บทที่ 6
วงจรไฟฟ้า

6.1 บทนำ

บทที่แล้วมาได้ศึกษากฎเกณฑ์ที่ใช้อธิบายแรงแม่เหล็กไฟฟ้าระหว่างอนุภาคที่มีประจุ กฎเหล่านี้ไม่ใช่เป็นแต่เพียงกฎเกณฑ์พื้นฐานที่ช่วยให้เข้าใจโครงสร้างของสารได้เท่านั้น แต่มันยังเป็นรากฐานในภาคปฏิบัติอีกเป็นจำนวนมาก ดังเช่นในวงจรไฟฟ้า วงจรไฟฟ้าหมายถึงระบบที่ประกอบด้วยตัวนำหลาย ๆ ตัวซึ่งมีพลังงานที่ป้อนให้เพื่อให้เกิดกระแสในวงจร เราจะต้องแยกกรณีที่กระแสคงที่และกรณีที่กระแสเปลี่ยนแปร กรณีแรกเป็นวงจรกระแสตรง (d.c.) และกรณีที่สองคือวงจรกระแสสลับ (a.c.)

6.2 กฎของโอห์ม

เราทราบแล้วว่าตัวนำโลหะเป็นของแข็งซึ่งมีอิเลกตรอนอิสระอยู่ในแถบวาเลนซ์ (valence band) หรือแถบคอนดักชั่น (conduction band) อิเลกตรอนเหล่านี้จะเคลื่อนที่ไปในตัวนำนั้นถ้าอยู่ในสนามไฟฟ้า ขณะที่มีการเคลื่อนที่เนื่องจากความร้อนนั้น ตามปรกติอิเลกตรอนในตัวนำจะมีทิศทางการเคลื่อนที่ไม่แน่นอน และไม่ก่อให้เกิดกระแสไฟฟ้า ส่วนการเคลื่อนที่อันเนื่องจากสนามไฟฟ้าภายนอกจะเป็นระเบียบและมีทิศทางตรงข้ามกับสนามไฟฟ้า การเคลื่อนที่แบบนี้เป็นผลให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลผ่านตัวนำ ดูเหมือนจะเป็นของธรรมชาติที่จะสมมุติว่าปริมาณของกระแสจะต้องสัมพันธ์กับความเข้มของสนามไฟฟ้าที่ใช้

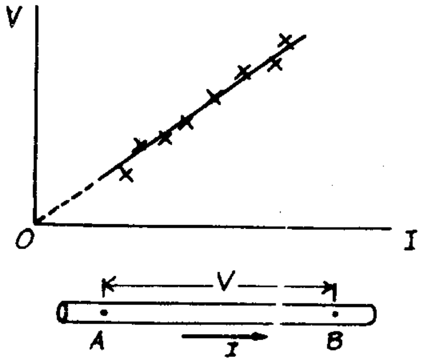
ที่มาของความสัมพันธ์นี้ จะดูได้จากผลการทดลองเป็นประการแรก กฎอันหนึ่งทางฟิสิกส์ที่ผู้อ่านคุ้นเคยกันดีคือ กฎของโอห์ม ที่กล่าวไว้ว่า

> สำหรับตัวนำโลหะที่มีอุณหภูมิคงที่ อัตราส่วนระหว่างความต่างศักย์ V ระหว่างสองจุดกับกระแสไฟฟ้า I จะคงที่

ค่าคงที่นี้เรียก ความต้านทานไฟฟ้า R ระหว่างสองจุดของตัวนำ เราจึงเขียนกฎของโอห์มเป็นสมการได้ว่า

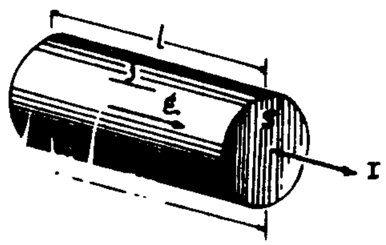
$$\frac{V}{I} = R \quad \text{หรือ } V = RI \qquad \text{(กฎของโอห์ม)} \qquad (6.1)$$

นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ ยอชจ์ โอห์ม (George Ohm 1787-1854) เป็นผู้ตั้งกฎนี้ขึ้น สำหรับตัวนำหลายชนิดที่มี V, I และอุณหภูมิของตัวนำแตกต่างกันเป็นค่ามาก ๆ ก็ยังคงได้ค่า R ที่ถูกต้องแม่นยำอย่างน่าทึ่ง เมื่อเราบันทึกค่าของ V กับค่าของ I ในกราฟ จะได้รูปเส้นตรง ความชันของเส้นก็คือความต้านทานของตัวนำ (รูป 6.1)



รูปที่ 6.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักย์และกระแสไฟฟ้าในตัวนำ

จากสมการ (6.1) จะเห็นว่า R มีหน่วยเป็นโวลท์ต่อแอมแปร์ หรือ $m^2 kg\ s^{-1} C^{-2}$ หน่วยนี้มีชื่อว่า โอห์ม (ohm) ใช้สัญลักษณ์ Ω ดังนั้นหนึ่งโอห์มก็คือค่าความต้านทานของตัวนำที่มีกระแสหนึ่งแอมแปร์ไหลผ่าน เมื่อความต่างศักย์ระหว่างปลายทั้งสองเป็นหนึ่งโวลต์ ตัวนำที่มีความต้านทานเรียกว่า ความต้านทาน (resistor) เขียนเป็นเครื่องหมายได้ดังรูป 6.3



รูปที่ 6.2

รูปที่ 6.3

ลองพิจารณา ตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาว l และพื้นที่ภาคตัดขวาง S (รูป 6.2) กระแสจะมีค่าเป็น

$$I = jS$$

เมื่อ j เป็นความหนาแน่นของกระแส สนามไฟฟ้าในแนวแกนตัวนำคือ $\mathcal{E} = \frac{V}{l}$ ตามสมการ (2.18) ดังนั้น

$$V = \mathcal{E} l$$

ดังนั้นเราจึงเขียนกฎของโอห์ม V = RI ได้ใหม่ในรูป $\mathcal{E} l = RjS$ หรือ

$$j = \left(\frac{1}{RS}\right)\mathcal{E}\ , \quad \text{หรือ} \quad j = \sigma\mathcal{E} \tag{6.2}$$

เมื่อ $\sigma = \frac{1}{RS}$ เป็นค่าคงตัวใหม่เรียก สภาพนำไฟฟ้า (electrical conductivity) ของวัตถุมีหน่วยเป็น $\Omega^{-1}m^{-1}$ หรือ $m^{-3}kg^{-1}sC^{2}$ ความสัมพันธ์ระหว่าง σ และ R มักเขียนในรูป

$$R = \frac{1}{\sigma S} \tag{6.3}$$

ตาราง 6.1 แสดงสภาพนำไฟฟ้าของวัตถุต่าง ๆ ชนิด สมการ (6.2) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างขนาดของเวคเตอร์ $\vec{j}$ และ $\vec{\mathcal{E}}$ ถือเสียว่ามีทิศทางเดียวกัน ซึ่งเป็นภาวะปกติที่พบในสารส่วนมาก เราจะแทนสมการ (6.2) ด้วยสมการแบบเวคเตอร์

$$\vec{j} = \sigma\vec{\mathcal{E}} \tag{6.4}$$

ซึ่งเป็นกฎของโอห์มอีกแบบหนึ่ง จากสมการ (3.12) $\vec{j} = nq\vec{v}$ เราแทน q ด้วย − e ถ้าเป็นอิเลกตรอน จะเขียนสมการนี้ได้ว่า

$$\vec{j} = -en\vec{v},$$

เมื่อ n เป็นจำนวนอิเลกตรอนต่อหน่วยปริมาตร และ $\vec{v}$ เป็นความเร็วลอยเลื่อนของอิเลกตรอนที่ย้ายที่ไป (drift velocity) เนื่องมาจากสนามไฟฟ้า $\vec{\mathcal{E}}$ ดังนั้นสมการ (6.4) เขียนได้ใหม่ว่า

$$\vec{v} = -\frac{\sigma}{en}\cdot\vec{\mathcal{E}} \tag{6.5}$$

สมการนี้แสดงว่า อิเลกตรอนตัวนำ (conduction electron) ในโลหะมีความเร็วลอยเลื่อนคงที่ เนื่องจากสนามไฟฟ้าจากภายนอก ตอนนี้ก็จะได้ผลสรุปที่ต่างไปจากที่เราเคยกล่าวถึงในอาการของอิเลกตรอนในหลอดสูญญากาศของเครื่องเร่ง (ตัวอย่างที่ 12.2) ในที่นี้เราพบว่า

ความเร่งคือ $\vec{a} = -\left(\frac{e}{m}\right)\vec{\mathcal{E}}$ ทำให้คำนวณความเร็วได้ว่า

$$\vec{v} = -\left(\frac{e}{m}\right)\vec{\mathcal{E}}\,t$$

ซึ่งจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามเวลา (t) ที่ผ่านไป

อย่างไรก็ตาม นี่ก็ไม่ใช่ครั้งแรกที่เราได้พบลักษณะเช่นนี้ เราทราบว่าวัตถุที่ตกลงอย่างอิสระในสูญญากาศมีความเร็ว

$$\vec{v} = \vec{g}t$$

ซึ่งจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ตามเวลา แต่ถ้าวัตถุตกผ่านของเหลวที่มีความหนืด มักจะมีความเร็วสม่ำเสมอที่ค่าจำกัดค่าหนึ่งดังได้เคยทราบกันมาแล้ว โดยหลักการเช่นเดียวกันอาจพูดได้ว่า ผลจากแลททิสของผลึก (crystal lattice) อาจจะเทียบกับแรงคล้ายกับความหนืดที่กระทำบนอิเลกตรอนตัวนำ (conduction electron) เมื่อการเคลื่อนที่ตามธรรมชาติเกิดการรบกวน

ตาราง 6.1 สภาพเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิห้อง

วัสดุ	$\sigma,\ \Omega^{-1}m^{-1}$	วัสดุ	$\sigma,\ \Omega^{-1}m^{-1}$
- โลหะ		กึ่งตัวนำ	
ทองแดง	5.81×10^{7}	ถ่าน	2.8×10^{4}
เงิน	6.14×10^{7}	เยอมาเนียม	2.2×10^{-2}
อลูมิเนียม	3.54×10^{7}	ซิลิคอน	1.6×10^{-5}
เหล็ก	1.53×10^{7}	ฉนวน	
ทังสเตน	1.82×10^{7}	แก้ว	$10^{-10} \rightarrow 10^{-14}$
- โลหะผสม		ลูไซท์	$< 10^{-13}$
แมงกานิน	2.27×10^{6}	ไมคา	$10^{-11} \rightarrow 10^{-15}$
คอนสแตนแทน	2.04×10^{6}	ควอทซ์	$1.33 \rightarrow 10^{-18}$
นิโครม	1.00×10^{6}	เทฟลอน	$< 10^{-13}$
		พาราฟิน	3.37×10^{-17}

จากสนามไฟฟ้า ส่วนธรรมชาติของแรงหนืดขึ้นกับอาการของอิเลกตรอนที่เคลื่อนที่ภายในแลททิส ของผลึก ในที่นี้เราจะไม่กล่าวถึงรายละเอียดที่ว่า แลททิสขัดขวางหรือมีผลต่ออาการของอิเลกตรอนอย่างไร แต่จะพูดเพียงว่าเป็นแรงหนืด ซึ่งขึ้นอยู่กับความไม่สมบูรณ์ของแลททิสของผลึก และขึ้นอยู่กับอาการของไอออนของแลททิส เนื่องจากความร้อนทำให้อิเลกตรอนตัวนำลดอิสระในการเคลื่อนที่ผ่านในแลททิสลง

