

# บทที่ 4

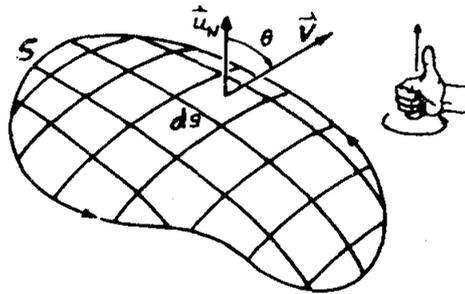
## สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา

### 4.1 บทนำ

บทก่อน ๆ ได้พูดถึงแรงแม่เหล็กไฟฟ้าแล้ว และพิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุ อันเนื่องมาจากแรงนั้น การวิเคราะห์นี้ได้นำไปสู่สังกัดของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ในบทนี้จะพูดถึงสมบัติบางประการของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปของปริมาณที่ไม่แปรเปลี่ยนตามปริมาตรใด ครั้งแรกจะพิจารณาสถาปัตยกรรมแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่ออยู่นิ่งไม่แปร เปลี่ยนตาม เวลาหรือไม่ขึ้นกับ เวลา ในบทที่ 5 จึงจะพิจารณาเกี่ยวกับเวลาด้วย ก่อนอื่นจะแนะนำสังกัดบางประการที่ค่อนข้าง สำคัญมากดังต่อไปนี้

### 4.2 ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์

พิจารณาพื้นผิว  $S$  อยู่ในบริเวณที่มีสนามเวกเตอร์  $\vec{V}$  (รูป 4.1)



รูปที่ 4.1 ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์ทะลุผ่านผิวพื้น

เราแบ่งผิวนั้นเป็นส่วนเล็ก ๆ ที่มีพื้นที่  $ds_1, ds_2, ds_3 \dots$  เขียนยูนิตเวกเตอร์  $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3 \dots$  ให้ตั้งฉากกับผิวที่ส่วนเล็ก ๆ นั้นคือที่จุดนั้น ๆ ยูนิตเวกเตอร์มีทิศทางมุ่งไปทาง หัวแม่มือโดยกำมือขวาให้สี่นิ้วชี้ไปตามเส้นขอบพื้นที่แล้วชูหัวแม่มือขึ้น ดังเคยกล่าวไว้แล้วว่า ถ้าเป็นผิวปิด  $\hat{n}_N$  จะมีทิศพุ่งออกจากผิวนั้นให้  $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots$  เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ ที่ตั้งฉากกับผิวคือ  $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3 \dots$  และสนามเวกเตอร์  $\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3 \dots$  ที่แต่ละจุด บนผิว จากคำจำกัดความที่กล่าวว่า ฟลักซ์ของสนามเวกเตอร์  $\vec{V}$  ที่พุ่งผ่านผิว  $S$  จะเป็น

$$\begin{aligned}\text{ฟลักซ์ของ } \vec{V} &= v_1 dS_1 \cos \theta_1 + v_2 dS_2 \cos \theta_2 + v_3 dS_3 \cos \theta_3 + \dots \\ &= \vec{V}_1 \cdot \vec{u}_1 dS_1 + \vec{V}_2 \cdot \vec{u}_2 dS_2 + \vec{V}_3 \cdot \vec{u}_3 dS_3 + \dots\end{aligned}$$

ถ้าให้  $\phi$  เป็นสัญลักษณ์ของฟลักซ์

$$\phi = \int_S v \cos \theta dS = \int_S \vec{V} \cdot \vec{u}_N dS \quad (4.1)$$

อินทิเกรตตลอดทั่วทั้งผิว เพื่อให้เห็นได้ชัดเจนเราเติมอักษร S ข้างใต้เครื่องหมาย  $\int$  ด้วย เหตุนี้จึงเรียกสมการ (4.1) ว่าเป็นการอินทิเกรตตามผิว เพราะว่ามีค่า  $\cos \theta$  อยู่ในสมการ (4.1) ฟลักซ์ที่ผิวส่วนย่อย  $dS$  จึงอาจเป็นบวกหรือลบก็ได้แล้วแต่ค่า  $\theta$  ว่าจะมีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า  $\frac{\pi}{2}$  ถ้าสนาม  $\vec{V}$  อยู่ในแนวเส้นสัมผัสหรือขนานกับผิวส่วนย่อย ๆ  $dS$  มุม  $\theta$  จะเป็น  $\frac{\pi}{2}$  และ  $\cos \theta = 0$  แสดงว่าฟลักซ์ที่ผ่านส่วนย่อย  $dS$  นั้นมีค่าเป็นศูนย์ จำนวนฟลักซ์ทั้งหมด  $\phi$  อาจเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ก็ได้ เมื่อมีค่าเป็นบวกฟลักซ์จะมีทิศทางพุ่งออกและถ้าเป็นลบฟลักซ์จะมีทิศทางพุ่งเข้า ถ้าเป็นผิวปิด (closed surface) ดังเช่นผิวทรงกลมก็จะใช้วงกลมบนเครื่องหมาย  $\int$  สมการ (4.1) จึงเป็น

$$\phi = \oint_S v \cos \theta dS = \oint_S \vec{V} \cdot \vec{u}_N dS \quad (4.2)$$

#### 4.3 การอินทิเกรตตามเส้น และเชอร์คิวแลร์นของสนามเวกเตอร์

เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ตามเส้น L จาก A ไปยัง B โดยมีแรงกระทำ F เราเคยทราบกันแล้วว่า ในกรณีนี้แรง F ทำงานเป็น

$$W = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

ตัว L ที่เติมลงที่ปลายล่าง หมายความว่า เป็นผลรวมตลอดแนวทางเดิน L และ  $d\vec{l}$  เป็นส่วนย่อย ๆ ของ L เราเคยพิสูจน์แล้วว่า เมื่อเป็นแรงแบบอนุรักษ์ (conservative force) ได้แก่แรงที่สัมพันธ์กับพลังงานศักย์ตามสมการ  $\vec{F} = -\text{grad } E_p$  งานที่ทำได้จะไม่ขึ้นกับทางเดิน เราอาจเขียนได้ว่า

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{l} = E_{p,A} - E_{p,B}$$

ความหมายที่สำคัญมากอีกประการหนึ่งก็คือ เมื่อทำงานครบ ๑ รอบ งานอันได้จากแรงแบบอนุรักษ์นี้จะเป็นศูนย์ เมื่อจุด A กับจุด B อยู่ตำแหน่งเดียวกันจึงมีพลังงานเท่ากันนั่นคือ

$$E_{p,A} = E_{p,B}$$

ดังนั้น  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$  (แรงแบบอนุรักษ์)

การคำนวณข้างต้นนี้ใช้กับสนามเวกเตอร์ใด เช่น สนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็ก ลองกำหนดให้สัญลักษณ์ของสนามเวกเตอร์เป็น  $\vec{V}$  การอินทิเกรตตามเส้น (Line integral) ของเวกเตอร์  $\vec{V}$  จากจุด A ไปยังจุด B ตามเส้นทาง L จะได้

$$\text{การอินทิเกรตตามเส้นของ } \vec{V} = \int_L \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (4.2)$$

โดยทั่วไปแล้วการอินทิเกรตตามเส้นจะมีค่าเท่าใดโดยอ้อมแล้วแต่ทางเคลื่อนที่ของมัน ถ้าทางที่พิจารณาเป็นทางปิด เรียก การอินทิเกรตตามเส้นของแรงนั้นว่า เซอร์คิวเลชัน (circulation) ของเวกเตอร์ ใช้เครื่องหมายวงกลมซ้อนบนเครื่องหมายอินทิเกรต ดังนี้

$$\text{เซอร์คิวเลชันของ } \vec{V} = \oint \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (4.4)$$

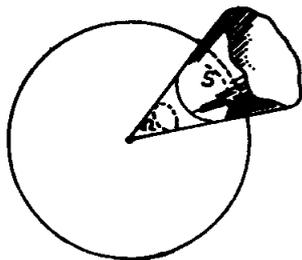
ปัญหาที่สำคัญก็คือ เมื่อสนาม  $\vec{V}$  เป็นเกรเดียนท์ของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นปัญหาเดียวกันกับแรงแบบอนุรักษ์ เราจึงกล่าวได้ว่า

เมื่อสนามเวกเตอร์เป็นเกรเดียนท์ของฟังก์ชัน ค่าอินทิเกรตตามเส้นของสนามระหว่างจุด ๒ จุดจะไม่ขึ้นกับทางเดินระหว่าง ๒ จุดนั้นและ เซอร์คิวเลชันรอบทางเดินปิดจะเป็นศูนย์

ต่อไปทั้งในบทนี้และบทต่อไปเราจะได้พบกับฟลักซ์, อินทิเกรตตามเส้น และ เซอร์คิวเลชันของสนามเวกเตอร์ ซึ่งมีประโยชน์มากในการสร้างสมการเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ทางแม่เหล็กไฟฟ้า

มุมตัน (solid angles) มุมตันเป็นขอบเขตภายในผิวรูปทรงกรวย ดังรูป 4.2 ปริมาณนี้มีหน่วยเป็น "สเตอเรเดียน" (steradians) เขียนย่อ ๆ ว่า sterad หาได้โดยเขียนผิวโค้งของทรงกลมให้ตั้งฉากกับรัศมี R ซึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดศูนย์กลางแล้วคำนวณจากความสัมพันธ์

$$\Omega = S/R^2$$

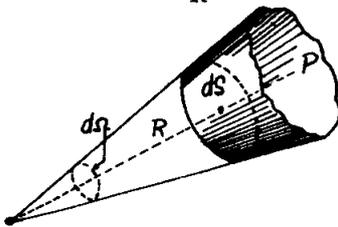


รูปที่ 4.2 มุมตัน

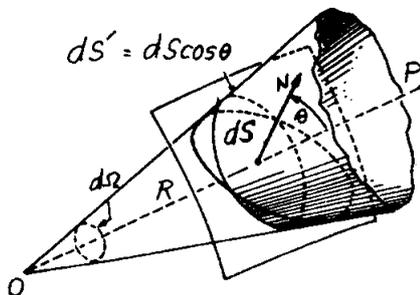
เมื่อ  $S$  เป็นพื้นที่ของส่วนของทรงกลมที่ถูกตัดโดยมุมตัน เราทราบว่าพื้นที่ของทรงกลมเป็น  $4\pi R^2$  ทำให้เราสรุปได้ว่า มุมตันรอบจุดหนึ่งจุดใดคือ  $4\pi$  สเตอเรเดียนหรือมุมที่ศูนย์กลางของทรงกลมคือ  $4\pi$  สเตอเรเดียน

เมื่อมุมตันเล็ก ๆ (รูป 4.3) พื้นที่ผิว  $S$  จะกลายเป็น  $dS$  และไม่เป็นผิวโค้งของทรงกลมแต่จะเป็นพื้นผิวราบเล็ก ๆ ที่ตั้งฉากกับ  $OP$  ดังนั้นเราเขียนได้ว่า

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}$$



รูปที่ 4.3



รูปที่ 4.4

บางทีผิว  $ds$  ไม่ตั้งฉากกับ  $OP$  แต่มีเส้นตั้งฉากในแนว  $N$  ทำมุม  $\theta$  กับ  $OP$   
 (รูป 4.4) ทำให้เกิดความจำเป็นที่จะต้องสกัดส่วนของพื้นที่  $ds$  ที่มีระนาบตั้งฉากกับ  $OP$   
 พื้นที่ดังกล่าวจะมีค่าเป็น  $ds' = ds \cos \theta$

ดังนั้น  $d\Omega = ds \cos \theta / R^2$

อันเป็นสมการที่มีประโยชน์เป็นอันมากในการคำนวณขั้นต่อไป

## ก. สนามไฟฟ้า

### 4.4 แรงเคลื่อนไฟฟ้า

เนื่องจากสนามไฟฟ้ามีค่าเท่าแรงที่กระทำต่อ 1 หน่วยประจุ ดังนั้นอินทิเกรตตามเส้นของสนามไฟฟ้าก็คือ งานที่ทำเมื่อเคลื่อนที่ 1 หน่วยประจุตามเส้นทาง  $L$  มีค่า  $\int_L \vec{E} \cdot d\vec{l}$  ถ้าเป็นวงทางเดินที่ครบรอบ (รูป 4.5) อินทิเกรตตามเส้นของมันจะกลายเป็นเซอร์คิวเลชันของสนามไฟฟ้า เรียกว่าแรงเคลื่อนไฟฟ้า (electromotive force) เขียนย่อ ๆ ว่า emf ในทางเดินที่ครบวงจรมันใช้แทน emf ด้วย  $V_E$  จะได้

$$\text{emf} = V_E = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (4.5)$$

ดังนั้น แรงเคลื่อนไฟฟ้าตามทางปิดจะมีค่าเท่ากับงานในการนำ 1 หน่วยประจุเคลื่อนที่ครบรอบทางเดิน หรือวงจร

คำว่า "แรง" ในที่นี้ทำให้เกิดความเข้าใจไขว้เขวไป เพราะความจริงมันคือ "พลังงาน" แต่เนื่องจากเป็นคำที่ใช้กันแพร่หลายแล้วจึงยังใช้คำว่าแรงอยู่ต่อไป

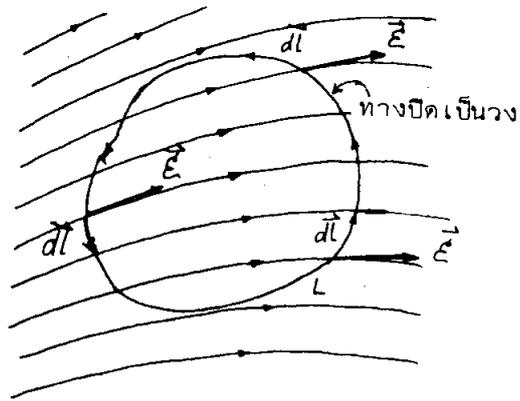
ตามปกติแล้วเราพูดถึงแรงเคลื่อนไฟฟ้าในหน่วย "โวลต์" ลองพิจารณากรณีพิเศษที่กล่าวถึงสนามไฟฟ้าที่มีค่าคงที่ไม่แปรค่าตามเวลา หรือสนามไฟฟ้าคงที่ ตามที่ทราบกันแล้วว่าความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดจะมีค่าเท่างานที่สนามไฟฟ้าทำเพื่อเคลื่อนที่ 1 หน่วยประจุจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง (2 จุดเดิม) โดยไม่ต้องคำนึงถึงทางที่ประจุเคลื่อนที่ เขียนได้ว่า

$$\int_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_A - V_B \quad (4.6)$$

เมื่อ A และ B เป็นจุด 2 จุดซึ่งติดต่อกันโดยทาง  $L$  ดังนั้นอินทิเกรตตามเส้นของสนามไฟฟ้าคงที่ระหว่าง 2 จุด จะเท่ากับความต่างศักย์ระหว่าง 2 จุดนั้น แนวทางเดินจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งที่เลือกใช้นั้น มีค่าตัวเลขที่ทราบได้แน่นอน ดังนั้นถ้าเป็นทางเดินครบวงจรถัด A และ B จะซ้อนอยู่ที่เดียวกัน และสมการ (4.6) ให้ค่า

$$V_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (4.7)$$

เมื่อกล่าวถึงความหมายของสมการข้างต้นในรูปคำบรรยายจะกล่าวได้ว่า "แรงเคลื่อนไฟฟ้าหรือเซอร์คิวเลชันของสนามไฟฟ้าคงที่สำหรับวงจรถัดใด ๆ มีค่าเท่ากับศูนย์"

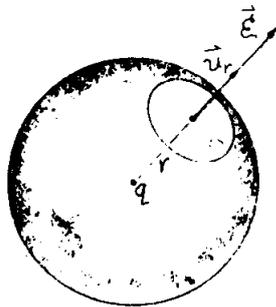


รูปที่ 4.5

ที่กล่าวนี้หมายความว่า งานที่สนามไฟฟ้าคงที่ เป็นผู้กระทำ เพื่อเคลื่อนประจุรอบวงจรปิด จะมีค่าเท่ากับศูนย์

#### 4.5 กฎของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้า

พิจารณาจุดประจุ (point charge)  $q$  ดังรูป 4.6 และคำนวณหาฟลักซ์ของสนามไฟฟ้า



รูปที่ 4.6 ฟลักซ์ไฟฟ้าของจุดประจุซึ่งอยู่ที่ศูนย์กลางของทรงกลม

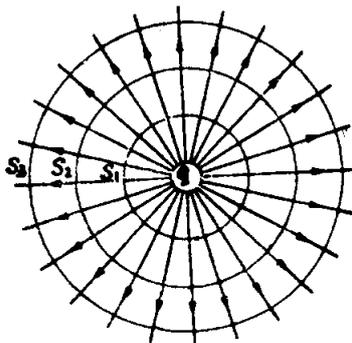
$\vec{E}$  ที่ผ่านผิวของทรงกลมที่ร่วมศูนย์กลางกับประจุ ให้  $r$  เป็นรัศมีของทรงกลม ประจุก่อให้เกิดสนามไฟฟ้าที่แต่ละจุดบนผิวของทรงกลมเป็น

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r$$

ยูนิตเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวของทรงกลมจะอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกันกับ  $\vec{u}_r$  ซึ่งพุ่งตามแนวรัศมี ดังนั้นมุม  $\theta$  ระหว่างสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และยูนิตเวกเตอร์  $\vec{u}_r$  ที่ตั้งฉากกับผิวจะเป็นศูนย์ และเห็นแล้วว่า สนามไฟฟ้ามีขนาดเดียวกันทุกจุดบนผิวของทรงกลมตลอดพื้นที่ผิวของทรงกลม  $4\pi r^2$  จากสมการ (4.2) จะคำนวณได้ว่าฟลักซ์ไฟฟ้า (electric flux) เป็น

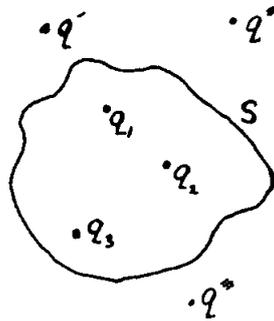
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \oint_S ds = E S = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot (4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านทะลุผิวทรงกลมมีปริมาณเป็นสัดส่วนกับประจุ แต่ไม่ขึ้นกับรัศมีของทรงกลม ดังนั้นถ้าสร้างทรงกลมร่วมศูนย์กลางกันแล้วให้พื้นที่ผิวเป็น  $S_1, S_2, S_3$  ตามรูป 4.7 ท่อหุ้มประจุ  $q$  ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านแต่ละผิวจะมีค่าเหมือนกันหมดคือ  $\frac{q}{\epsilon_0}$  ทั้งนี้เนื่องมาจากค่า  $1/r^2$  ขึ้นอยู่กับขนาดของสนาม ค่าที่ได้จะใช้ได้ทั่ว ๆ ไปสำหรับประจุ  $q$  ที่วางที่หนึ่งใดภายในผิวปิด ซึ่งจะได้ออกถึงกันต่อไป อย่างไรก็ดี ถ้าประจูลอยอยู่นอกผิวปิดนั้น ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวนั้นจะเป็นศูนย์



รูปที่ 4.7 ฟลักซ์ไฟฟ้าพุ่งผ่านทรงกลมร่วมศูนย์กลาง

ถ้ามีประจุหลายประจุ  $q_1, q_2, q_3, \dots$  อยู่ภายในผิว  $S$  (รูป 4.8) ฟลักซ์ไฟฟ้าทั้งหมดจะมีค่าเท่ากับผลรวมของฟลักซ์ที่เกิดขึ้นจากประจุแต่ละตัว ดังนั้นเราอาจให้คำอธิบายกฎของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้าได้ว่า



