

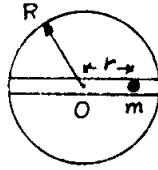
## แบบฝึกหัดที่ 1

- 1.1 จงหาแรงดึงดูดแห่งการโน้มถ่วงระหว่าง โลกกับ  
(ก) ดวงจันทร์ (ข) ดวงอาทิตย์  
และหาอัตราส่วนระหว่างแรงทั้งสองนี้ด้วย
- 1.2 จงหาแรงดึงดูดแห่งการโน้มถ่วงระหว่างโปรตอน 2 ตัวในโมเลกุลของไฮโดรเจน โดย  
ระยะห่างระหว่างโปรตอนเป็น  $0.74 \times 10^{-10}$  เมตร
- 1.3 จงหาแรงดึงดูดแห่งการโน้มถ่วงระหว่างโปรตอนกับอิเล็กตรอนในอะตอมของไฮโดรเจน  
สมมติว่าวงโคจรของอิเล็กตรอนเป็นวงกลม มีรัศมี  $0.53 \times 10^{-10}$  เมตร
- 1.4 ลูกกลมเหล็กสองลูก แต่ละลูกมีมวล 10 กิโลกรัม วางชิดติดกัน จงหาแรงดึงดูดแห่งการ  
โน้มถ่วงระหว่างลูกกลมทั้งสองนี้ และจงเปรียบเทียบแรงนี้กับแรงดึงดูดแห่งการโน้มถ่วง  
ระหว่างลูกกลมนี้กับโลก ถ้าจะพยายามแยกลูกกลมทั้งสองลูกนี้ออกจากกัน ท่านจะมีความ  
รู้สึกว่าการแยกนี้ทำได้หรือไม่ (ความหนาแน่นของเหล็กเป็น  $7.86 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$ )
- 1.5 จงเปรียบเทียบแรงดึงดูดแห่งการโน้มถ่วงที่กระทำบนวัตถุมวล  $m$  ที่ผิวโลก  
(ก) โดยดวงจันทร์ (ข) โดยดวงอาทิตย์ พร้อมด้วยแรงดึงดูดของโลกบนวัตถุ  
ก้อนเดียวกันนี้ ท่านจะสรุปได้อย่างไร ในการที่น้ำหนักของวัตถุบนผิวโลกเปลี่ยนแปลง ใน  
ระหว่างที่โลกหมุนในแต่ละวัน
- 1.6 ทรงกลมอันหนึ่งมวล 5.0 กิโลกรัม วางอยู่บนจานข้างหนึ่งของตาชั่งที่สมดุลย์ กลิ้งทรงกลม  
อีกอันหนึ่งมวล  $5.8 \times 10^3$  กิโลกรัม มาไว้ที่ใต้จานของตาชั่งที่มวลอันแรกวางอยู่ ให้จุด  
ศูนย์กลางของทรงกลมทั้งสองห่างกัน 0.50 เมตร อยากทราบว่า จะต้องเติมมวลในจานของ  
ตาชั่งอีกข้างหนึ่งเท่าใด ตาชั่งจึงจะรักษาสภาพสมดุลย์ได้ สมมติว่า  $g = 9.80$  เมตร  
ต่อวินาที<sup>2</sup> เมื่อศตวรรษที่แล้ว G. von Jolly ได้ใช้วิธีนี้ในการหาค่า  $g$
- 1.7 ชายคนหนึ่งหนัก 70 กิโลกรัม น้ำหนัก สมมติว่ารัศมีของโลกเพิ่มเป็นสองเท่า น้ำหนักของ  
ชายคนนี้จะ เป็นเท่าใด  
(ก) ถ้ามวลของโลกมีค่าคงที่ (ข) ถ้าความหนาแน่นเฉลี่ยของโลกมีค่าคงที่

