

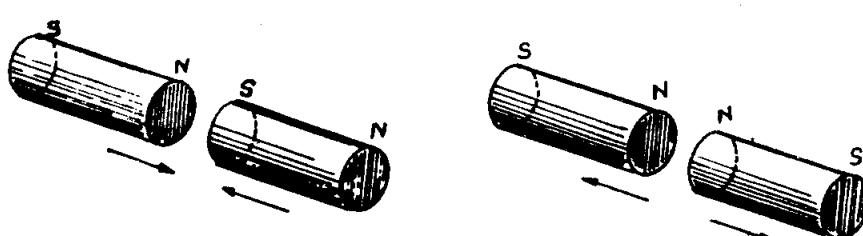
## บทที่ 3 แรงแม่เหล็ก

### 3.1 บทนำ

เป็นเวลาหลายศตวรรษก่อนคริสต์ก้าล มุชย์พบว่า แร่เหล็ก เช่น lode stone สามารถดูดซูดเหล็กเล็ก ๆ ได้ สมบัตินี้เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติในแร่เหล็ก โคบอลต์ แมงกานีสและแร่สมของโลหะเหล่านี้ สมบัตินี้ไม่เกี่ยวกับแรงดึงดูดของโลก แต่ก็ไม่ใช่ว่าจะพบในหดถูกชนิดตามธรรมชาติ ปรากฏว่า มีอ่านานี้แรงเป็นบางแห่งในก้อนศินแร่ นอกจานันน์ซึ่งไม่เกี่ยวกับแรงไฟฟ้าอิเล็กทรอนิกส์ แรงดึงดูดที่มีอยู่ในแม่เหล็ก ตามสมบัติทางฟิสิกส์ของมันบริเวณที่มีอ่านานี้แม่เหล็กสูงสุด เรียก ข้อแม่เหล็ก รัศมีที่มีอ่านานี้แม่เหล็ก เรียกว่า แม่เหล็ก

โลกเป็นแม่เหล็กขนาดใหญ่ ถ้าเราแขวนห้อนแม่เหล็กที่ให้ตามบนผิวโลก และปล่อยให้มันหมุนให้อย่างอิสระรอบแกนตั้ง เมื่อหยุดแล้ว แห่งแม่เหล็กนั้นจะวางศูนย์กลางไว้ในทิศทางเดียวที่เรียกว่า "ทิศทางภูมิศาสตร์" สมอ เป็นผลที่แสดงว่าโลกมีแรงกระทำต่อแห่งแม่เหล็กและไม่กระทำต่อรัศมีที่ไม่เป็นแม่เหล็ก

จากการทดลองยังแสดงได้ว่า มีข้อแม่เหล็ก 2 ชนิด ซึ่งเราใช้เครื่องหมาย บวก และลบ หรือยักษร N และ S แทนข้อแม่เหล็กที่เนื้อและข้อแม่เหล็กที่ได้ตามลักษณะ ถ้าเรานำแห่งแม่เหล็ก 2 แห่งวางไว้ดังแสดงในรูป 3.1 แห่งแม่เหล็กจะผลักหรือดูดซึ่งกันและกันซึ่งกับการวางให้ข้อแม่เหล็ก กันหรือต่างกันเข้าหากัน ซึ่งเราสรุปจากการทดลองได้ว่า "แรงกระทำระหว่างข้อแม่เหล็กกัน คือ แรงกระทำที่ดึงดูดกัน แรงกระทำที่ดันกัน"



รูปที่ 3.1 แรงกระทำระหว่างรัศมีที่ทำให้เป็นแม่เหล็ก

ขึ้นต่อไป เรายังรักก้าวสังขัยแม่เหล็กโดยกำหนดค่าที่เรียกว่ามวลแม่เหล็กหรือประจุแม่เหล็กนี้ แล้วหาปริมาณที่ซึ่งกับแรงแม่เหล็ก ณ จุดต่าง ๆ ระหว่างขัยแม่เหล็กอุ่มนี้ ๆ ก่อนที่นักพัฒน์จะเข้าใจธรรมชาติของแม่เหล็กก็ได้ใช้อธิการดังกล่าวมาก่อน แต่ถึงอย่างไรก็ตาม ยังมีความยุ่งยากเกิดขึ้นเมื่อต้องการวัดเพื่อหาค่า เป็นศูนย์ แม้ว่าความสามารถแยกประจุไฟฟ้า บางและลบนอกจากกลุ่มประจุที่อยู่ด้วยกันและมีจำนวนมากได้ แต่เรา ก็ไม่สามารถแยกขัยแม่เหล็กออกเป็นขัย เดียวหรือหน่วยขัยที่เป็นเพียงขัยเดียว หรือขัยใดเพียงชนิดเดียวได้

แม่เหล็กมีขัยอุ่นเป็นคู่ มีขนาดเท่ากันและต่างชนิดกัน คำว่าขัยแม่เหล็กและมวลแม่เหล็ก ในมีประโภชณ์ที่จะใช้อธิบายอันน้ำด้วยแม่เหล็ก แรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็กมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ความจริงมีเพียงสองปัจจัยที่บอกสมบัติของวัตถุและประจุไฟฟ้านี้คือแม่เหล็กเป็นผลจากการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้า แรงไฟฟ้าและแม่เหล็กจะต้องมีการมาร่วมกัน ภายใต้ชื่อร่วมที่เรียกว่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electro magnetic interaction)

### 3.2 แรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในปริภูมิกำลังเคลื่อนที่

เมื่อเราสังเกตแรงระหว่างแม่เหล็ก ซึ่งอาจพูดได้ว่าคล้ายกับการมีของความโน้มถ่วงและทางไฟฟ้า นั่นคือ แม่เหล็กสร้างสนามแม่เหล็กในบริเวณรอบ ๆ หัวมันเอง เมื่อเราวางประจุไฟฟ้าให้อยู่ในสนามแม่เหล็ก จะไม่ปรากฏแรงดึงดูดที่ต่อประจุนั้น แต่เมื่อประจุไฟฟ้าเคลื่อนที่ในบริเวณซึ่งมีสนามแม่เหล็กจะพบว่ามีแรงเกิดขึ้นบนประจุไฟฟ้า นอกจากนี้อีกแรงโน้มถ่วงและแรงไฟฟ้า

ที่สำคัญนี้ ๆ ในสนามแม่เหล็ก วัดแรงที่เกิดขึ้นเมื่อจากประจุไฟฟ้าขนาดต่าง ๆ ที่เคลื่อนที่ในทิศทางต่าง ๆ กัน เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างแรง ประจุและความเร็วซึ่งเราสรุปได้ว่า “แรงที่เกิดจากสนามแม่เหล็ก ต่อประจุไฟฟ้าที่กำลังเคลื่อนที่จะเป็นสัดส่วนกับประจุไฟฟ้าและความเร็วของมัน และทิศทางของแรงจะต้องออกจากกับความเร็วของประจุ”

เราอาจจะเขียนความสัมพันธ์ของแรง  $F$  กระทำบนประจุ  $q$  ที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v$  ในสนามแม่เหล็ก ในรูปดังทางขวา เครื่อง ได้ดังนี้

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (3.1)$$

ซึ่งตรงกันที่ได้จากการทดลองข้างต้น ในที่นี่  $\vec{B}$  เป็นปริมาณเวคเตอร์ ณ ตำแหน่งนี้ ๆ โดยการเปลี่ยนแปลงกันค่า  $F$  ที่รักได้ อันเกิดจาก  $q$  และ  $v$  ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  อาจจะมีค่าต่างกันได้ แต่ทุกตำแหน่ง จะพบว่า สำหรับประจุทุกตัวที่มีความเร็ว  $\vec{v}$  ให้ผลเหมือนกันทั้งนั้นสมการ (3.1) จึงเป็นสมการที่ให้คำจำกัดความของ  $\vec{B}$  และใช้อธิบาย

คุณสมบัติของสนามแม่เหล็กซึ่งเราระเรียนก่อน ความเข้มของสนามแม่เหล็ก (magnetic field strength)

เมื่อมนูกาค เคลื่อนที่ในบริเวณซึ่งมีทิศสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก แรงทั้งหมดจะเป็นผลรวมของแรงที่กระทำโดยสนามไฟฟ้า  $q \vec{E}$  และแรงแม่เหล็ก  $q \vec{v} \times \vec{B}$  นั่นคือ

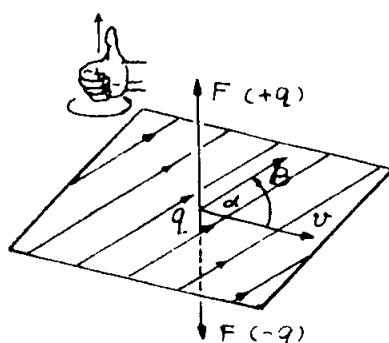
$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.2)$$

สมการนี้ให้ค่าของแรงเรียกว่า Lorentz force

เพราสัมบัติของผลรวมทางเวคเตอร์ สมการ (3.1) แสดงให้เห็นว่า แรงดังกล่าว กับ ทิศที่เคลื่อนมาแล้ว และยังหักกับทิศของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ซึ่งด้วย สมการ (3.1) ยังแสดงได้อีกด้วย ว่า ถ้า  $\vec{v}$  ขนานกับ  $\vec{B}$  แล้ว แรงจะเป็นศูนย์ ความจริงจะสังเกตได้ว่าที่แต่ละตำแหน่งใน สนามแม่เหล็ก จะมีทิศของการเคลื่อนที่แท้จริงอยู่แนวนี้ซึ่งจะไม่มีแรงกระทำบนประจุที่กำลัง เคลื่อนที่ ทิศทางนี้ก็คือ ทิศของสนามแม่เหล็กที่จุดนั้น รูปที่ 3.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง เวคเตอร์ทั้งสาม ซึ่งได้แก่  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  และ  $\vec{F}$  ของทั้งประจุบวกและลบ ตามรูปแสดงกฎมือขวา เพื่อใช้คำจำกัดความของแรง