รูปที่ 4.8 ฟลักซ์ไฟฟ้าที่พุ่งผ่านผิวปิดใด ๆ เป็นสัดส่วนกับจำนวนประจุทั้งสิ้นภายในผิวปิดนั้น

ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวปิดที่มีประจุ  $q_1, q_2, q_3, \dots$  อยู่ภายใน คือ

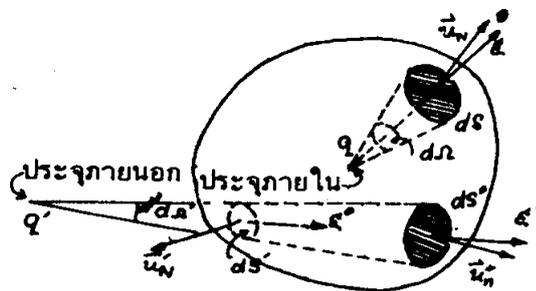
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{n}_N ds = q/\epsilon_0 \quad (4.8)$$

เมื่อ  $q$  เป็นประจุทั้งหมดภายในผิวปิดนั้นและมีค่าเท่ากับ

$$q_1 + q_2 + q_3 \dots$$

ประจุข้างนอกผิวปิด (เช่น  $q', q'', \dots$  ในรูป 4.8) จะไม่ก่อให้เกิดฟลักซ์ซึ่งจะไปรวมกับปริมาณของฟลักซ์รวมได้

พิสูจน์กฎของเกาส์ พิจารณาประจุ  $q$  ที่อยู่ภายในผิวปิด  $S$  (รูป 4.9) ฟลักซ์ทั้งหมดทั่วทั้ง  $S$  ที่เกิดจากสนามของประจุ  $q$



รูป 4.9 ฟลักซ์ไฟฟ้าพุ่งผ่านผิวไม่ขึ้นกับรูปร่างของผิวนั้น

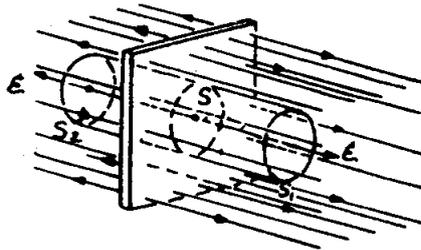
$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint_S \mathcal{E} \cos \theta \, dS = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta \, dS \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{dS \cos \theta}{r^2}\end{aligned}$$

แต่  $\frac{dS \cos \theta}{r^2}$  เท่ากับมุมตัน  $d\Omega$  ที่พื้นที่  $dS$  ครอบรอบเมื่อมุมตันทั้งหมดรอบประจุ  $q$  เป็น  $4\pi$  จึงได้  $\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \oint d\Omega = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (4\pi) = \frac{q}{\epsilon_0}$

ผลที่ได้นี้จะใช้กับผิวปิดใด ๆ ก็ได้ โดยไม่ต้องคำนึงถึงตำแหน่งของประจุที่อยู่ในผิวนั้น ถ้าประจุอยู่นอกผิวปิด สมมติเป็น  $q$  ฟลักซ์ไฟฟ้าจะเป็นศูนย์ เพราะจำนวนฟลักซ์ที่พุ่งเข้าไปกับที่ออกมามีค่าเท่ากัน รวมแล้วจึงเป็นศูนย์ ตัวอย่างเช่น ฟลักซ์ไฟฟ้าของ  $q'$  ที่ผ่าน  $dS'$  กับฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่าน  $dS$  มีปริมาณเท่ากัน แต่เครื่องหมายกลับตรงกันข้าม เมื่อรวมกันแล้วจึงมีค่าเป็นศูนย์

กฎของเกาส์ มีประโยชน์มากเมื่อเราต้องการหาสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากประจุที่กระจายกันอยู่แบบสม่ำเสมอบนวัตถุที่มีลักษณะทางเรขาคณิตสมมาตรกัน ดังจะแสดงในตัวอย่างต่อไป

- ตัวอย่างที่ 4.1** การคำนวณหาสนามไฟฟ้าที่เกิดจาก
- ประจุกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอทั่วทั้งพื้นผิวอันใดอันหนึ่ง
  - ประจุบนแผ่นเรียบ ๒ แผ่น ที่ขนานกันแต่เป็นประจุชนิดตรงข้ามกัน



รูปที่ 4.10 สนามไฟฟ้าจากประจุบนผิวเรียบ

- (ก) พิจารณาเมื่อพื้นผิวตามรูป 4.10 มีประจุ  $\sigma$  ต่อหน่วยพื้นที่ จะเห็นว่าจากลักษณะของการเรียงตัวของประจุ ทำให้เส้นแรงตั้งฉากกับพื้นที่ ถ้าเป็นประจุบวก เส้นแรง

จะพุ่งออกในทิศเหมือนกับที่แสดงไว้ในรูปและตาม-รูปเดียวกันเขียนรูปทรงกระบอกให้เป็นผิวปิดที่เราเลือก เราอาจแยกฟลักซ์ไฟฟ้าออกเป็น ๓ กลุ่ม คือ ฟลักซ์ที่ผ่าน  $S_1$  มีค่า  $+ \mathcal{E} S$  เมื่อ  $S$  เป็นพื้นที่ฐานของทรงกระบอก ฟลักซ์ที่ผ่าน  $S_2$  ซึ่งมีค่า  $+ \mathcal{E} S$  เช่นกัน เพราะลักษณะสมมาตร สนามไฟฟ้าจึงมีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงข้าม ณ จุดต่าง ๆ ที่มีระยะห่างจากพื้นผิวเท่ากันทั้งสองข้าง และฟลักซ์ที่ผ่านทางผิวด้านข้างของทรงกระบอกมีค่าเป็นศูนย์ เพราะสนามไฟฟ้าขนานกับผิวจึงได้

$$\Phi_{\mathcal{E}} = 2\mathcal{E}S$$

ประกายภายในผิวปิด คือใน ส่วนพื้นที่ที่แรเงาเป็นเส้นไว้ มีค่าเป็น

$$q = \sigma S$$

ใช้กฎของเกาส์ ตามสมการ (4.8) เราได้

$$2\mathcal{E}S = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \quad \text{หรือ} \quad \mathcal{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

ผลที่ได้แสดงว่า สนามไฟฟ้าไม่ขึ้นกับระยะห่างที่ห่างจากพื้นผิวนั้น จึงเป็นสนามสม่ำเสมอเมื่อเราใช้ความสัมพันธ์

$$\mathcal{E} = - \frac{dv}{dx}$$

และถือว่า ศักดาของพื้นผิวนั้นเป็นศูนย์ จะได้

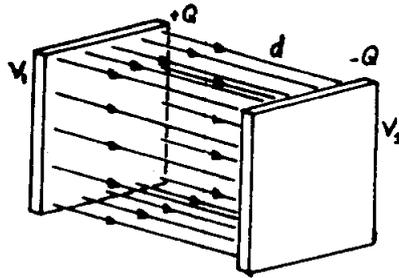
$$\int_0^v dv = - \int_0^x \mathcal{E} dx = - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^x dx$$

ซึ่งให้สมการของศักดาไฟฟ้า ที่ระยะ  $x$  ห่างจากพื้นผิวเป็น

$$v = - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} x$$

(ข) รูป 4.11 แสดงแผ่นเรียบ ๒ แผ่น ที่ขนานกัน มีประจุเท่ากันแต่ชนิดตรงกันข้าม เราสังเกตได้ว่าบริเวณด้านนอกแผ่นระนาบ ๒ แผ่น ซึ่งมีประจุต่างกัันนี้มีสนามไฟฟ้าที่มีความเข้มเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม ทำให้ผลรวมของสนามไฟฟ้าในบริเวณดังกล่าวเป็นศูนย์ แต่บริเวณระหว่างแผ่นขนาน สนามไฟฟ้าจะมีทิศทางเดียวกัน ผลรวมของสนามที่เกิดขึ้นจึงมีค่าเป็น ๒ เท่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากระนาบแผ่นเดียว

$$\mathcal{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

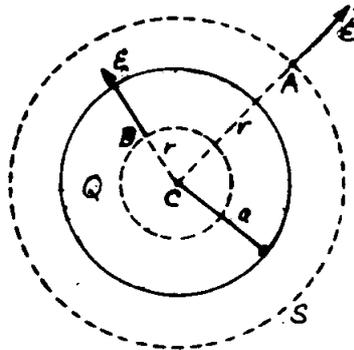


รูปที่ 4.11 สนามไฟฟ้าระหว่างผิวขนานคู่หนึ่ง

ดังนั้นแผ่นขนานที่มีประจุเท่ากัน แต่ต่างชนิดกัน จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้าขนาดสม่ำเสมอในบริเวณระหว่างแผ่นขนานนั้น ถ้า  $d$  เป็นระยะห่างระหว่างแผ่นทั้งสอง ความต่างศักย์ จะเป็น

$$V_1 - V_2 = \mathcal{E} d = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

ตัวอย่างที่ 4.2 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากกลุ่มประจุที่เกาะกันเป็นรูปทรงกลม ถ้าให้ทรงกลมมี



รูปที่ 4.12 สนามไฟฟ้าของประจุที่เกาะเป็นทรงกลม

รัศมี  $a$  มีประจุ  $q$  (รูป 4.12) เนื่องจากประจุกระจายในลักษณะสม่ำเสมอ สนามจึงมีทิศทางไปตามแนวรัศมีของทรงกลมและขึ้นกับระยะทาง  $r$  นับจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมเท่านั้น ถ้าสร้างผิวทรงกลมขึ้นให้มีรัศมี  $r$  ร่วมศูนย์กลางกับทรงกลมที่มีประจุ จะพบว่าฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านทรง

กลมรัศมี  $r$  มีค่าเป็น

$$\Phi_E = \oint_S \mathcal{E} \, ds = \mathcal{E} \oint_S ds = \mathcal{E} (4 \pi r^2)$$

ครั้งแรกพิจารณากรณีที่  $r > a$  จะเห็นว่าประจุภายในผิว  $S$  ก็คือ  $Q$  ซึ่งเป็นประจุทั้งหมดที่มีในทรงกลม ดังนั้นเมื่อใช้กฎของเกาส์ ตามสมการ (4.8) เราจึงได้

$$\mathcal{E} (4 \pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

เราคำนวณสนามไฟฟ้าได้

$$\mathcal{E} = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r > a) \quad (4.9)$$

ผลจะได้เหมือนกับสนามที่เกิดจากจุดประจุตั้งนั้น

สนามไฟฟ้าที่จุดภายนอกทรงกลมที่มีประจุจะมีค่าเหมือนกับสนามจากประจรวมกันอยู่ที่จุดศูนย์กลาง

ขั้นต่อไปพิจารณากรณีที่  $r < a$  ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ ๒ แบบ แบบหนึ่งคือ ประจุทั้งหมดอยู่ที่ผิวของทรงกลม จะไม่มีประจุภายในทรงกลม  $S'$  อยู่เลย ใช้กฎของเกาส์จะได้

$$\mathcal{E} (4 \pi r^2) = 0 \quad \text{หรือ} \quad \mathcal{E} = 0 \quad (r < a)$$

นั่นคือ สนามไฟฟ้าที่จุดภายในทรงกลมที่มีประจุอยู่ที่ผิวจะมีค่าเป็นศูนย์

อีกแบบหนึ่ง ได้แก่ ประจุที่กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอทั่วทั้งปริมาตรของทรงกลม และ  $Q'$  เป็นส่วนของประจุที่กระจายอยู่ภายในพื้นผิว  $S'$  จะได้

$$Q' = \frac{Q}{\frac{4 \pi}{3} a^3} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{Qr^3}{a^3}$$

โดยใช้กฎของเกาส์จะได้

$$\mathcal{E} (4 \pi r^2) = \frac{Q'}{\epsilon_0} = \frac{Qr^3}{\epsilon_0 a^3}$$

ซึ่งให้สนามไฟฟ้า

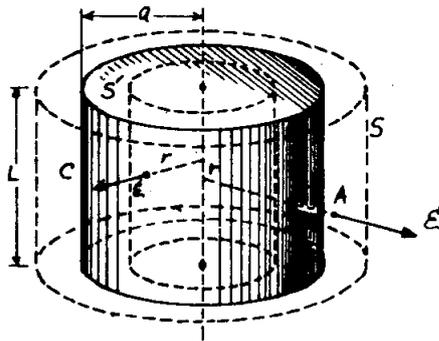
$$\mathcal{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{a^3} \quad (r < a) \quad (4.10)$$

แสดงว่า

สนามไฟฟ้าที่จุดภายในทรงกลมที่มีประจุกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางจากจุดนั้น ถึงจุดศูนย์กลางของทรงกลม

ผลที่ได้นี้เคยกล่าวไว้แล้วในตัวอย่างที่ 2.4

**ตัวอย่างที่ 4.3** สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุที่กระจายอยู่บนทรงกระบอกที่มีความยาวไม่จำกัด ลองพิจารณาช่วงความยาว  $L$  ของทรงกระบอก  $C$  ซึ่งมีรัศมี  $a$  (รูป 4.13)



รูปที่ 4.13 สนามไฟฟ้าของทรงกระบอกที่มีประจุ

ถ้า  $\lambda$  เป็นประจุต่อ ๑ หน่วยความยาว, ประจุทั้งหมดในส่วนความยาว  $L$  ของทรงกระบอก จะเป็น

$$q = \lambda L$$

จากลักษณะสมมาตรของประจุ ทำให้สนามไฟฟ้าที่จุดหนึ่งจุดใดขึ้นกับระยะทางจากจุดนั้นถึงแกนของทรงกระบอกและมีทิศไปตามแนวเส้นรัศมี ในการคำนวณ เราใช้ผิวปิดเป็นทรงกระบอกรัศมี  $r$  ร่วมแกนกับรูปทรงกระบอกที่มีประจุกระจายอยู่ ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวนั้นจะมีอยู่สามปริมาณด้วยกัน สองปริมาณจะเป็นฟลักซ์ที่ผ่านแต่ผิวปิดทั้งสองที่ปลายของทรงกระบอกซึ่งจะมีค่าเป็นศูนย์เพราะ

สนามไฟฟ้า แนวเป็นเส้นสัมผัสกับแต่ละผิวดังกล่าว ฟลักซ์ที่ผิวด้านข้าง จะไม่เป็นศูนย์ และมีค่าเป็น

$$\Phi_E = \mathcal{E} S = \mathcal{E} (2\pi r \cdot L)$$

เลือกพิจารณาในกรณี  $r > a$  ประจุทั้งหมดในทรงกระบอกที่มีผิว  $S$  มีค่า  $q = \lambda L$ , และใช้กฎของเกาส์ ตามสมการ (4.8) ได้

$$2\pi r L \mathcal{E} = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

สนามไฟฟ้า

$$\mathcal{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (r > a)$$

ลองย้อนไปดูตัวอย่างที่ 2.6 เราสรุปได้ว่า

สนามไฟฟ้าที่จุดภายนอกทรงกระบอกที่มีความยาวไม่จำกัด และมีประจุกระจายอยู่ มีค่าเหมือนกันกับ ประจรรวมกันอยู่ที่แกน

ในกรณีของ  $r < a$ , ก็จะเป็นไปได้ 2 ประการ ถ้าประจุทั้งหมดอยู่ที่ผิวของทรงกระบอก จะไม่มีประจุภายในผิว  $S'$  จากกฎของเกาส์ได้

$$2\pi r L \mathcal{E} = 0$$

หรือ

$$\mathcal{E} = 0 \quad (r < a)$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่จุดภายในทรงกระบอกที่มีประจุเพียงแต่ที่ผิวจะมีค่าเป็นศูนย์ อีกประการหนึ่งก็คือ ถ้าประจุกระจายอยู่สม่ำเสมอทั่วปริมาตรของทรงกระบอก  $C$  จะมีประจุภายในผิว  $S'$  เป็น

$$q' = \frac{\lambda L}{\pi a^2 L} (\pi r^2 \cdot L) = \frac{\lambda L r^2}{a^2}$$

จากกฎของเกาส์

$$2\pi r L \mathcal{E} = \frac{q'}{\epsilon_0} = \frac{\lambda L r^2}{\epsilon_0 a^2}$$

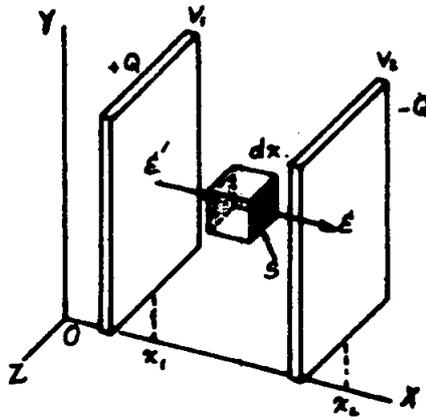
ซึ่งได้สนามไฟฟ้า

$$\mathcal{E} = \frac{\lambda r}{2\pi\epsilon_0 a^2} \quad (r < a)$$

ดังนั้นสรุปได้ว่า

สนามไฟฟ้าที่จุดภายในทรงกระบอก มีความยาวไม่จำกัด และมีประจุกระจาย  
อยู่อย่างสม่ำเสมอ จะเป็นสัดส่วนกับระยะทางจากแกนของทรงกระบอกถึงจุดนั้น

**ตัวอย่างที่ 4.4** ศักดาไฟฟ้าและสนามไฟฟ้าในบริเวณระหว่างแผ่นขนาน 2 แผ่นที่มีศักดา  $V_1$   
และ  $V_2$  และมีประจุกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอบนแผ่นทั้งสองนั้น (รูป 4.14)



รูปที่ 4.14 แผ่นขนานที่มีประจุกระจายสม่ำเสมอและมีศักดาไฟฟ้าเป็น  $V_1, V_2$

ลักษณะดังกล่าวนี้เราอาจจะพบได้ในลำอิเล็กตรอน (electron tube) ในที่นี้จะลอง  
พิจารณาปริมาตรเล็ก ๆ มีพื้นที่หน้าตัด  $S$  และความยาว  $dx$  ที่แสดงไว้ในรูป 4.14 ปริมาตร  
จะเป็น  $S \cdot dx$  ใช้กฎของเกาส์พิจารณาปริมาตรเล็ก ๆ นี้ เนื่องจากสนามไฟฟ้าขนานกับแกน  
 $X$  ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านด้านข้างทั้งสองด้านจะมีค่าเป็นศูนย์ นอกจาก 2 ด้านที่ขนานกันและขนานกับ  
แผ่นขนานคู่เดิม ซึ่งคำนวณได้เป็น

ฟลักซ์ไฟฟ้า =  $E \cdot S - E' \cdot S = (E - E') \cdot S$  แต่  $E - E' = dE$  เพราะด้าน  
2 ด้านใกล้เคียงกันมาก ดังนั้น

$$\text{ฟลักซ์ไฟฟ้าจึง} = S \cdot dE$$

อีกนัยหนึ่ง กล่าวได้ว่า ถ้า  $\rho$  เป็นความหนาแน่นของประจุในเนื้อของปริมาตรนี้ ดังนั้นประจุ  
ทั้งหมดภายในปริมาตรดังกล่าวก็คือ

$$\text{ประจุ} = \rho (S \cdot dx)$$

จากกฎของเกาส์ ฟลักซ์ไฟฟ้า = ประจุ /  $\epsilon_0$

$$\text{นั่นคือ } sd\mathcal{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho \, sdx \quad \frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

ซึ่งเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามที่แต่ละประจุต่อประจุที่จุดเดียวกันนั้น คำนวณค่าสนามรวมโดยการอินทิเกรต เราได้

$$\int_{\mathcal{E}_1}^{\mathcal{E}} d\mathcal{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{x_1}^x \rho \, dx$$

ถ้าประจุกระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอ  $\rho$  จะเป็นค่าคงที่ เราคำนวณสนามไฟฟ้าระหว่างแผ่นทั้งสองโดยอาศัยข้อจำกัดดังต่อไปนี้ได้