6.3 กำลังงานไฟฟ้า

ถ้าจะให้มีกระแสในตัวนำ เราก็ต้องเสียพลังงานเพื่อแลกเปลี่ยนจำนวนหนึ่ง นอกจากนั้นยังใช้พลังงานไปเป็นตัวเร่งอิออนในเครื่องเร่ง (accelerator) หรือในหลอดอิเลกตรอน (electron tube) (หัวข้อ 2.11) แต่ก็มีวิธีต่างกัน ในเครื่องเร่ง พลังงานทั้งหมดใช้เร่งอิออนให้มีความเร็วสูง ในตัวนำจะมีแรงกระทำระหว่างอิเลกตรอนและประจุบวกของแลททิสของผลึก พลังงานของอิเลกตรอนจะถ่ายเทให้แก่แลททิส เป็นการเพิ่มพลังงานในการสั่นสะเทือน เป็นเหตุให้อุณหภูมิของวัตถุเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นที่ทราบกันในรูปของผลจากกระแสทำให้เกิดความร้อนขึ้นได้ เรียกว่าผลของจูล (Joule effect) เราอาจประมาณอัตราการถ่ายเทพลังงานที่อิเลกตรอนส่งไปให้แลททิสของผลึกได้อย่างง่าย ๆ ดังนี้ งานที่ต้องให้แก่อิเลกตรอนต่อหน่วยเวลาก็คือ

$$\vec{F} \cdot \vec{v} = -e\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{v}$$

และงานที่ทำต่อหน่วยเวลาและต่อหน่วยปริมาตร (หรือกำลังงานต่อหน่วยปริมาตร) คือ

$$p = n(-e\vec{\mathcal{E}} \cdot \vec{v}) = -en\,\vec{v} \cdot \vec{\mathcal{E}}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนอิเลกตรอนต่อหน่วยปริมาตร ใช้สมการ(6.2) และ (6.5) เพื่อตัดค่า $\vec{v}$ ออก เราจะได้

$$p = \sigma\mathcal{E}^2 = j\mathcal{E} \qquad \text{(กำลังต่อหน่วยปริมาตร)} \qquad (6.6)$$

กลับไปพิจารณาตัวนำรูปทรงกระบอกตามรูป 6.2 ซึ่งมีปริมาตรเป็น Sl อีกครั้งหนึ่งกำลังงานที่ต้องการเพื่อให้มีกระแสก็คือ

$$P = (Sl)\,p = (Sl)\,(j\mathcal{E}) = (j\,S)\,(\mathcal{E}\,l)$$

แต่ $JS = I$ และ $\mathcal{E}l = V$ ดังนั้นกำลังงานที่ต้องการเพื่อมีกระแสในตัวนำก็คือ

$$P = VI \quad \text{(กำลังงานในตัวนำ)} \qquad (6.7)$$

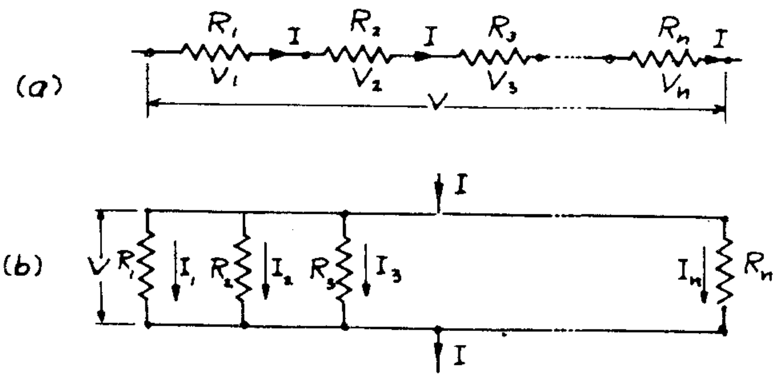
สมการนี้เหมือนกับสมการ (2.30) ซึ่งหามาได้ด้วยวิธีธรรมดาง่ายกว่านี้มาก และไม่ขึ้นกับลักษณะธรรมชาติของการเหนี่ยวนำ สำหรับตัวนำซึ่งเป็นตามกฎของโอห์ม $V = RI$ และสมการ (6.7) อาจเขียนเป็นรูปอื่นได้ว่า

$$P = RI^2 \quad \text{(กำลังงานในตัวความต้านทาน)} \qquad (6.8)$$

อย่างไรก็ตาม มีวัตถุหลายชนิด ที่ไม่เป็นไปตามกฎของโอห์ม และถ้าเราจะนำสมการ (6.8) มาใช้ ก็จะได้ค่าไม่ถูกต้องสำหรับวัตถุเหล่านี้ แม้ว่าสมการ (6.7) ยังคงใช้ได้ก็ตาม

6.4 การต่อความต้านทาน

การรวมความต้านทานทำได้ 2 วิธี แบบเดียวกันกับที่ได้พูดไว้แล้วในตัวอย่าง 4.7 สำหรับเครื่องควบแน่น คือ แบบอนุกรม และแบบขนาน



รูปที่ 6.4 การต่อความต้านทานแบบอนุกรมและขนาน

ในการต่อแบบอนุกรม (รูป 6.4a) นั้น ความต้านทานทุกตัวจะมีกระแสจำนวนเดียวกันผ่านตลอด จึงมีกระแสเท่ากันหมด ศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านความต้านทานแต่ละตัว คำนวณได้จากกฎของโอห์ม คือ

$$V_1 = R_1 I, \quad V_2 = R_2 I, \ \ldots \ V_n = R_n I$$

ดังนั้นความต่างศักย์ทั้งหมดคือ

$$V = V_1 + V_2 \ldots + V_n$$

$$= (R_1 + R_2 + \ldots + R_n)\, I$$

ความต้านทานทั้งระบบ อาจแทนได้ด้วยความต้านทานตัวเดียวให้ได้ผลเท่ากัน มีค่าเป็น R และให้ค่าความต่างศักย์ตามสมการ $V = RI$

ดังนั้น $$R = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \qquad \text{(แบบอนุกรม)} \qquad (6.9)$$

ในการรวมความต้านทานแบบขนาน (รูป 6.5b) ความต้านทานต่อกันในแบบที่มีความต่างศักย์ V ระหว่างปลายทั้งคู่ของความต้านทานแต่ละอันมีค่าเท่ากัน กระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละอันคำนวณได้จากกฏของโอห์ม คือ

$$I_1 = \frac{V}{R_1}, \quad I_2 = \frac{V}{R_2}, \ldots \quad I_n = \frac{V}{R_n}$$

กระแสทั้งหมด I ที่ใช้แก่ความต้านทานระบบนี้คือ

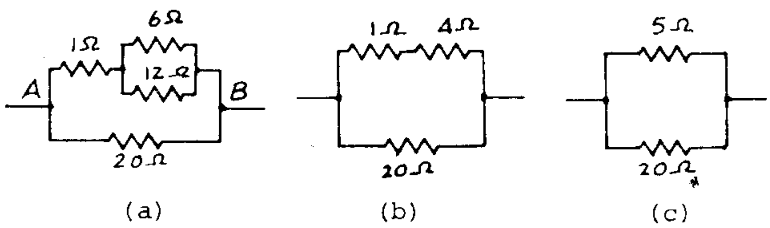
$$I = I_1 + I_2 + I_3 \ldots + I_n$$

$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) V$$

ความต้านทานระบบนี้อาจแทนได้ด้วยความต้านทาน R ตัวเดียวที่ให้ผลตามสมการ $I = \frac{V}{R}$

ดังนั้น $$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \qquad \text{(แบบขนาน)} \qquad (6.10)$$

ตัวอย่างที่ 6.1 จงคำนวณความต้านทานเดียวที่ให้ผลเท่าความต้านทานทั้งชุด จัดดังรูป 6.5 (a) และจงหากระแสในแต่ละตัวนำ ถ้าให้ความต่างศักย์ระหว่าง A และ B เป็น 30 V



รูปที่ 6.5

ขั้นแรกเราจะต้องหาความต้านทานรวมของ 6Ω และ 12Ω ซึ่งต่อกันแบบขนานก่อน โดยใช้สมการ (6.10)

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \quad \text{หรือ} \quad R_1 = 4\Omega$$

ขั้นต่อไปใช้รูป 6.5 (b) แทนการต่อ ในรูป 6.5(a) ความต้านทาน 1Ω และ 4Ω รวมกันแบบอนุกรมได้

$$R_2 = 1\Omega + 4\Omega = 5\Omega$$

ในขั้นนี้เราลดรูปวงจรลงเป็นรูป 6.5 (c) ในที่สุดเราหาความต้านทานรวมของระบบของความต้านทานทั้งชุด ควรจะเป็น

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad \text{หรือ} \quad R = 4\Omega$$

ถ้าให้ค่าความต่างศักย์ระหว่าง A และ B เป็น 10 โวลต์ และใช้กฎของโอห์ม $I = \frac{V}{R}$ จะ จะได้กระแสที่ไหลผ่านความต้าน 20 โอห์ม เป็น $\frac{30\ V}{20\Omega} = 1.5A.$, และกระแสที่ผ่านความต้านทาน 5Ω ในรูป 6.5 (c) เป็น $\frac{30\ V}{5\Omega} = 6\ A$

และนี่ก็คือกระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน 1Ω ในรูป 6.5 (a) และ (b) นั่นเอง ศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านความต้านทาน 4Ω ในรูป 6.5 (b) คือ

$$4\Omega \times 6\ A = 24\ V$$

ส่วนกระแสที่ไหลผ่านความต้านทาน 6 โอห์ม และ 12 โอห์ม ในรูป 6.5(a) คือ $\frac{24V}{6\Omega} = 4A$ และ $\frac{24V}{12\Omega} = 2A$ ตามลำดับ

6.5 วงจรกระแสตรง

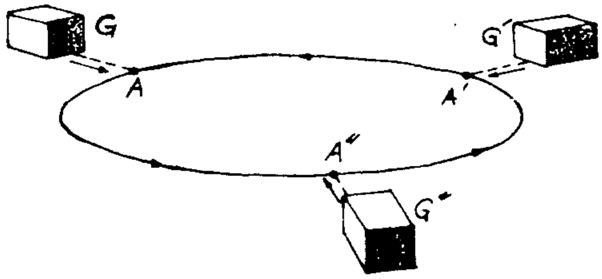
จากกฎของโอห์มดังกล่าวไว้ในสมการ (6.1) แสดงความสัมพันธ์ของความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดบนตัวนำ และกระแสไฟฟ้าที่ผ่านตัวนำนั้น ถ้าเราต้องการให้คงมีกระแสระหว่าง 2 จุดในตัวนำ แสดงว่าจะต้องมีพลังงานให้แก่ระบบโดยต้นกำเนิดจากความต่างศักย์ ที่จริงแล้วความต่างศักย์ V ระหว่าง 2 จุด หมายถึงพลังงานที่ต้นกำเนิดสิ้นเปลืองไป เมื่อนำประจุ 1 หน่วยเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ดังนั้น ผลคูณของ RI ตามกฎของโอห์มจะมีค่าเท่ากับงานต่อ 1 หน่วยประจุ