ถ้า  $\alpha$  เป็นมุมระหว่าง  $\vec{v}$  และ  $\vec{B}$   $\vec{F}$  จะมีขนาดเป็น

$$F = q v B \sin \alpha \quad (3.3)$$



รูปที่ 3.2 เวคเตอร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงแม่เหล็ก  
สนามแม่เหล็ก และความเร็วของประจุ

แรงที่มากที่สุดจะเกิดขึ้นเมื่อ  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  หรือ ซึ่งจากกับ  $\vec{B}$  เป็นผลให้

$$F = q v \vec{B} \quad (3.4)$$

แรงเป็นศูนย์ เมื่อ  $\alpha = 0$  หรือเมื่อ ซึ่งงานกับ  $\vec{B}$  ตั้ง เช่น ที่กล่าวไว้แล้ว

จากสมการ (3.1) เรื่องอาจเขียนหน่วยของสนามแม่เหล็กได้ว่า  $N/Cms^{-1}$  หรือ  $kg s^{-1} C^{-1}$  หน่วยนี้เรียก เทสลา (tesal) มีลักษณะ T เพื่อเป็นเกียรติแก่ริศวกรชาวอเมริกันเชื้อสายยุโรปลาเวีย ชื่อ นิโคลาส เทสลา (Nicholas Tesla 1856-1943) นั่นคือ

$$T = kg s^{-1} C^{-1}$$

1 เทสลา หมายถึง สนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดแรง 1 นิวตันบนประจุ 1 库ลombs ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 1 เมตรต่อวินาที ในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

เพราแรงแม่เหล็ก  $F = q \vec{v} \times \vec{B}$  มีทิศทางตั้งฉากกับความเร็ว งานจึงเป็นศูนย์ ดังนั้น พลังงานจลน์ของอนุภาคจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

**ตัวอย่างที่ 3.1** แรงที่กระทำบน proton ในรังสีคอสมิกที่ผ่านเข้าไปในสนามแม่เหล็กโลก สมมุติว่า proton เคลื่อนที่ไปในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กด้วยความเร็ว  $10^7$  เมตรต่อวินาที

ความเข้มของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ใกล้ดาวโลกที่เล็กสุดมีค่าประมาณ  $1.3 \times 10^{-5} T$ , proton มีประจุไฟฟ้า  $q = +e = 1.6 \times 10^{-19} C$  ดังนั้นแรงกระทำบน proton จะมีค่า大概是 ได้ดังนี้

$$\text{ใช้สมการ (3.4)} \quad F = q v \vec{B} = 2.1 \times 10^{-17} N$$

ประมาณ  $10^9$  เท่าของแรงซึ่งเกิดจากความโน้มถ่วงของโลก

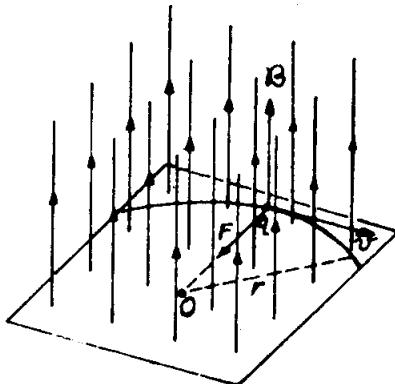
$$m_p g \approx 1.6 \times 10^{-26} N$$

ความเร่งอันเนื่องมาจากการกระทำด้วยแรง  $a = \frac{F}{m} = 1.2 \times 10^{10} ms^{-2}$

ดังนั้น ความเร่งเนื่องจากแรงแม่เหล็กของ proton จะเป็น  $10^9$  เท่าของความเร่งจาก ความโน้มถ่วง

### 3.3 การเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็กที่มีค่าคงที่

พิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็กที่ล้มม้วนเสมอ ซึ่งหมายถึงสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มเท่ากันและมีศูนย์กลางเดียวกันตลอดบริเวณ เพื่อความสะดวก เรายังพิจารณากรดที่อนุภาคเคลื่อนที่ในทิศทางตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กกันก่อนดังรูป 3.3 แรงมีค่าจากกราฟนวัตกรรมสมการ (3.4) และเพร率แรงมีทิศตั้งฉากกับความเร็ว ผลก็คือความเร็วจะเปลี่ยนทิศทางโดยไม่เปลี่ยนขนาด ทำให้ออนุภาคเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยความเร็วคงที่ ความเร่ง



รูปที่ 3.3 ประจุเคลื่อนที่เป็นทางโค้ง เพราะมีความเร็วในทิศตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก

เป็นความเร่งสู่ศูนย์กลาง และใช้สมการการเคลื่อนที่ตามที่เคยทราบมาแล้ว เราได้  $F = \frac{mv^2}{r}$   
แต่  $F$  อาจคำนวณจากสมการ (3.4) ได้ด้วย งั้นเขียนได้ว่า

$$\frac{mv^2}{r} = q v B$$

ซึ่งปรบุได้เป็น  $r = \frac{mv}{qB}$  (3.5)

เป็นสมการสำหรับใช้คำนวณรัศมีของวงกลมซึ่งเป็นทางเคลื่อนที่ของอนุภาค หงษ์หัวอย่างใช้ข้อมูลของหัวอย่าง 3.1 ก็จะเห็นว่าไปรดอนร่องเป็นวงกลมรัศมี  $8 \times 10^{-3}$  เมตร ถ้าสนามล้มม้วน  
สมการ (3.5) บังบองเราได้ยิ่งกว่า เล่นโถงทางเดินของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก  
ซึ่งกับพลังงานของอนุภาค ถ้าพลังงานทรหดโมเมนตัม ( $p = mv$ ) มากซึ่ง รัศมีของทางเดินจะ  
มากซึ่งและความโถงจะน้อยลง

โดยการแทนค่า  $v = \omega r$  ลงในสมการ (3.5) เมื่อ  $\omega$  เป็นความเร็วเชิงมุมของอนุภาค เราจะได้

$$\omega = \frac{q}{m} B \quad (3.6)$$

ดังนั้น ความเร็วเชิงมุม  $\omega$  จึงไม่ขึ้นกับความเร็วเชิงเส้น  $v$  และจะขึ้นกับอัตราส่วน  $\frac{q}{m}$  และสนาม  $B$  สมการ (3.6) จะให้ข้อความของ  $\omega$  ไม่ใช่ทิศทาง จากที่เราเคยทราบมาแล้วว่าความเร่งในการเคลื่อนที่เป็นวงโคจรอย่างสม่ำเสมอ อาจจะเขียนเป็นรูปเวคเตอร์ได้ว่า

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v}$$

ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่  $\vec{r} = m\vec{a}$  จะกลายเป็น

$$m\vec{\omega} \times \vec{v} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

หรือกลับตัวอย่างเวคเตอร์ทางขวาของสมการ แล้วหารด้วย  $m$  จะได้

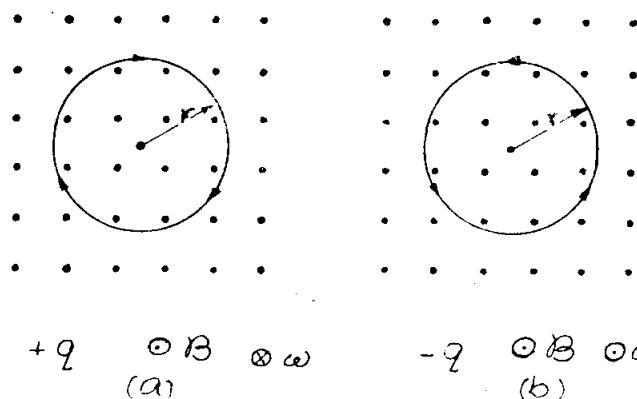
$$\vec{\omega} \times \vec{v} = -\left(\frac{q}{m}\right)\vec{B} \times \vec{v}$$

$$\vec{\omega} = -\left(\frac{q}{m}\right)\vec{B} \quad (3.7)$$

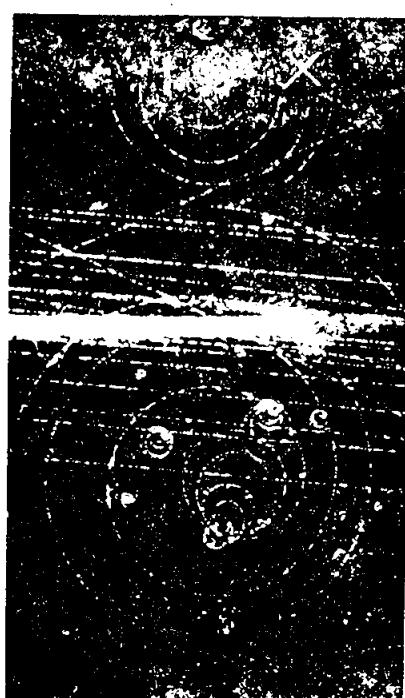
จะได้ค่า  $\omega$  ทั้งขนาดและทิศทาง เครื่องหมายหนบวกกว่า  $\omega$  มีทิศทางตรงข้ามกับ  $\vec{B}$  สำหรับประจุบวก และ  $\omega$  กับ  $\vec{B}$  จะมีทิศทางเหมือนกันสำหรับประจุลบ เราเรียก  $\omega$  ว่า ความถี่ของไซโคลotron (cyclotron frequency) จะได้อธิบายในหัวข้อ 3.4 (c) ต่อไป