ข้อจำกัดคือให้  $\mathcal{E}_1$  เป็นสนามไฟฟ้าที่  $x = x_1$  ได้สมการ

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \frac{\rho}{\epsilon_0} (x - x_1) \quad (4.11)$$

แสดงว่า สนามไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงไปเป็นอัตราส่วนตรงกับ  $x$ , ดังแสดงในรูป 4.15 และเป็นที่ทราบกันแล้วว่า

$$\mathcal{E} = -\frac{dV}{dx}$$

เราจึงเขียนสมการ (4.11) เสียใหม่ได้ว่า

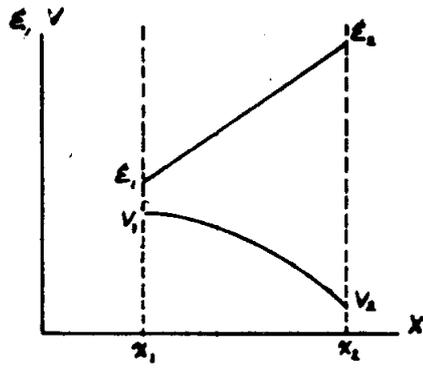
$$\frac{dV}{dx} = -\mathcal{E}_1 - \frac{\rho}{\epsilon_0} (x - x_1)$$

จากการอินทิเกรตอีกครั้งหนึ่ง

$$\int_{V_1}^V dV = -\int_{x_1}^x \mathcal{E}_1 \, dx - \frac{\rho}{\epsilon_0} \int_x^{x_1} (x - x_1) \, dx$$

เราได้ 
$$V = V_1 - \mathcal{E}_1 (x - x_1) - \frac{\rho}{2\epsilon_0} (x - x_1)^2 \quad (4.12)$$

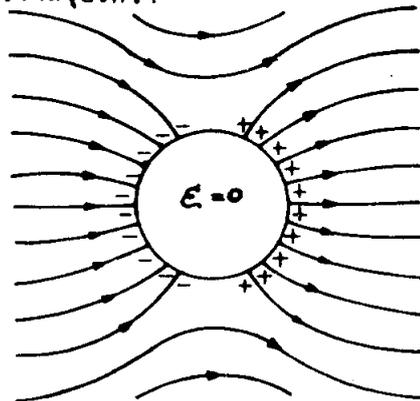
ซึ่งให้ค่าของศักดาไฟฟ้าเป็นฟังก์ชันของ  $x$  นั่นคือศักดาไฟฟ้าเปลี่ยนแปลงเป็นกำลังสองของ  $x$  ดังแสดงในรูป 4.15



รูปที่ 4.15 สนามและศักดาไฟฟ้าในบริเวณระหว่างแผ่นขนานตามรูป 4.14

4.6 คุณสมบัติของตัวนำที่วางในสนามไฟฟ้า

วัตถุบางชนิด, ส่วนมากได้แก่พวกโลหะ, สารละลายที่ยอมให้กระแสไฟฟ้าผ่านได้ (electrolytic solution) และก๊าซที่แตกตัวเป็นไอออน (ionized gases) ซึ่งประกอบด้วยอนุภาคที่มีประจุที่สามารถเคลื่อนที่ในตัวกลางได้อย่างอิสระ วัตถุเหล่านี้เรียกว่า ตัวนำ ในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า อนุภาคที่มีประจุอิสระเหล่านี้จะถูกผลักดันให้เคลื่อนที่ได้ โดยอนุภาคที่มีประจุบวกเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับสนามไฟฟ้า และอนุภาคที่มีประจุลบเคลื่อนที่ทวนทิศของสนามไฟฟ้า สำหรับตัวนำที่เป็นโลหะจะมีแต่ไอเลกตรอนอิสระซึ่งมีประจุลบเคลื่อนที่เท่านั้น ถ้าหากไม่มีการเก็บประจุนอกเสียแล้วประจุในตัวนำจะเคลื่อนที่ไปสะสมกันอยู่ที่ผิวจนกระทั่งสนามที่เกิดขึ้นจากประจุสะสมนี้ หักล้างกันกับสนามภายนอกที่เป็นเหตุให้ประจุเหล่านั้นเคลื่อนที่ในตัวนำนั้น ทำให้มีภาวะสมดุลย์ (ดังรูป 4.16) เราสรุปได้ว่า



รูปที่ 4.16 สนามไฟฟ้าภายในตัวนำเป็นศูนย์

ภายในตัวนำที่มีสนามไฟฟ้าอยู่ในภาวะสมดุลย์ (electrical equilibrium) ผลรวมของสนามไฟฟ้าจะเป็นศูนย์" ด้วยเหตุผลอันเดียวกัน สนามไฟฟ้าที่ผิวของตัวนำในภาวะสมดุลย์ จะตั้งฉากกับผิวของตัวนำนั้น"

ดังนั้นถ้ามีสนามไฟฟ้าในแนวขนานกับผิวของตัวนำ ประจุจะเคลื่อนที่ไปตามผิวของตัวนำนั้น

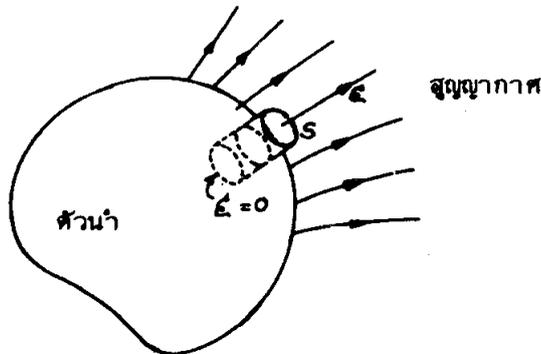
นอกเหนือจากที่กล่าวมาแล้วเขายังพูดไว้อีกว่า เพราะสนามภายในตัวนำเป็นศูนย์ ทุกตำแหน่งในตัวนำที่อยู่ในภาวะสมดุลย์ จะมีศักดาเท่ากันหมด

และเมื่อสนามไฟฟ้าภายในตัวนำเป็นศูนย์ ฟลักซ์ของสนามไฟฟ้าผ่านผิวของปริมาตรส่วนเล็ก ๆ ในตัวนำไม่ว่าจะเป็นส่วนใดย่อมเป็นศูนย์ ดังนั้นจากกฎของเกาส์ จึงพบว่าแต่ละส่วนเล็ก ๆ  $q = 0$ , ทำให้ประจรรวมจากทุกจุดภายในตัวนำเป็นศูนย์ หมายความว่า

ประจุไฟฟ้าทั้งหมดของตัวนำที่อยู่ในภาวะสมดุลย์ จะไปเรียงรายกันที่ผิวของตัวนำเท่านั้น จากข้อความที่กล่าวข้างต้นนี้ ประจุทั้งหมดไปเรียงรายกันอยู่ที่ผิวนั้น หมายถึงประจุไปกระจายอยู่ในส่วนของผิวที่มีความหนาเท่าอะตอมหลาย ๆ ชั้น ไม่ใช่หมายถึงผิวตามความหมายทางเรขาคณิต

**ตัวอย่างที่ 4.5** สนามไฟฟ้าที่ผิวของตัวนำโลหะ

ลองพิจารณาตัวนำที่มีรูปร่างอย่างหนึ่งอย่างใด (ดังรูป 4.17) เพื่อหาสนามไฟฟ้าที่จุด



รูปที่ 4.17 สนามไฟฟ้าที่ผิวของตัวนำมีที่ตั้งฉากกับผิวนั้น

ภายนอก แต่ใกล้ผิวของตัวนำ โดยการสร้างผิวทรงกระบอกแบน คล้ายดรัมใส่ยา โดยให้ฝ่าหนึ่งอยู่ที่นอกผิวของตัวนำ และอีกฝ่าหนึ่งอยู่ที่ผิวลงไปเล็กน้อย แต่ประจุที่ผิวทั้งหมดจะยังคงอยู่ในทรงกระบอก จึงพูดได้ว่าสนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ ฟลักซ์ไฟฟ้าที่ผ่านผิวนั้นประกอบด้วย 3 ส่วน คือ ฟลักซ์ที่ผ่านผาด้านในเป็นศูนย์เพราะไม่มีสนามภายในฟลักซ์ที่พุ่งผ่านทางด้านข้าง เป็นศูนย์เพราะสนามอยู่ในแนวของเส้นสัมผัสกับผาด้านข้าง จึงมีแต่ฟลักซ์ที่ผ่านผาด้านนอก กำหนดให้พื้นที่ของ

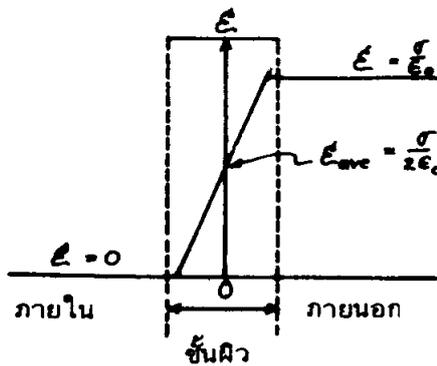
ผานั้นเป็น  $s$  เราได้

$$\Phi_E = \mathcal{E} s$$

ถ้าพิจารณาอีกแง่หนึ่ง เราให้  $\sigma$  เป็นความหนาแน่นของประจุบนผิวของตัวนำ, ประจุภายในทรงกระบอกจะเป็น  $q = \sigma s$

ดังนั้นเมื่อใช้กฎของเกาส์  $\mathcal{E} s = \frac{\sigma s}{\epsilon_0}$ , หรือ  $\mathcal{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

จะได้สนามไฟฟ้า ณ จุดที่อยู่ภายนอกผิวของตัวนำที่มีประจุเมื่อสนามไฟฟ้าภายในเป็นศูนย์ ดังนั้น ถ้าเคลื่อนที่ผ่านผิวของตัวนำที่มีประจุ จะพบว่า สนามไฟฟ้าจะเปลี่ยนแปลงไปดังแสดงในรูป 4.18



รูปที่ 4.18 ค่าของสนามไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงจากผิวในถึงผิวนอกของตัวนำ

**ตัวอย่างที่ 4.6** แรงต่อหน่วยพื้นที่ที่เกิดขึ้นบนประจุผิวของตัวนำโลหะ

จำนวนประจุบนผิวของตัวนำขึ้นกับแรงผลักที่มาจากประจุต่างชนิดกัน แรงต่อหน่วยพื้นที่ หรือ อิเล็กทริคสเตรส (electric stress) จะคำนวณได้จากผลคูณของสนามไฟฟ้าเฉลี่ยกับ ประจุต่อหน่วยพื้นที่ จากรูป 4.18 สนามไฟฟ้าเฉลี่ย

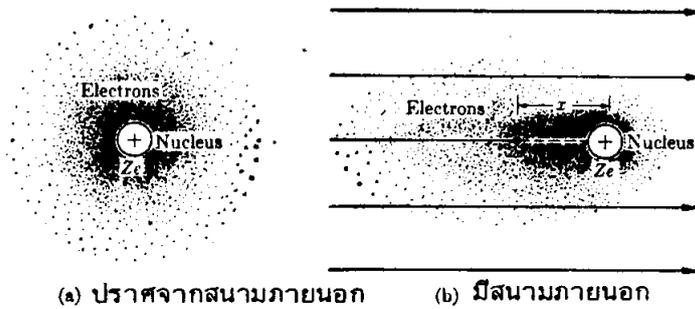
$$\mathcal{E}_{ave} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

ดังนั้น อิเล็กทริคสเตรส คือ  $F_s = \sigma \mathcal{E}_{ave} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$

ค่านี้จะเป็นบวกเสมอ เพราะขึ้นกับ  $\sigma^2$  แรงนี้ก็คือแรงที่ดึงประจุให้ออกไปจากตัวนำ

### 4.7 โพลาริเซชันทางไฟฟ้าของสาร

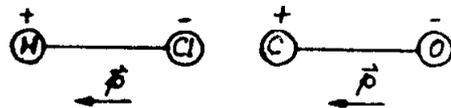
ในหัวข้อนี้ จะพูดถึงสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นบนชั้นส่วนของสารที่เป็นฉนวน เมื่อพูดถึงอะตอมซึ่งมีลักษณะเป็นทรงกลมบรูสทรี ศูนย์กลางมวลของอิเล็กตรอนอยู่ที่เดียวกันกับนิวเคลียส (รูป 4.19 a) ดังนั้น อะตอมจะไม่มีอิเล็กตริกไดโพลโมเมนต์หรือโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าที่ถาวร



รูปที่ 4.19 โพลาริเซชันของอะตอมที่อยู่ในสนามไฟฟ้า

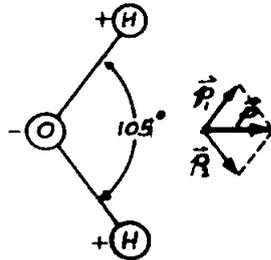
อย่างไรก็ตาม เมื่ออะตอมอยู่ในสนามไฟฟ้าจะถูกโพลาริซ์ทำให้เกิดไดโพลโมเมนต์เหนี่ยวนำในทิศทางเดียวกันกับสนาม ไดโพลโมเมนต์นี้เกิดขึ้นจากการที่อิเล็กตรอนถูกสนามไฟฟ้าผลักดันให้ขยับเขยื้อนไป (รูป 4.19 b) โมเลกุลจะมีโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเหนี่ยวนำในทิศเดียวกันกับสนามไฟฟ้าภายนอกที่ผลักดันอิเล็กตรอนนั่นเอง ดังนั้นถ้าวางฉนวนในสนามไฟฟ้า อะตอมหรือโมเลกุลของมันจะเกิดอิเล็กตริกไดโพล ที่วางตัวในทิศทางของสนามที่ให้

อย่างไรก็ตามยังมีโมเลกุลจำนวนมากที่มีอิเล็กตริกไดโพลโมเมนต์ถาวรอยู่ โมเลกุลแบบนี้เรียกว่า โพลาร์ ตัวอย่างเช่น โมเลกุลของกรดเกลือ (HCL) รูป 4.20 อิเล็กตรอนของไฮโดรเจน ใช้เวลาเคลื่อนที่รอบคลอรีนมากกว่าเคลื่อนที่รอบอะตอมของไฮโดรเจนเอง ดังนั้น



รูปที่ 4.20 โพลาร์โคออดมิคโมเลกุล

ศูนย์กลางมวลของประจุลบจะไม่ซ้อนทับกับของศูนย์กลางมวลประจุบวก ทำให้โมเลกุลมีโมเมนต์ขั้วคู่ในทิศทางจากอะตอมของคลอรีนไปยังอะตอมของไฮโดรเจน นั่นคือ เราอาจเขียน  $H^+Cl^-$  ได้ อิเล็กทริกไดโพลของโมเลกุลของ HCl มีค่า =  $3.43 \times 10^{-30}$  Cm ในโมเลกุลของ CO ประจุกระจายกันอยู่เกือบสม่ำเสมอ ดังนั้นอิเล็กทริกไดโพลโมเมนต์จึงมีค่าน้อยคือประมาณ  $0.4 \times 10^{-30}$  Cm, โดยมีอะตอมของคาร์บอนอยู่ทางปลายบวกและอะตอมของออกซิเจนอยู่ทางปลายลบของโมเลกุล



รูปที่ 4.21 อิเล็กทริกไดโพลของน้ำหรือขั้วคู่ของน้ำ

ในโมเลกุลของน้ำ เมื่อ ไฮโดรเจน 2 อะตอมกับออกซิเจนหนึ่งอะตอมเกาะเกี่ยวกัน (H-O บอนด์) ในตำแหน่งที่ห่างมุมเกิน  $90^\circ$  เล็กน้อย (รูป 4.21) อิเล็กตรอนจะพยายามเกาะกลุ่มรวมกันรอบอะตอมของออกซิเจน ดังนั้นบริเวณอะตอมของออกซิเจนจะเป็นลบเล็กน้อยเมื่อเทียบกับกับอะตอมของไฮโดรเจน แต่ละ H-O บอนด์ ทำให้เกิดโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าและเพราะลักษณะสมมาตรจึงทำให้เกิดโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า ซึ่งมีค่า =  $6.2 \times 10^{-30}$  Cm.

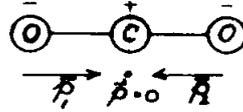
ตาราง 4.1

โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าของโพลาร์โมเลกุลบางตัว

โมเลกุล	p, m C	โมเลกุล	p, m C
HCl	$3.43 \times 10^{-30}$	H <sub>2</sub> S	$5.3 \times 10^{-30}$
HBr	$2.60 \times 10^{-30}$	SO <sub>2</sub>	$5.3 \times 10^{-30}$
HI	$1.26 \times 10^{-30}$	NH <sub>3</sub>	$5.0 \times 10^{-30}$
CO	$0.40 \times 10^{-30}$	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH	$3.66 \times 10^{-30}$
H <sub>2</sub> O	$6.2 \times 10^{-30}$		

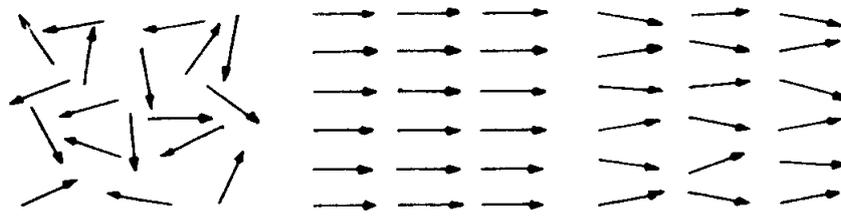
โมเลกุลที่มีโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าเป็นศูนย์ จะมีโมเลกุลเหล่านี้รวมอยู่ด้วยคือ CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> (มีเทน), C<sub>2</sub>H<sub>6</sub> (เทน) และ CCl<sub>4</sub> (มีคาร์บอน-เตตระคลอไรด์)

มีทิศทางแกนของโมเลกุล แต่ในโมเลกุลของคาร์บอนไดออกไซด์ ทุกอะตอมจะอยู่ในแนวเส้น  
 เส้นตรงเดียวกัน (รูป 4.22) โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้ารวมจึงเป็นศูนย์เพราะลักษณะสมมาตรค่าของ  
 โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้า ของโพลาไรโมเลกุลต่าง ๆ ได้แสดงไว้ในตาราง 4.1 แล้ว



รูปที่ 4.22 โมเลกุลของ CO<sub>2</sub> ไม่มีขั้วคู่ไฟฟ้า

ลองพิจารณาสารที่มีโมเลกุลเป็นโพลาไร และมีค่าโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าถาวร เมื่อไม่มีสนาม  
 ไฟฟ้าจากภายนอกไปเกี่ยวข้องกับโมเมนต์ขั้วคู่เหล่านี้จะวางตัวไม่เป็นระเบียบ หุ่นไปในทิศทางต่าง ๆ  
 กันและหาค่ารวมของโมเมนต์ขั้วคู่ไม่ได้ (รูป 4.23 a) แต่เมื่อใช้สนามไฟฟ้าสถิตในบริเวณ  
 นั้น โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าทั้งหลายจะหมุนเบนไปจนวางตัวในทิศทางของสนาม มันจะอยู่เป็นแนว



- (ก) ไม่มีสนาม (ข) มีสนามไฟฟ้าแต่ปราศจาก (ค) มีสนามไฟฟ้าและมี  
 แรงระหว่างโมเลกุล แรงระหว่างโมเลกุล

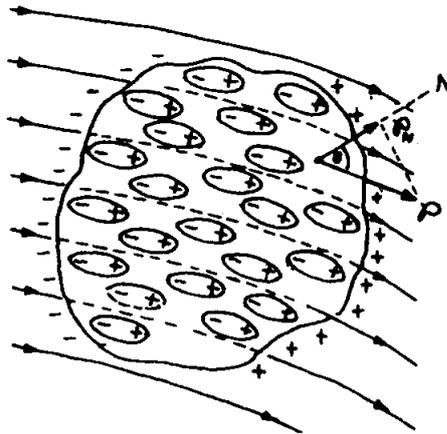
รูปที่ 4.23 การเรียงตัวของโมเมนต์ขั้วคู่ในสนามไฟฟ้า