สมมุติว่าเรามีวงจรปิด นั่นคือ เรามีตัวนำที่นำมาจัดให้เป็นทางเดินของกระแสครบรอบ งานทั้งหมดที่ต้องการเพื่อเคลื่อน 1 หน่วยประจุรอบวงจรก็คือ รคฟ. $V_{\mathcal{E}}$ ที่ให้กับวงจรนั้น (หัวข้อ 4.4) ดังนั้นถ้า R เป็นความต้านทานทั้งหมดของวงจร และ I เป็นกระแสทั้งหมด เราจะได้

$$V_{\mathcal{E}} = RI \quad \text{(กฎของโอห์มสำหรับวงจรปิด)} \quad (6.11)$$

ความแตกต่างระหว่างกฎนี้ และกฎของโอห์มสำหรับตัวนำธรรมดาก็คือ $V_{\mathcal{E}}$ เป็น รคฟ. ที่ให้กับวงจรปิด ส่วน V นั้นเป็นความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดบนตัวนำ

เราอาจพลิกกลับไปยังหัวข้อ 4.4 ที่ว่า ถ้ามีตัวนำขดเป็นวงวางในสนามไฟฟ้าที่คงที่ รคฟ. จะเป็นศูนย์ ($V_{\mathcal{E}} = 0$) และสมการ (6.11) ให้ I = 0 พูดอีกนัยหนึ่งก็คือ "สนามไฟฟ้าที่คงที่ ไม่สามารถจะรักษาปริมาณของกระแสในวงจรปิดได้" เหตุผลก็คือสนามไฟฟ้าที่อยู่นิ่งจะอนุรักษ์ และพลังงานทั้งหมดที่ให้กับประจุที่เคลื่อนที่ครบวงจรนั้นเป็นศูนย์ อย่างไรก็ตาม ประจุที่เคลื่อนที่อยู่ภายในตัวนำจะถ่ายทอดพลังงานที่ได้รับจากสนามไฟฟ้าไปยังแลททิสของผลึก และกระบวนการนี้ไม่วนกลับ (irrevesible) นั่นคือ แลททิสของผลึกจะไม่คืนพลังงานให้กับอิเลกตรอนอีก ดังนั้นถ้าอิเลกตรอนไม่ได้รับพลังงานอื่นอีก มันก็ไม่สามารถเคลื่อนที่ครบรอบวงจรได้

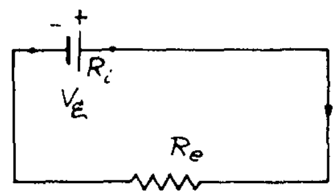


รูปที่ 6.6 กระแสในวงจรคงมีอยู่ได้เมื่อมีตัวกำเนิดไฟฟ้า

ตามที่กล่าวไว้ว่า ถ้าต้องการให้มีกระแสในวงจรปิดนั้นจำเป็นต้องจ่ายพลังงานให้วงจรตามจุดต่าง ๆ ดังเช่น A,A' A" (รูป 6.6) ตัวจ่ายพลังงานเรียกเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (electric-generator) G G' G" ... และเราพูดได้ว่า เป็นต้นกำเนิดของ รคฟ.

ยังมีหลายวิธีที่จะทำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้า วิธีทั่ว ๆ ไปก็คือโดยปฏิกิริยาเคมี เช่นในเซลแห้งหรือในหม้อเก็บไฟฟ้า ซึ่งปล่อยพลังงานภายในออกมาโดยปฏิกิริยาทางเคมี แล้วถ่ายทอดไปยังอิเลกตรอน วิธีการที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งก็คือจากปรากฏการณ์ของการเหนี่ยวนำแม่เหล็ก

ไฟฟ้า ที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 5



รูปที่ 6.7 แผนภาพแสดงวงจรไฟฟ้าที่มี รคฟ.

ต้นกำเนิดของ รคฟ. แสดงไว้โดยใช้เครื่องหมายเป็นแผนภาพ ดังรูป 6.7 เมื่อทิศทางของกระแสในวงจรภายนอกต้นกำเนิดของ รคฟ. ไหลจากขั้วบวกซึ่งแทนด้วยเส้นยาว ไปยังขั้วลบซึ่งแทนด้วยเส้นสั้น

เมื่อเราใช้กฎของโอห์ม (สมการ 6.11) ในวงจรแบบธรรมดาดังแสดงในรูป 6.7 เราจะต้องทราบว่าความต้านทานทั้งหมด R เป็นผลรวมของความต้านทานภายในของต้นกำเนิด รคฟ. R_i และความต้านทานภายนอกของตัวนำที่ต่อกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (หรือแบตเตอรี่) R_e นั่นคือ

$$R = R_i + R_e,$$

กฎของโอห์มที่ใช้กับวงจรแบบนี้อาจจะเขียนได้ในรูป

$$V_\mathcal{E} = (R_e + R_i)\, I$$

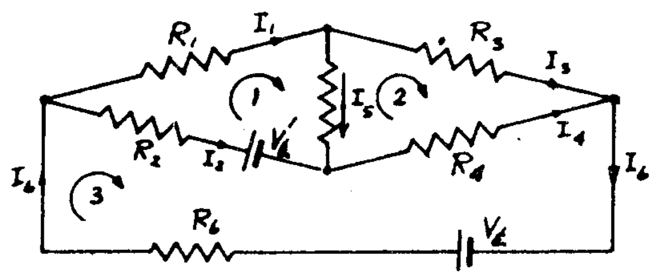
หรือในรูป

$$V_\mathcal{E} - R_i \cdot I = Re \quad I$$

แต่ละข้างของสมการ จะให้ความต่างศักดาระหว่างขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (หรือแบตเตอรี่) สังเกตได้ว่าความต่างศักดามีค่าน้อยกว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้า อย่างไรก็ตาม ถ้าวงจรเปิดนั่นคือ $I = 0$, ความต่างศักดาระหว่างขั้วของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะมีค่า = V

6.6 วิธีคำนวณกระแสในโครงข่ายไฟฟ้า

โครงข่ายไฟฟ้า (electric network) คือตัวนำชุดหนึ่งที่ติดต่อถึงกันและร่วม แรงเคลื่อนไฟฟ้ากัน ดังเช่นรูป 6.8 เราจะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ แรงเคลื่อนไฟฟ้ามีค่าคงที่ และไม่เปลี่ยนแปลงอีกต่อไป (steady state) ดังนั้น กระแสจึงคงที่ด้วย ปัญหาแบบนี้มักจะให้หา



รูปที่ 6.8 โครงข่ายไฟฟ้า

กระแสในเทอมของ รคฟ. และความต้านทานกฎที่จะใช้แก้ปัญหาแบบนี้ คือ กฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff's law) ซึ่งใช้หลักของการอนุรักษ์ประจุไฟฟ้าและพลังงาน กฎของเคอร์ชอฟฟ์บรรยายได้ว่า

1. ผลรวมของกระแสทั้งหมด ณ จุดแยก (junction) ใด ๆ ในวงจรย่อมเป็นศูนย์
2. ผลรวมของศักดาไฟฟ้าที่ลดลงทั้งหมด ในส่วนทางที่ครบรอบในโครงข่าย ย่อมเป็นศูนย์

กฎข้อที่ 1 แสดงถึงการอนุรักษ์ประจุ เพราะประจุสะสมที่ตรงจุดแยกไม่ได้ ถ้ามีประจุที่จุดแยกในเวลาใดเป็นจำนวนใดก็จะต้องไหลออกจากจุดนั้นหมดในเวลาเดียวกัน
กฎข้อที่ 2 แสดงการอนุรักษ์พลังงาน เพราะพลังงานของประจุที่เปลี่ยนแปลงไปทั้งหมดเมื่อประจุเคลื่อนที่ครบรอบต้องเป็นศูนย์

ในการใช้กฎข้อที่ 1 เรากำหนดให้กระแสที่พุ่งออกจากจุดแยกเป็นบวก และกระแสที่พุ่งสู่จุดแยกเป็นลบ ส่วนการใช้กฎข้อ 2 เราจะต้องคำนึงถึงข้อบังคับต่อไปนี้ด้วย คือ

(ก) ศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านความต้านทานใดจะมีค่าเป็นบวกหรือลบ ขึ้นกับการคำนวณค่าตามทิศทางเดียวกับกระแส หรือมีทิศทางตรงข้าม

(ข) เมื่อผ่านตัวกำเนิด รคฟ. จะถือว่าศักดาที่เปลี่ยนไปเป็นลบ หรือบวก ดูได้จากทิศทางที่ รคฟ. กระทำในทิศที่ศักดาเพิ่มขึ้น หรือในทิศทางที่ทำให้ศักดาลดลง

ในที่นี้เราจะแสดงการใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์ โดยการใช้วงจรตามรูป 6.8 ใช้กฎข้อแรกที่จุดแยก A, B และ C จะได้

จุดแยก A : $-I_6 + I_1 + I_2 = 0$

จุดแยก B : $-I_1 + I_3 + I_5 = 0$

จุดแยก C : $-I_2 - I_5 + I_4 = 0$

ใช้กฎข้อ 2 กับวงทางเดินที่เขียนกำกับไว้ว่า 1, 2, 3 จะได้

วงที่ 1 : $-R_2 I_2 + R_1 I_1 + R_5 I_5 - V_{\mathcal{E}'} = 0$

วงที่ 2 : $-R_5 I_5 + R_3 I_3 - R_2 I_4 = 0$

วงที่ 3 : $R_6 I_6 + R_2 I_2 + R_4 I_4 - V_{\mathcal{E}} + V_{\mathcal{E}'} = 0$

จำนวนสมการที่ได้ 6 สมการเพียงพอใช้คำนวณหากระแสที่ผ่านโครงข่ายนั้นได้ทั้ง 6 ค่า

กฎที่เหมาะทางปฏิบัติเพื่อหากระแสในวงจรที่มีจุดแยก n จุดคือ จะใช้กฎข้อแรกเขียนสมการเพียง (n-1) จุดเท่านั้น เพราะถ้ากฎนี้ใช้ได้กับจุดแยก (n-1) จุด ก็จะใช้ได้กับจุดแยกที่เหลือได้อีกด้วย (ให้ผู้อ่านลองพิสูจน์ให้เห็นจริง สำหรับข้อนี้โดยอาศัยรูป 6.8) ใช้กฎข้อที่ 2 กับทางเดินครบรอบกี่วงก็ได้เพียงแต่ดูว่ามีความต้านทานทุกตัวปรากฏในสมการต่าง ๆ แล้ว

เพื่อพิจารณาค่าเป็นตัวเลข ลองสมมุติว่า

$$R_1 = R_5 = R_6 = 3\Omega$$

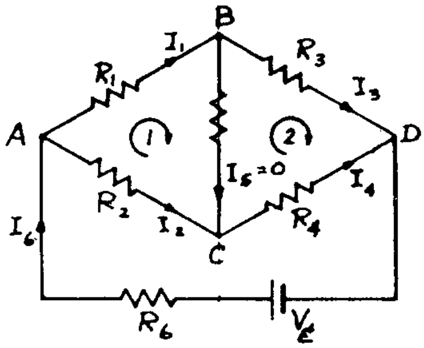
$$R_2 = 2\Omega \ , \ R_3 = 4\Omega \ , \ R_4 = 1\Omega$$

$$V_{\mathcal{E}} = 10 \text{ V และ } V_{\mathcal{E}'} = 5\text{V}$$

แทนค่าในสมการข้างต้น และหาค่าต่าง ๆ จากสมการเหล่านั้นจะได้ $I_6 = 1.06$ A และ $I_4 = -0.53$ A