เราจะแทนทิศทางของสนามที่ตั้งฉากกับกระดานเป็นอุป (.) ถ้ามีทิศพุ่งออกจากระดานเข้าสู่ผู้อ่าน และกากบาท (x) ถ้าพุ่งเข้าไปในกระดาน รูป 3.4(a) แสดงทางเดินของประจุบวกและ 3.4(b) เป็นของประจุลบ ประจุเคลื่อนที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ และตั้งฉากกับหน้ากระดาน ใน (a) (+) มีทิศพุ่งเข้าไปในกระดานและ (b) พุ่งออกจากกระดานไปยังผู้อ่าน

เมื่อไอออนเดินทางเบนโค้งไปเมื่ออุปในสนามแม่เหล็ก เป็นริชท์ใช้ในการพิจารณาได้ว่า ประจุจะเป็นวงหรือลักษณะที่ค่อนข้างการเคลื่อนที่ รูปที่ 3.5 แสดงทางเดินของอนุภาคที่มีประจุโดยใช้คลาวด์ชัมเบอร์ (cloud chamber) วางในสนามแม่เหล็กที่มีความเข้มสูง ทางเดินของอนุภาคที่มีประจุจะเป็นไปทิศหนึ่งในสองทิศที่ต้องกันข้ามกัน ซึ่งให้เห็นว่าบางอนุภาคมีประจุบวก และบางอนุภาคมีประจุลบ อาจจะสังเกตได้ว่า บางอนุภาควิ่งวนเป็นก้นหอยโดยมีรัศมีลดลง ซึ่งแสดงว่า อนุภาควิ่งข้าลง เพราะวิ่งชนกับโมเลกุลของก๊าซเป็นผลปรากฏว่ารัศมีของวงโคจรลดลง



รูปที่ 3.4 ประจุบากและบริ่งเปิงกลมในนามแย່บหลักม້າເສມວ



รูปที่ 3.5 ภาพถ่ายทางเดินของอนุภาคที่มีประจุในคลาวด์ชั่วคราว

ผลจากหัวอย่างมีน้ำไปสู่การคันหนอนโพซิตรอน (positron) ในรังสีคอสมิก โพซิตรอนเป็นอนุภาคทึบฐานที่มีมวล  $\frac{m}{e}$  เท่ากับอิเล็กตรอน แต่มีประจุ + e

นักฟิสิกษาอเมริกันชื่อ คาร์ล ดี แอนเดอร์สัน (Carl D, Anderson 1905-) เป็นผู้ค้นพบโพซิตรอน ซึ่งนักฟิสิกษาอังกฤษ พอล เอ อิงค์เรก (Paul A.M. Dirac 1902) ได้เคยพยากรณ์ไว้แล้ว 2-3 ปีก่อนการค้นพบ ในปี 1932 แอนเดอร์สันได้ถ่ายรูปไว้ดังรูป 3.6



รูปที่ 3.6 ภาพถ่ายจากคลาวด์เซมเบอร์ของแอนเดอร์สัน

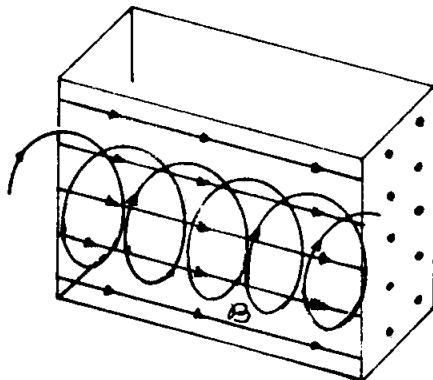
ตามรูป แสดงความแปรเวรสัปศิอ แผ่นตะกั่วหนา 0.6 ซม. ซึ่งสอดอยู่ภายในคลาวด์เซมเบอร์ และอนุภาคพุ่งผ่านแผ่นตะกั่วมีไปทางเดินของอนุภาคส่วนล่าง เป็นวงโค้งน้อยกว่าส่วนบน ซึ่งให้เห็นว่าอนุภาคที่ร่วงเข้าส่วนบนมีความเร็วและพลังงานน้อยกว่าส่วนที่รึ่งลงส่วนล่าง ดังนั้นมีอนุภาคจะเคลื่อนที่ขึ้นข้างบน จะต้องเสียพลังงานในการเคลื่อนที่ผ่านแผ่นตะกั่ว ส่วนโค้งของทางเดินของอนุภาคและลักษณะการเคลื่อนที่เทียบกับสนามแม่เหล็กแสดงว่าอนุภาคเป็นบวก มองดูทางเดินคล้ายกับของอิเล็กตรอนมาก แต่เป็นอิเล็กตรอนที่มีประจุบวก จากสมการ (3.5) ซึ่งนัดว่า

$$p = mv = q Br$$

ดังนั้น ถ้าเราตัด r จากภาพถ่ายและให้  $q = e$  เราอาจจะหา p ได้โดยการคำนวณ จะพบว่า p มีขนาดเทียบได้กับอนุภาค ซึ่งมีมวลเช่นเดียวกับอิเล็กตรอน รายละเอียดของการริเคราะห์ทำให้เราสามารถถูกความเร็วของอนุภาคและมวล  $\frac{m}{e}$  ได้ และได้พบความจริงว่ามวลของโพซิตรอนเท่ากับมวลของอิเล็กตรอน

ถ้าอนุภาคที่มีประจุตึงดันเคลื่อนที่ในทิศทางซึ่งไม่ตึงจากกับสนามแม่เหล็ก เราอาจจะแยกความเร็วเป็นความเร็วในทิศทางที่ขวางและตึงจากกับสนามแม่เหล็ก ความเร็วย่อยในแนวราบ

ไม่เปลี่ยนแปลงแต่อย่างไร ส่วนความเร็วในแนวตั้งจะจะเปลี่ยนแปลงทิศทางเรื่อยๆ ไป แต่ขนาดคงเดิม การเคลื่อนที่จึงเป็นผลรวมของการเคลื่อนที่อย่างสม่ำเสมอของขนาดกับสนาม และการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรอบสนามด้วยความเร็ว เชิงมุมซึ่งคำนวณได้ตามที่ให้ไว้ในสมการ (3.6) ทางเดินจะเป็นรูปเกลี้ยงสปริง (helix) ดังแสดงในรูป 3.7 สำหรับไอย่อนบวก



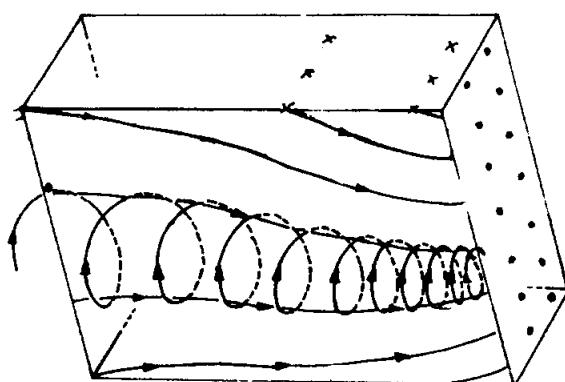
รูปที่ 3.7 ทางเดินของไอย่อนบวกเป็นรูปเกลี้ยงสปริง

### 3.4 การเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ

เราจะพิจารณากรณีของอนุภาคเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็กซึ่งไม่สม่ำเสมอ จากสมการ 3.5 เราทราบว่า

$$r = \frac{mv}{qB}$$

ซึ่งแสดงว่า ยิ่งสนามแม่เหล็กแรงขึ้น รัศมีทางเดินของอนุภาคที่มีประจุจะยิ่งเล็กลง ดังนั้นถ้า สนามแม่เหล็กไม่สม่ำเสมอ ทางเดินจะไม่เป็นวงกลม รูป 3.8 แสดงสนามแม่เหล็กมีทิศจาก ข้างไปขวา และมีความเข้มเพิ่มขึ้น ทำให้ความเข้มทางขวาสูงกว่าทางซ้าย ดังนั้นมืออยู่

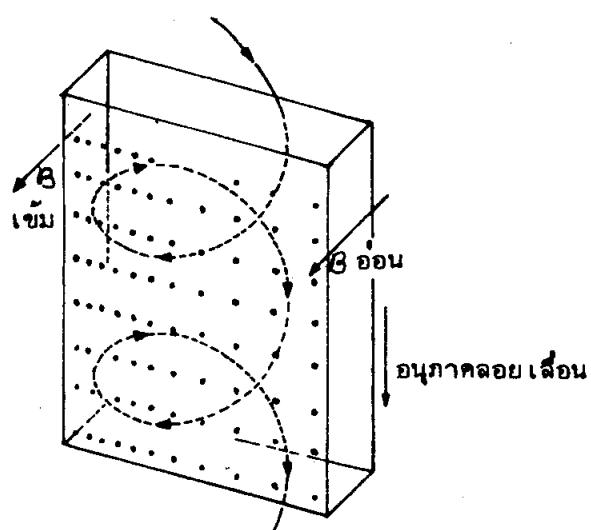


รูปที่ 3.8 ทางเดินของไอย่อนบวกในสนามแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ

อนุภาคที่มีประจุเข้าไปทางห้องข่ายมีของสنانม อนุภาคจะเคลื่อนที่เป็นรูปเกลียวสปริง โดยมีรัศมีล็อกลงเรื่อย ๆ ส่วนที่เราจะดูในวันนี้ก็คือรายละเอียดมากกว่านี้