- 1.8 จงคำนวณหาความเร่งแห่งการโน้มถ่วงที่ผิวของดวงอาทิตย์ เมื่อรัศมีของดวงอาทิตย์เป็น 110 เท่าของรัศมีโลก มีมวลเป็น 330,000 เท่าของมวลโลก และให้หาความเร่งแห่งการโน้มถ่วง ที่ผิวของดาวศุกร์ , ดาวพฤหัสบดี และดวงจันทร์
- 1.9 ชายคนหนึ่งหนัก 110 กิโลกรัม (kgf) ชายคนนี้จะหนักเท่าใดที่ผิวของดวงอาทิตย์ และที่ผิวของดวงจันทร์ จงหามวลของชายคนหนึ่งที่ผิวของดวงอาทิตย์และที่ผิวของดวงจันทร์ด้วย
- 1.10 ในการทดลองของคาเวนดิช รูป 1.4 หน้า 6 มวลเล็กสองลูกมีมวลลูกละ 10.0 กรัม และคาน (ซึ่งไม่คือน้ำหนัก) ยาว 0.50 เมตร คาบของการแกว่งบิด (Torsional oscillation) เท่ากับ 770 วินาที นำมวลใหญ่ 2 ลูก มีมวลลูกละ 10.0 กิโลกรัม มาวางไว้ใกล้ ๆ มวลเล็ก ระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของมวลใหญ่กับมวลเล็ก เท่ากับ 0.10 เมตร จงหาการเบี่ยงเบนเชิงมุม (Angular deflection) ของคาน
- 1.11 ที่สูงจากผิวโลกเท่าใด ความเร่งแห่งการโน้มถ่วงจึงจะเปลี่ยนไป 1 เปอร์เซ็นต์ และที่ระยะลึกลงไปในโลกเท่าใด ความเร่งแห่งการโน้มถ่วงจึงจะเปลี่ยนไป 1 เปอร์เซ็นต์ เช่นกัน
- 1.12 จงหาความสูงและความเร็วของดาวเทียมดวงหนึ่ง (ที่โคจรเป็นวงกลมรอบโลกตามระนาบเส้นศูนย์สูตร) ซึ่งมีตำแหน่งอยู่เหนือจุด ๆ หนึ่งบนผิวโลกตลอดเวลา
- 1.13 ดาวเทียมดวงหนึ่งโคจรรอบโลกเป็นรูปร่างกลมห่างจากผิวโลกเป็นระยะทาง 300 กิโลเมตร จงหา  
 (ก) ความเร็วของดาวเทียมนี้ (ข) คาบของการโคจร  
 (ค) ความเร่งสู่ศูนย์กลาง (ง) เปรียบเทียบผลของข้อ (ค) กับค่า  $g$  ที่ความสูงนี้ (300 ก.ม.) ซึ่งคำนวณได้โดยตรงจากตัวอย่าง 1.4 (หน้า 20)
- 1.14 สมมุติว่าเราขุดหลุมลงไปใต้พื้นโลกตามแนวเส้นผ่านศูนย์กลางแล้วทะลุออกไปยังอีกด้านหนึ่งของโลก (ดังรูป)  
 (ก) จงแสดงว่าแรงที่กระทำบนมวล  $m$  ซึ่งอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางเป็นระยะทาง  $r$  จะเป็นในรูป

$$I? = \frac{mgr}{R}$$

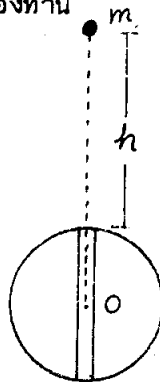
โดยที่เรากำหนดเอาไว้ว่า ความหนาแน่นของโลกเป็นเอกรูป



1.15 ปล่อยมวล  $m$  ให้ตกลงจากที่สูงมาก ๆ  $h$  เหนือปล่องอุโมงค์ซึ่งเจาะทะลุโลก ดังแสดงไว้ในรูป

- (ก) จงอธิบายการเคลื่อนที่ของอนุภาคอันนี้
- (ข) มวลอันนี้จะเคลื่อนที่ผ่านจุดศูนย์กลางโลกด้วยความเร็วเท่าใด
- (ค) การเคลื่อนที่ของมวลอันนี้เป็นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิกหรือไม่
- (ง) การเคลื่อนที่เป็นจังหวะหรือไม่