I_4 มีเครื่องหมายลบเพราะเลือกทิศทางของ I_5 ไม่ถูกต้องสำหรับปัญหานี้ กระแสที่ผ่าน R_4 จะต้องไหลจาก D ไปยัง C

ตัวอย่างที่ 6.2 พิจารณาโครงข่ายในรูป 6.9 ซึ่งคล้ายกับในรูป 6.8 แต่ไม่มี รคฟ. $V_{\mathcal{E}'}$ รูปวงจรตามลักษณะนี้ มีชื่อว่า "วีตห์สโตนบริดจ์" พิจารณาภาวะที่บริดจ์สมดุลย์คือไม่มีกระแสไหลผ่าน R_5



รูปที่ 6.9 วีตทสโตนบริดจ์

วิธีทำ เมื่อไม่มีกระแสไหลผ่าน R_5 ดังนั้นความต่างศักย์ระหว่าง B และ C จะเป็นศูนย์ด้วย

สมการสำหรับโครงข่ายแบบนี้จะเหมือนกับโครงข่ายในรูป 6.8 ถ้าเราให้ $V_{\mathcal{E}'} = 0$

ถ้าให้ $I_5 = 0$ และ $V_{\mathcal{E}'} = 0$ ในสมการเดิมสำหรับวงที่ 1 และวงที่ 2 จะได้

$$R_1I_1 - R_2I_2 = 0, \quad R_3I_3 - R_4I_4 = 0$$

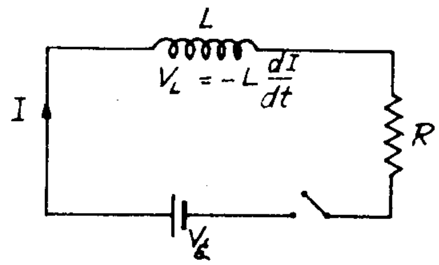
ซึ่งเขียนได้ใหม่เป็น $R_1I_1 = R_2 I_2$, $R_3I_3 = R_4I_4$

ดูจากสมการเหล่านี้ จะเห็นว่า เป็นสมการที่บอกให้ทราบว่า ศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านจากจุด A ไป B และจาก A ไป C เท่ากัน และในทำนองเดียวกัน ศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านจาก B ไปยัง D และจาก C ไป D ก็มีค่าเท่ากันด้วย ซึ่งตรงตามความเป็นจริงเพราะเราทราบแล้วว่า ศักดาที่ B = ศักดาที่ C เมื่อ $I_5 = 0$ จากสมการสำหรับจุดแยก B และ C จะได้ค่า $I_1 = I_3$ และ $I_2 = I_1$ ซึ่งเป็นความจริงที่เห็นได้ชัดว่า กระแสทั้งหมดที่ไหลผ่าน AB จะไหลผ่าน BD ด้วย และเช่นเดียวกับกระแสที่ไหลผ่าน AC ก็จะไหลผ่าน CD ด้วย รวมผลเหล่านี้เข้าด้วยกันจะได้

$$R_1/R_3 = R_3/R_4$$

ดังนั้นถ้าเรารู้ค่า R_2 และอัตราส่วน $\frac{R_3}{R_4}$ เราก็จะหาค่าความต้านทาน R_1 ได้ การจัดวงจรลักษณะนี้ใช้วัดความต้านทางที่ไม่ทราบค่าได้

6.7 การเพิ่มและลดของกระแสในวงจรเนื่องจากการเหนี่ยวนำภายใน



รูปที่ 6.10 วงจรไฟฟ้าที่มีความต้านทานและขดลวดเหนี่ยวนำ

พิจารณาวงจรที่มีความต้านทาน R และขดลวดเหนี่ยวนำ L เมื่อใช้ รคพ. $V_\mathcal{E}$ โดยการสับสวิชท์ของวงจร (รูป 6.10) กระแสจะไม่มีค่าเป็น $V_\mathcal{E}/R$ ในทันทีตามกฎของโอห์ม แต่จะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นทีละน้อย ๆ จนถึง $V_\mathcal{E}/R$ ซึ่งเป็นค่าที่คำนวณได้จากกฎของโอห์ม ลักษณะนี้เป็นผลมาจากแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่เกิดขึ้น

$$V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

ซึ่งต้านกับการเปลี่ยนแปลงของกระแส และจะเกิดขึ้นเมื่อกระแสกำลังเพิ่มจากศูนย์จนถึงค่าสุดท้ายที่คงที่ รคพ. ทั้งหมดที่ใช้ในวงจรจึงเป็น $V_\mathcal{E} + V_L$

ดังนั้น จากกฎของโอห์มเราจึงเขียนได้ว่า

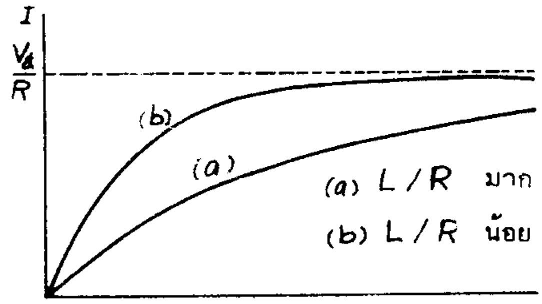
$$RI = V_\mathcal{E} + V_L \qquad RI = V_\mathcal{E} - L\frac{dI}{dt} \tag{6.13}$$

คำตอบของสมการนี้คือ

$$I = (V_\mathcal{E}/R)\,(1 - e^{Rt/L}) \tag{6.14}$$

เทอมที่สองในวงเล็บจะมีค่าลดลงเมื่อเวลาผ่านไปนานขึ้น และกระแสจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจนถึงค่า $V_\mathcal{E}/R$ ตามกฎของโอห์ม ถ้าค่าความต้านทานยิ่งมากขึ้น หรือการเหนี่ยวนำยิ่งน้อยลง

กระแสก็จะมีค่าคงที่ที่ $V_{\mathcal{E}}$ /R เร็วขึ้น ปริมาณ $\tau = \frac{L}{R}$ เรียกเวลาคงที่เฉพาะ (time constant) ของวงจร ซึ่งหมายถึงเวลาที่กระแสเพิ่มขึ้นจนมีค่าเป็น 63 % ของกระแสสูงสุด ยิ่งค่า τ มากขึ้น (น้อยลง) ก็ยิ่งใช้เวลานานขึ้น (สั้นลง) เพื่อให้กระแสถึง $V_{\mathcal{E}}$ /R ซึ่งเป็นค่าจำกัด ต่อไปเราจะพิจารณากระแสในวงจรลดลง (decay) เมื่อตัด รคฟ. เสียโดยไม่เปลี่ยนค่าความต้านทาน



รูปที่ 6.11 การเพิ่มของกระแสในวงจร

ในรูป 6.11 ได้แสดงค่าของกระแสที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา สำหรับค่าเวลาคงที่เฉพาะ 2 ค่า

วิธีคำนวณหาคำตอบของสมการ (6.13)

สมการ (6.13) อาจเขียนได้ในรูป

$$RI - V_{\mathcal{E}} = -L\frac{dI}{dt}$$

หรือ แยกตัวแปร I และ t ออกจากกันดังนี้

$$\frac{dI}{1 - V_{\mathcal{E}}/R} = -\frac{R}{L}\,dt$$

รวมโดยการอินทิเกรทให้เวลา t = 0 เมื่อกระแส I = 0

$$\frac{dI}{1 - V_{\mathcal{E}}/R} = -\frac{R}{L}\int_0^t dt$$

ผลจากการอินทิเกรทเราได้

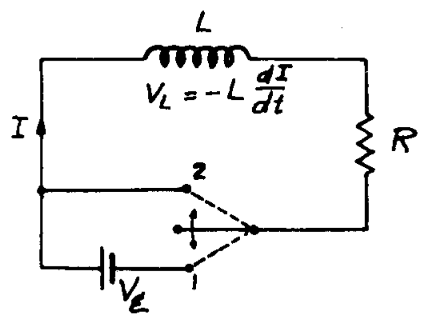
$$\ln (I - V_{\mathcal{E}}/R) - \ln (- V_{\mathcal{E}}/R) = -\left(\frac{R}{L}\right)t$$

เมื่อเทียบกับ $\ln e^{x} = x$, แล้วจะได้

$$\ln (I - V_{\mathcal{E}}/R) = \ln(-V_{\mathcal{E}}/R) + \ln e^{-Rt/L}$$

อาจเขียนเสียใหม่เป็น

$$I - V_{\mathcal{E}}/R = -(V_{\mathcal{E}}/R)e^{-Rt/L} \text{ หรือ } I = (V_{\mathcal{E}}/R)(1 - e^{-Rt/L})$$



รูปที่ 6.12 วิธีตัด รคฟ. ออกจากวงจรโดยไม่เปลี่ยนความต้านทาน

ต่อไปเราพิจารณากระแสในวงจรลดลงเมื่อตัด รคฟ. เสียโดยไม่เปลี่ยนค่าความต้านทาน

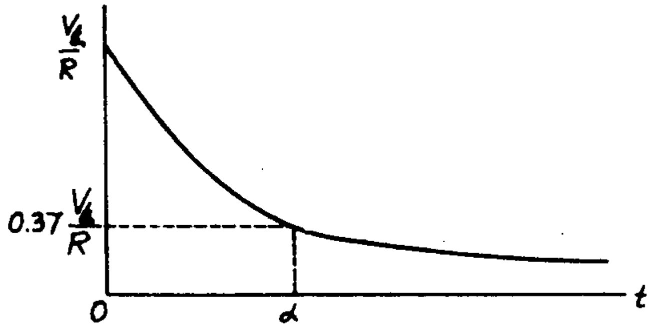
ดูจากรูป 6.12 ถ้าสวิชท์อยู่ในตำแหน่ง 1 เป็นเวลานาน จนเราถือได้ว่ากระแสในวงจรเพิ่มขึ้นจนถึงค่าจำกัด(ที่คงที่) คือค่า V /R แล้ว คราวนี้ย้ายสวิชท์ไปที่ตำแหน่ง 2 เป็นการตัด รคฟ. ออกโดยไม่ต้องเปิดวงจร

รคฟ. ที่คงเหลืออยู่บ้าง คือ $V_L = -I\frac{dI}{dt}$

และจากกฎของโอห์ม ก็จะเป็น $V_L = RI$ หรือ

คำตอบของสมการนี้คือ $I = (V_{\mathcal{E}}/R)\, e^{-Rt/L}$ (6.15)

กระแสจะไม่ลดลงจนเป็นศูนย์ทันที แต่จะค่อย ๆ ลดลงเป็นแบบเส้นโค้งเอกซโพเนนเชียล (exponenetial) ดังรูป 6.13



รูปที่ 6.13 การลดของกระแสหลังจากตัด รคฟ. ออกจากวงจรแล้ว

ทั้งนี้เป็นเพราะการเหนี่ยวนำภายในก่อให้เกิดกระแสต้านการลดลงของกระแสในวงจร ถ้าความต้านทานยิ่งมีค่ามากขึ้นหรือค่าความเหนี่ยวนำ L น้อยลง, กระแสก็จะลดลงเร็วขึ้น ค่าเวลาคงที่เฉพาะ $\tau = \frac{L}{R}$ จะเป็นช่วงเวลาที่กระแสลดลงเป็น 1/e หรือประมาณ 37 % ของค่ากระแสเดิมก่อนยกสวิชท์ไปสู่ตำแหน่ง 2