จากรูป 3.8 ชุดได้ว่า องค์ประกอบของความเร็วในแนวนานาภัยสنانจะไม่คงที่ แต่จะล็อกลง ดังนั้นช่วงห่าง (pitch) ของเกลียวสปริงจะลดลงด้วย เมื่ออนุภาคเคลื่อนที่ไปในห้องทางที่มีความเข้มของสنانมเพิ่มขึ้น อันให้สنانมแม่เหล็กเป็นช่วงยาวพอดี ความเร็วในแนวนานาจะลดลงจนถึงศูนย์ แล้วอนุภาคก็จะถูกบังคับให้เคลื่อนที่กลับ หรือรีส่วนภัยสنانมแม่เหล็ก เมื่อสنانมแม่เหล็กมีความเข้มเพิ่มขึ้น มันจะทำตัวเหมือนกับเป็นตัวสะท้อนของอนุภาคที่มีประจุหรือนิยมเรียกันว่า กระเจกแม่เหล็ก ผลนี้มีประโยชน์ในการใช้เพื่อบังคับการรวมกลุ่มประจุอิเล็กตรอน (ionized gas) หรือพลาสม่า

ลักษณะนี้จะแสดงในรูป 3.9 ซึ่งให้สنانมแม่เหล็กตั้งฉากกับหน้ากระดาษและมีความเข้มเพิ่มขึ้นจากขวาไปซ้าย เมื่อไอโอนบวกเข้าไปในห้องทางสنانมแม่เหล็กตั้งแสดงในรูปแล้ว

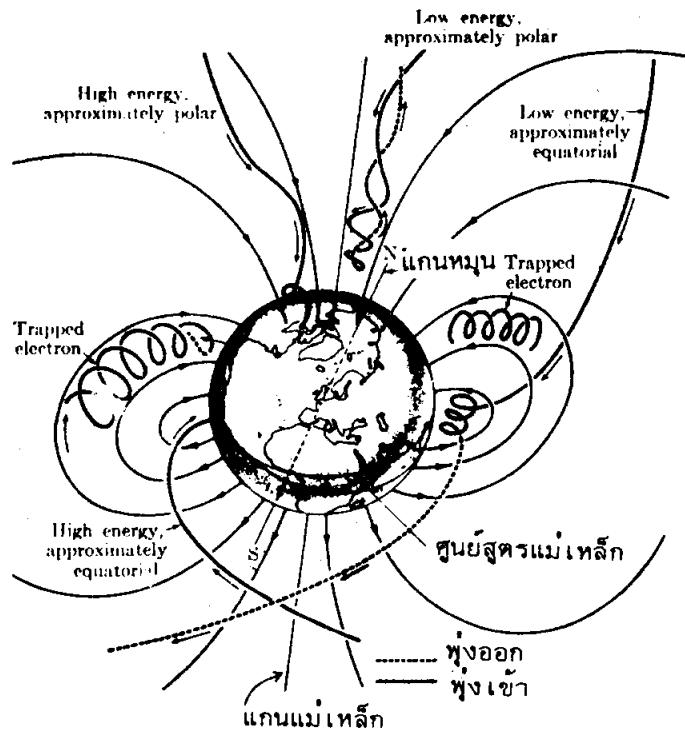


รูปที่ 3.9 ทางเดินของไอโอนที่อยู่เฉือนผ่านสنانมแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอ

จะเห็นว่า ทางซ้ายซึ่งสنانมเข้ม ทางเดินโดยก่อว่าทางขวาซึ่งความเข้มน้อยกว่า ทางเดินไม่เป็นทางปีกและอนุภาครึ่งผ่านสنانมในแนวตั้งจากกับห้องทางซึ่งสنانมแม่เหล็กเพิ่มขึ้น

ตัวอย่างที่น่าสนใจของการเคลื่อนที่ของไอโอนในสنانมที่ไม่คงที่ เช่นการถืออนุภาคที่มีประจุ

จากนอกโลกกลงสู่โลก รวมถึงส่วนที่เรียกว่ารังสีคอสมิก รูป 3.10 แสดงเส้นแรงสนามแม่เหล็ก

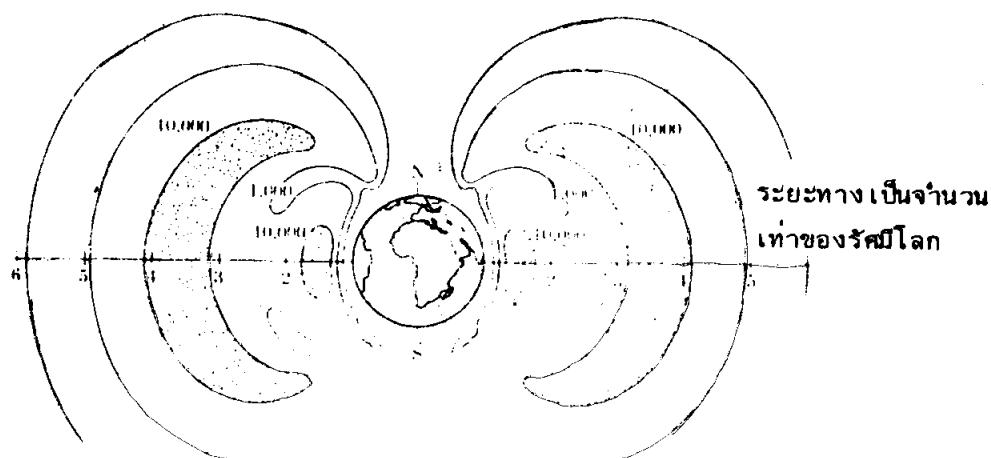


รูปที่ 3.10 อาการของอนุภาครังสีคอสมิกที่มีประจุในบริเวณสนามแม่เหล็กโลก

โลก อนุภาคหล่นลงมาตามแกนแม่เหล็กของโลกจะไม่เบนไปแต่อย่างใดจนถึงผิวโลก เมื่อวัตถุนั้นจะมีพลังงานน้อยเพียงใดก็ตาม อนุภาคที่ตกลงมากทำมุ่งกับแกนแม่เหล็กโลกทำให้เกิดทางเดิน เป็นรูปเกลียวลับปริ้ง และอนุภาคที่เคลื่อนที่ข้ามมาก อาจจะเบนไปมากจนมันไม่ตกรถึงผิวโลก ส่วนที่มาถึงศูนย์สูตรแม่เหล็กโลกจะเกิดการเลี้ยวเบนมากที่สุด เพราะว่ามันเคลื่อนที่ในระนาบที่ตั้งฉากกับสนามแม่เหล็ก ดังนั้นในแถบศูนย์สูตรแม่เหล็กจะมีแต่อนุภาคที่มีพลังงานมากเท่านั้นที่จะมาถึงผิวโลกได้ ผู้อึดอัดที่มีความสามารถพิเศษในการตัดสินใจจะเลือกที่จะเดินทางไปตามทางเดินนี้ ถ้าสามารถเดินทางไปถึงผิวโลกได้ จะมีค่าสูงขึ้น ถ้าสำรวจจากแถบแกนแม่เหล็กโลกไปยังแถบเส้นศูนย์สูตรแม่เหล็กโลก

ผลของการที่มีของสนามแม่เหล็กโลกก็คือ ลักษณะสมมาตรระหว่างวันออก-ตะวันตก ของรังสีคอสมิก สนามแม่เหล็กโลกจะทำให้อุบัติการณ์ที่มีเครื่องหมายลับกันเบนไปในทิศตรงกันข้าม ถ้าจำนวนอนุภาคประจุบวกในรังสีคอสมิกมากถึงผิวโลกไม่เท่าจำนวนอนุภาคประจุลบ ย่อมจะสังเกตได้ว่ารังสีคอสมิกที่ผุ่งเข้ามาทางทิศตะวันออกจะมีความเข้มค้างกันไปจากตะวันตกของ

ทำบล็อก ผลจากการทดลองพบว่า อนุภาคส่วนใหญ่ที่เราได้รับเป็นอนุภาคที่มีประจุบวก



รูปที่ 3.11 เส้นที่บอกรั้นความหนาแน่นไอออนเท่ากัน

แถบรังสีแวนอลเลน (Van allen radiation belts) เป็นตัวอย่างอีกอันหนึ่งที่แสดงว่า อนุภาคcosmicที่มีประจุ มีปฏิกิริยา กับ สนามแม่เหล็กโลก (รูป 3.11) แถบนี้ประกอบด้วย อนุภาคมีประจุเคลื่อนที่อย่างรวดเร็ว ส่วนใหญ่เป็นอิเลกตรอนและไพร่อนซึ่งเข้ามาติดบ่วงอยู่ ในสนามแม่เหล็กโลก แถบในมีบริเวณประมาณ 800 กิโลเมตร (600 ไมล์) ถึงประมาณ 4,000 กิโลเมตร (2,500 ไมล์) เหนือผิวโลก ส่วนแถบนอกเริ่มบริเวณประมาณ 60,000 กิโลเมตรจากโลก มีผู้พบแถบตั้งแต่ปี 1958 จากโครงการสำรวจโดยดาวเทียมชื่อ ไพโอเนียร์ 3 เพื่อให้เข้าใจว่า อนุภาคที่มีประจุเข้าไปติดบ่วงอยู่ในแถบแวนอลเลนได้อย่างไรนั้น จะต้องได้จากตัวอย่างต่อไปนี้ สมมุติให้อิเลกตรอนอิสระที่เกิดขึ้นจากอะตอนศักดิ์สิทธิ์กับรังสีค.osmicที่ระดับสูง เหนือพื้นโลกหลาย ๆ ไมล์ องค์ประกอบของความเร็วที่ตั้งจากกับสนามแม่เหล็กโลกทำให้อิเลกตรอนเคลื่อนที่ไปเป็นทางโค้ง และความเข้มของสนามจะมากขึ้นเมื่อเข้าใกล้ผิวโลกยิ่งขึ้น ผลของการเคลื่อนที่จะเป็นเช่นเดียวกับที่แสดงในรูป 3.9 โดยอิเลกตรอนจะเลื่อนไปทางทิศตะวันออกทิลันอย เพาะะเป็นประจุลบ (สำหรับประจุบวกจะเสื่อมไปทางทิศตะวันตก) ต่อไปนี้ถือว่าเป็นค่าประกอบของความเร็วอิเลกตรอนที่ขานกับสนามแม่เหล็กโลก ทำให้เกิดทางเดินวงกั้นหอยไปยังขั้วที่มีความลึกแรงแม่เหล็ก เหมือนที่แสดงในรูป 3.7 ความเข้ม

