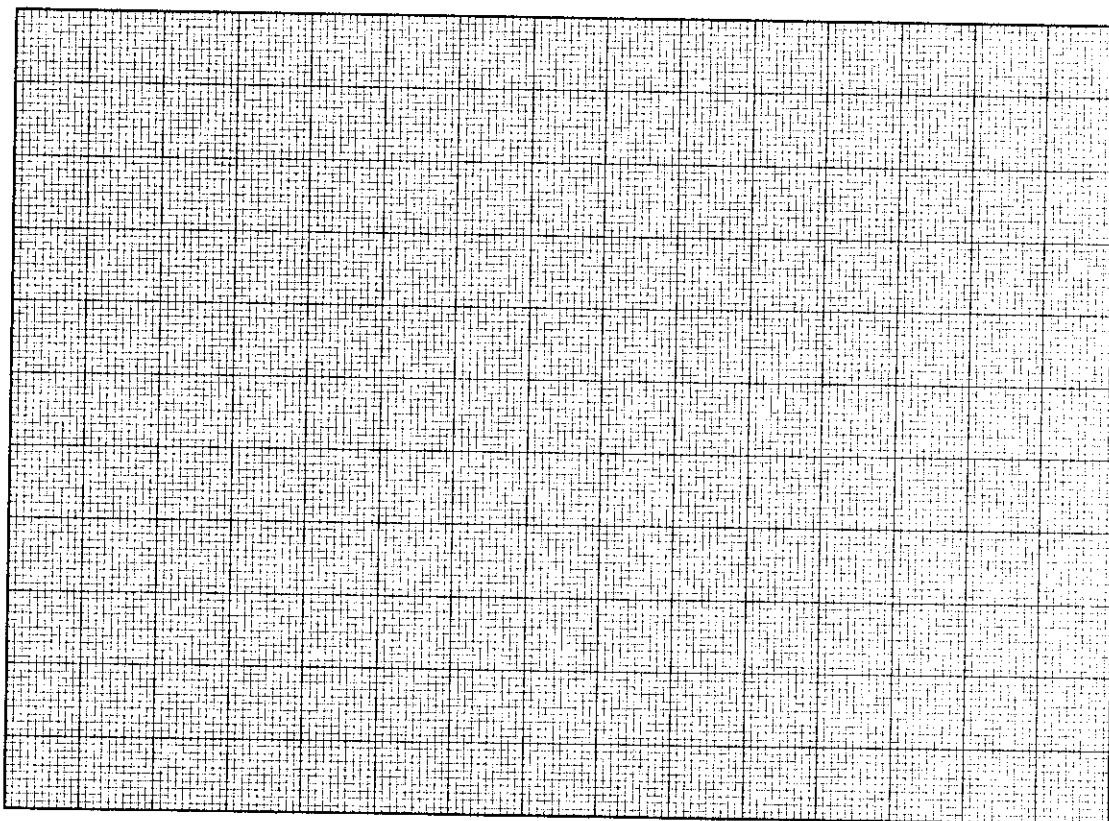
ผู้รายงาน ชื่อ..... เลขรหัส.....  
 ผู้ร่วมรายงาน 1. ชื่อ..... เลขรหัส.....  
 2. ชื่อ..... เลขรหัส.....  
 3. ชื่อ..... เลขรหัส.....  
 4. ชื่อ..... เลขรหัส.....  
 ทำการทดลองวันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ. .... Section ..... กลุ่ม.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ \_\_\_\_\_

มวลรอก  $M = 367$  กรัม มวลตุ้มน้ำหนัก = 100.00 กรัม รัศมีรอก  $R = 7.5$  ซม.  
 ระยะความสูงของตุ้มน้ำหนักเมื่อระบบหยุดนิ่ง(สมดุล)  $S = \dots\dots\dots$  เมตร

ผลการทดลอง ย้ายมวลครั้งละ 1 กรัม รวม 10 ครั้ง

ครั้งที่	$m_1$ (g)	$m_2$ (g)	$\Delta m$ (g)	เวลาที่อ่านได้ (s)				$a_{Exp}$ ( $m/s^2$ )	$\Sigma F$ (N)	$a_{Th}$ ( $m/s^2$ )	% ความ แตกต่าง
							เฉลี่ย				
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											



กราฟระหว่างความเร่ง  $a_{Exp}$  กับ ผลต่างของมวล  $\Delta m$

หาค่าจากกราฟ(ใส่หน่วยให้ถูกต้อง)

ความชัน  $A = \dots\dots\dots$  จุดตัด  $d = \dots\dots\dots$

$$\Sigma m = m_1 + m_2 + \frac{M}{2} = \dots\dots\dots$$

ความเร่งโน้มถ่วง  $g = \dots\dots\dots$  เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน =  $\dots\dots\dots$

แรงเสียดทานจากกราฟ  $f = \dots\dots\dots$

ผลต่างของมวลที่ทำให้ระบบเครื่องกลของแอดูดสมดุล( $\Delta m$ ) =  $\dots\dots\dots$

.....

อาจารย์ผู้ควบคุมปฏิบัติการ