พิสูจน์สมการ (6.15) เราเขียนสมการ $RI = -L\frac{dI}{dt}$ ในรูป $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$ ถ้าเราเริ่มนับเวลา (t=0) ทันทีที่ตัด $V_\mathcal{E}$ ออกจากวงจรในขณะกระแสเดิมในวงจรคือ $V_\mathcal{E}/R$ อินทิเกรทสมการข้างต้น

$$\int_{V_\mathcal{E}/R}^{I} \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}\int_{o}^{t} dt$$

ได้ผลดังนี้

$$\ln I - \ln (V_\mathcal{E}/R) = -\left(\frac{R}{L}\right)t,$$

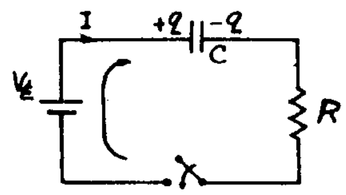
หรือ เทียบกับ $\ln e^x = x$ อีกที เราได้

$$\ln I - \ln (V_{\mathcal{E}}/R) = \ln e^{-Rt/L}$$

เมื่อเปลี่ยนค่า ln จะได้คำตอบเป็น

$$I = (V_{\mathcal{E}}/R)e^{-Rt/L}$$

6.8 การให้ประจุและการถ่ายประจุของเครื่องควบแน่น



รูปที่ 6.14 ให้ประจุเครื่องควบแน่น

เราจะวิเคราะห์วงจรที่ประกอบด้วยเครื่องควบแน่นและความต้านทานที่ต่อเป็นอนุกรมกับ รคฟ. มีวงจรดังรูป 6.14 เราปิดวงจรโดยกดสวิชท์ลง ต้นกำเนิดของแรงเคลื่อนไฟฟ้า $V_{\mathcal{E}}$ ส่งกระแส I ไปในวงจรในทิศทางตามลูกศร ผลก็คือมีประจุ q และ -q บนแผ่นผนัง (plate) ของเครื่องควบแน่น มีค่าเป็น $I = \frac{dq}{dt}$

ประจุเหล่านี้ทำให้เกิดความต่างศักย์ระหว่างแผ่นผนังทั้งสองของเครื่องควบแน่น ซึ่งต้านแรงเคลื่อนไฟฟ้าและมีค่า

$$V_C = -q/C$$

เครื่องหมายลบที่ปรากฏแสดงว่าความต่างศักย์ระหว่างแผ่นผนังทั้งสองของเครื่องควบแน่นต้าน รคฟ. $V_{\mathcal{E}}$ ที่ใช้ รคฟ. ทั้งหมดที่ให้กับวงจรเป็น $V + V_C$ ถ้า $V_{\mathcal{E}} + V_C = 0$ หรือ $V_{\mathcal{E}} = -V_C$ หมายถึงอยู่ในภาวะสมดุลย์และไม่มีกระแสไหลในวงจร เราพูดว่ากำลังประจุเครื่องควบแน่นหรือกำลังให้ประจุ (charge) กับเครื่องควบแน่น ประจุบนแผ่นผนังจะมีค่าเป็น $Q = V_{\mathcal{E}} C$ ถ้าต้องการพิจารณาว่ามีประจุบนเครื่องควบแน่น และกระแสเปลี่ยนแปลงไปตาม

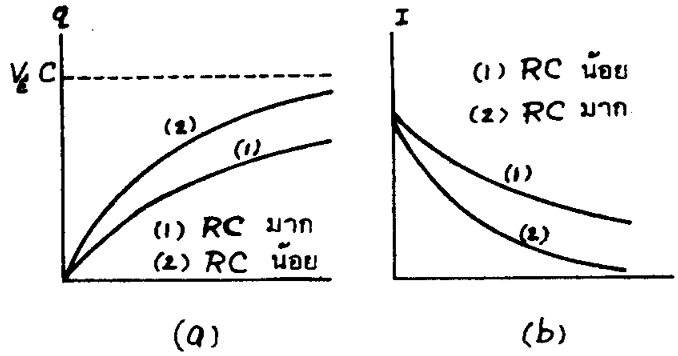
เวลาได้อย่างไร เราใช้กฎของโอห์ม ซึ่งเขียนได้ว่า

$$RI = V_{\mathcal{E}} + V_C \qquad RI = V_{\mathcal{E}} - \frac{q}{C} \tag{6.17}$$

คำตอบของสมการนี้ คือ

$$q = V_{\mathcal{E}} .C(1 - e^{-t/RC}) \tag{6.18}$$

เทอมที่ 2 ในวงเล็บมีค่าลดลงเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น และประจุจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น จนถึงค่า $V_{\mathcal{E}}$ C (รูป 6.15) เวลาคงที่เฉพาะของวงจร คือ τ = RC ถ้า τ มีค่าน้อย, ประจุจะมีค่าสูง



รูปที่ 6.15

ประจุจะมีค่าสูงถึงค่าจำกัด $V_{\mathcal{E}}$ C เร็วมาก ถ้า τ มีค่ามากก็จะใช้เวลานานกว่าเครื่องควบแน่นจะมีประจุเต็มที่ กระแสในวงจรจะเป็น

$$I = \frac{dq}{dt} = (V_{\mathcal{E}} /R) .\ e^{-t/RC}$$

t = 0 , กระแสมีค่า $V_{\mathcal{E}}$ /R ตามกฎของโอห์ม แต่จะลดลงในแบบแอกซ์โพเนนเชียล เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเป็นศูนย์ (รูป 6.15 b)

พิสูจน์สมการ (6.18) อาศัยสมการ (6.16) เราอาจเขียนสมการ (6.17) ได้ว่า

$$R\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{C}(q - V_{\mathcal{E}}C) \text{ หรือ } \frac{dq}{q - V_{\mathcal{E}}C} = -\frac{1}{RC}dt$$

เมื่อเวลา $t = 0$ ประจุบนเครื่องควบแน่นจะเป็นศูนย์ ($q = 0$) จากการอินทิเกรท

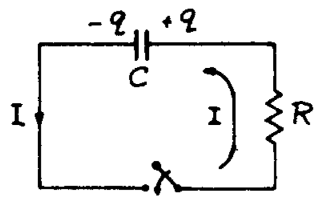
$$\int_o^q \frac{dq}{q - V_{\mathcal{E}}C} = -\frac{1}{RC}\int_o^t dt$$

จะได้ $\quad \ln(q - V_{\mathcal{E}}C) - \ln(-V_{\mathcal{E}}C) = -\frac{t}{RC}$,

เทียบกับ $\quad \ln e^x = x$,

เราจะได้ $\quad q - V_{\mathcal{E}}/C = -(V_{\mathcal{E}}/C)\,e^{-t/RC}$

หรือ $\quad q = (V_{\mathcal{E}}/C)(1 - e^{-t/RC})$



รูปที่ 6.16 การถ่ายประจุจากเครื่องควบแน่น

ถ้าวงจรประกอบด้วยเครื่องควบแน่นที่ประจุแล้ว และมีความต้านทานต่อในวงจรดังรูป 6.16 เมื่อกดสวิทช์ เครื่องควบแน่นจะถ่ายประจุ (discharge) ผ่านความต้านทานนั้น ประจุที่ไหลจริงมีทิศทางตรงข้ามกับลูกศรที่แสดงไว้ในรูป, แต่โดยหลักการเดียวกันกับที่ใช้ในรูป 6.14 นั่นคือ กระแสเป็นบวก เมื่อไหลจากแผ่นลงไปยังแผ่นบวกของเครื่องควบแน่น

ตามกฎของโอห์มที่ใช้กับวงจรขณะนี้ได้ $RI = V_C,$

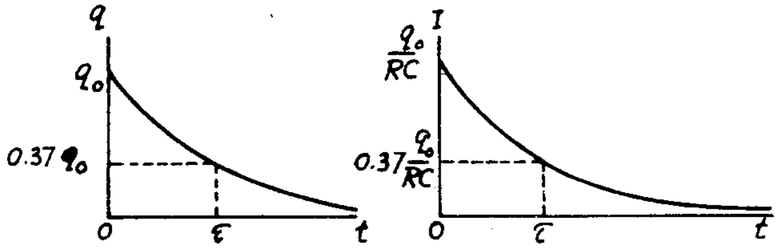
เมื่อ $V_C = -\frac{q}{C}$

ดังนั้น $RI = -\frac{q}{C}$ หรือ $R\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$

คำตอบของสมการนี้คือ $q = q_0 e^{-t/RC}$

คำนวณกระแสได้จาก $I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ (6.19)

เครื่องหมายลบ แสดงว่ากระแสมีทิศทางตรงข้ามกับที่แสดงไว้ในรูป 6.16 ตรงกันกับที่กล่าวไว้ข้างต้น ประจุและกระแสลงลงในแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังแสดงในรูป 6.17 ยิ่งเวลาคงที่เฉพาะน้อยลง (τ = RC) ประจุและกระแสก็ยิ่งลดลงเร็วขึ้น, τ คือเวลาที่ประจุและกระแสลดลงจนถึง $\frac{1}{e}$ หรือประมาณ 37 % ของค่าเดิม



รูปที่ 6.17

พิสูจน์สมการ (6.19)

สมการ $R\,(dq/dt) = -q/C$

อาจเขียนได้ในรูป $\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \cdot dt$

เราจะกำหนดว่าเมื่อตั้งต้น (t = 0) ประจุในเครื่องควบแน่น เป็น q_0 จากการอินทิเกรทได้

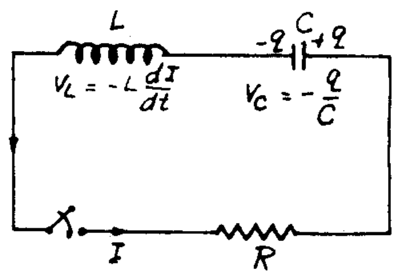
$$\int_{q_o}^{q} \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_{o}^{t} dt$$

หรือ $\ln q - \ln q_o = -\frac{1}{RC}$

เปลี่ยนจากค่า ln จะได้ $q = q_0\, e^{-t/RC}$

6.9 การแกว่งทางไฟฟ้าอย่างอิสระเป็นจังหวะ

มีตัวทำหน้าที่อยู่ 3 ตัว ซึ่งบังคับการไหลของประจุในวงจรไฟฟ้าคือ เครื่องควบแน่น C ความต้านทาน R และความเหนี่ยวนำภายใน L เราจะวิเคราะห์การทำงานของ 3 ตัวนี้ไปพร้อม ๆ กัน เพื่อหาค่ากระแสที่เกิดขึ้นจาก รคฟ. ที่เราใช้ในวงจร



รูปที่ 6.18 วงจร RCL

ลองพิจารณาภาวะที่วงจรไม่มี รคฟ. จากภายนอก (รูป 6.18) ในกรณีนี้กระแสเริ่มขึ้นจากการประจุแก่เครื่องควบแน่น หรือแปรเปลี่ยนฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ (inductance) หรือโดยต่อและตัด รคฟ. สลับกันไป อาศัยกฎของโอห์ม อาจเขียนสมการ(6.1) เสียใหม่ว่า

$$RI = V_L + V_C \quad \text{หรือ} \quad RI = -L\frac{dI}{dt} - \frac{q}{C} \qquad (6.20)$$