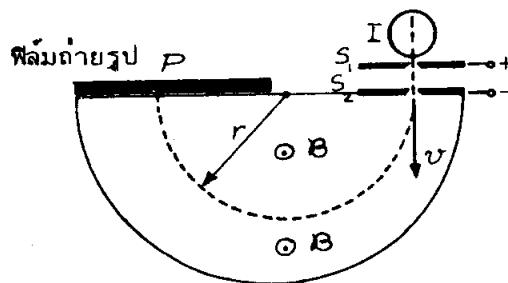
ของสนามแม่เหล็กเพื่อป้องกันเมื่อไกลเข้าโลกเหมือนหรือข้าวโลกได้ ทำให้เกสิยาของทางเดินถีและชิดกันมากขึ้น ขณะเดียวกันองค์ประกอบของความเร็วในแนวขานานลดลง ดังที่อธิบายเกี่ยวกับผลของกระจุแม่เหล็ก ดังรูป 3.8 อิเลกตรอนแต่ละตัวไปถึงข้าวแม่เหล็กทางด้านหนึ่ง หรือได้ด้วยความเร็วในแนวขานานที่ลดลงจนจะเป็นศูนย์ จะไปได้ถึงเส้นแบ่งใหม่ก็แล้วแต่ว่าความเร็วแรกที่พุ่งเข้ามา แล้วอิเลกตรอนจะพุ่งย้อนกลับไปยังข้าวตรงกันข้าม ผลของการเคลื่อนที่จึงเป็นการเปลี่ยนแปลงไปทางเส้นรุ้งตะวันออก และการเปลี่ยนกลับไปทางเหนือได้ตามแนวเส้นแบ่ง การเคลื่อนที่จะมีลักษณะและแนวข้าม ๆ กันเรื่อยไป บางที่เป็นหลาๆ ๆ สุดท้าย จนกระทั่ง อิเลกตรอนถูกขับเคลื่อนออกจากแบบวนลั่น เส้นเป็นตอนที่หลุดจากบ่วงพันภาวะนี้เรียนอยู่ ในแบบนั้น ภาวะเช่นเดียวกันจะเกิดขึ้นกับ proton ที่วนเรียนภายในแบบนี้เข่นกัน

### 3.5 ตัวอย่างการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่มีประจุในสนามแม่เหล็ก

ในตอนนี้จะแสดงตัวอย่างต่าง ๆ ที่ปรากฏชัดเจนว่า อนุภาคที่มีประจุเคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก

#### ก. เครื่องแยกมวล (mass spectrometer)

ให้เราพิจารณาแผนภาพดังแสดงในรูปที่ 3.12 ในที่นี่ I เป็นแหล่งกำเนิดไอออน (สำหรับอิเลกตรอน อาจจะเป็นไลท์บอดที่เผาให้ร้อน)  $S_1$  และ  $S_2$  เป็นช่องเปิดแคบ ๆ



รูปที่ 3.12 เครื่องแยกมวลแบบเบมพ์สเตรอร์

สองช่องสำหรับไอออนริ่งผ่าน และเร่งให้เร็วซึ่ด้วยความต่างศักย์ V ความเร็วของไอออน มีพันธุ์ของเปิดอกมานัน (exit velocity) คำนวณได้จากสมการ (2.27)

$$\frac{1}{2} m v^2 = q V$$

$$\text{ซึ่งจะได้ } v^2 = 2 \left( \frac{q}{m} \right) V \quad (3.8)$$

ในบริเวณอนล่างของช่องเปิด มีสนามแม่เหล็กขนาดสม่ำเสมอซึ่งมีศักดิ์ทางพุ่งขึ้นจากหน้ากระดาษ ไอออนจะเคลื่อนที่เป็นส่วนโคลังของวงกลม จะได้ดังไปทางซ้ายหรือขวาขึ้นกับเครื่องหมายหรือชนิดของประจุ แต่ หลังจากที่ไอออนเคลื่อนที่เป็นครึ่งวงกลมแล้ว ก็จะตกลงบนฟิล์มถ่ายรูป แล้วปรากฏเป็นรอยไว้ให้เห็นได้ รัศมี  $r$  ของทางเดินของไอออน เชียนได้ตามสมการ (3.5) ดัง

$$r = \frac{mv}{qB}$$

ซึ่งนับว่าการหาค่าความเร็ว  $v$  ได้ ดังนี้

$$v = \left( \frac{q}{m} \right) Br \quad (3.9)$$

รวมสมการ (3.8) และ (3.9) เข้าด้วยกัน เพื่อตัดค่า  $v$  ออกเราจะได้

$$\frac{q}{m} = \frac{2v}{B^2 r^2} \quad (3.10)$$

เราได้อัตราส่วน  $\frac{q}{m}$  ในเทอมของประมาณทั้งสาม ( $v$ ,  $B$  และ  $r$ ) ซึ่งรดได้ง่าย เราอาจใช้วิธีการเข่นน้ำกับอิเลกตรอน, โปรตอน, และอนุภาคที่มีประจุ, อะตอมหรือโมเลกุล ก็ได้โดยการวัดประจุ แต่ เพียงอย่างเดียว เราจะจำทำมาลของอนุภาคได้

การจัดการทดลองดังรูป 3.12 เป็นการสร้าง “เครื่องแยกมวล” เพราะจะใช้แยกไอออนซึ่งมีประจุชนิดเดียวกัน, เท่ากัน แต่มวลต่างกันได้ ดังสมการ (3.10) รัศมีของทางเดินของไอออนแต่ละตัวจะต่างกันไป ค่าແتكต่างขึ้นกับ  $\frac{q}{m}$  ของไอออนนั้น ๆ เครื่องมือแบบนี้มีชื่อเรียกเฉพาะว่า เครื่องแยกมวลเคมสเตรอร์ (Dempster's mass spectrometer) เครื่องแยกมวลแบบที่ต่าง ๆ กันออกไป็ต้องอ่านศักดิ์ยก เกณฑ์รากฐานอันเดียวกัน ในปี 1920 นักวิทยาศาสตร์ใช้วิธีการนี้ค้นคว้าและพบว่า อะตอมของธาตุที่มีสมบัติทางเคมีอย่างเดียวกันไม่จำเป็นต้องมีมวลเท่ากัน ดังที่เคยกล่าวไว้แล้วว่า ถ้ามวลของอะตอมของธาตุหนึ่งธาตุใดต่างกัน เรียก ไอโซโทป

การจัดการทดลองดังรูป 3.12 นั้น ยังใช้หาอัตราส่วนระหว่าง  $\frac{q}{m}$  สำหรับอนุภาคที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่าง ๆ กันได้ จะเห็นได้ว่าค่า  $\frac{q}{m}$  ขึ้นกับความเร็ว  $v$  ด้วย ๆ ยังมีค่าเท่าเดิมอยู่ และ  $m$  จะเปลี่ยนแปลงความความเร็ว ดังสมการ

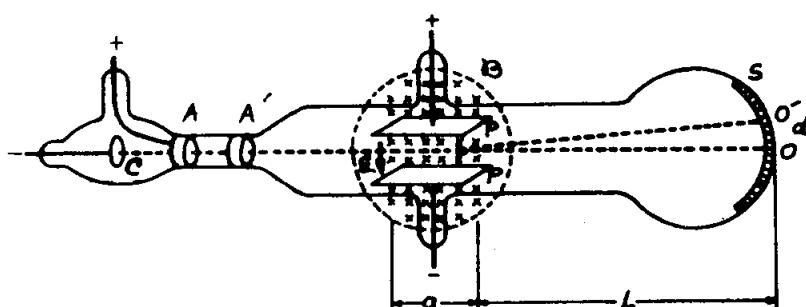
$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

เราจึงสรุปได้ว่า

ประดิษฐ์ไฟฟ้ามีค่าไม่แปรเปลี่ยน จะมีค่าคงเดิมเมื่อผู้สังเกตจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์慢速ไม่สูง ในขณะที่มวลของอนุภาคจะเปลี่ยนแปลงไปเป็นพยากรณ์ได้ตามทฤษฎีสัมพัทธภาพ