เส้นตรงดีเป็นระเบียบ ถ้าไม่มีแรงกระทำระหว่างโมเลกุล (รูป 4.23 b) แต่เมื่อโมเลกุล  
 กระแทกกระเทือนหรือชนกัน จะทำให้ขั้วคู่ไฟฟ้าไม่วางตัวอย่างเป็นระเบียบดีเช่นเดิม เพราะ  
 สนามไฟฟ้าที่ให้จะทำให้เกิดการวางตัวเป็นระเบียบในทิศทางของสนามมากกว่าการไม่เป็น  
 ระเบียบจากการชนกันระหว่างโมเลกุล (รูป 4.23 c) โดยเฉลี่ยแล้วก็จะยังคงเห็นโมเลกุล  
 วางตัวอยู่ในแนวของสนามอยู่บ้าง

สารพวกพิเศษที่เรียก ไฟฟ้าเฟอร์โร (ferroelectrics) แสดงโพลาไรเซชันอย่างถาวร แม้ว่าจะไม่มีสนามไฟฟ้าไปเกี่ยวข้อง เรื่องนี้คิดว่า เป็นแนวโน้มนทางธรรมชาติ สำหรับขั้วคู่ (dipole) ที่ถาวรที่วางตัวเป็นระเบียบในแนวเดียวกัน บางทีการที่จะให้วางตัวเป็นระเบียบนี้อาจจะเป็นผลจากแรงดึงดูดของโมเลกุลซึ่งทำให้เกิดสนามเฉพาะที่มีความเข้มสูง และมีบทบาทในการเรียงตัวก็ได้ สารไฟฟ้าเฟอร์โรที่รู้จักกันมานานก่อนชนิดอื่น ก็คือ Rochelle salt  $\text{NaK}(\text{C}_4\text{H}_4\text{O}_6) \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

#### 4.8 โพลาไรเซชันเวกเตอร์

ในบทก่อนเราทราบกันแล้วว่า วัตถุที่วางในสนามไฟฟ้าจะเกิดโพลาไรเซชันทางไฟฟ้า นั่นคือโมเลกุลหรืออะตอมของมันจะกลายเป็นขั้วคู่ไฟฟ้า ที่มีทิศทางไปในทิศทางของสนามไฟฟ้าในบริเวณนั้น (ตามรูป 4.24) ไม่ว่าจะ เป็นเพราะการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนปรวนแปรไป หรือการจัดวางตัวของขั้วคู่ที่ถาวร สำหรับตัวกลางที่ไม่เป็นตัวนำแต่เมื่อมีสนามไฟฟ้า ทำให้โพลาไรซ์



รูปที่ 4.24 สนามไฟฟ้าทำให้วัตถุเกิดมีโพลาไรเซชัน

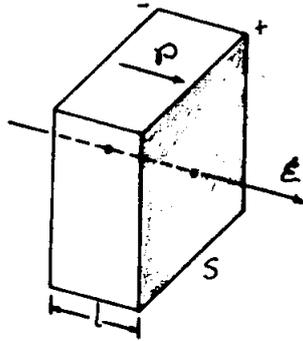
ได้ เรียกว่า วิชาขั้วขั้ว (dielectric) การเกิดโพลาไรซ์ทำให้มีประจุบวกทางด้านหนึ่ง และลบทางด้านตรงข้ามของวัตถุ วัตถุนั้นจะเทียบได้ว่าเป็นขั้วคู่ไฟฟ้าขนาดใหญ่ที่มีแนวโน้มนที่จะเคลื่อนที่ไปในทางที่สนามมีความเข้มเพิ่มขึ้น ดังได้พูดกันแล้วในตัวอย่างที่ 2.7 นี้ก็คือการอธิบายปรากฏการณ์ที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.1 ถึงแท่งแก้วหรือหริที่ เกิดประจุแล้วสามารถดูดเศษกระดาษชิ้นเล็ก ๆ หรือไม้คอร์กทำเป็นก้อนกลม เล็ก ๆ ได้

เวกเตอร์ของโพลาไรเซชัน  $\vec{P}$  สำหรับวัตถุใด ๆ มีค่าจำกัดความว่าเป็นโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าของตัวกลางต่อ 1 หน่วยปริมาตร ดังนั้นถ้า  $\vec{p}$  เป็นโมเมนต์ขั้วคู่ที่เกิดขึ้นในแต่ละอะตอมหรือโมเลกุลและ  $n$  เป็นจำนวนอะตอมหรือโมเลกุลต่อหน่วยปริมาตร ค่าโพลาไรเซชันจะเป็น

$$\vec{p} = n\vec{p}$$

ลองพิจารณาแผ่นวัสดุที่เป็นแผงหนา 1 และมีผิวพื้นที่  $S$  วางตั้งฉากกับสนามสม่ำเสมอ  $\vec{E}$  (รูป 4.25) โพลาริเซชัน  $\vec{p}$  จะขนานกับ  $\vec{E}$  และตั้งฉากกับ  $S$  ด้วย ปริมาตรของแผงวัสดุนี้คือ  $1S$  ดังนั้นโมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าทั้งหมดจะเป็น

$$P(1S) = (pS)1$$



รูปที่ 4.25 แผ่นวัสดุที่โพลาริซ์แล้ว

แต่ 1 ก็คือระยะระหว่างประจุบวกและลบซึ่งปรากฏบนผิวทั้งสอง ดังนั้นจากคำจำกัดความของโมเมนต์ขั้วคู่ซึ่งมีค่าเท่ากับประจุคูณด้วยระยะทาง, เราจึงสรุปได้ว่า ประจุทั้งหมดที่ปรากฏบนแต่ละผิวมีค่าเป็น  $pS$  ดังนั้นประจุต่อหน่วยพื้นที่  $\sigma_{pol}$  บนผิวหน้าของแผงวัสดุที่โพลาริซ์นี้จะเป็น  $p$  หรือ

$$\sigma_{pol} = p$$

แม้ว่าผลข้างต้นนี้ได้มาจากการคำนวณโดยอาศัยวัสดุที่รูปทรงเรขาคณิต แต่โดยทั่วไปก็ยังเป็นจริงได้อยู่และเขียนเป็นข้อความได้ว่า

"ประจุต่อหน่วยพื้นที่บนผิวของแผ่นวัสดุที่โพลาริซ์ จะมีค่าตัวเลขเท่ากับองค์ประกอบของโพลาริเซชันในแนวที่ตั้งฉากกับผิวของแผ่นวัสดุ"

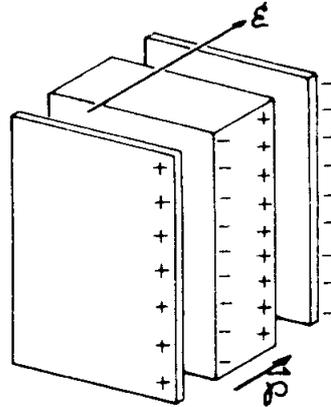
ตัวอย่างเช่นในรูป 4.24 ความหนาแน่นของประจุที่ A มีค่าเป็น

$$\sigma_{pol} = p_N = p \cos \theta$$

โพลาริเซชัน  $p$  คือ โมเมนต์ขั้วคู่ไฟฟ้าต่อหน่วยปริมาตร มีหน่วยเป็น  $(Cm) m^{-3}$  หรือ  $Cm^{-2}$

### 4.9 การขจัดทางไฟฟ้า

ในหัวข้อก่อน เราทราบแล้วว่าวัสดุขั้วขั้วที่โพลาริซ์ มีประจุจำนวนหนึ่งบนผิวของมัน (และทั่วทั้งปริมาตรถ้ามีโพลาริเซชันสม่ำเสมอ) ประจุที่เกิดจากโพลาริเซชันเหล่านี้แม้ว่าจะ "frozen" ในความหมายที่ว่ามันจะคงเกาะอยู่กับอะตอมหรือโมเลกุล จะไม่สามารถเคลื่อนที่ผ่านวัสดุขั้วขั้วได้อย่างอิสระ ในวัสดุอื่น ๆ เช่นโลหะหรือก๊าซที่แตกตัวเป็นไอออน มีประจุไฟฟ้าที่สามารถเคลื่อนที่ได้ตลอดทั้งวัสดุนั้น จึงเรียกว่าประจุอิสระ ในขณะที่เราต้องการที่จะให้เห็นความแตกต่างระหว่างประจุอิสระ และประจุเนื่องจากโพลาริเซชัน



รูปที่ 4.26 วัสดุขั้วขั้ววางไว้ระหว่างแผ่นขนานที่มีประจุชนิดตรงกันข้าม

เราลองพิจารณาแผ่นวัสดุที่เป็นวัสดุขั้วขั้วกันอีกครั้งหนึ่ง คราวนี้ให้วางระหว่างแผ่นตัวนำ 2 แผ่นที่ขนานกัน (รูป 4.26) และมีประจุจำนวนเท่ากันแต่ต่างชนิดกัน ความหนาแน่นของประจุที่ผิวของแผ่นซ้ายมือ เป็น  $+\sigma_{\text{free}}$  และแผ่นขวามือเป็น  $-\sigma_{\text{free}}$  ประจุเหล่านี้ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าที่โพลาริซ์แผ่นวัสดุนี้ ก่อให้เกิดประจุเนื่องจากโพลาริเซชันบนแต่ละผิวของแผ่นวัสดุ ประจุเนื่องจากโพลาริเซชันเหล่านี้มีเครื่องหมายตรงข้ามกับประจุบนแผ่นตัวนำ ดังนั้นประจุเนื่องจากโพลาริเซชันบนผิวของแผ่นวัสดุขั้วขั้วจะทำหน้าที่ลบล้างประจุอิสระบางส่วนบนแผ่นตัวนำ ถ้าให้  $\rho$  เป็นขนาดของโพลาริเซชันในแผ่นวัสดุนี้ ความหนาแน่นของประจุที่ผิวหน้าด้านซ้ายของแผ่นวัสดุคือ  $\sigma_{\text{pol}} = -\rho$  ขณะที่ผิวหน้าด้านขวาเป็น  $\sigma_{\text{pol}} = +\rho$

ค่าที่ก่อให้เกิดผลหรือประจุที่ปรากฏ มีความหนาแน่นของประจุที่ผิวทางข้างซ้ายเป็น

$$\sigma = \sigma_{\text{free}} + \sigma_{\text{pol}}$$

$$\sigma = \sigma_{\text{free}} - \rho$$

จากลักษณะแบบเดียวกัน ในทางขวาได้ผลตรงกันข้าม ประจุที่ผิวเหล่านี้ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอในบริเวณนั้น สมการ (4.13) ที่ว่า  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  เมื่อใช้ค่า  $\sigma$  ที่ก่อให้เกิดผล (effective value) จะได้

$$\vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\sigma_{\text{free}} - \rho) \text{ หรือ } \sigma_{\text{free}} = \epsilon_0 \vec{E} + \rho$$

เป็นสมการที่ให้ความสัมพันธ์ระหว่างประจุอิสระบนผิวของตัวนำที่ห่อหุ้มด้วยวัสดุขั้วฉนวน กับสนามไฟฟ้าในวัสดุขั้วฉนวน และโพลาไรเซชันของวัสดุขั้วฉนวนนั้น ในกรณีที่เรากำลังพิจารณากันอยู่นี้  $\vec{E}$  และ  $\vec{D}$  เป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกัน ดังนั้นสมการข้างต้นจึงเป็น ปริมาณเวกเตอร์ใหม่ ในรูปสนามเวกเตอร์ที่มีชื่อเรียกว่า การขจัดทางไฟฟ้า (electric displacement) เขียนเป็นสมการของเวกเตอร์ได้ว่า

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{4.14}$$

$\vec{D}$  มีหน่วยเป็น  $\text{Cm}^{-2}$  เหมือนกับอีก 2 เหนือทางขวามือ ในกรณีพิเศษบางกรณี จะพบว่า

$$\sigma_{\text{free}} = D$$

นี่ก็คือประจุอิสระต่อหน่วยพื้นที่ของผิวดำนำ ซึ่งเท่ากับการขจัดทางไฟฟ้าในวัสดุขั้วฉนวน ผลที่ได้นี้ใช้ได้ทั่วไปไม่ว่าตัวนำจะมีรูปร่างเช่นใดก็ตาม เขียนสรุปได้ว่า

"องค์ประกอบของการขจัดทางไฟฟ้าในแนวตั้งฉากกับผิวของตัวนำที่ฝังตัวอยู่ในวัสดุขั้วฉนวน มีค่าเท่ากับความหนาแน่นของประจุที่ผิวของตัวนำ"

นั่นคือ 
$$\sigma_{\text{free}} = \vec{D} \cdot \vec{n}_N = D \cos \theta$$

ประจุอิสระทั้งหมดบนตัวนำคือ

$$q_{\text{free}} = \oint_S \sigma_{\text{free}} \, ds = \oint_S \vec{D} \cdot \vec{n}_N \, ds = \Phi_D \tag{4.15}$$

การวิเคราะห์ที่ละเอียดกว่านี้ จะยังไม่กล่าวถึง จะถือว่าสมการ (4.15) ใช้ได้สำหรับผิวปิดใด ๆ ดังนั้น

"ฟลักซ์ของ  $\vec{D}$  บนผิวปิดใดจะเท่ากับจำนวนประจุอิสระทั้งหมดภายในผิวนั้น"

ยกเว้นประจุทั้งหมดที่เกิดขึ้นเนื่องจากโพลาไรเซชันของตัวกลาง หรือพูดอีกนัยหนึ่งว่า ฟลักซ์ของ  $\vec{E}$  เป็นสัดส่วนกับประจุทั้งหมดภายในผิวนั้น, รวมทั้งประจุเนื่องจากโพลาไรเซชันด้วย

#### 4.10 ขั้วเซปติบิลิตไฟฟ้าและเพอมีตริวิต

โดยทั่วไป โพลาริเซชันเวกเตอร์  $\vec{P}$  ที่เกิดขึ้น เป็นสัดส่วนกับสนามไฟฟ้าที่เราให้, จึงมักเขียนว่า

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (4.16)$$

$\chi_e$  เป็นปริมาณที่มีชื่อ เรียกว่า electric susceptibility ของวัตถุ เป็นค่าตัวเลขบริสุทธิ์ที่ไม่มีหน่วย เพราะทั้ง  $\vec{P}$  และ  $\epsilon_0 \vec{E}$  ต่างก็มีหน่วย  $\text{Cm}^{-2}$  วัสดุส่วนมากมีค่า  $\chi_e$  เป็นบวก ค่าขั้วเซปติบิลิตไฟฟ้าของวัสดุบางชนิดได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.2

ในกรณีที่ เป็นแบบเดียวกันกับในสมการ (4.16) อาจเขียนได้ว่า

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad (4.17)$$

$$\text{เมื่อสัมพันธ์} \quad \epsilon = \frac{D}{E} = (1 + \chi_e) \epsilon_0 \quad (4.18)$$

เรียก  $\epsilon$  ว่า เพอมีตริวิตี้ของตัวกลางมีหน่วยเหมือนกับหน่วยของ  $\epsilon_0$  คือ  $\text{m}^{-3} \text{kg}^{-1} \text{s}^2 \text{C}^2$

$$\text{ค่าเพอมีตริวิตี้สัมพันธ์คือ} \quad \epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = 1 + \chi_e \quad (4.19)$$

ซึ่งเป็นตัวเลขบริสุทธิ์ที่ไม่มีหน่วย ไม่ขึ้นกับระบบของหน่วยใด ๆ ค่าเพอมีตริวิตี้สัมพันธ์นี้มีชื่อเรียกได้อีกว่าค่าคงที่ของวิซชั่มชดิม (dielectric constant)

เมื่อความสัมพันธ์  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  เกิดขึ้นกับตัวกลางใด ๆ แล้วเราอาจเขียนสมการ (4.15) ใหม่ได้ว่า

$$q_{\text{free}} = \oint_S \epsilon \vec{E} \cdot \vec{u}_N \, ds$$

และถ้าตัวกลางเป็นเนื้อเดียวกัน  $\epsilon$  เป็นค่าคงที่

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{u}_N \, ds = \frac{q_{\text{free}}}{\epsilon} \quad (4.20)$$

เปรียบเทียบสมการ (4.20) กับกฎของเกาส์ตามสมการ (4.8) จะเห็นว่า ผลจากวิซชั่มชดิมที่มีสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  คือการแทน  $\epsilon_0$  ด้วย  $\epsilon$  ลงในสมการ ถ้านำแต่ค่าประจึอิสระมาใช้ สนามไฟฟ้าและศักดาที่เกิดขึ้นจากจุดประจุที่ฝังตัวอยู่ในวิซชั่มชดิม จะเป็น,

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{u}_r \quad \text{และ} \quad v = \frac{q}{4\pi\epsilon r} \quad (4.21)$$

แรงและพลังงานศักย์ ระหว่างจุดประจุหนึ่ง ในวิชขุมขั้วคือ

$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon r^2} \quad \text{และ} \quad E_p = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon r} \quad (4.22)$$

ตามปกติแล้ว  $\epsilon$  มักจะมีค่ามากกว่า  $\epsilon_0$  แต่วิชขุมขั้วจะทำหน้าที่ลดแรงระหว่างประจุลงเนื่องจากโพลาริเซชันของโมเลกุลของวิชขุมขั้วไปขวางกันไว้

ควรจะได้ทราบว่า ชลเชปตปิลตีไฟฟ้า คือคุณสมบัติที่ใช้อธิบายอาการตอบสนองของตัวกลางต่อสนามไฟฟ้าภายนอก และเป็นตัวแสดงความสัมพันธ์กับสมบัติของอะตอมและโมเลกุลของตัวกลาง แต่จะยังไม่กล่าวถึงสมการคำนวณในที่นี้ เราอาจจะตั้งข้อสังเกตได้ว่า ค่าชลเชปตปิลตีไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของประจุในอะตอมหรือโมเลกุลที่ปรวนแปรไป ไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ เพราะเป็นผลที่เกิดเนื่องจากโครงสร้างของประจุในอะตอมหรือโมเลกุล อีกนัยหนึ่งชลเชปตปิลตีไฟฟ้าเนื่องจากทิศทางของโพลาไรโมเลกุล จะเปลี่ยนแปลงกลับกับอุณหภูมิเพราะถ้าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นความร้อนจะเป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้สนามไฟฟ้าเสียความเป็นระเบียบไป เป็นผลให้เกิดโพลาริเซชันในสารน้อยลง

ตาราง 4.2 ชลเชปตปิลตีไฟฟ้าที่อุณหภูมิห้อง

วัสดุ	$\chi_e$	วัสดุ	$\chi_e$
ของแข็ง		ก๊าซ (ที่ 1 บรรยากาศ 20 C)	
ไมคา	5	ไฮโดรเจน	$5.0 \times 10^{-4}$
กระเบื้อง	6	ฮีเลียม	$0.6 \times 10^{-4}$
แก้ว	8	ไนโตรเจน	$5.5 \times 10^{-4}$
เบคเคไลท์	4.7	ออกซิเจน	$5.0 \times 10^{-4}$
		อาร์กอน	$5.2 \times 10^{-4}$
ของเหลว		คาบอนไดออกไซด์	$9.2 \times 10^{-4}$
น้ำมัน	1.1	ไอน้ำ	$7.0 \times 10^{-3}$
น้ำมันสน	1.2	อากาศ	$5.4 \times 10^{-4}$
เบนซิน	1.84	อากาศ (100 บรรยากาศ)	$5.5 \times 10^{-2}$
อัลกอฮอล์ (เอทิล)	24		
น้ำ	78		