ใช้ค่าอนุพันธ์ (derivative) ของสมการทั้งหมดเทียบกับเวลา t จะได้

$$R\frac{dI}{dt} = -L\frac{d^2I}{dt^2} - \frac{1}{C}\frac{dq}{dt}$$

เราทราบแล้วว่า $I = \frac{dq}{dt}$ ดังนั้นแปลงค่าและจัดสมการเสียใหม่เป็น

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} . I = 0 \qquad (6.21)$$

ซึ่งเป็นสมการดิฟเฟอเรนเชียล คำตอบจากการแก้สมการเป็นค่าของกระแส I ซึ่งแปรตามค่าของเวลา t และตัวบังคับ L,R และ C

ขั้นแรกลองพิจารณากรณีที่ความต้านทาน มีค่าน้อยจนถือได้ว่า จากสมการ (6.21) เขียนได้เป็น

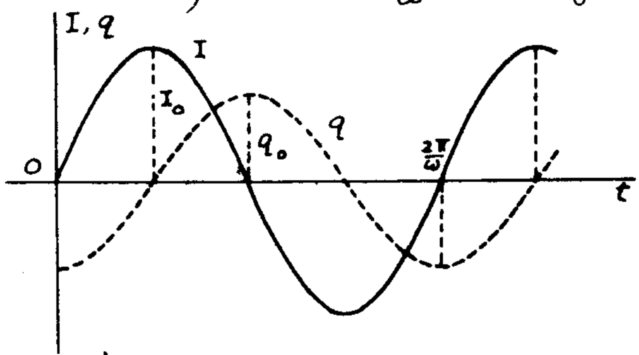
$$L\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{C} I = 0$$

หรือ
$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{1}{LC} . I = 0 \qquad (6.22)$$

สมการนี้มีรูปคล้ายกับสมการ $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0$

ซึ่งเป็นสมการของการสั่นแบบธรรมดา (simple harmonic motion) ถ้าเราแทนค่า x ด้วย I และแทน ω ด้วย $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (ความถี่ตามลักษณะของวงจร LC) ด้วยเหตุผลดังกล่าว สรุปได้ว่า กระแสในวงจรแปรค่าด้วยความถี่เชิงมุม $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ และอำพน (amplitude) I_0 (รูป 6.19) ดังนั้นจึงเขียนกระแสเป็นสมการได้ในรูป $I = I_0 \sin \omega_0 t$ และประจุในเครื่องควบแน่นคือ

$$q = \int I\, dt = -\frac{I_0}{\omega} . \cos \omega_0 t$$



รูปที่ 6.19 กระแสและประจุในวงจร LC

ซึ่งแสดงไว้ในรูป 6.19 ด้วยเช่นกัน เราจะเห็นว่าประจุมีเฟสแตกต่างไปจากกระแส = $\frac{\pi}{2}$

เหตุผลที่มีการแปรค่าเป็นจังหวะก็คือ เมื่อเครื่องควบแน่นปล่อยประจุออกมา รคพ.V_L ที่ได้จากความเหนี่ยวนำภายใน พยายามอัดประจุให้แก่เครื่องควบแน่น ในทิศทางตรงข้ามและเมื่อครบกระบวนการนี้ไปรอบหนึ่งแล้วก็จะเกิดซ้ำอีกครั้งหนึ่ง แต่ย้อนทางเดิม เป็นเช่นนี้เรื่อยไปตราบใดที่พลังงานยังไม่สูญหาย ทราบว่า ระหว่างการแปรค่าเช่นนี้ พลังงานไฟฟ้า

$$E = \frac{Q^2}{2C}$$

เปลี่ยนเป็นพลังงานแม่เหล็กซึ่งมีค่า

$$E = \frac{1}{2} LI^2$$

และในทางกลับกันคือพลังงานแม่เหล็กเปลี่ยนเป็นพลังงานไฟฟ้าเหมือนกับการเปลี่ยนพลังงานศักย์เป็นพลังงานจลน์ในการสั่นแบบธรรมดา พลังงานทั้งหมดจะเป็น

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2,$$

ซึ่งจะมีค่าคงที่ระหว่างการแปรค่าเป็นจังหวะ

เราจะกลับไปพิจารณากรณีทั่ว ๆ ไปดังในสมการ (6.21) แต่ยังคงมีค่าความต้านทานอยู่ด้วย จะเห็นว่าสมการ (6.21) มีรูปสมการเหมือนสมการของการสั่นที่มีแรงหน่วง (damped oscillation) $m\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda\frac{dx}{dt} + kx = 0$ ถ้าเรานำค่าในสมการทั้งสองมาเทียบกัน จะได้

$$L \longleftrightarrow m, R \longleftrightarrow \lambda, \frac{1}{C} \longleftrightarrow k$$

ดังนั้นค่าต่าง ๆ ในสมการการสั่นที่มีแรงหน่วงจึงนำมาใช้ในกรณีนี้ได้ดังนี้ ปริมาณ γ และ ω ในสมการ $x = Ae^{-\gamma t}\sin(\omega t + \alpha)$ จะเขียนได้ว่า

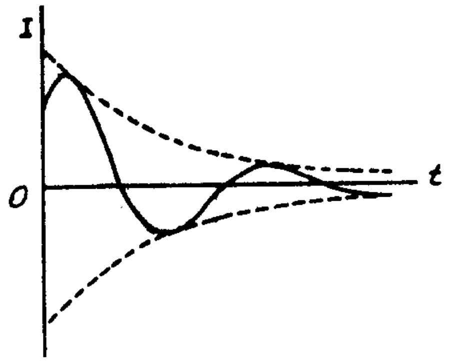
$$\gamma = \frac{R}{2L}, \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{6.24}$$

สมการ ω จะมีค่าจำกัดดังนี้

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \quad \text{หรือ} \quad R^2 < \frac{4L}{C}$$

ดังนั้นสมการของกระแสที่ได้เป็นค่าที่ขึ้นกับเวลา มีรูปดังนี้

$$I = I_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t + \alpha) \qquad (6.25)$$



รูปที่ 6.20 กระแสที่เปลี่ยนแปลงเมื่อปล่อยประจุจากเครื่องควบแน่น

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสกับเวลา เห็นได้ดังรูป 6.20 เราพบว่าการแปรค่าเป็นจังหวะ หรือกระแสสลับ ทำให้อำพนลดลงตามเวลา การหน่วงในวงจรไฟฟ้า เป็นผลเนื่องมาจากความสิ้นเปลืองพลังงานไปเมื่อผ่านความต้านทาน R

ถ้าความต้านทานมีค่ามาก จนมีขนาดดังนี้

$$\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$$

ความถี่ ω จะกลายเป็นค่าจินตภาพ (imaginary) กรณีนี้กระแสจะค่อย ๆ ลดลงโดยไม่มีการแปรค่าเป็นจังหวะ (หมายถึงไม่มีมากขึ้น แต่จะน้อยลงเป็นจังหวะ)

6.10 การแปรค่าเป็นจังหวะทางไฟฟ้าของวงจรกระแสสลับที่มีแรงบังคับ

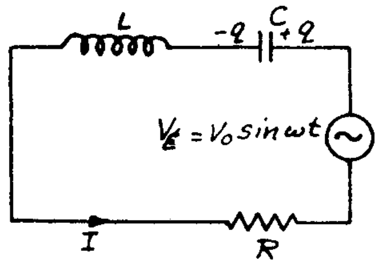
การแปรค่าทางไฟฟ้าที่มีแรงบังคับ (forced electrical oscillation) เกิดขึ้นเมื่อต่อ รคฟ. แบบสลับดังสมการ $V_{\mathcal{E}} = V_o \sin\omega t$ เพิ่มเติมจากวงจรตามรูป 6.16 เป็นรูปวงจรตามรูป 6.21

วงจรแบบนี้เรียกว่า วงจรกระแสสลับ ขณะนี้สมการ (6.20) จะมีรูปเป็น

$$RI = V_L + V_C + V_o \sin\omega t$$

เติมค่า $V_L = -L\frac{dI}{dt}$ และ $V_C = -\frac{q}{C}$

เราจะได้ $$RI = -L\frac{dI}{dt} - \frac{q}{c} + V_o \sin \omega t \qquad (6.26)$$



รูปที่ 6.21 วงจร RLC ที่มี รคฟ.

ดิฟเฟอเรนชิเอท สมการ (6.26) เทียบกับเวลาและจัดรูปใหม่

$$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \omega V_o \cos\omega t \qquad (6.27)$$

สมการนี้เหมือนกับสมการการสั่นที่มีแรงบังคับ ที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัดเจนที่สุด คือความที่ ω ซึ่งมีค่าเป็นแฟคเตอร์ของทางขวามือของสมการ (6.27) เหตุผลก็คือ ความสัมพันธ์ $I = \frac{dq}{dt}$ กระแสในวงจรไฟฟ้า สัมพันธ์กับอนุภาคที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $v = \frac{dx}{dt}$ เราจึงเลือกใช้สูตร $ma + \lambda v + kx = F_o \cos \omega_f t$ ซึ่งมีค่าเทียบกันกับปริมาณต่าง ๆ ดังแสดงไว้ในตาราง 6.2 แล้ว อย่างไรก็ดี เพื่อความถูกต้องสมบูรณ์ เราจะแสดงในหัวข้อ 6.11 ว่าได้ผลตรงกับในกรณีของวงจรไฟฟ้าได้อย่างไร โดยใช้เวคเตอร์ที่หมุนรอบจุดคงที่ได้ จะได้กระแสตามสมการ

$$I = I_o \sin(\omega t - \alpha) \qquad (6.28)$$

เมื่ออำพนของกระแสคือ

$$I_o = \frac{V_o}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}} \qquad (6.29)$$

$$\tan\alpha = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \qquad (6.30)$$

ให้เฟส α ของกระแสสัมพันธ์กับ รคพ. ที่ใช้ เราจะได้ค่า อิมพีแดนซ์ (impedance) ของวงจรไฟฟ้าคือ

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2} \qquad (6.31)$$

ค่ารีแอคแตนซ์ (reactance) ของวงจรคือ

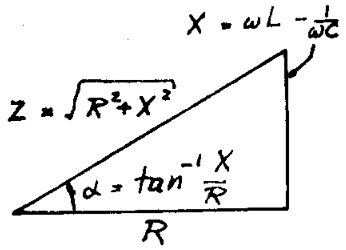
$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} \qquad (6.32)$$

ดังนั้น

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad (6.33)$$

α เป็นความแตกต่างของเฟส ระหว่างกระแสและ รคพ. ที่ใช้หาได้จาก

$$\tan\alpha = \frac{X}{R} \qquad (6.34)$$



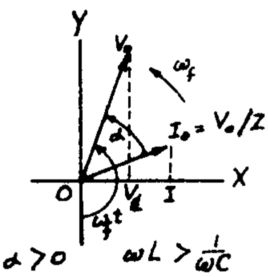
รูปที่ 6.22 ความสัมพันธ์ระหว่างความต้านทาน, รีแอคแตนซ์และอิมพีแดนซ์