จงแสดงเหตุผลประกอบคำตอบของท่าน



1.16 จงเขียนสมการที่สามารถอธิบายพลังงานทั้งหมดของระบบซึ่งประกอบด้วย

- (ก) โลกกับดวงจันทร์
- (ข) ดวงอาทิตย์, โลก และดวงจันทร์

1.17 จงประมาณค่าพลังงานจลน์ พลังงานศักย์ และพลังงานทั้งหมดของโลกซึ่งกำลังโคจรรอบดวงอาทิตย์ (ให้พิจารณาเฉพาะพลังงานศักย์แห่งการโน้มถ่วงที่กระทำกับดวงอาทิตย์เท่านั้น)

- 1.18 ยานอวกาศอะพอลโล 8 โคจรรอบดวงจันทร์ด้วยวงโคจรเป็นวงกลมสูง 70 ไมล์เหนือผิวดวงจันทร์ จงคำนวณหา
- (ก) คาบของการโคจร
  - (ข) ความเร็ว
  - (ค) ความเร็วเชิงมุมของยานนี้

- 1.19 จงคำนวณหาความเร็วหลุดพ้นบนดาวพุธ, ดาวศุกร์, ดาวอังคาร และดาวพฤหัสบดี (ข้อแนะนำ : เพื่อให้ง่ายในการคำนวณ ชั้นแรกควรจะคำนวณค่าของตัวประกอบ  $\sqrt{2g}$  แล้วต่อไปก็เพียงแต่คูณตัวประกอบนี้กับ  $\sqrt{M/R}$  ของดาวเคราะห์แต่ละดวง)

- 1.20 จงใช้ผลที่ได้จากหัวข้อ 1.8 มาพิสูจน์ว่า แรงแห่งการโน้มถ่วงระหว่างมวล  $M$  (รูป) ซึ่งมีรูปร่างใด ๆ กระทำกับจุดมวล  $m$  จะมีค่าอย่างเดียวกันกับแรงที่มวล  $M$  อันนี้กระทำกับทรงกลมมวล  $m$  ที่มีเนื้อเดียวกันสม่ำเสมอ, โดยกำหนดว่า จุดศูนย์กลางของมวลทรงกลมมีตำแหน่งอยู่ที่เดียวกับจุดมวล



- 1.21 (ก) จงพิสูจน์ว่า พลังงานที่ใช้ในการที่มวลสารสร้างตัวเองเป็นรูปทรงกลม รัศมี  $R$  โดยการเพิ่มเนื้อสารเป็นชั้น ๆ ทีละชั้น คล้ายกับชั้นของหัวหอม จนกระทั่งได้รัศมีดังกล่าว (ความหนาแน่นยังคงที่อยู่) นั้นมีค่า

$$E_p = \frac{-3}{5} \gamma M^2 / R$$

เมื่อ  $M$  เป็นมวลทั้งหมด

- (ข) จงประมาณค่า พลังงานศักย์แห่งการโน้มถ่วงของดวงอาทิตย์และโลก

- 1.22 จงประมาณค่าพลังงานศักย์แห่งการโน้มถ่วงของทางช้างเผือก โดยใช้ผลจากข้อ 1.21 ทั้งนี้ให้คิดว่าทางช้างเผือก เป็นทรงกลมที่มีความหนาแน่นเป็นเอกกรุป รัศมี  $10^{21}$  เมตร และมีดาว  $10^{11}$  ดวง แต่ละดวงมีมวลเท่าดวงอาทิตย์ของเรา (ความจริง ทางช้างเผือกที่เราเห็นมีรูปร่างคล้ายจาน รัศมี  $10^{21}$  เมตร และกว้าง  $10^{20}$  เมตร)