อาจแสดงได้โดยทางทฤษฎี (และทำให้เห็นจริงได้โดยการทดลอง) ที่ว่า ซัสเซปทิบิลิตี้ไฟฟ้าของสารเปลี่ยนแปลงไปตามอุณหภูมิ ดังสมการ

$$\chi_e = A + \frac{B}{T} \quad (4.23)$$

เมื่อเทอมแรกหมายถึงผลจากการเหนี่ยวนำ และเทอมที่สองหมายถึงผลเนื่องจากทิศทาง (orientation effect)

สมการ (4.23) คือ กฎของคูรี (Curie's law)

#### 4.11 ความจุไฟฟ้า เครื่องควมแน่น

เราได้พิสูจน์มาแล้ว (ตัวอย่าง 4.2) ว่า ศักดาไฟฟ้าที่ผิวของทรงกลมรัศมี  $R$  ที่มีประจุ  $Q$  อยู่ภายในคือ

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

ถ้าทรงกลมห่อหุ้มด้วยวัสดุขั้วฉนวน, เราแทน  $\epsilon_0$  ด้วย  $\epsilon$ ,

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon R} \quad (4.24)$$

ความสัมพันธ์  $Q/V$  สำหรับทรงกลมเป็น  $4\pi\epsilon R$  ปริมาณนี้เป็นค่าคงที่ไม่ขึ้นกับประจุ  $Q$  ซึ่งเป็นที่เข้าใจกันแล้วว่า ถ้าศักดาเป็นสัดส่วนกับประจุทำให้เกิดศักดานั้นแล้ว, อัตราส่วนของสองค่านี้ย่อมคงที่ ความสัมพันธ์นี้ใช้ได้กับทุกตัวนำมีรูปร่างเรขาคณิตใด ๆ ที่มีประจุ ดังนั้นความจุไฟฟ้าของตัวนำที่อยู่โดดเดี่ยวจึงมีค่าจำกัดความว่า เป็นอัตราส่วนของประจุต่อศักดาของตัวนำนั้น

$$C = \frac{Q}{V} \quad (4.25)$$

ความจุของตัวนำที่เป็นทรงกลมคือ

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon R \quad (4.26)$$

ถ้าทรงกลมตัวนำอยู่ในสุญญากาศแทนวัสดุขั้วฉนวนจะมีความจุเป็น

$$C_0 = 4\pi\epsilon_0 R$$

ดังนั้น ตัวนำใด ๆ ที่เป็นทรงกลม และห่อหุ้มด้วยวัสดุฉนวน จะมีความจุไฟฟ้าเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วน  $\epsilon/\epsilon_0$  ซึ่งขึ้นอยู่กับฉนวนกัน อันเกิดจากประจุชนิดตรงข้ามที่จะเกิดขึ้นจากการเหนี่ยวนำบนผิวของวัสดุฉนวนที่ติดกับตัวนำ ประจุเหล่านี้จะทำให้เกิดการลดจำนวนประจุของตัวนำ และลดศักดาของตัวนำด้วยอัตราเดียวกัน

ความจุของตัวนำมีหน่วยเป็น  $CV^{-1}$  ซึ่งเรียกว่า "ฟารัด" (farad) ใช้ตัวย่อว่า F เพื่อเป็นเกียรติแก่ไมเคิล ฟาราเดย์ (Michael Faraday 1791-1867)

หนึ่งฟารัดหมายถึงความจุของตัวนำที่อยู่อย่างโดดเดี่ยวห่างจากอิทธิพลใด ๆ มีศักดาไฟฟ้า 1 โวลต์และได้รับประจุ 1 คูลอมป์ ค่าของฟารัดในหน่วยหลักรวม คือ

$$F = CV^{-1} = m^{-2} kg^{-1} s^2 C^2$$

หน่วยอื่น ๆ ที่ใช้กันบ่อย ๆ คือ ไมโครฟารัด ( $\mu F$ ) มีค่า  $10^{-6} F$  และ พิโคฟารัด (pico farad = pF) มีค่า  $= 10^{-12} F$

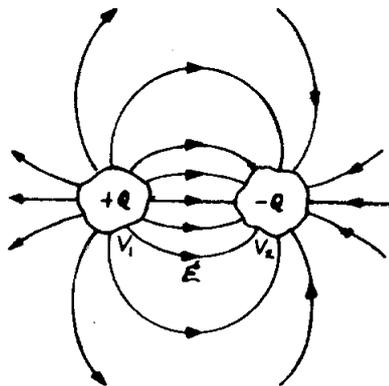
ค่าของความจุทางไฟฟ้าดังกล่าวข้างต้นนั้นอาจจะใช้กับเครื่องที่ประกอบด้วยตัวนำหลาย ๆ แผ่นก็ได้ ในที่นี้จะลองพิจารณาตัวนำคู่หนึ่งที่มีประจุ  $Q$  และ  $-Q$  (รูป 4.27) ถ้า  $V_1$  และ  $V_2$  เป็นศักดาของแต่ละตัวนำคู่นั้น ดังนั้น

$$\text{ความต่างศักดาไฟฟ้า } V = V_1 - V_2$$

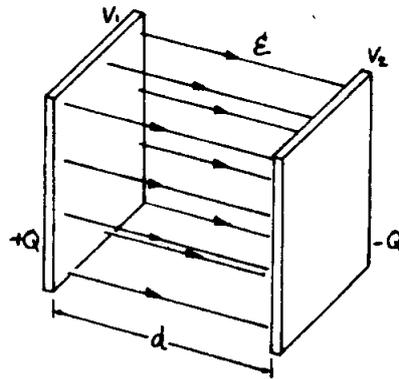
ความจุของตัวนำคู่นี้ดังกล่าวจะเป็น

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{V} \quad (4.27)$$

การจัดตัวนำแบบนี้เรียกว่า เครื่องควบแน่น (capacitor)



รูปที่ 4.27 ระบบที่ประกอบด้วยตัวนำ 2 ตัว มีประจุต่างชนิดกัน



รูปที่ 4.28 เครื่องควบแน่นแบบแผ่นขนาน

เครื่องควบแน่นมีที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในวงจรไฟฟ้า เครื่องควบแน่นแบบที่นิยมกันมากที่สุด เป็นแบบที่ใช้ตัวนำ 2 แผ่นวางขนานกัน ห่างกันเป็นระยะทาง  $d$  มีวิซชัมมิซึมสอดไว้ระหว่างตัวนำทั้งสอง (รูป 4.28) สนามไฟฟ้าในช่องว่างระหว่างตัวนำสม่ำเสมอ

ถ้า  $\sigma$  เป็นความแน่นผิวของประจุ ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างแผ่นทั้งสอง คำนวณตามตัวอย่าง 4.1 จะได้

$$V_1 - V_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon}$$

แทน  $\epsilon_0$  ด้วย  $\epsilon$  เพราะระหว่างแผ่นทั้งสองเป็นวิซชัมมิซึม หรืออีกนัยหนึ่ง ถ้า  $S$  เป็นพื้นที่ของแผ่นโลหะเราจะต้องได้ค่า  $Q = \sigma S$  และเมื่อแทนค่าในสมการ (4.27) จะได้ความจุของเครื่องควบแน่นชุดนี้เป็น

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \tag{4.28}$$

วิธีนี้เป็นวิธีวัดค่าเพอมิตทิวิตี หรือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของวัสดุได้ดังนี้ ชั้นแรกวัดความจุของเครื่องควบแน่นก่อน ในขณะที่ไม่มีวิซชัมมิซึม ใด ๆ ระหว่างแผ่นทั้งสอง จะได้

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

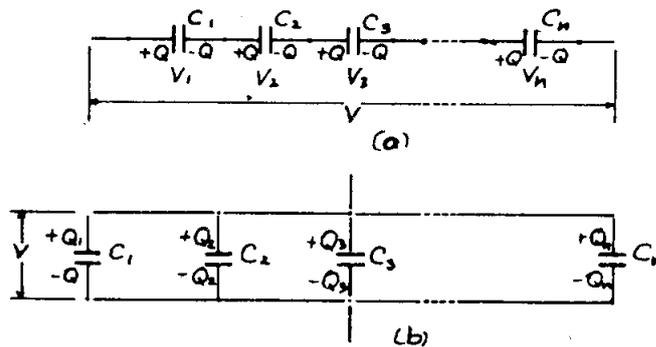
ขั้นต่อไป บรรจวิซชัมมิซึม ลงระหว่างแผ่นทั้งสองแล้ววัดค่าความจุใหม่โดยใช้สมการ (4.28) จะได้อัตราส่วนระหว่างความจุทั้งสอง

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r$$

ซึ่งเป็นค่าเพอมีตริวิตี หรือค่าคงที่ไดอิเล็กตริกของวัสดุขั้วฉนวนที่สอดคอยูระหว่างแผ่นทั้งสอง

**ตัวอย่างที่ 4.7** การต่อเครื่องควบแน่น

การต่อเครื่องควบแน่นเข้าในวงจรถูกต่อได้ 2 แบบคือ แบบอนุกรมและแบบขนาน การต่อแบบอนุกรม (ดูรูป 4.29) แผ่นลบของ เครื่องควบแน่นอันหนึ่งต่อเข้ากับแผ่นบวกของเครื่องควบแน่นอันถัดไป และต่อแบบเดียวกันต่อไปเรื่อย ๆ จะเห็นว่า ประจุบนแผ่นบวกหรือลบของเครื่องควบแน่นแต่ละอัน มีจำนวนเท่ากันหมดคือ บวกหรือลบ Q ถ้าให้ความต่างศักย์ระหว่าง



รูปที่ 4.29 การต่อเครื่องควบแน่นแบบอนุกรมและแบบขนาน

แผ่นบวก หรือลบของเครื่องควบแน่นแต่ละอันเป็น  $V_1, V_2, \dots, V_n$  และ  $C_1, C_2, \dots, C_n$  เป็นความจุของเครื่องควบแน่นแต่ละอัน เราจะได้

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{Q}{C_2} \quad \dots \quad V_n = \frac{Q}{C_n}$$

ความต่างศักย์รวมทั้งหมด  $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

หรือ 
$$\frac{1}{C} = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right) Q$$

เครื่องควบแน่นชุดนี้อาจจะแทนได้ด้วย หรือมีความจุเท่าเครื่องควบแน่น 1 อัน ซึ่งมีความจุ  $C$  และมีค่าเป็นไปตามสมการ  $V = \frac{Q}{C}$

$$\text{ดังนั้น } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (\text{อนุกรม}) \quad (4.29)$$

ซึ่งเป็นสมการของการหาความจุรวมของเครื่องควบแน่นที่ต่อกันแบบอนุกรมดังกล่าว

ในการต่อแบบขนาน (รูป 4.29 b) คือการนำแผ่นบวกของทุกอัน มาต่อรวมกันไว้ที่จุดหนึ่ง และแผ่นลบของทุกอันมาต่อรวมกันไว้ที่อีกจุดหนึ่ง ดังนั้นค่าความต่างศักย์ของเครื่องควบแน่นแต่ละอันและความต่างศักย์รวม จะมีค่าเท่ากันหมด คือเท่ากับ  $V$ ,

ถ้าประจุของแต่ละเครื่องควบแน่นเป็น  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$

$$\text{เราจะต้องได้ } Q_1 = C_1 V, \quad Q_2 = C_2 V, \quad \dots \quad Q_n = C_n V$$

$$\text{ประจุทั้งหมดของเครื่องควบแน่นทั้งชุดคือ } Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

$$CV = (C_1 + C_2 + \dots + C_n)V$$

เครื่องควบแน่นชุดนี้อาจจะแทนได้ด้วยเครื่องควบแน่น 1 อันที่มีความจุ  $C$  และมีค่าเป็นไปตามสมการ  $Q = CV$

$$\text{ดังนั้น } C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad (\text{ขนาน}) \quad (4.30)$$

ซึ่งเป็นสมการของการหาความจุรวมของเครื่องควบแน่นชุดหนึ่งๆที่ต่อกันอย่างขนาน

#### 4.12 พลังงานของสนามไฟฟ้า

การทำให้ตัวนำมีประจุต้องใช้พลังงาน เพื่อเพิ่มประจุบนตัวนำนั้น จะต้องทำงานเพื่อเอาชนะแรงผลักของประจุที่มีอยู่แล้ว งานจำนวนนี้จะทำให้พลังงานของตัวนำเพิ่มขึ้น ดังตัวอย่างต่อไปนี้

พิจารณาตัวนำที่มีความจุ  $C$  มีประจุ  $q$  ศักดาไฟฟ้า  $V$

$$V = \frac{q}{C}$$

ถ้าเพิ่มประจุแก่ตัวนำขึ้นอีก  $dq$  โดยการนำ  $dq$  มาจาก  $\infty$  งานที่จะต้องทำคือ

$$dW = V dq$$

งานจำนวนนี้ เท่ากับพลังงาน  $dE$  ที่เพิ่มขึ้นในควานำ โดยการใส่ค่า  $V = \frac{q}{C}$

$$dE = \frac{q dq}{C}$$

พลังงานของควานำที่เพิ่มขึ้นทั้งหมดเมื่อประจุเพิ่มขึ้นจากศูนย์ถึง  $Q$  (ซึ่งมีค่าเท่ากับงานทั้งหมดตลอดกระบวนการนั้น) คือ

$$E = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} \quad (4.31)$$

สำหรับกรณีของควานำที่เป็นทรงกลมซึ่งมีประจุที่ผิว

$$C = 4\pi\epsilon R$$

พลังงานจะเป็น 
$$E = \frac{1}{2} \left( \frac{Q^2}{4\pi\epsilon R} \right) \quad (4.32)$$

พลังงานจำนวนนี้อาจหาได้จากสมการแสดงความสัมพันธ์กับสนามไฟฟ้า  $\mathcal{E}$  ที่เกิดขึ้นเนื่องจากประจุบนผิวทรงกลมได้ดังนี้

$$E = \frac{1}{2} \epsilon \int_R^\infty \mathcal{E}^2 dv \quad (4.33)$$

เมื่อเครื่องหมายอินทิเกรตแสดงว่าเป็นผลรวมตลอดปริมาตรนอกทรงกลมนั้นทั้งหมด

โดยการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่าผลอินทิเกรตได้ทั่วไป และเป็นจริงทุกกรณี และพลังงานที่ต้องการเพื่อให้ได้ประจุเพิ่มขึ้นจำนวนหนึ่ง จะเป็น

$$E = \frac{1}{2} \epsilon \int_{\text{all space}} \mathcal{E}^2 dv.$$

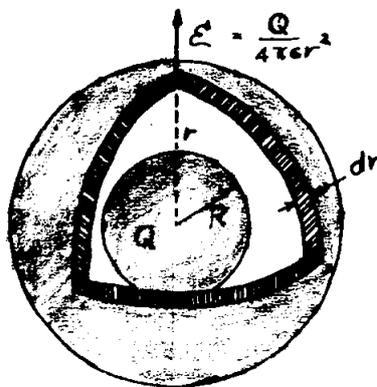
สมการนี้มีความหมายสำคัญทางฟิสิกส์มาก เราพูดได้ว่าพลังงานที่จะใช้ในการเพิ่มประจุนั้นสะสมอยู่ในบริเวณที่ว่างรอบ ๆ ควานำ และถ้าปริมาตรเป็น  $dv$  จะต้องใช้พลังงาน  $\frac{1}{2} \epsilon \mathcal{E}^2 dv$  ดังนั้นพลังงานต่อหน่วยปริมาตร หรือ ความหนาแน่นของพลังงานที่สะสมไว้ในสนามไฟฟ้านั้นก็คือ

$$E = \frac{1}{2} \epsilon \mathcal{E}^2 \quad (\text{ความหนาแน่นของพลังงานของสนามไฟฟ้า}) \quad (4.34)$$

ความหมายของพลังงานของระบบอนุภาคที่มีประจุกระจายอยู่ทั่วบริเวณที่ว่างซึ่งมีสนามไฟฟ้าอยู่นั้น มีประโยชน์ที่จะนำไปใช้อธิบายกระบวนการอื่น ๆ อีกหลายกระบวนการ

พิสูจน์สมการ (4.33) สนามไฟฟ้าที่ระยะ  $r$ , ที่เกิดขึ้นจากประจุบนตัวนำรูปทรงกลม เมื่อ  $r$  มีค่ามากกว่ารัศมีคือ

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$



รูปที่ 4.30 การคำนวณพลังงานที่เกิดขึ้นกับสนามไฟฟ้าของประจุทรงกลม

เราลองรวมค่า  $\mathcal{E}^2$  ทั่วปริมาตรนอกทรงกลม เพื่อให้ได้ปริมาณแต่ละปริมาตรส่วนย่อย สำหรับจะใช้หาค่ารวมทั้งหมดโดยการอินทิเกรตนั้น เราจะแบ่งที่ว่างข้างนอกทรงกลม เป็นเปลือก (shell) บาง ๆ รัศมี  $r$  หนา  $dr$  (รูป 4.30) พื้นที่ของเปลือกแต่ละชั้นจะเป็น  $4\pi r^2$  ซึ่งมีปริมาตรเป็น

$$dv = \text{พื้นที่} \times \text{ความหนา} = 4\pi r^2 dr$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \int_R^\infty \mathcal{E}^2 dv &= \int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}^2 (4\pi r^2 dr) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon^2} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon^2 R} \end{aligned}$$

เปรียบเทียบผลที่ได้นี้กับสมการ (4.32) ทำให้เขียนพลังงานของตัวนำรูปทรงกลมที่มีประจุได้ว่า

$$E = \frac{1}{2} \epsilon \int_R^{\infty} E^2 dv$$

#### ตัวอย่างที่ 4.8 รัศมีของอิเล็กตรอน

เรายังไม่มีใครรู้จักรูปทรงของอิเล็กตรอนกันแน่ เราพูดกันได้แต่เพียงว่า อิเล็กตรอนเป็นอนุภาคที่มีประจุ  $-e$  เราสนใจที่จะประมาณขนาดของส่วนที่มีประจุรวมกันอยู่ เพื่อให้การคำนวณง่ายเข้า จะสมมุติว่า อิเล็กตรอนมีลักษณะเป็นทรงกลมรัศมี  $R$  เราอาจจะพูดถึงพลังงานไฟฟ้าของมันหลังจากที่ตั้งสมมุติฐานเกี่ยวกับการกระจายของประจุทั่วปริมาตรของอิเล็กตรอนว่ามีลักษณะอย่างไร ในที่นี้จะลองสมมุติว่า มันอาจเหมือนกับทรงกลมตันที่มีรัศมี  $R$  และประจุ  $-e$  อยู่ที่ผิว จะใช้สมการ (4.31) สำหรับพลังงาน พลังงานไฟฟ้าของอิเล็กตรอนควรจะเป็น

$$E = \frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \right)$$

พลังงานนี้เทียบได้กับ  $m_0 c^2$  ซึ่งเป็นพลังงานของอิเล็กตรอนที่อยู่นิ่ง ดังนั้น

$$m_0 c^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \right)$$

$$\text{หรือ} \quad R = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{m_e c^2}$$

อย่างไรก็ตาม ถ้าเรานำเอาการกระจายของประจุในอิเล็กตรอนแบบต่าง ๆ กันมาใช้ เราจะได้ผลต่าง ๆ แทนที่จะเป็นเพียงครั้งหนึ่งของรัศมีจริง ด้วยเหตุนี้ จึงยอมรับการคำนวณรัศมีของอิเล็กตรอนจากสมการ

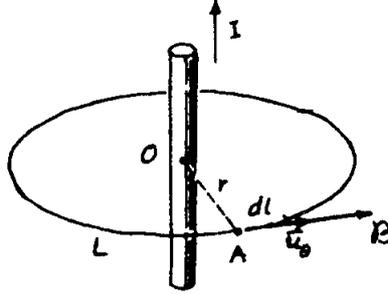
$$r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} \quad \text{ซึ่ง} = 2.8178 \times 10^{-15} \text{ m} \quad (4.35)$$