ข. การทดลองของทอมสัน (Thomson's experiments) ระหว่างปี 1891-1897 ได้มีการทดลองเป็นจำนวนมากเกี่ยวกับประดิษฐ์ไฟฟ้า การทดลองเหล่านี้ได้แก่การให้ประดิษฐ์ไฟฟ้าผ่านกําชีที่อุณหภูมิต่ำ จากการนําร้อน 2 ชั้นไว้ในกลุ่มกําชีในหลอดแก้ว และใช้ความต่างศักย์ระหว่างชั้นสูง ๆ ชั้นลับจะเป็นคาโทดและชั้นบวกจะเป็นแอนโอด ผลในการเรืองแสงจะแตกต่างกันออกไป ถ้าความดันของกําชีในหลอดแก้วต่างกัน

เมื่อให้ความดันของกําชีในหลอดต่ำกว่า  $\frac{1}{1000}$  ของความดันบรรยายกาศ จะไม่มีแสงที่เห็นได้ด้วยตา เป็นลักษณะเป็นร่องรอยในหลอดนั้น แต่จะเกิดขุ่นสว่างขึ้นภายในผิวหลอดที่คำแห่นง 0 ตรงกันข้ามกับคาโทด C ในรูปที่ 3.13 ดังนั้นจึงพิจารณาได้ว่า จะมีรังสีบางอย่างส่องออกมาจากคาโทดและเคลื่อนที่ตรงไปยัง 0 รังสีแบบนี้มีชื่อว่า รังสีวัวบ หรือรังสีคาโทด (Cathode rays)



รูปที่ 3.13 การทดลองเพื่อหาค่า  $q/m$  วิธีของทอมสัน

เมื่อทำให้แผ่นขาน PP' มีความต่างศักดิ์ ย่อมจะเกิดสนามไฟฟ้า  $E$  ขึ้น ซึ่งจะสังเกตเห็นได้จากขุ่นสว่างที่เคลื่อนที่จาก O ไปยัง O' นั่นคือในศักดิ์ที่เทียบกับศักดิ์ประดิษฐ์

จะเคลื่อนที่ไป จึงพูดได้ว่ารังสีค่าโทต ก็คือ กระแสอนุภาคที่มีประจุลบหนึ่ง เส้น ถ้า  $d$  เป็น ประจุของแต่ละอนุภาคซึ่งมีความเร็ว  $v$ , ระยะที่เบนไป  $d = 00'$  จะหาค่าได้จากสมการ (2.8) ดังนี้

$$\frac{q \cdot E}{mv^2} = \frac{d}{L}$$

คำนวณค่า  $\frac{q}{m}$  จะได้

$$\frac{q}{m} = \frac{v^2 d}{E L a}$$

แรงไฟฟ้าที่กระทำบนอนุภาคเท่ากับ  $qE$  และมีศักดิ์ปั่น  $E$  ขึ้นสัดไป ถ้าเราเพิ่มสนามแม่เหล็กในทิศปุ่นเข้าสู่แผ่นกระดาษ ลงในบริเวณซึ่งมี  $E$  อยู่แล้วแต่เดิม แรงแม่เหล็กที่คำนวณได้ตามสมการ (3.4) จะเป็น  $qvB$  และมีศักดิ์ลง เท่ากับ  $q$  เป็นประจุลบ โดยการปรับ  $B$  ให้เหมาะสม เรา ก็สามารถทำให้แรงเมื่องจากสนามแม่เหล็ก เท่ากับแรงเมื่องจากสนามไฟฟ้าได้ เป็นผลให้แรงลัพธ์เป็นศูนย์ และอุดสว่างจะเสื่อนจาก  $0'$  กลับไปยัง  $0$  นั่นคือรังสีค่าโทตคงเป็นทางตรงไม่เบนไปจากเดิม ในภาวะนั้น  $qE = qvB$  หรือ  $v = E/B$

จากสมการนี้ช่วยให้เราดูความเร็วของประจุไฟฟ้าได้ แทนค่า  $v$  ในสมการข้างต้น เราจะได้ขัตตราส่วนของ  $\frac{q}{m}$  ของอนุภาคในรังสีค่าโทตนั้น

$$\frac{q}{m} = \frac{E d}{B^2 L a}$$

สมการนี้เป็นแนวทางที่ก่อให้เกิดการทดลองหัดค่า  $\frac{q}{m}$  ศักดิ์ต้อง ได้ค่าที่เชื่อถือได้และเป็นการพิสูจน์โดยตรงว่า รังสีค่าโทตประกอบด้วยอนุภาคที่มีประจุลบ ที่เรียกว่าอิเลกตรอน

ในปี 1867 นักฟิสิกส์ชาวอังกฤษชื่อ เชอร์เจเจทอมสัน (Sir J.J. Thomson 1856-1940) ได้ศึกษาพัฒนาความเกี่ยวข้องกับการทดลองแบบนี้และที่คล้าย ๆ กันนี้ ทอมสัน เป็นผู้ที่ใช้ความพยายามและเวลาเป็นอันมากในการค้นคว้า เพื่อศึกษาสมบัติธรรมชาติของรังสีค่าโทต ปัจจุบันเราทราบแล้วว่าอิเลกตรอนมีสสารมีอยู่ในโลหะ ซึ่งจะถูกออกมามีประจุอิสระได้ โดยการใช้ลามานาไฟฟ้าที่มีความเข้มมากระหว่าง C กับ A และจะถูกเร่งไปตามแนวหลอดโดยสนามไฟฟ้านั้นด้วย

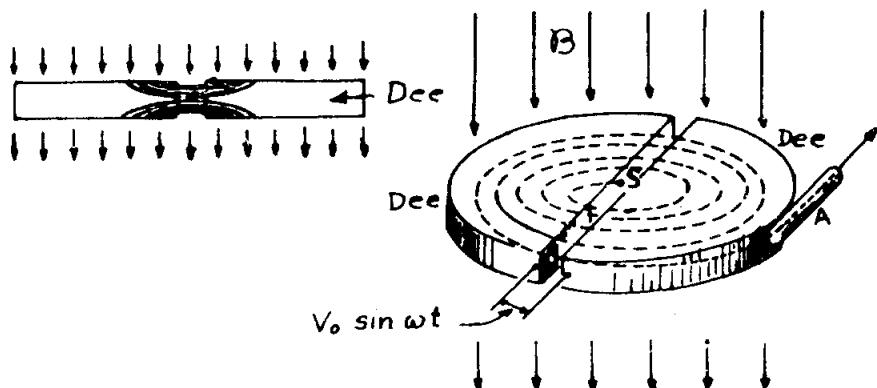
### ก. ใช้โคลต์รอน - เครื่องเร่งประจุ

เป็นความจริงที่ว่า ทางเดินของอนุภาคไฟฟ้าเป็นวงกลม ให้แนวศักดิ์ในการสร้างเครื่อง

เร่งประจุเป็นรูปกลมต่อเมื่องกัน ปัญหาของเครื่องเร่งประจุไฟฟ้าสถิตที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 2.10 นั้นก็คือ ความเร่งซึ่งอยู่กับค่าความต่างศักย์ V เมื่อสนามไฟฟ้าภายในเครื่องเร่งมีค่า

$$\mathcal{E} = \frac{V}{d}$$

และถ้า V มีค่ามาก ระยะ d ของท่อเร่ง (accelerator tube) ก็ต้องมากด้วยเพื่อบังกันการเสื่อมของรัศมีที่ทำท่อเนื่องจากสนามไฟฟ้าที่มีค่ามากเกินไป (electrical breakdown) แต่ถ้าห่อเร่งยาวมากก็จะทำให้เกิดความยุ่งยากทางด้านการสร้างท่อและต้องใช้เวลาและแรงงานมาก ดังนั้น ประจุไฟฟ้าอาจจะถูกเร่งโดยใช้ความต่างศักดาน้อย ข้าม กันหลายครั้ง เครื่องมือเครื่องแรกที่ทำางานโดยหลักนี้ เรียกว่า ไซโคลotron สร้างขึ้นโดยนักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ อ. โอ ลอเรนซ์ (E.O. Lawrence 1901-1958) ใช-



รูปที่ 3.14 แสดงองค์ประกอบพื้นฐานของไซโคลotron

ไซโคลotronเครื่องแรกเปิดทำการได้ในปี 1932 ตั้งแต่นั้นมา ก็มีการสร้างไซโคลotronเป็นจำนวนมาก มากขึ้นทั่วโลก ไซโคลotronตามรูป 3.14 ประกอบด้วยโพรงรูปทรงกระบอกซึ่งแบ่งเป็น 2 ส่วน หรือ  $D_1$  และ  $D_2$  แต่ละส่วนเรียก "ดี" (dee) ตามรูปร่างของมัน (ชื่อเดียวกันกับ "ดี" วางอยู่ในสนามแม่เหล็กขนาดสม่ำเสมอในทิศทางนานกับแกนของทรงกระบอก มีจำนวนทั้งหมด 2 ห้องส่องไว้ให้แยกออกจากกันโดยเดคขาต แหล่งกำเนิดไอออน S อยู่ที่จุดทึบกลางของช่องว่างระหว่าง "ดี" ห้องสอง "ดี" ห้องที่มีศักดิ์ไฟฟ้าเปลี่ยนไปมาได้โดยใช้กระแสลับมีขนาดประมาณ  $10^4$  โวลต์ ระหว่างสอง "ดี" นั้น เมื่อเป็นไออกอนบางมันจะถูกเร่งให้พุ่งไปยัง "ดี" ที่มีศักดิ์