ตาราง 6.2 การเทียบค่าระหว่างการสั่นที่มีแรงหน่วงกับวงจรไฟฟ้า

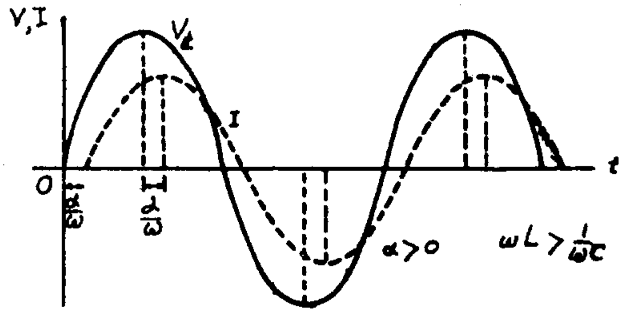
การสั่น	วงจรไฟฟ้า
มวล m	ความเหนี่ยวนำ L
ความหน่วง λ	ความต้านทาน R
ค่าคงที่อีลาสติค k	ส่วนกลับของความจุ $1/C$
การขจัด x	ประจุ q
ความเร็ว $v = dx/dt$	กระแส $I = dq/dt$
แรงกระทำ F_0	รคพ. ที่ใช้ในวงจร V_0

ปริมาณ Z,R,X และ α เกี่ยวข้องกันดังแสดงในรูป 6.22 จะสังเกตเห็นว่าทั้งรีแอคแตนซ์และอิมพีแดนซ์มีหน่วยเป็นโอห์ม ตัวอย่างเช่น ωL มีหน่วยที่เขียนในหน่วยหลักมูลได้ว่า $s^{-1}H = m^2\ kg\ s^{-1}\ C^{-2}$ ซึ่งจะเหมือนกับหน่วยของโอห์มในหัวข้อ 6.2 ผู้อ่านอาจลองพิสูจน์ค่า $\frac{1}{\omega C}$ ให้เห็นจริงได้เช่นเดียวกัน ถ้า R และ X มีหน่วยเป็นโอห์ม จากคำจำกัดความของ Z ตามสมการ (6.33) ก็จะต้องมีหน่วยเป็นโอห์มด้วย

รคฟ. $V_{\mathcal{E}}$ และกระแส I จะแทนได้ด้วยเวคเตอร์ที่หมุนรอบจุดคงที่ได้ดังรูป 6.23 องค์ประกอบของเวคเอตร์ทางแกน X จะเป็นค่าของ $V_{\mathcal{E}}$ และ I ในขณะนั้น กระแส I จะตามหลัง (lags) หรือนำหน้า (leads) รคฟ. ต้องแล้วแต่ว่า α เป็นบวกหรือลบ หรือ ωL มากกว่าหรือน้อยกว่า $\frac{1}{\omega C}$ รูป 6.24 เป็นกราฟบันทึกค่าของ $V_{\mathcal{E}}$ และ I เทียบกับเวลา ค่ากำลังงานเฉลี่ยที่ต้องการเพื่อพอดีให้มีกระแส คำนวณได้จากสมการ



รูปที่ 6.23 แสดงเวคเตอร์ของกระแสและ รคฟ. ในวงจรกระแสสลับ



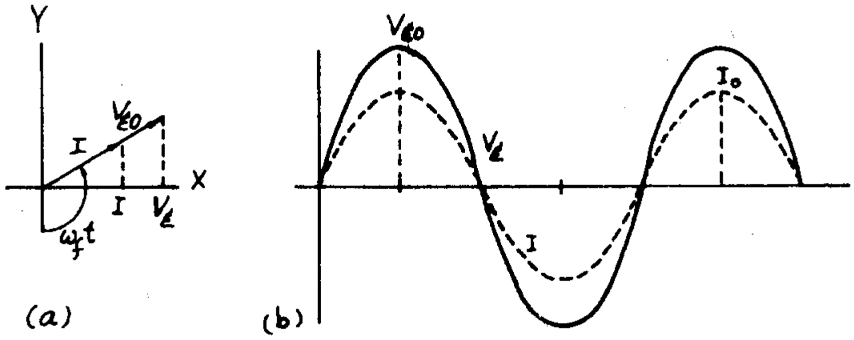
รูปที่ 6.24 การแปรค่ากระแสและ รคฟ. ตามเวลาในวงจรกระแสสลับ

$$P_{ave} = \frac{1}{2} V_o I_o \cos\alpha = \frac{1}{2} R I_o^2 \qquad (6.35)$$

เคยทราบแล้วว่า จะเกิดเรโซแนนซ์เมื่อ P_{ave} มีค่าสูงสุด ซึ่งเป็นไปได้เมื่อ $\alpha = 0$, หรือ เมื่อ

$$\omega L = 1/\omega C$$

ซึ่งตรงกันกับความถี่ $\omega = \sqrt{1/LC}$ เท่ากับลักษณะความถี่จำเพาะ ω_o (characteristic frequency) ของวงจร เมื่อเกิดรีโซแนนซ์ อำพนของกระแสจะมีค่าสูงสุดและอยู่ในเฟสเดียวกันกับ รคฟ. ซึ่งเป็นผลให้เกิดกำลังเฉลี่ยสูงสุด เวคเตอร์ของ $V_{\mathcal{E}}$ และ I จะหมุนมาอยู่ในเฟสเดียวกัน หรือซ้อนเสริม (superposed) กันทำให้กระแสและ รคฟ. แปรเปลี่ยนไปดังรูป 6.25



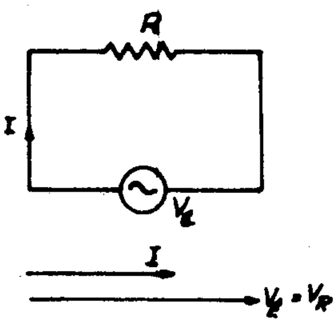
รูปที่ 6.25 ความสัมพันธ์ระหว่างรคฟ.และกระแสเมื่อ $\alpha = 0$ และ $\omega = (\sqrt{LC})^{-1}$

6.11 การประยุกต์วิธีการหมุนเวคเตอร์เพื่อใช้กับวงจรไฟฟ้ากระแสสลับ

หัวข้อ 6.10 ให้ผลที่เราสามารถจะพิสูจน์มาได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้เทคนิคของการหมุนเวคเตอร์ ซึ่งได้เคยทราบมาแล้ว เราจะเริ่มพิจารณาวงจรธรรมดาบางวงจรที่ใช้ รคฟ. แบบสลับเป็น $V_{\mathcal{E}} = V_o \sin \omega t$

ก) วงจรที่มีความต้านทาน (R-circuit) รูป 6.26 เมื่อวงจรประกอบด้วยความต้านทานหนึ่งตัว สมการ (6.26) จะลดรูปเป็น

$$RI = V_o \sin \omega t \text{ หรือ } I = \frac{V_o}{R} \sin \omega t \qquad (6.36)$$



รูปที่ 6.26

ดังนั้นกระแสในวงจรจะมีเฟสเดียวกัน ($\alpha = 0$) กับ รคฟ. และอำพนของมันคือ I_o ซึ่งมีค่า

$$I_o = \frac{V_o}{R} \qquad V_o = RI_o \tag{6.37}$$

มีแผนภาพของเวคเตอร์ประกอบไว้ใต้รูป (6.26) แล้ว ทราบกันแล้วว่า

$$V_R = RI$$

เป็นศักดาไฟฟ้าที่ลดลงเมื่อผ่านความต้านทาน ซึ่งทั้งศักดาไฟฟ้าและกระแสอยู่ในเฟสเดียวกัน

ข) วงจรที่มีตัวเหนี่ยวนำ (L-circuit) (รูป 6.27) เมื่อวงจรประกอบด้วยขดลวดเหนี่ยวนำซึ่งมีความต้านทานต่ำมาก สมการ (6.26) จะลดรูปลงจนเหลือ

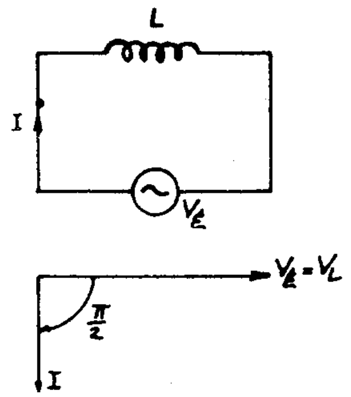
$$L\frac{dI}{dt} = V_o \sin\omega t \qquad \text{และหลังจากอินทิเกรทจะได้}$$

$$I = -\frac{V}{\omega L}\cos\omega t = \frac{V_o}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \tag{6.38}$$

จะเห็นได้ว่า กระแสในวงจรจะตามหลัง รคฟ. ด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$ และมีอำพนเป็น

$$I_o = \frac{V_o}{\omega L} \quad \text{หรือ} \quad V_o = \omega LI_o \tag{6.39}$$

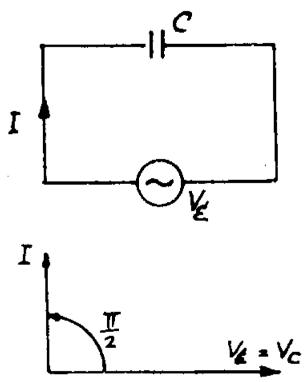
ต้องจำไว้ว่า $V_L = L \frac{dI}{dt}$ จะให้ค่าศักดาลดลงเมื่อผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ และนำกระแสไปด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$ มีแผนภาพของเวคเตอร์ประกอบไว้ได้รูป 6.27 แล้ว



รูปที่ 6.27

ค) วงจรที่มีเครื่องควบแน่น (C-circuit) (รูป 6.28) เมื่อวงจรประกอบด้วยเครื่องควบแน่นหนึ่งเครื่องสมการ (6.26)จะลดรูปเป็น

$$\frac{q}{C} = V_o \sin \omega t$$



รูปที่ 6.28

เมื่อหาอนุพันธ์ของสมการนี้ (จำไว้ว่า $I = \frac{dq}{dt}$)

จะได้ $$I = \omega C V_0 \cos\omega t = \omega C V_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

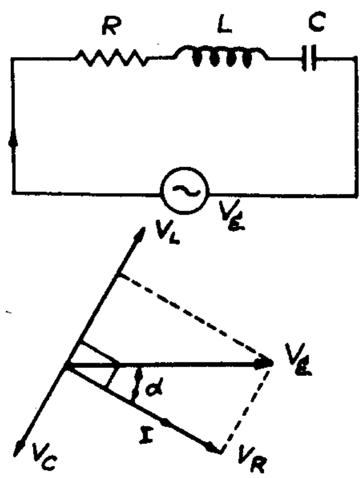
ดังนั้นกระแสในวงจรจะนำ รคฟ. ไปด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$ และมีอำพน I_0 ดังนั้น

$$I_0 = \omega C V_0, \quad \text{หรือ } V_0 = \frac{1}{\omega C} I_0 \qquad (6.41)$$

เราทราบแล้วว่า $V_0 = \frac{q}{C}$ ดังนั้นศักดาที่ลดลงเมื่อผ่านเครื่องควบแน่นจะตามหลัง (lags) กระแสด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$ มีแผนภาพของเวคเตอร์ประกอบไว้ใต้รูป 6.28 แล้ว

ง) วงจรที่มีความต้านทาน-เครื่องควบแน่น-ขดลวดเหนี่ยวนำต่อกันแบบอนุกรม (RCL series circuit) พิจารณาวงจรที่ประกอบด้วยความต้านทาน ขดลวดเหนี่ยวนำ และเครื่องควบแน่นต่อแบบอนุกรม (รูป 6.29) จากสมการ (6.26) จะเขียนได้ดังนี้

$$RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}q = V_0 \sin\omega t \qquad (6.42)$$