- 1.23 อุกกาบาตลูกหนึ่งก้อนแรกอยู่ฝั่ง ที่ระยะทางห่างจากจุดศูนย์กลางของโลกเท่ากับหกเท่า ของรัศมีโลก ถ้าอุกกาบาตลูกนี้ตกลงมายังโลก จงคำนวณหาความเร็วเมื่อมันตกถึง พื้นดิน
- 1.24 ยิงจรวดลำหนึ่งขึ้นไปในแนวตั้งจากโลกไปยังดวงจันทร์ เชื้อเพลิงในจรวดเผาไหม้หมด ในเวลาเพียงชั่วครู่หลังจากการยิง
- (ก) ณ ตำแหน่งใดในทางเดินไปยังดวงจันทร์ที่จรวดมีความเร่งเป็นศูนย์
- (ข) ความเร็วต้นอย่างน้อยเท่าไร ที่จะนำให้จรวดไปถึงจุดดังกล่าว แล้วตกไปบน ดวงจันทร์ด้วยแรงดึงดูดของมัน
- (ค) เมื่อเป็นเช่นนั้น ความเร็วของจรวด เมื่อชนดวงจันทร์จะมีค่าเท่าไร
- 1.25 ดาวเทียมดวงหนึ่งมีมวล 5000 กิโลกรัม โคจรรอบโลกเป็นวงกลมรัศมี 8000 กิโลเมตร จงหาโมเมนตัมเชิงมุม, พลังงานจลน์, พลังงานศักย์ และพลังงานทั้งหมดของมัน
- 1.26 ดาวดวงหนึ่งของดาวแฝดมีมวล  $3 \times 10^{33}$  กิโลกรัม และอีกดวงหนึ่งมีมวล  $4 \times 10^{33}$  กิโลกรัม จงหาความเร็วเชิงมุมรอบจุดศูนย์กลางมวล (center of mass) ของมัน โดยกำหนดให้ว่า ดาวทั้งสองอยู่ห่างกัน  $10^{17}$  เมตร จงหาโมเมนตัมเชิงมุม และพลังงาน ภายในด้วย
- 1.27 วัตถุสองก้อนมวล  $m$  และ  $3m$  วางห่างกันระยะทาง  $a$  จงหาตำแหน่งที่ทำให้
- (ก) สนามแห่งการโน้มถ่วงสุทธิเป็นศูนย์
- (ข) มวลทั้งสองให้สนามแห่งการโน้มถ่วงมีขนาดเท่ากัน และมีทิศทางไปทางเดียวกัน
- (ค) มวลทั้งสอง ให้ศักดาแห่งการโน้มถ่วงมีค่าอย่างเดียวกัน
- 1.28 วัตถุสองชิ้นมวล  $m$  และ  $2m$  วางอยู่ที่ 2 มุม ของสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งมีด้านยาว  $a$  จงหาสนามแห่งการโน้มถ่วง และศักดาแห่งการโน้มถ่วงที่
- (ก) จุดกึ่งกลางระหว่างมวลทั้งสองนี้
- (ข) มุมที่สามของสามเหลี่ยมนี้
- (ค) จงคำนวณหางานที่ใช้ในการเคลื่อนมวลจากมุมที่สาม ไปยังจุดกึ่งกลางของมวลทั้งสอง
- 1.29 จงเปรียบเทียบแรงของดวงอาทิตย์และโลก บนดวงจันทร์ในกรณี
- (ก) คินจันทร์เพ็ญ
- (ข) คินข้างแรม (จันทร์เสี้ยว)

- (ค) จงพิสูจน์ให้เห็นว่า แรงลัพธ์ จะมีทิศทางตรงไปยังดวงอาทิตย์เสมอ
- (ง) จงแสดงให้เห็นว่า ทิศทางของดวงจันทร์ เมื่อเทียบกับดวงอาทิตย์มีลักษณะโค้งเอวทางเว้า เข้าเสมอ และให้เขียนรูปแสดงทางเดินด้วย

1.30 มีวัตถุมวลเท่ากันสามก้อน วางอยู่ที่มุมทั้งสามของสามเหลี่ยมด้านเท่า จงเขียนพื้นผิวศักดาเท่า (ความจริงเป็นการเขียนเฉพาะส่วนที่ติดกับระนาบของสามเหลี่ยมเท่านั้น) และเขียนเส้นแรงของสนามแห่งการโน้มถ่วง ถามว่า จะมีจุดที่สนามแห่งการโน้มถ่วงเป็นศูนย์หรือไม่ ? และที่จุดนั้นศักดาแห่งการโน้มถ่วงมีค่าเท่าไร