เป็นลบ เมื่อไอออนหุ่งเข้าภายใน "ศิ" และไม่มีแรงไฟฟ้า เพราะสนามไฟฟ้าภายใน "ศิ" ซึ่งเป็นด้านนำไฟฟ้าเป็นศูนย์ (ดังศักดิ์อย่าง 2.4 ในกรณีที่เป็นทรงกลมกลวง) อย่างไรก็ต้องแม่-เหล็กจะเป็นด้านบังคับให้ไอออนเคลื่อนที่เป็นทางโค้งในรูปเลี้ยวของกลม ด้วยรัศมี  $r = \frac{mv}{q}$  ตามที่ได้วิเคราะห์ในสมการ (3.5) และความเร็วเชิงมุมตามสมการ (3.6)

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

ความต่างศักดิ์ระหว่าง "ศิ" จะเปลี่ยนกลับไปมากด้วยความที่ ๑ โดยรัศมีความต่างศักดิ์ระหว่าง "ศิ" จะเรียกว่าแน่น ภัยการเคลื่อนที่เป็นวงกลมของไอออน

หลังจากที่อนุภาคเคลื่อนที่ได้ครึ่งรอบ ศักดิ์ของ "ศิ" จะกลับค่า และเมื่อไอออนข้ามช่องระหว่างระหว่างสอง "ศิ" มันจะได้รับความเร่งอีกเล็กน้อย ทำให้การเคลื่อนที่ในอีกครึ่งวงกลม มีรัศมียาวขึ้น แต่มีความเร็วเชิงมุมค่าเดียวกัน กระบวนการนี้จะเกิดขึ้น ๆ หลายครั้งจนกระทั่งรัศมีของการเคลื่อนที่เป็นค่าสูงสุดหรือ  $R$  ซึ่งก็คือรัศมีของ "ศิ" นั่นเอง สนามแม่เหล็กที่ขอบ "ศิ" มีค่าลดลงมากอย่างเห็นได้ชัด และอนุภาคจะเคลื่อนที่ในแนวเส้นสัมผัสทางเดิน ผ่านช่องเปิดหุต ยกไปด้วยความเร็วสูงสุด  $v_{max}$  ซึ่งมีค่าสัมพันธ์กับรัศมี  $R$  เห็นได้จากสมการ (3.5) คือ

$$R = \frac{mv_{max}}{qB} \quad \text{หรือ} \quad v_{max} = \left( \frac{q}{m} \right) B R$$

เมื่อหจุตออกมายัง  $A$  อนุภาคมีพลังงานคงที่เป็น

$$E_k = \frac{1}{2} mv_{max}^2 = \frac{1}{2} q \left( \frac{q}{m} \right) B^2 R^2 \quad (3.11)$$

ค่านวณได้จากประจุและมวลของอนุภาค ขนาดของสนามแม่เหล็กและรัศมีของไซโคลotronแต่ไม่ซึ่งอยู่กับค่าศักดิ์ไฟฟ้าที่ใช้เร่งไอออน เมื่อความต่างศักดิ์มีค่าน้อย อนุภาคจะต้องเคลื่อนที่หลายรอบก่อนที่จะมีพลังงานสูงเท่าค่าสูดท้ายที่ต้องการ แต่ถ้าความต่างศักดิ์สูง จะเคลื่อนที่เพียงไม่กี่รอบก็จะมีพลังงานสูงเท่าค่าที่ต้องการแล้ว

ขนาดของสนามแม่เหล็กจะขึ้นอยู่กับวิธีการทางเทคนิค เช่น ชนิดของวัสดุที่มีคุณสมบัติเฉพาะตัว แต่จากการสร้างแห่งแม่เหล็กมีรัศมีมากพอ ตามหลักการเรารู้ว่าสามารถเร่งอนุภาคให้มีพลังงานตามที่ต้องการได้ อย่างไรก็ต้องมาด้วยแม่เหล็กที่ใหญ่ที่สุดเท่าไรก็จะมีแรงมากและมีราคาสูง นอกจานนี้ก็ยังมีลักษณะทางกายภาพที่ทำให้พลังงานของอนุภาคในไซโคลotronมีค่าจำกัด จะต้องคำนึงถึงว่าเมื่อพลังงานสูงขึ้นความเร็วของไอออนก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย เป็นผลให้มวลของอนุภาคเปลี่ยนไป ค่านวณให้ดังสมการ

$$m = mo \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

เมื่อพัฒนาไปสูงมาก ค่าของมวลที่เปลี่ยนไปจะมากพอจนทำให้ความสูงของอนุภาคในไซโคลotronเปลี่ยนไปอย่างเห็นได้ชัด ดังนั้นถ้าความถี่ของศักดิ์ไฟฟ้าไม่เปลี่ยนแปลงไปด้วยแล้ว วงโคจรของอนุภาคจะไม่อยู่ในชั้นทวารเดียว กับศักดิ์ไฟฟ้าที่กลับไปกลับมาอีกต่อไป และจะไม่ทำให้เกิดการเร่งขึ้นอีก ดังนั้นพัฒนาในไซโคลotronจึงถูกจำกัดโดยผลของมวลล้มเหลว

**ตัวอย่างที่ 3.2** ใช้ไซโคลotronที่มหาวิทยาลัยมิชิแกน มีรัศมี 36 นิ้ว หรือ 0.92 เมตร ค่าสานานแม่เหล็กสูงสุดเท่ากับ  $1.50$  เทสลา ( $T$ ) และค่าความถี่สูงสุดที่ทำได้สำหรับอนุภาคที่ทำให้เกิดความเร่งมีค่าเท่ากับ  $15 \times 10^6$  Hz ให้คำนวณพัฒนาของป्रอตอนและอนุภาคอิเล็กตรอน และความถี่ไซโคลotron

รธน่า ใช้สมการ (3.11) สำหรับค่าประจุต่อมากของป्रอตอนครึ่งหนึ่ง และอนุภาคอิเล็กตรอนหนึ่งจะได้พัฒนาจนขึ้นอยู่กับทั้งสองเป็น

$$E_k = 1.46 \times 10^{-11} J = 91 \text{ MeV}$$

ความถี่ไซโคลotronสำหรับอนุภาคอิเล็กตรอน

$$\omega_a = 7.2 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{หรือมีความถี่ } \nu_a = \frac{ce\omega_a}{2\pi} = 11.5 \times 10^6 \text{ Hz.}$$

ซึ่งไม่สูงกว่าความถี่สูงสุดของเครื่องมือ

สำหรับป्रอตอนจะมีความถี่เป็น 2 เท่ากัน

$$\nu_p = 23 \times 10^6 \text{ Hz}$$

เป็นความถี่ที่จะทำให้ศักดิ์ไฟฟ้าเท่ากับ "ศ" เป็นไป แต่ค่าสูงสุดของความถี่ คือ  $15 \times 10^6$  Hz ดังนั้นเครื่องกลนี้ไม่สามารถเร่งป्रอตอนให้มีพัฒนาเป็น 91 MeV ตามทฤษฎีได้ สมมุติว่าค่าสูงสุดของความถี่ของศักดิ์ไฟฟ้าเท่าได้ถึง  $\omega_p = 9.42 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$  ขนาดสานานแม่เหล็กซึ่งเหมาะสมสำหรับไซโคลotronที่จะเกิดเวลาไขแนนซ์ก็คือ 0.984 เทสลา ให้ค่าความถี่อันหนึ่งที่จะทำให้ป्रอตอนมีพัฒนาจนเป็น

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = 0.63 \times 10^{-11} \text{ J} \\ &= 39 \text{ MeV} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3.3 จากข้อมูลในหัวอย่างก่อน และใช้ค่ามวลสัมพัทธ์ที่เปลี่ยนไป ให้หาผลต่าง เป็นเปอร์เซ็นต์ระหว่างความถี่ใช้โคลตรอน ที่จุดกึ่งกลาง และที่ขอบของ "ดี"

$$\begin{aligned} \text{ร่องที่ } 1 \text{ พลังงาน} \quad E &= m_0 c^2 + E_k, \\ \text{มวลของอนุภาคศีอิ} \quad m &= \frac{E}{c^2} = m_0 + \frac{E_k}{c^2} \\ \text{ดังนั้น } \frac{E_k}{c^2} \text{ ก็คือ } \text{ค่ามวลที่เปลี่ยนแปลงไป} &\text{ จากสมการ (3.6) เราเห็นแล้วว่า ความ} \\ \text{ถี่ใช้โคลตรอนเป็นสัดส่วนกับมวล ดังนั้นถ้า } \omega \text{ และ } \omega_0 &\text{ เป็นความถี่เมื่อมวลของอนุภาค} \\ \text{เป็น } m &\text{ และ } m_0 \text{ ตามลำดับ เราอาจเขียนความสัมพันธ์ได้ว่า} \end{aligned}$$

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{m_0}{m}$$

$$\begin{aligned} \text{ซึ่งจะได้} \quad \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} &= - \frac{(m - m_0)}{m} \\ &= - \frac{E_k / c^2}{m_0 + E_k / c^2} \\ &= - \frac{E_k}{m_0 c^2 + E_k} \end{aligned}$$

ทางซ้ายมือจะให้ค่าเปลี่ยนแปลงเป็นเปอร์เซ็นต์สำหรับความถี่ใช้โคลตรอน และทางขวาจะเป็นค่าของมวลที่เปลี่ยนแปลงไปเป็นเปอร์เซ็นต์เช่นกัน สำหรับพลังงานที่มีค่าค่อนข้างต่ำ เราไม่ต้องคำนึงถึงค่าของพลังงานจริง ศีอิค่า  $E_k$  ที่เป็นส่วนการเมื่อเทียบกับ  $m_0 c^2$  ทำให้