รูปที่ 6.29

จากสมการข้างต้นเราได้

$$V_R = RI, \quad V_L = L\frac{dI}{dt} \quad \text{และ} \quad V_C = \frac{q}{C}$$

เป็นค่าความต่างศักดา (หรือศักดาที่ลดลง) เมื่อผ่านความต้านทาน ผ่านขดลวดเหนี่ยวนำและผ่านเครื่องควบแน่นตามลำดับ ดังนั้น

$$V_R + V_L + V_C = V_{\mathcal{E}} \tag{6.43}$$

ถ้าเราถือว่า $\qquad I = I_0 \sin(\omega t - \alpha)$

เวคเตอร์ของกระแสจะหมุนตามหลัง รคฟ. ด้วยมุม α (รูป 6.29)

ในขณะนี้เราจะพิจารณาได้ว่า เวคเตอร์ของ รคฟ. ที่หมุนนั้น เป็นผลบวกของเวคเตอร์ของปริมาณทั้งสามข้างซ้ายของสมการ (6.43) ดังนั้นเราจะเขียนเสียใหม่โดยใช้ผลจาก (ก), (ข) และ (ค) ข้างบนจะได้

	อำพน	เฟส
ศักดาไฟฟ้าลดลงเมื่อผ่านความต้านทาน V_R :	RI_0	เฟสเดียวกับ I
ศักดาไฟฟ้าลดลงเมื่อผ่านขดลวดเหนี่ยวนำ, V_L :	ωLI_0,	นำหน้ากระแสด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$
ศักดาไฟฟ้าลดลงเมื่อผ่านเครื่องควบแน่น, V_C :	$\frac{1}{\omega C} I_0$	ตามหลังกระแสด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$

เวคเตอร์ที่หมุนได้ทั้งสามแสดงไว้แล้วในรูป 6.29 เทียบกับเส้นอ้างอิง (reference line) ซึ่งได้แก่เวคเตอร์ของ $V_{\mathcal{E}}$ ซึ่งหมุนได้เช่นกัน เนื่องจากผลที่ได้จะต้อง = V_0 เราจึงได้

$$V_0 = \sqrt{R^2 I_0^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 I_0^2}$$

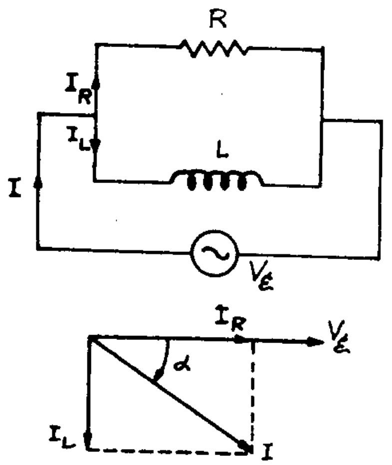
หรือ

$$V_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

ถ้าเราคำนวณหาค่า I_0 จากสมการนี้, ผลที่ได้จะคล้ายกันกับสมการ (6.29) จากรูปเราสามารถคำนวณหา α , มุมของเฟสได้, ค่าที่ได้จะตรงกับที่ได้จากสมการ (6.34) นั่นคือ

$$\tan \alpha = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

จ) วงจรที่มีความต้านทานและความเหนี่ยวนำขนานกัน (RL-parallel circuit)



รูปที่ 6.30

ตามรูปจะเห็นว่า รคฟ. เหมือนกันทั้ง 2 วงจรย่อย (circuit element) แต่มีกระแสต่างกัน กระแส I_R ที่ผ่านความต้านทาน มีเฟสเดียวกันกับ รคฟ. และมีอำพนเหมือนกับที่ให้ในสมการ (6.37)

$$I_{0,R} = \frac{V_0}{R}$$

กระแสที่ผ่านขดลวดเหนี่ยวนำตามหลัง รคฟ. ด้วยมุม $\frac{\pi}{2}$ และมีอำพนที่คำนวณได้ดังสมการ (6.39)

$$I_{0,L} = \frac{V_0}{\omega L}$$

เวคเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับ I_R และ I_L ได้แสดงไว้ในรูป 6.30 ส่วนกระแสทั้งหมดคำนวณได้จาก

$$I = I_0 \sin(\omega t - \alpha)$$

เมื่อ $I_0 = \sqrt{\left(\frac{V_0}{R}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{\omega L}\right)^2} = V_0 \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}}$

และเมื่อ $I_0 = V_0/Z$ ค่าอิมพีแดนซ์ ของวงจรคือ

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}}$$

ตัวอย่างที่ 6.8 วงจรมีความต้านทาน 40 โอห์ม ขดลวดมีความเหนี่ยวนำภายใน 0.1H, และเครื่องควบแน่นมีความจุ 10^{-5} F รคฟ. ที่ใช้มีความถี่ 60 Hz หารีแอคแตนซ์, อิมพีแดนซ์ เฟสของกระแสที่เปลี่ยนแปลง (phase shift), และความถี่รีโซแนนซ์ของวงจร

วิธีทำ ความถี่เชิงมุม คือ $\omega = 2\pi\nu$ เมื่อ $\nu = 60$ Hz,

จะได้ $\omega = 376.8\ s^{-1}$ ดังนั้นเมื่อใช้สมการ (6.32) จะได้

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = -227.57\,\Omega$$

ค่าอิมพีแดนซ์ $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = 231.2\,\Omega$

เฟสที่เปลี่ยนไป (phase shift) คำนวณจากสมการ (6.32) คือ

$$\tan\alpha = \frac{X}{R} = -5.680 \quad \text{หรือ} \quad \alpha = -80^\circ\ 21'$$

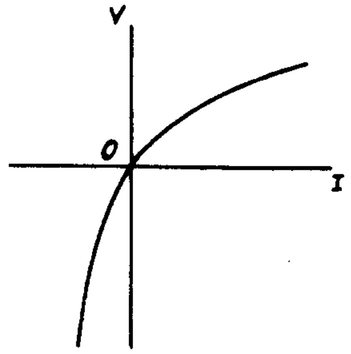
ดังนั้นกระแสจึงนำ รคฟ. สำหรับความถี่เรโซแนนซ์ เราหาได้โดยใช้สมการ (6.23) คือ

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 10^3\ s^{-1} \quad \text{หรือ}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 159\ \text{Hz}$$

6.12 ตัวนำที่ไม่ขึ้นกับกฎของโอห์ม

กฎของโอห์มจะมีความแม่นยำมากถ้าใช้กับตัวนำโลหะ อย่างไรก็ดียังมีสารตัวนำอีกหลายชนิด ที่ไม่เป็นไปตามกฎของโอห์ม สารเหล่านี้เรียกว่าตัวนำที่ไม่ขึ้นกับกฎของโอห์ม (nonohmic) หรือตัวนำที่ไม่แปรค่าตรง (non linear conductors) หรือวงจรที่ไม่แปรค่าตรง (non linear circuit element) สารเหล่านี้เราหมายถึงก๊าซที่แตกตัว สารกึ่งตัวนำแบบ p,n คู่ควบ (coupled p-n semiconductors) ที่เรียกแบบต่อพีเอ็น (p-n junction) หรือทรานซิสเตอร์และหลอดวิทยุ (electron tube)

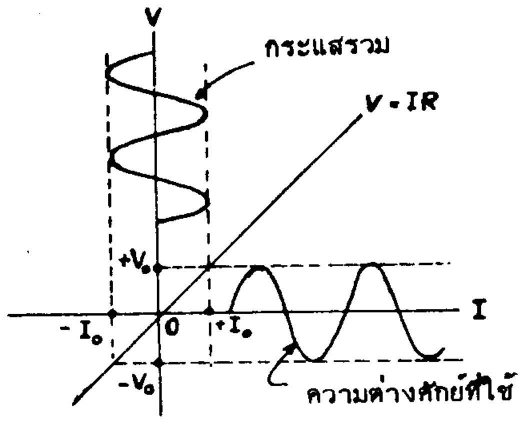


รูปที่ 6.31 ความสัมพันธ์ระหว่างความต่างศักดาและกระแสใน ตัวนำที่ไม่ขึ้นกับกฎของโอห์ม

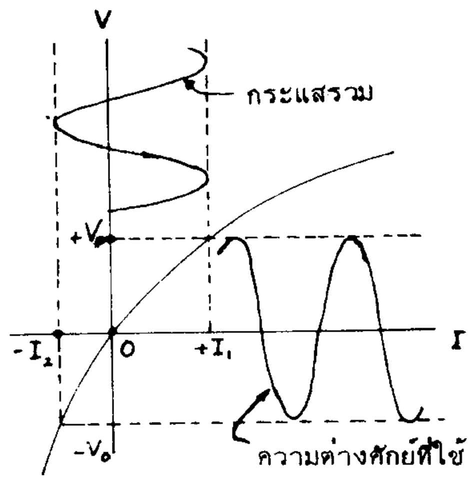
สิ่งที่ทำให้กฎของโอห์มใช้ไม่ได้นั้นมาจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิหรือพลังงานความร้อนของจูล (Joule heat) มีผลต่อแรงอัดหรือเป็นผลบังคับโดยตรงต่อการเคลื่อนที่ของประจุในวงจรย่อย (circuit element) แบบต่อ พี-เอน หรือหลอดวิทยุ เส้นโค้งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง V และ I แบบมาตราฐานสำหรับแบบต่อ พี-เอน ได้แสดงไว้ในรูป 6.31 ซึ่งจะเปรียบเทียบได้กับรูป 6.1 สำหรับตัวนำที่เป็นไปตามกฎของโอห์ม หรือตัวนำแบบแปรค่าตรง (linear conductor)

ลักษณะหนึ่งที่เห็นได้ชัดจากรูป 6.31 ก็คือ เส้นโค้งนั้นไม่สมมาตร และถ้ากลับทิศของศักดาไฟฟ้าก็จะไม่เกิดกระแสที่มีค่าเท่ากันในทิศทางตรงข้าม ลักษณะไม่สมมาตรนี้เป็นช่องทางที่จะนำไปประยุกต์ได้อย่างน่าสนใจมาก ตัวอย่างเช่น ในตัวนำที่เป็นไปตามกฎของโอห์ม เมื่อใช้ศักดาไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปรเป็นจังหวะแบบธรรมดา มีอำพน V_0 กระแสที่ผ่านตัวนำก็จะแปรเปลี่ยนไปเป็นจังหวะแบบธรรมดา มีอำพนเป็น I_0 (รูป 6.32) แต่ในตัวนำที่ไม่เป็นไปตามกฎของโอห์มมีลักษณะของเส้นโค้ง แสดงความสัมพันธ์ของ V และ I ตามรูป 6.30 เมื่อใช้ศักดาไฟฟ้าแบบสลับเป็นจังหวะธรรมดามีอำพน V_0 กระแสซึ่งสลับเหมือนกัน แต่ก็ไม่เป็นจังหวะธรรมดาจะเปลี่ยน

แปรไประหว่างค่า I_1 และ I_2 ถ้า I_1 มากกว่า I_2 มาก วงจรย่อยจะทำหน้าที่เป็นตัวเปลี่ยนเป็นกระแสตรง (rectifier) ให้กระแสผ่านไปในทิศทางเดียวและไม่ย้อนกลับดังรูป 6.33



รูปที่ 6.32



รูปที่ 6.33