ขออย่าว่ารัศมีที่ได้นี้ไม่ได้คิดถึงลักษณะรูปทรงของอิเล็กตรอนอย่างเข้มงวดนัก แต่ส่วนใหญ่เป็นการคาดคะเนขนาดของขอบเขตที่อิเล็กตรอนรวมกันอยู่

## บ. สนามแม่เหล็ก

### 4.13 กฎของแอมแปร์สำหรับสนามแม่เหล็ก

เราจะพูดถึงสมบัติบางประการของสนามแม่เหล็กที่คงที่หรือสนามแม่เหล็กที่ไม่ขึ้นกับเวลา ดังต่อไปนี้ พิจารณากระแส  $I$  ไหลในเส้นลวดตรงที่มีความยาวไม่จำกัด (รูป 4.31)



รูปที่ 4.31 สนามแม่เหล็กเกิดจากกระแสในลวดตรง

สนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่จุด A ในทิศตั้งฉากกับ OA มีค่าตามสมการ (3.25) ดังนี้

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

ลองคำนวณเซอรวิคเลขัน ของ  $\vec{B}$  ตามแนวทางที่เป็นวงกลมรัศมี  $r$  สนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  มีทิศทางตามแนวเส้นสัมผัสวงกลมดังกล่าว ดังนั้น

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl$$

และมีขนาดคงที่ ดังนั้นเซอรวิคเลขันแม่เหล็ก ซึ่งใช้แทนด้วยสัญลักษณ์  $T_B$  (อ่านแลมด้าบี) และบางที่เรียก แรงเคลื่อนแม่เหล็ก (magnetomotive force, mmf.) มีค่าเป็น

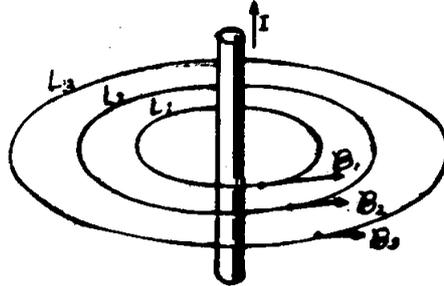
$$\begin{aligned} T_B &= \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B dl = B \int_L dl = B L \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r \end{aligned}$$

เพราะ  $L = 2\pi r$  ดังนั้น

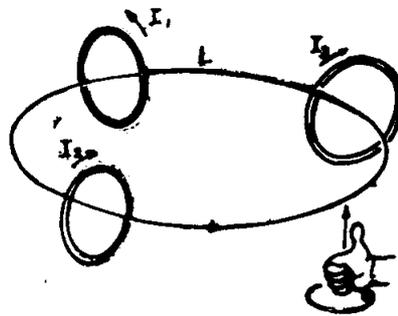
$$T_B = \mu_0 I \quad (4.36)$$

จะเห็นได้ว่า เซอร์คิวเลชันแม่เหล็กเป็นส่วนเดียวกับกระแสไฟฟ้า  $I$  และไม่ขึ้นกับรัศมีของแนว  
ทางของมัน

ดังนั้น ถ้าเขียนวงกลมหลาย ๆ วงให้มีเส้นรอบวงเป็น  $L_1, L_2, L_3, \dots$  (รูป 4.32)  
รอบทางไหลของกระแส  $I$  เซอร์คิวเลชันแม่เหล็กตามเส้นรอบวงแต่ละวงกลมจะมีค่าเท่ากันหมด  
และเท่ากับ  $\mu_0 I$  ตามสมการ (4.36)



รูปที่ 4.32 เซอร์คิวเลชันแม่เหล็กรอบกระแส



รูปที่ 4.33 เซอร์คิวเลชันแม่เหล็กตามทางปิด

จะไม่กล่าวถึงการวิเคราะห์ที่ละเอียดกว่านี้ ในที่นี้จะขอให้เห็นเพียงว่า สมการ (4.36)  
นั้นถูกต้องและใช้ได้ไม่ว่ากระแสจะมีแนวทางไหลในรูปใด ไม่จำเป็นว่าจะต้องเป็นทางตรงแม้  
จะเป็นกระแสไหลครบรอบเป็นวงก็ใช้ได้ ถ้าเรามีกระแสหลาย ๆ ค่า เช่น  $I_1, I_2, I_3, \dots$   
ที่เชื่อมโยงกันโดยวง  $L$  (รูป 4:33) กระแสแต่ละค่าต่างก็ก่อให้เกิดเซอร์คิวเลชันของสนาม  
แม่เหล็กตามทาง  $L$  เสริมกัน ดังนั้นเราจึงกล่าวถึงกฎของแอมแปร์ได้ว่า

เซอรืควเลชันของสนามแม่เหล็กหรือ  $\mathbf{H}$  ตามทางปิดใดที่มีกระแส  $I_1, I_2, I_3, \dots$  เกี่ยวข้องอยู่ด้วย จะมีค่าเป็น

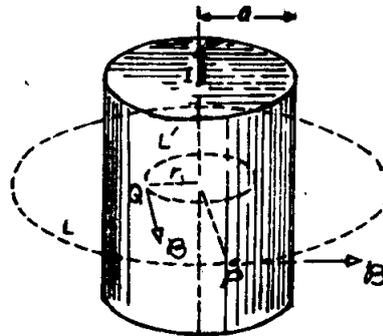
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \tag{4.37}$$

เมื่อ  $I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$  ซึ่งหมายถึงกระแสทั้งหมด เกี่ยวข้องกัน โดยทาง  $L$

เมื่อใช้สมการ (4.37) เรากำหนดว่า กระแสเป็นบวกถ้าทิศของกระแสพุ่งผ่านทาง  $L$  ทิศเดียวกับแนวชี้ของนิ้วหัวแม่มือ เมื่อใช้กฎมือขวา และจะเป็นลบถ้าทิศทางตรงกันข้าม ดังนั้น ในรูป 4.33, กระแส  $I_1$  และ  $I_3$  จะเป็นบวก และ  $I_2$  จะเป็นลบ กฎของแอมแปร์ นั้นว่ามีประโยชน์มากโดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อเราต้องการที่จะหาสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากกลุ่มของกระแสที่มีลักษณะทางเรขาคณิตสมมาตร ดังตัวอย่างต่อไปนี้

**ตัวอย่างที่ 4.9** สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากกระแสที่ไหลไปตามแท่งทรงกระบอก ที่มีความยาวไม่จำกัด

พิจารณา กระแส  $I$  ที่ไหลไปตามทรงกระบอกรัศมี  $a$  (รูป 4.34) จากลักษณะสมมาตร จะเห็นได้ชัดเจนว่าเส้นแรงของสนามแม่เหล็กจะต้องเป็นวงกลม โดยมีศูนย์กลางอยู่บนเส้นแกน



รูปที่ 4.34 สนามแม่เหล็กของตัวนำไฟฟ้ารูปทรงกระบอก

ของทรงกระบอก และสนามแม่เหล็ก  $B$  ที่จุดใด จะขึ้นกับระยะทางจากจุดนั้นถึงเส้นแกนนั้นเอง ดังนั้นเมื่อเลือกทางเดิน  $L$  ซึ่งเป็นวงกลมรัศมี  $r$  ล้อมรอบกระแส, เซอรืควเลชันแม่เหล็กจึงเป็น

$$\Gamma_B = \oint_L B_{dl} = B \oint_L dl = B L = 2 \pi r B$$

ถ้ารัศมี  $r$  ยาวกว่ารัศมีของทรงกระบอก  $a$  กระแส  $I$  ทั้งหมดจะไหลผ่านภายในวงกลม ใช้สมการ (4.37)

$$2 \pi r B = \mu_0 I$$

$$\text{หรือ} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r} \quad (r > a) \quad (4.38)$$

ได้ผลเหมือนกับที่พบมาแล้วในบทที่ 3 เมื่อกระแสไหลอยู่ในส่วนเล็ก ๆ ของเส้นลวด ดังนั้น

จุดนอกทรงกระบอกที่มีกระแสไหล สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับสนามที่เกิดขึ้นเหมือนเมื่อกระแสไหลรวมอยู่ตามแนวแกน

แต่ถ้า  $r$  น้อยกว่า  $a$  จะมีโอกาสเป็นไปได้ 2 ทางคือ ถ้ากระแสอยู่แต่ที่ผิวของทรงกระบอก (ดังที่ปรากฏ เมื่อตัวนำเป็นทรงกระบอกโลหะ กระแสที่ผ่าน  $L'$  เป็นศูนย์ และจากกฎของแอมแปร์จะได้

$$2 \pi r B = 0 \quad \text{หรือ} \quad B = 0 \quad (r < a)$$

ดังนั้น สนามแม่เหล็กที่จุดภายในทรงกระบอกที่มีกระแสไหลผ่านที่ผิวจะเป็นศูนย์ แต่ถ้ากระแสกระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดพื้นที่ภาคตัดขวางของตัวนำ กระแสที่ผ่าน  $L'$  จะเป็น

$$I' = \frac{I}{\pi a^2} (\pi r^2) = \frac{I r^2}{a^2}$$

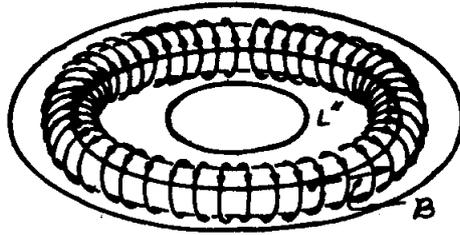
$$\text{จากกฎของแอมแปร์} \quad 2 \pi r B = \mu_0 I' = \frac{\mu_0 I r^2}{a^2}$$

$$\text{หรือ} \quad B = \frac{\mu_0 I r}{2 \pi a^2} \quad (r < a) \quad (4.39)$$

ดังนั้น

สนามแม่เหล็กที่จุดภายในทรงกระบอกที่มีกระแสกระจายออกอย่างสม่ำเสมอทั่วพื้นที่ภาคตัดขวาง จะเป็นสัดส่วนกับระยะทางจากจุดนั้นถึงแกนของทรงกระบอก

**ตัวอย่างที่ 4.10** สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยลวดขดแบบขดลวดสปริงแล้วขดให้เป็นวง (toroidal coil) วงขดลวดแบบนี้ประกอบด้วยลวดที่พันอย่างสม่ำเสมอบนแกนรูปยางรถยนต์ (torus) ดังในรูป 4.35



รูปที่ 4.35 ขดลวดสปริงขดให้เป็นวง

ให้  $N$  เป็นจำนวนรอบ แต่ละรอบมีช่องว่างเท่า ๆ กัน

$I$  เป็นกระแสไฟฟ้าที่ไหลไปตามเส้นลวดในขดลวดนั้น

จากลักษณะสมมาตรพบว่า เส้นแรงแม่เหล็กเป็นรูปวงกลมร่วมกับขดลวดนั้น ครั้งแรกเลือกวงกลม  $L$  อยู่ภายในวงขดลวด ค่าเซอรืคิวเลชันแม่เหล็กตามทาง  $L$  จะเป็น

$$\oint_B = B_L$$

ทาง  $L$  ผ่านขดลวดทุกขดรอบวงขดลวดนั้น ดังนั้นกระแสทั้งหมดที่ไหลผ่านจะเป็น  $NI$  ใช้กฎของแอมแปร์จะได้

$$B_L = \mu_0 N I$$

หรือ

$$B = \frac{\mu_0 N \cdot I}{L}$$

ถ้ารัศมีของพื้นที่ภาคตัดขวางขดลวด (torus) เล็กมาก เมื่อเทียบกับรัศมีของวงขดลวด เราถือได้ว่า  $L$  เหมือนกันตลอดภายในขดลวด

กำหนดให้

$$n = \frac{N}{L}$$

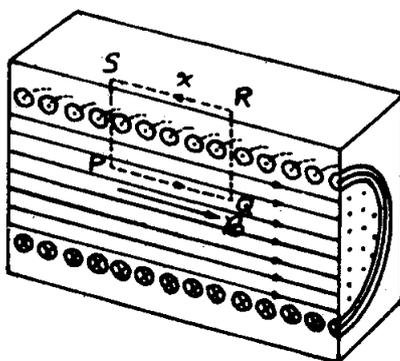
เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนรอบของขดลวด ต่อหน่วยความยาวของวงขดลวด สรุปได้ว่า สนามแม่เหล็กภายในขดลวดสม่ำเสมอ และมีค่าคงที่

$$B = \mu_0 n I \quad (4.40)$$

สำหรับแนวทางอื่น ๆ ที่อยู่นอกขดลวด เช่น L' และ L'' กระแสทั้งหมดที่ผ่านทางเหล่านี้เป็นศูนย์ ดังนั้น  $B = 0$  หรืออีกนัยหนึ่งกล่าวได้ว่า สนามแม่เหล็กของวงขดลวดรูปทอรอยด์นั้นมีขอบเขตอยู่แต่เฉพาะภายในขดลวดทั้งหมด ข้อนี้จะได้ใช้เมื่อวงขดลวดนั้นมีลวดพันชิดกันมาก

**ตัวอย่างที่ 4.11** สนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางของโซลินอยด์ที่ยาวมาก

สมมุติโซลินอยด์ดังรูป 4.36 ให้  $n$  เป็นจำนวนรอบต่อหน่วยความยาว แต่ละรอบมี



รูปที่ 4.36 สนามแม่เหล็กในโซลินอยด์

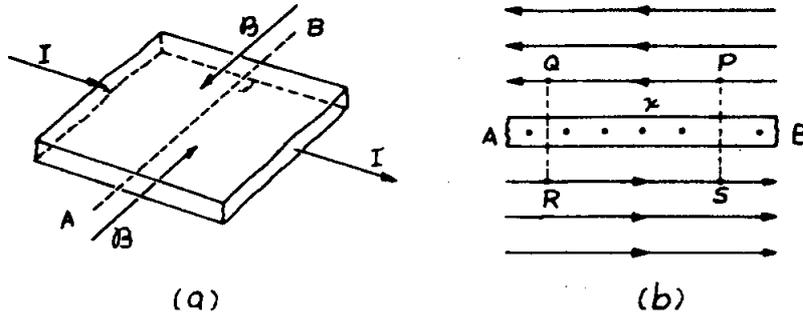
กระแส I ไหลผ่าน ถ้าลวดแต่ละรอบพันชิดกันมาก และ โซลินอยด์ยาวมาก จะเห็นว่าสนามแม่เหล็กทั้งหมดจะเกิดขึ้นแต่เพียงภายในขดลวดโซลินอยด์และสม่ำเสมอ ดังแสดงด้วยเส้นแรงในรูป สำหรับแนวทางที่เราจะคำนวณหาค่าสนามรวม เราเลือกเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยม PQRS ทางด้าน QR และ SP ไม่ก่อให้เกิดเซอร์คิวเลชันแม่เหล็กมาเสริมกันเลย เพราะสนามตั้งฉากกับด้าน QR และ PS ทางด้าน RS เซอร์คิวเลชันก็เป็นศูนย์ด้วย เพราะไม่มีสนามในบริเวณนั้น ดังนั้นจึงมีแต่สนามด้าน PQ เท่านั้น ที่เกิดเซอร์คิวเลชันมีค่าเป็น  $x$  เขียนได้ว่า

$$\oint_B = Bx$$

กระแสทั้งหมดที่ทำให้เกิดเซอร์คิวเลชันรวมจำนวนนี้คือ  $nxI$ , เมื่อ  $nx$  เป็นจำนวนรอบ ดังนั้นจากกฎของแอมแปร์

$$Bx = \mu_0 nxI \text{ หรือ } B = \mu_0 nI$$

**ตัวอย่างที่ 4.12** สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากกระแสในแผ่นตัวนำ มีขนาดไม่จำกัด เราอาจเทียบว่าแผ่นตัวนำนั้นประกอบด้วยชิ้นส่วนเล็ก ๆ เป็นจำนวนมากวางขนานกัน สนามแม่เหล็กรวมจะหาได้จาก สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากแต่ละชิ้นส่วนเล็ก ๆ รวมกัน



รูปที่ 4.37 สนามแม่เหล็กของแผ่นตัวนำ

ปัญหานี้จะง่ายขึ้น ถ้าอาศัยลักษณะสมมาตรของมัน ซึ่งเห็นได้ว่า สนามแม่เหล็กจะต้องขนานกับแผ่นตัวนำในทิศตั้งฉากกับทิศของกระแสดังรูป 4.37 (a) รูป 4.37 (b) แสดงพื้นที่ภาคตัดขวางตามแนวเส้น AB ส่วนจุดในแนวนั้นแสดงทิศทางกระแสว่าพุ่งเข้าสู่ผู้อ่าน ศึกษาเส้นรอบรูปปิด PQRS และใช้กฎของแอมแปร์ เซอร์คิวลชันแม่เหล็กทางด้าน QR และ PS เป็นศูนย์เพราะสนามตั้งฉากกับกระแส ส่วนด้าน PQ และ RS จะมีค่าด้านละ  $Bx$  เท่ากัน เมื่อ  $x = PQ = RS$  ดังนั้น  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 2 Bx$

ถ้า I เป็นกระแสต่อหน่วยความกว้างของแผ่นตัวนำ กระแสทั้งหมดที่ผ่านทางเดิน PQRS คือ  $Ix$  ดังนั้น จากกฎของแอมแปร์ เราได้

$$2Bx = \mu_0 I x \quad \text{หรือ} \quad B = \frac{1}{2} \mu_0 I$$

สนามแม่เหล็กจึงสม่ำเสมอและไม่ขึ้นกับระยะห่างจากแผ่นตัวนำ

#### 4.14 ฟลักซ์แม่เหล็ก

ฟลักซ์แม่เหล็กพุ่งผ่านพื้นผิวใด ๆ ที่วางในสนามแม่เหล็ก ไม่ว่าจะ เป็นผิวปิดหรือไม่มีค่าเป็น

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \vec{c}_N ds \quad (4.41)$$

เรื่องของฟลักซ์แม่เหล็กที่ผ่านพื้นผิวนี้มีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อไม่เป็นผิวปิดซึ่งจะเห็นได้ในบทที่ 5 เพื่อความสะดวกเราจะให้คำจำกัดความของฟลักซ์แม่เหล็กว่าเป็นสนามแม่เหล็ก  $\times$  พื้นที่ มีหน่วยเป็น  $T \cdot m^2$  เรียกว่า Weber, เพื่อเป็นเกียรติแก่ Wilhelm E. Weber (1804-1891) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน เขียนย่อ ๆ ว่า Wb. ดังนั้น

$$Wb = T \cdot m^2 = m^2 \cdot kg \cdot s^{-1} \cdot C^{-1}$$

$$\text{เมื่อ } T = kg \cdot s^{-1} \cdot C^{-1}$$

เนื่องจากไม่มีมวลแม่เหล็ก (magnetic mass) หรือขั้ว (หรืออย่างน้อยก็ยังไม่เคยเห็นกันมาก่อน) เส้นแรงของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะเป็นวงปิด ดังที่แสดงไว้ในตัวอย่างบทที่ 3 ถ้าเราพิจารณาพื้นผิวปิดในสนามแม่เหล็ก ฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งเข้าจะเท่ากับฟลักซ์แม่เหล็กที่พุ่งออก

“พูดได้ว่าฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กที่ผ่านพื้นผิวปิด ย่อมเป็นศูนย์เสมอ”

$$\text{และเขียนได้ว่า } \int_S \vec{B} \cdot \vec{n}_N \, ds = 0 \quad (4.42)$$

ผลดังกล่าวนี้อาจจะหาได้โดยอาศัยคณิตศาสตร์คำนวณจากค่าของ  $\vec{B}$  ซึ่งที่เคยแสดงไว้ในสมการ (3.23) มาแล้วได้ แต่เราจะไม่พิสูจน์ให้เห็นในที่นี้ และสมการ (4.42) นี้คือ

“กฎของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็ก”

#### 4.15 การทำให้สารเกิดเป็นแม่เหล็ก

อะตอมและโมเลกุลอาจจะมีหรืออาจจะไม่มีโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กก็ได้ ขึ้นอยู่กับลักษณะการสมมาตรและแนวโน้มของวงโคจรของอิเล็กตรอนในอะตอมนั้น ๆ สารที่อยู่ในลักษณะเป็นก้อน ยกเว้นพวกสารเฟอร์โรแมกเนติก จะไม่แสดงโมเมนต์แม่เหล็ก เพราะโมเลกุลมีทิศทางหันเหไปตามบุดูตามกรรมคล้ายกับที่เราพิจารณากันในอิเล็กทริกโพลาริเซชันของสาร อย่างไรก็ตามสนามแม่เหล็กจากภายนอกทำให้การโคจรของอิเล็กตรอนเกิดบ้ายเบนไป ปรากฏแมกเนติกโพลาริเซชัน หรือปรากฏการเป็นแม่เหล็กในสารขึ้น

เราอาจแบ่งสารต่าง ๆ ได้เป็นหลายหมู่หลายพวก ขึ้นกับวิธีการทำให้เป็นแม่เหล็กโดยสนามภายนอก จะกล่าวถึงชนิดต่าง ๆ ของการทำให้เกิดการเป็นแม่เหล็กอย่างสั้น ๆ ดังต่อไปนี้

ก) ไดอามกเนติก (diamagnetic) เราทราบว่า สนามแม่เหล็กทำให้เกิดแรงบนประจุที่เคลื่อนที่ ดังนั้น ถ้านำวัตถุวางในสนามแม่เหล็ก ก็จะทำให้เกิดแรงขึ้นกับอิเล็กตรอนซึ่ง

เคลื่อนที่อยู่ในอะตอมหรือโมเลกุล ก่อให้เกิดการรบกวน ทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ผิดจากแนวเดิม สำหรับการคำนวณในตอนนี้เราต้องใช้วิธีทางควอนตัมแมคานิกส์ ซึ่งเราจะไม่กล่าวถึงในขณะนี้

ทางเดินของอิเล็กตรอนในอะตอมที่แปรไปเนื่องจากสนามแม่เหล็กนั้นจะเหมือนกับว่ามีกระแสเหนี่ยวนำเกิดขึ้น กระแสนี้มีทิศทางไปในแนวเดียวกันกับโมเมนต์ขั้วคู่ ซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กในบริเวณนั้น เนื่องจากผลที่เกิดขึ้นนี้ไม่ขึ้นกับการเรียงตัวของอะตอม และเหมือนกันทุกอะตอม เราจึงสรุปได้ว่า 'สสารมีอำนาจแม่เหล็กที่ต้านกับสนามแม่เหล็ก' ซึ่งขัดกับผลที่ได้ในกรณีที่เป็นสนามไฟฟ้า ลักษณะนี้เรียกว่า 'อำนาจแม่เหล็กโคอาร์' ซึ่งเหมือนกันในสารทุกชนิด แม้ว่าในหลายกรณีจะไม่ปรากฏเพราะอำนาจแม่เหล็กพารา (paramagnetism effect) เหนือกว่าดังจะกล่าวถึงต่อไป

คำอธิบายเกี่ยวกับอำนาจแม่เหล็กโคอาร์ (diamagnetism)

เป็นที่น่าสนใจที่จะมองจุดต้นกำเนิดของอำนาจแม่เหล็กโคอาร์ เราพบในบทที่ 2 แล้วว่าประจุไฟฟ้าที่อยู่ในสนามแม่เหล็กจะเคลื่อนที่รอบสนามด้วยความเร็วเชิงมุม

$$\vec{\omega} = -\left(\frac{q}{m}\right)\vec{B}$$

ถ้าให้  $q = -e$  จะได้ผลว่า อิเล็กตรอนในอะตอมของสารทุกตัวที่อยู่ในสนามแม่เหล็กมีความเร็วเชิงมุมเพิ่มขึ้น ในที่นี้เราไม่ได้พูดถึงผลจากวงโคจรเดิมของมัน ความเร็วเชิงมุมที่เพิ่มมีค่า

$$\vec{\omega} = +\left(\frac{e}{m}\right)\vec{B}$$

ซึ่งจะเหมือนกันสำหรับอิเล็กตรอนทุกตัว ถ้าอิเล็กตรอนวิ่งเป็นทางโค้งด้วยรัศมี  $r$  จะเกิดโมเมนต์แม่เหล็กพร้อมกับการเคลื่อนที่ คือ

$$M = (-e) \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) (\pi r^2) = -\frac{e^2}{2m} r^2 B$$

โมเมนต์แม่เหล็กนี้มีทิศทางตรงข้ามกับ  $B$  และเนื่องจากอิเล็กตรอนทุกตัวให้ผลเหมือนกันสารจึงกลายเป็นแม่เหล็กในทิศทางกลับกับสนามแม่เหล็ก ในที่นี้เราเว้นรายละเอียดในการคำนวณที่จะกล่าวชี้ให้เห็นว่า จำนวนที่ใช้ในสมการบนควรเป็น  $\frac{1}{6}$  แทน  $\frac{1}{2}$

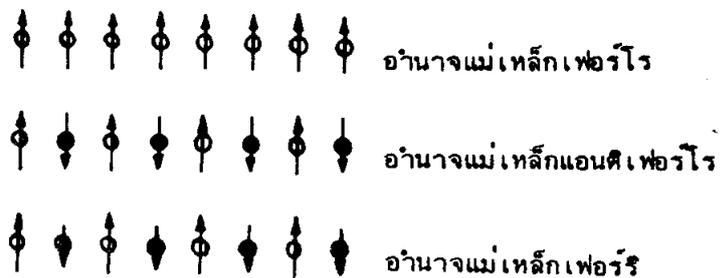
ข) อำนาจแม่เหล็กพารา (paramagnetism) พิจารณาสารซึ่งมีอะตอมหรือโมเลกุลมีโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กอย่างถาวร พิจารณารวมทั้งโมเมนต์เชิงมุมของอิเล็กตรอนของแต่ละอะตอม ในการนี้ สนามแม่เหล็กภายนอกทำให้เกิดทอร์ก หรือผลทวน ซึ่งทำให้แม่เหล็กขั้วคู่หันเหไปในทิศทางที่จะเรียงตัวกันตามแนวสนามแม่เหล็ก เป็นผลในดาวทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็กที่เรียก "อำนาจแม่เหล็กพารา" การหันเหเนื่องจากสนามแม่เหล็กนี้ไม่เป็นผลสมบูรณ์หรือไม่สามารถเป็นระเบียบสมบูรณ์ได้ เพราะมีการเคลื่อนไหวเนื่องจากความร้อน ลักษณะนี้เหมือนกับที่ปรากฏในรูป 4.23 อันเป็นรูปแสดงการหันเหที่เกิดจากสนามไฟฟ้าที่กระทำต่อโมเลกุลที่เป็นขั้วคู่ทุกประการ ในการนี้โตก็ตามผลสรุปที่เกิดขึ้นก็คือ "สารแม่เหล็กพารามีอำนาจแม่เหล็กที่มีทิศทางเดียวกับสนามแม่เหล็กในบริเวณนั้น" นี้ก็เป็นผลที่เห็นได้ชัดเจนกว่าอำนาจแม่เหล็กไดอา ดังนั้นพูดได้ว่า สารแม่เหล็กพารา มีอำนาจแม่เหล็กพาราเหนือแม่เหล็กไดอา จนขณะผลของอำนาจแม่เหล็กไดอา ได้อย่างสิ้นเชิง

ค) อำนาจแม่เหล็กเฟอร์โร (ferromagnetism) สารแม่เหล็กชนิดที่สาม เรียกว่าอำนาจแม่เหล็กเฟอร์โร ลักษณะสำคัญของสารแม่เหล็กเฟอร์โรก็คือมันแสดงอำนาจแม่เหล็กที่รับมาได้อย่างถาวรซึ่งเป็นเหตุผลที่ใช้อธิบายได้ว่า โมเมนต์แม่เหล็กของอะตอมหรือโมเลกุลมีแนวโน้มเดียวกันที่จะอยู่ในแนวเส้นตรงภายใต้แรงกระทำซึ่งกันและกัน (mutual interaction) โลกสโตนและแม่เหล็กธรรมชาติอื่น ๆ ดังได้กล่าวแล้วตั้งแต่เริ่มต้นบทที่ 3 ต่างก็เป็นตัวอย่างของสารแม่เหล็กเฟอร์โรนั่นเอง อำนาจแม่เหล็กเฟอร์โรก็คล้ายกับไฟฟ้าเฟอร์โร (ferroelectricity) เกือบทุกอย่างแม้ว่ามีกำเนิดต่างกัน จะเกิดควบคู่กันไปกับอิทธิพล (interaction) ระหว่างสปิน (spin)  $S_1$  และ  $S_2$  ของอิเล็กตรอน 2 ตัว ผลที่เกิดขึ้นคือการเรียงขนานของสปินของอิเล็กตรอน (electronic spin) ในบริเวณเล็ก ๆ เรียกโดเมน (domains) รูป 4.38(a) และ 4.39(a) ซึ่งมีขนาดในช่วง  $10^{-8}$  ถึง  $10^{-12}$   $m^3$  และมีจำนวนอะตอม  $10^{21}$  ถึง  $10^{17}$  อะตอม ทิศทางของอำนาจหรือการเป็นแม่เหล็กของโดเมนขึ้นอยู่กับโครงสร้างของผลึกของสาร ดังตัวอย่างสารเช่นเหล็ก มีผลึกเป็นรูปลูกบาศก์ ทิศทางของอำนาจหรือการเป็นแม่เหล็กที่มีโอกาสเกิดได้ง่ายก็คือ ตามแกนทั้งสามของลูกบาศก์ ในสารชั้นหนึ่ง ๆ อาจมีโดเมนหุ่่งไปในทิศทางต่าง ๆ กัน จึงแสดงผลรวมปรากฏเป็นศูนย์ หรือน้อยจนไม่ต้องคำนึงถึงได้ เมื่อวางวัตถุในสนามแม่เหล็กจะเกิดอิทธิพลต่อโดเมนสองประการ คือ โดเมนที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากสนามแม่เหล็กจะเพิ่มขึ้นเท่ากับส่วนที่สลายไป (รูป 4.38 b) ขณะที่สนามภายนอกในบริเวณนั้นเข้มข้น อำนาจแม่เหล็กของโดเมนจะเรียงตัวกันตามทิศของสนามนั้น (รูป 4.38 c) และชั้นสารจะกลายเป็นแม่เหล็ก และเนื่องจากความเป็นแม่เหล็กเฟอร์โรเป็นสมบัติที่ขึ้นกับอุณหภูมิ และสารแม่เหล็กเฟอร์โรแต่ละชนิดมีอุณหภูมิจำกัดที่เรียกว่า "อุณหภูมิคูรี (Curie temperature)" ที่เหนือกว่าอุณหภูมินี้สารจะกลายเป็นแม่เหล็กพารา ปรากฏการณ์นี้เกิด

ขึ้นเมื่อมีอาการเคลื่อนไหวเนื่องจากความร้อนมากพอที่จะทำให้การเรียงตัวของแนวแรงที่เกิดจากอิทธิพลของสปิน (spin-spin interaction) สารที่เป็นสารแม่เหล็กเฟอร์โรที่อุณหภูมิห้อง เช่น เหล็ก นิกเกิล โคบอลต์และกาโดลิเนียม มีอุณหภูมิคูรี  $770^{\circ}\text{C}$ ,  $365^{\circ}\text{C}$ ,  $1075^{\circ}\text{C}$  และ  $25^{\circ}\text{C}$  ตามลำดับ



รูปที่ 4.38 โดเมนแม่เหล็ก



รูปที่ 4.39 ทิศทางของโมเมนต์ขั้วคู่แม่เหล็กในสารต่าง ๆ

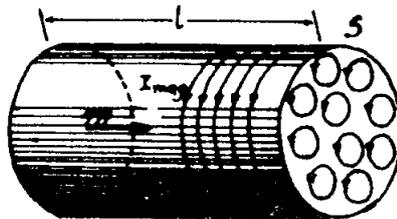
๑) อำนาจแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (antiferromagnetism) สารบางชนิดมีสปินของอิเล็กตรอนเรียงขนานแต่กลับทิศกัน, เป็นผลให้การเป็นแม่เหล็กเป็นศูนย์ (รูป 4.39 b) กรณีนี้เรียกว่า "แม่เหล็กแอนติเฟอร์โร (antiferromagnetic)" สารแม่เหล็กแอนติเฟอร์โรบางชนิดได้แก่  $\text{MnO}$ ,  $\text{FeO}$ ,  $\text{CoO}$  และ  $\text{NiO}$

๒) อำนาจแม่เหล็กเฟอร์รี (ferrimagnetism) สารแม่เหล็กอีกชนิดหนึ่งเรียกว่า "แม่เหล็กเฟอร์รี" มีลักษณะคล้ายกับแม่เหล็กแอนติเฟอร์โร แต่โมเมนต์แม่เหล็กทางอะตอมหรือไอออนในทิศหนึ่ง มีค่าต่างจากโมเมนต์แม่เหล็กในทิศตรงข้าม เป็นผลให้ยังคงเหลือ

อำนาจแม่เหล็ก แสดงการเป็นแม่เหล็กอยู่ (รูป 4.39 c) สารเหล่านี้ เรียกว่า เฟอร์ไรท์ (ferrites) เขียนเป็นสูตรทางเคมี คือ  $M\text{Fe}_2\text{O}_3$  เมื่อ M หมายถึง Mn, Co, Ni, Cu, Mg, Zn, Cd หรือ ฯลฯ จะเห็นได้ว่าถ้า M เป็น Fe, สารประกอบนั้นคือ  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  หรือ แมกนีไตต์นั่นเอง

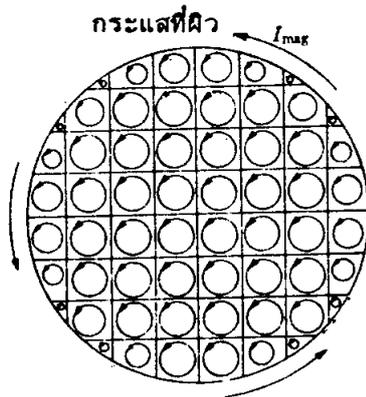
**4.16 เวกเตอร์แสดงการเป็นแม่เหล็ก**

เพื่อความสะดวก ลองพิจารณาสารรูปทรงกระบอกที่ทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็กอย่างสม่ำเสมอในแนวขนานกับแกนของทรงกระบอก จะเห็นจากรูป 4.40 หมายความว่า ขั้วคู่แม่เหล็ก (magnetic dipole) ของโมเลกุลเรียงตัวขนานกับแกนของทรงกระบอก ดังนั้นกระแสอิเล็กทรอนิกส์ของแต่ละโมเลกุล (molecular electronic current) จึงมีทิศทางตั้งฉากกับแกนของ



รูปที่ 4.40 กระแสไฟฟ้าที่เกิดจากทรงกระบอกที่ทำให้มีอำนาจแม่เหล็ก

ทรงกระบอก จะเห็นจากรูป 4.40 (รายละเอียดให้ดูภาพด้านหน้า ดังแสดงในรูป 4.41)



รูปที่ 4.41 แสดงทิศของกระแสโมเลกุลฐานในทรงกระบอก

จะเห็นว่ากระแสภายในลบล้างกันเพราะกระแสที่อยู่ข้างเคียงมีทิศทางตรงข้าม ดังนั้นจึงไม่ปรากฏว่ามีกระแสภายในสารใด อย่างไรก็ตาม การทำให้เป็นแม่เหล็กจะทำให้เกิดกระแส  $I_{\text{mag}}$  บนผิวของสารเลียนแบบโซลินอยด์

เวกเตอร์แสดงการเป็นแม่เหล็กของสาร  $\vec{M}$  หมายถึงโมเมนต์แม่เหล็กของตัวกลางต่อหน่วยปริมาตร ถ้า  $m$  เป็นโมเมนต์ของขั้วแม่เหล็กที่เกิดจากแต่ละอะตอมหรือแต่ละโมเลกุลและ  $n$  เป็นจำนวนอะตอมหรือโมเลกุลต่อหน่วยปริมาตร การทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็กจะเป็น

$$\vec{M} = n \vec{m}$$

โมเมนต์แม่เหล็กซึ่งเกิดจากกระแสภายในสารมีหน่วยเป็น  $A \cdot m^2$  ดังนั้นการทำให้เกิดอำนาจแม่เหล็ก  $\vec{M}$  จึงมีหน่วยเป็น  $\frac{A \cdot m^2}{m} = A \cdot m^{-1}$  หรือ  $m^{-1} s^{-1} C$ , ซึ่งเป็นค่ากระแสต่อ 1 หน่วยความยาว

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสที่ผิวของวัตถุที่ทำให้เป็นแม่เหล็กและการเกิดอำนาจแม่เหล็ก  $\vec{M}$  มีความสำคัญมาก เห็นได้จากรูป 4.40 ตัวทรงกระบอกเอง ทำหน้าที่เสมือนขั้วแม่เหล็กขนาดใหญ่ ที่เป็นผลจากการเสริมสร้างของทุกขั้ว ถ้า  $S$  เป็นพื้นที่ภาคตัดขวางของทรงกระบอกและ  $l$  เป็นความยาว ปริมาตรของทรงกระบอกคือ  $lS$  ดังนั้นโมเมนต์ของขั้วแม่เหล็กรวมจะเป็น

$$M(lS) = (Ml)S$$

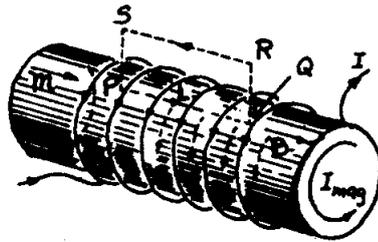
แต่  $S$  เป็นพื้นที่ภาคตัดขวางของวงจรรที่เกิดขึ้นจากวงกระแสที่ผิววัตถุ เนื่องจากโมเมนต์ของขั้วแม่เหล็กเท่ากับกระแส  $\times$  พื้นที่ เราจึงอาจสรุปได้ว่า กระแสส่วนที่ก่อให้เกิดอำนาจแม่เหล็กอย่างแท้จริงต่อหน่วยความยาว,  $I_{\text{mag}}$  บนผิวของทรงกระบอกที่ทำให้เป็นแม่เหล็กจะเป็น  $M$  หรือ  $I_{\text{mag}} = M$

แม้ว่าผลที่ได้นี้ ได้มาจากการคำนวณสำหรับวัตถุทรงเรขาคณิต แต่ก็พบว่าใช้กับวัตถุรูปอื่น ๆ ได้ด้วย ดังนั้น เราจึงกล่าวได้ว่า

กระแสที่ก่อให้เกิดอำนาจแม่เหล็กแท้จริงต่อหน่วยความยาวบนผิวของชิ้นสารที่ทำให้เป็นแม่เหล็ก จะเท่ากับองค์ประกอบของเวกเตอร์แสดงการเป็นแม่เหล็ก  $\vec{M}$  ในส่วนที่ขนานกับพื้นที่ในแนวเส้นสัมผัสกับผิวของวัตถุมีทิศทางตั้งฉากกับ  $\vec{M}$

#### 4.17 สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ

ในหัวข้อก่อน เราเห็นว่า สารที่เป็นแม่เหล็กมีค่ากระแสแท้จริง (effective current) ค่าหนึ่งบนผิว (และทั่วทั้งปริมาตรถ้าอำนาจการเป็นแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ) กระแสที่เกิดอำนาจแม่เหล็ก (magnetization current) เหล่านี้จะ "frozen" ในความหมายที่ว่าเกิดอยู่กับที่ เนื่องจากแต่เกิดจากอิเล็กตรอนที่วิ่งวนเกาะอยู่กับอะตอมหรือโมเลกุลของสารนั้น ๆ ไม่สามารถเคลื่อนที่หลุดเคลื่อนที่อย่างอิสระได้ อีกนัยหนึ่งในสารบางชนิด เช่น โลหะมีประจุไฟฟ้าที่สามารถเคลื่อนที่ผ่านสารนั้นได้อย่างเสรี กระแสไฟฟ้าที่เกิดจากประจุอิสระเหล่านี้เรียกว่า กระแสอิสระ (free current)



รูปที่ 4.42

ลองพิจารณาขั้วสารที่เป็นรูปทรงกระบอก วางภายในโซลินอยด์ยาวซึ่งมีกระแส  $I$  (รูป 4.42) กระแสนี้ก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กซึ่งทำให้วัตถุรูปทรงกระบอกนั้นกลายเป็นแม่เหล็ก และทำให้เกิดกระแสเนื่องจากอำนาจแม่เหล็ก ตามผิวของวัตถุรูปทรงกระบอกในทิศทางเดียวกันกับ  $I$  กระแสเนื่องจากอำนาจแม่เหล็กตามผิวคือ

$$I_{\text{mag}} = M$$

ถ้าโซลินอยด์มีลวดพัน  $n$  รอบต่อหนึ่งหน่วยความยาว ระบบที่เรากำลังกล่าวถึงคือตัวโซลินอยด์ และวัตถุรูปทรงกระบอกที่เป็นแม่เหล็ก ซึ่งจะทำหน้าที่เท่ากับโซลินอยด์เพียงท่อนเดียวที่มีกระแสไหลผ่านต่อหน่วยความยาวเป็น

$$nI + I_{\text{mag}} \quad \text{หรือ} \quad nI + M$$

กระแสในโซลินอยด์ที่ให้ผลแท้จริง (effective solenoid current) จะเป็นตัวทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ในแนวขนานกับแกนของทรงกระบอก ขนาดของสนามนี้คำนวณได้ตามสมการ (4.40) เมื่อแทนค่า  $nI$  ด้วย  $nI + \mathcal{M}$  ซึ่งหมายถึงกระแสทั้งหมดต่อหน่วยความยาวได้สมการดังนี้

$$\vec{B} = \mu_0 (nI + \mathcal{M}) \quad \text{หรือ} \quad \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \mathcal{M} = nI$$

สมการนี้แสดงให้เห็นค่าจากการเหนี่ยวนำ หรือกระแสอิสระต่อหน่วยความยาว,  $nI$ , บนผิวของวัตถุทรงกระบอกในตัวกลางซึ่งมีสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะเห็นว่าเมื่อ  $\vec{B}$  และ  $\mathcal{M}$  เป็นเวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันทำให้เห็นได้ว่าปริมาณข้างต้นนั้นเป็นปริมาณเวกเตอร์ใหม่ซึ่งจะเรียกว่า "สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ (magnetizing field)" เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \mathcal{M} \quad (4.43)$$

มีหน่วยเป็น  $\text{Am}^{-1}$  หรือ  $\text{m}^{-1} \text{s}^{-1} \text{C}$ . ซึ่งเป็นหน่วยของเทอมทั้งสองที่ปรากฏบนด้านขวามือของสมการ

ในตัวอย่างที่เรากล่าวถึงข้างต้น เราได้  $\mathcal{H} = nI$ . ซึ่งให้  $\mathcal{H}$  มีความสัมพันธ์กับการเหนี่ยวนำ หรือกระแสอิสระต่อหน่วยความยาวของโซลินอยด์ เมื่อเราเลือกความยาว  $PQ = L$  ตามผิว, เราจะได้

$$\mathcal{H}L = LnI = I_{\text{free}} \quad (4.44)$$

เมื่อ  $I_{\text{free}} = LnI$  เป็นกระแสอิสระทั้งหมดของโซลินอยด์สำหรับความยาว  $L$  การหาเซอร์คิวเลชันของ  $\vec{H}$  ตามเส้นรอบสี่เหลี่ยม PQRS จะได้

$$\oint_{\text{PQRS}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \mathcal{H}L$$

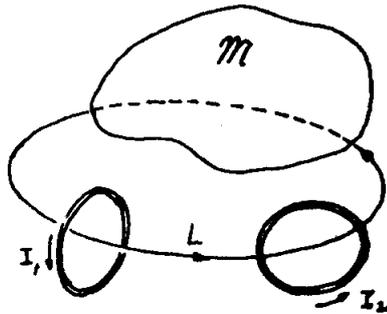
$\mathcal{H}$  จะเป็นศูนย์ เมื่ออยู่นอกโซลินอยด์ (ทำนองเดียวกันสำหรับ  $\vec{B}$  และ  $\mathcal{M}$ ) ด้าน QR และ SP ไม่ช่วยให้เกิดเซอร์คิวเลชันเพราะตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก สมการ (4.44) อาจเขียนได้ในรูป

$$\oint_{\mathcal{H}} = I_{\text{free}}$$

เมื่อ  $I_{\text{free}}$  เป็นกระแสอิสระทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่สี่เหลี่ยม PQRS ผลที่เกิดขึ้นนี้ ใช้งานได้กว้างขวางกว่าที่คาดไว้ ที่จริงแล้วอาจพิสูจน์ให้เห็นได้ว่า

เซอร์คิวเลชันของสนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำตามเส้นครบรอบรูป หรือทางปิดจะเท่ากับกระแสอิสระทั้งหมดที่ผ่านพื้นที่ที่ล้อมรอบด้วยเส้นรอบรูปนั้น นั่นคือ

$$\vec{T}_M = \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{free}}$$



รูปที่ 4.43

เมื่อ  $I_{\text{free}}$  เป็นกระแสทั้งหมดที่เชื่อมโยงกับทางเดิน L และขึ้นกับประจุที่เคลื่อนที่อย่างอิสระในตัวกลาง หรือในวงจรไฟฟ้า แต่ไม่รวมถึงกระแสอันเนื่องมาจากการทำให้สารเป็นแม่เหล็ก เช่นตัวอย่าง ถ้าแนวทาง L (รูป 4.43) เชื่อมโยงกับวงจร  $I_1$  และ  $I_2$  และวัตถุมีค่าอำนาจการเป็นแม่เหล็กเป็น  $M$  จากสมการ (4.45) เราต้องรวมเพียงแต่กระแส  $I_1$  และ  $I_2$  เท่านั้น ทั้งที่ในกฎของแอมแปร์ดังสมการ (4.37) สำหรับสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  เราจะต้องรวมกระแสทั้งหมด ซึ่งหมายถึง  $I_1$  และ  $I_2$  ที่มาจากประจุที่เคลื่อนที่อย่างอิสระ และรวมทั้งที่มาจากอำนาจการเป็นแม่เหล็ก  $M$  ของวัตถุซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากอิเลกตรอนที่วิ่งวนเกาะอยู่กับอะตอมหรือโมเลกุลแต่ละตัว (bound electron) ด้วย

#### 4.18 ขั้วเซปติบิลิตและเพอมีอิตีบิลิตของแม่เหล็ก

ลองเขียนสมการ (4.43) ลงในรูป

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (4.46)$$

เนื่องจากค่าอำนาจการเป็นแม่เหล็ก  $\vec{M}$  ของวัตถุเป็นสมบัติที่เกี่ยวข้องกับผลรวมของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\vec{M}$  และ  $\vec{B}$  ในแบบเดียวกับกรณีของไฟฟ้า ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\vec{D}$  และ  $\vec{E}$ , ดังสมการ (4.16) ได้ แต่อย่างไรก็ตามจากเหตุผลต่าง ๆ ที่เคยทราบมาแล้ว เราจำเป็นต้องใช้วิธีการต่างกันโดยให้ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\vec{M}$  และ  $\vec{H}$  แทนโดยเขียนดังนี้

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (4.47)$$

ปริมาณ  $\chi_m$  เรียก ชัสเซปติบิลิตีทางแม่เหล็กของวัตถุ (magnetic susceptibility) เป็นค่าตัวเลขที่ไม่ขึ้นกับหน่วยของ  $\vec{M}$  และ  $\vec{H}$  ชัสเซปติบิลิตีทางแม่เหล็ก  $\chi_m$  คล้ายกับ ชัสเซปติบิลิตีทางไฟฟ้า  $\chi_e$  แสดงอาการตอบรับของตัวกลางที่มีต่อสนามแม่เหล็กภายนอก และเกี่ยวข้องกับอะตอมหรือโมเลกุลของตัวกลาง แทนสมการ (4.47) ลงในสมการ (4.46) เราอาจเขียนได้ใหม่ว่า

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\text{เมื่อ} \quad \mu = \frac{B}{H} = \mu_0 (1 + \chi_m) \quad (4.49)$$

เรียกเพอมีอิลิตี (permeability) ของตัวกลาง มีหน่วยเหมือนกับหน่วยของ  $\mu_0$  คือ  $\text{m kg}^{-2} \text{C}^2$  เพอมีอิลิตีสัมพัทธ์ (relative permeability) เขียนได้ว่า

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \chi_m \quad (4.50)$$

เป็นค่าตัวเลขที่ไม่ขึ้นกับหน่วยใด ๆ

ในตาราง 4.3 แสดงค่า ชัสเซปติบิลิตีทางแม่เหล็กของสารที่มีอำนาจแม่เหล็กพาราและที่มีอำนาจแม่เหล็กไดอะหลายชนิด ข้อสรุปที่สำคัญก็คือ ทั้งสารที่มีอำนาจแม่เหล็กพารา และพวกที่มีอำนาจแม่เหล็กไดอะ มีค่า  $\chi_m$  น้อยมาก เมื่อเทียบกับ 1 และส่วนมากเราจะแทนค่า  $\mu_r = 1 + \chi_m$  ด้วย 1

ตารางที่ 4.3 ซีสเซปติบิลิตีแม่เหล็กที่อุณหภูมิห้อง

สารแม่เหล็กไดอะ	m	สารแม่เหล็กพารา	m
ไฮโดรเจน (1 บรรยากาศ)	$-2.1 \times 10^{-9}$	ออกซิเจน (1 บรรยากาศ)	$2.1 \times 10^{-6}$
ไนโตรเจน (1 บรรยากาศ)	$-5.0 \times 10^{-9}$	แมกนีเซียม	$1.2 \times 10^{-5}$
โซเดียม	$-2.4 \times 10^{-6}$	อลูมิเนียม	$2.3 \times 10^{-5}$
ทองแดง	$-1.0 \times 10^{-5}$	สังสตัน	$6.8 \times 10^{-5}$
บิลมีท	$-1.7 \times 10^{-5}$	ทิตาเนียม	$7.1 \times 10^{-5}$
เพชร	$-2.2 \times 10^{-5}$	ทองขาว	$3.0 \times 10^{-4}$
ปรอท	$-3.2 \times 10^{-5}$	แกโดลิเนียมคลอไรด์ ( $GdCl_3$ )	$2.8 \times 10^{-3}$

ในทางปฏิบัติแล้ว ซีสเซปติบิลิตีทางแม่เหล็กของสารพวกที่มีอำนาจแม่เหล็กไดอะไม่ขึ้นกับอุณหภูมิ แต่ซีสเซปติบิลิตีทางแม่เหล็กของสารที่มีอำนาจแม่เหล็กพารา เป็นสัดส่วนกลับกับอุณหภูมิ สัมบูรณ์ของสาร ผลดังกล่าวนี้เนื่องมาจากอะตอมเสวยระเบียบ ยิ่งอุณหภูมิเพิ่มขึ้นก็ยิ่งทำให้อะตอมของสารไม่เป็นระเบียบ ทำให้สนามไฟฟ้าที่ใช้แปรปรวนไปด้วย ดังนั้นเราจะนำมาเขียนสำหรับสารพาราแมกเนติกได้ว่า

$$\chi_m = \frac{C}{T}$$

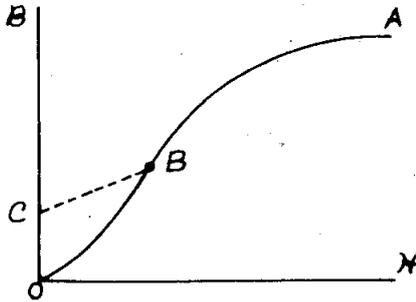
สมการนี้เป็นที่รู้จักกันในนามของกฎของคูรี (Curie's law)

สำหรับสารที่มีอำนาจแม่เหล็กเฟอร์โร ความสัมพันธ์ระหว่าง  $\vec{B}$  และ  $\vec{H}$  จะยุ่งยากขึ้น จะเห็นได้ชัดจากการใช้สารที่มีอำนาจแม่เหล็กเฟอร์โร ในรูปขดลวดที่มีลวดพันรอบ สมมุติเราเริ่มต้นตั้งแต่เป็นสารที่ไม่ได้ทำให้เป็นแม่เหล็กและไม่มีกระแสไหลผ่านขดลวด ขณะที่กระแสในขดลวดเพิ่มขึ้นอย่างช้า ๆ สนามแม่เหล็กเหนี่ยวนำ  $\vec{H}$  ในสารจะเพิ่มขึ้นตามสมการ (4.45)

สนามแม่เหล็กที่เกิดตามขึ้นมาด้วยคือ

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

ในสารใด ๆ ก็ความ  $\vec{B}$  จะเปลี่ยนแปลงไปตามโค้ง OA ในรูป 4.44 ดังนั้น  $B/H$  ไม่คงที่อธิบายได้ว่า เมื่อ  $H$  มีค่าน้อย, การเรียงตัวของโดเมนจะยังมีจำนวนน้อยมาก แต่เมื่อ  $H$  เพิ่มถึงค่าหนึ่ง โดเมนนั้นจะเริ่มเปลี่ยนแปลงทิศทางอันสับสนมาเป็นการเรียงตัวใหม่ตาม



รูปที่ 4.44 เส้นโค้งแสดงความเป็นแม่เหล็กของสารแม่เหล็กเฟอร์โร

แนวของสนาม  $\vec{H}$  เป็นผลให้  $\vec{B}$  เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เพราะมาจากการเพิ่มแมกเนโตเซชัน  $\vec{M}$  ของสาร จนถึงค่าหนึ่งของ  $\vec{H}$  โดเมนทั้งหมดจะเรียงตัวเป็นระเบียบ ความเข้มแม่เหล็กของสารจะสูงขึ้นต่อไปอีกไม่ได้ พูดได้ว่า สารนั้นถึงภาวะอิ่มตัว และ  $\vec{M}$  จะมีค่าสูงสุดในตอน นี้ การเพิ่ม  $\vec{H}$  จะทำให้  $\vec{B}$  เพิ่มขึ้นอย่างเดียว (หรือกระแสของขดลวด)

ถ้าที่จุด B ของเส้นโค้ง สนาม  $\vec{H}$  ลดลง (โดยการลดปริมาณกระแสในขดลวด) สารจะไม่แสดงคุณสมบัติตามส่วนโค้ง OB แต่กลับแสดงคุณสมบัติตามแนว BC เมื่อ  $\vec{H}$  เป็นศูนย์สนาม  $\vec{B}$  จะยังคงมีค่าเท่า OC ซึ่งให้อำนาจการเป็นแม่เหล็กของสารที่ยังคงเหลือค้างอยู่ (residual magnetization) มี  $M_{res}$  เป็นสัญลักษณ์ จะอธิบายส่วนที่เหลือได้จากความจริงที่ว่า เมื่อกระแสเป็นศูนย์ อาการเคลื่อนไหวเนื่องจากความร้อนมีค่าไม่มากพอที่จะทำให้ลายระเบียบของโดเมนได้อย่างสมบูรณ์ อย่างไรก็ตามถ้าทำให้สารร้อนขึ้น อำนาจแม่เหล็กที่เหลือค้างอยู่จะสูญหายไปอย่างรวดเร็ว

เมื่อความสัมพันธ์  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  เป็นจริง แทนที่จะใช้สมการ (4.45) เราอาจเขียนได้ว่า

$$\oint_L \frac{1}{\mu} \vec{B} \cdot d\vec{l} = I_{free}$$

ถ้าตัวกลางเป็นเนื้อเดียวกันตลอด  $\mu$  จะคงที่ เซอร์คิวเลชันของสนามแม่เหล็กจะเป็น

$$\Gamma_B = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I_{free} \tag{4.51}$$

ผลที่ได้นี้ เป็นแบบเดียวกันกับกฎของแอมแปร์ สมการ (4.37) นอกจากใช้กระแสอิสระแทน กระแสรวม และแทนค่า  $\mu$  ด้วย  $\mu_0$  เราอาจสรุปได้ว่า ผลของสารที่ทำให้เป็นแม่เหล็ก ต่อสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  มีค่าคำนวณได้ โดยการแทน  $\mu_0$  ด้วย  $\mu$  เช่น สนามแม่เหล็กของกระแส  $I$  ในเส้นลวดตรงที่ฝังตัวอยู่ในตัวกลางจะเป็น

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r} \quad (4.52)$$

แทนที่จะเป็นค่าที่ให้ไว้แล้วในสมการ (3.24)

#### 4.19 สรุปกฎสำหรับสนามคงที่หรือสนามที่อยู่นิ่ง

ในบทนี้ เราได้พูดถึงสนามทั้งไฟฟ้าและแม่เหล็กที่อยู่นิ่งแยกจากกัน โดยไม่มีความสัมพันธ์ ระหว่างสนามทั้งสอง นอกจากว่า ต้นกำเนิดของสนามไฟฟ้า คือประจุไฟฟ้าและต้นกำเนิดของ สนามแม่เหล็ก คือกระแสไฟฟ้า จึงใช้สมการสองชุดซึ่งปรากฏในตาราง 4.4 สมการเหล่านี้จะ ช่วยให้หาสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ได้ ถ้าทราบค่าประจุและกระแส หรือในทาง ตรงกันข้ามถ้าทราบ  $\vec{E}$  และ  $\vec{B}$  จึงปรากฏว่าพิจารณาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กสถิตได้เป็น 2 กรณีที่ไม่เกี่ยวข้องกัน แม้จะเห็นว่าไม่เป็นความจริงจากบทที่ 3 เราก็ค้นหากฎเกณฑ์สำหรับ ความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่วัดได้โดยผู้สังเกต 2 คน ที่กำลังเคลื่อนที่อย่าง สมบูรณ์สัมพันธ์กัน ใช้การแปลงรูปของลอเรนซ์ (Lorentz transformation) ซึ่งพบว่า  $\vec{E}$  และ  $\vec{B}$  มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เราอาจหวังได้ว่าในกรณีที่สนามมีค่าขึ้นต่อเวลา สมการต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วจะต้องดัดแปลงแก้ไขอีก จะเรียนรู้ถึงการดัดแปลงได้ในบทต่อไป ซึ่งเราจะได้สมการชุดใหม่ ที่มีรากฐานจากการทดลองที่เห็นได้ชัดซึ่งจะต่อเนื่องไปจากสมการ ต่าง ๆ ในตาราง 4.4 ต่อไป

ตารางที่ 4.4

สมการของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่คงที่

1. สมการของเกาส์สำหรับสนามไฟฟ้า สมการ (4.8)	$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n}_N dS = \frac{q}{\epsilon_0}$
2. สมการของเกาส์สำหรับสนามแม่เหล็ก สมการ (4.42)	$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n}_N dS = 0$
3. เซอร์คิวเลชันของสนามไฟฟ้า สมการ (4.7)	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
4. เซอร์คิวเลชันของสนามแม่เหล็ก (กฎของแอมแปร์) สมการ (4.37)	$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$