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0$$

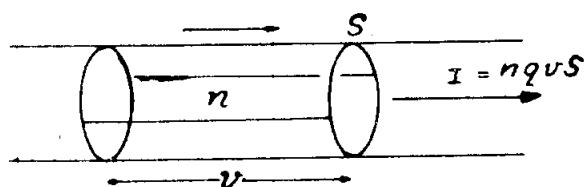
$$\text{เราได้} \quad \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = - \frac{E_k}{m_0 c^2}$$

ตั้งนั้นทราบได้ที่พลังงานจลน์มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับพลังงานเมื่อนูภาคอยู่นิ่ง (rest mass energy) ค่าของความสปีดเปลี่ยนไปจะน้อยมาก ในกรณีของเรานั้น สำหรับนูภาคอัลฟ่า  $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = -0.024$  หรือ 2.4 % และสำหรับโปรตอน  $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = -0.042$  หรือ 4.2 % ผลที่ได้จากการดูอย่างนี้ให้เห็นว่า เมื่อมวลนิ่งของอิเล็กตรอนมีค่าประมาณ  $\frac{1}{1840}$  ของโปรตอนเราจึงจะเร่งอิเล็กตรอนให้มีพลังงานจลน์ได้เพียงประมาณ  $\frac{1}{1840}$  เท่าของพลังงานจลน์ของโปรตอน เช่นกัน ด้วยเหตุผลนี้เราจึงไม่ใช้ໂຄลตรอนเป็นเครื่องเร่งอิเล็กตรอน

ผลจากมวลสัมพัทธ์นั้นเรามีทางแก้ไขได้ โดยจัดให้ลามาแม่เหล็กมีค่าเฉพาะสำหรับรัศมีแค่ล่ะค่า แล้วให้ค่า  $\beta$  เท่าเดิมเสมอ ไม่ว่ามวลจะเปลี่ยนไปหรือไม่ หรือโดยการปรับค่าความสปีดให้เข้ากับ "ติ" ให้พอเหมาะสม จนทำให้ลามาแม่เหล็กคงที่ในขณะที่อนุภาครีบวนแบบกันหอย ซึ่งจะทำให้เกิดเรโทรไซแนช์ระหว่างการเคลื่อนที่ของอนุภาคและศักดิ์ไฟอุ่นลดลง เครื่องมือแบบแรก ( $\alpha$  คงที่) ที่สร้างขึ้นเรียกว่า "synchrotron" และแบบหลัง ( $\beta$  คงที่) เรียกว่า "synrocyclotron" synchrotron สามารถจะใช้งานศักดิ์อันเป็นเวลานาน แต่ synrocyclotron จะให้งานได้เป็นช่วง ๆ และช่วงสั้น เพราะต้องปรับค่าความสปีดหรือบางที เช่นใน protosynchrotron ทั้งความสปีดและสนามแม่เหล็กจะถูกปรับปรุง เพื่อให้รัศมีของวงเคลื่อนที่คงที่

### 3.6 บรรยายไฟฟ้าในส่วนที่ไม่ต่อสายไฟฟ้าไว้หลังจากนี้

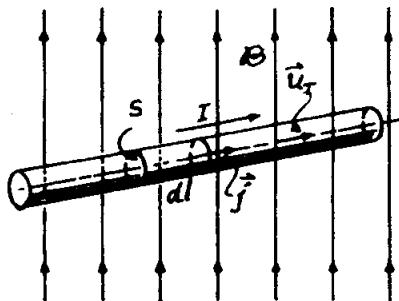
ตั้งที่อธิบายในตอนที่ 2.11 ว่า กระแสไฟฟ้าก็คือกระแสของประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ในสัญญาณทางเรื่องที่ผ่านสาร ปริมาณของกระแสไฟฟ้ามีค่าจำากัดความว่า "จำนวนประจุที่เคลื่อนที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด ของตัวนำใด ๆ ในหนึ่งหน่วยเวลา" (รูป 3.15) ดังนั้นมีตัวนำที่มีกระแส



รูปที่ 3.15 กระแสไฟฟ้าในส่วนที่ไม่ต่อสายไฟฟ้า

ไฟฟ้าผ่านไปในสนามแม่เหล็ก จะทำให้เกิดแรงซึ่งเป็นผลลัพธ์ของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนประจุที่เคลื่อนที่แต่ละดัว จะเห็นว่าค่าของแรงแม่เหล็กที่กระทำบนส่วนว่า (รูป 3.16) ศอ

$$\vec{F} = I \int \vec{n}_T \times \vec{B} dl \quad (3.12)$$



รูปที่ 3.16 ส่วนว่าไฟฟ้ามีกระเสอยู่ในสนามแม่เหล็ก

ในการนี้ของส่วนว่าที่เป็นแท่งกลมวางอยู่ในสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่สม่ำเสมอ หัน  $\vec{n}_T$  และ  $\vec{B}$  คงที่ เราจะง่ายขึ้นได้ว่า

$$\vec{F} = I \vec{n}_T \times \vec{B} \int dl$$

หรือ ถ้า  $L = \int dl$  เป็นความยาวของส่วนว่าที่เป็นแท่งตรง แรงกระทำจะเป็น

$$\vec{F} = IL \vec{n}_T \times \vec{B} \quad (3.13)$$

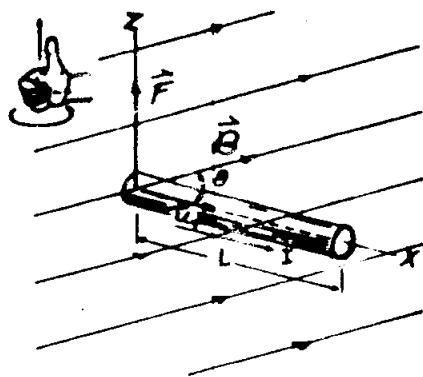
ทิศทางของ  $\vec{F}$  ตั้งฉากกับทั้ง  $\vec{n}_T$  และ  $\vec{B}$  ดังนั้น

"ส่วนว่าที่มีกระเสไฟฟ้าไหลผ่านและอยู่ในสนามแม่เหล็ก จะเกิดแรงกระทำในทิศตั้งฉากกับกระเสและสนามแม่เหล็ก"

นี่เป็นหลักการสร้างมอเตอร์ไฟฟ้า ถ้า  $\theta$  เป็นมุมระหว่างแกนส่วนว่าไฟฟ้าและทิศทางของสนามแม่เหล็ก เราอาจเขียนขนาดของแรง  $\vec{F}$  ได้ดังนี้

$$F = ILB \sin\theta \quad (3.14)$$

แรงจะมีค่าเป็นศูนย์ถ้าแกนส่วนว่าชานานกับทิศทางของสนาม ( $\theta = 0$ ) และแรงจะมีค่าสูงสุดเมื่อแกนส่วนว่าตั้งฉากกับทิศของสนาม ( $\theta = \frac{\pi}{2}$ ) ทิศของแรงจะหาได้โดยใช้กฎมือขวาทิศแสงในรูป 3.17



รูปที่ 3.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวคเตอร์ของแรงแม่เหล็ก  
สนามแม่เหล็กและกระแสไฟฟ้าในศวน่า

เช่นเดียวกับสมการ (3.12) เราจะพิจารณาภาคตัดขวางของศวนำซึ่งมีอนุภาคที่มีประจุ q และเคลื่อนที่ผ่านด้วยความเร็ว  $v$  ถ้ามีอนุภาค  $n$  ศวนต่อหน่วยปริมาตร จำนวนทั้งหมด  $n$  เคลื่อนที่ผ่าน 1 หน่วยพื้นที่ใน 1 หน่วยเวลา หรือ  $n v$  (ดูรูป 3.15) ถ้าให้คำจำกัดความความหนาแน่นของกระแส (current density) เป็นจำนวนประจุที่เคลื่อนที่ผ่านหน่วยพื้นที่ในหน่วยเวลา เป็นปริมาณเวคเตอร์ว่า

$$\vec{j} = n q \vec{v} \quad (3.15)$$

และถ้า  $S$  เป็นพื้นที่ภาคตัดขวางของศวนำมีระนาบตั้งฉากกับ  $\vec{j}$  กระแสเป็นปริมาณสกalar จะเป็น

$$I = j S = nqvS$$

สมมุติให้ศวนนำอยู่ในสนามแม่เหล็ก แรงที่กระทำบนแต่ละประจุจึงได้โดยใช้สมการ (3.1) และเมื่อเรามี  $n$  ประจุใน 1 หน่วยปริมาตร แรง ( $F$ ) ที่กระทำต่อ 1 หน่วยปริมาตร จะมีค่าเป็น

$$\vec{F} = nq \vec{v} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}$$

แรงหักเหดที่กระทำบนปริมาตรเล็ก ๆ  $dV$  ของดีวากลางจะเป็น

$$\vec{dF} = \vec{f} dV = \vec{j} \times \vec{B} dV$$

ถ้าพิจารณาสิ่งที่กระแทกให้ตามเส้นลวดตรงหรือส่วนย่ออย่าง  $dl$  ปริมาตร  $dV$  จะเท่ากับ  $s dl$  (รูป 3.16) ดังนั้นเราอาจเขียนได้ว่า

$$\vec{F} = \int \vec{j} \times \vec{B} s dl$$

ถ้า  $\vec{j} = j \hat{n}_T$  เมื่อ  $\hat{n}_T$  เป็น ยูนิตเวคเตอร์ในทิศทางตามแกนของเส้นลวด ส่วนที่กำลังพิจารณา จะได้

$$\vec{F} = \int (j \hat{n}_T) \times \vec{B} s dl = \int (j s) \hat{n}_T \times \vec{B} dl$$

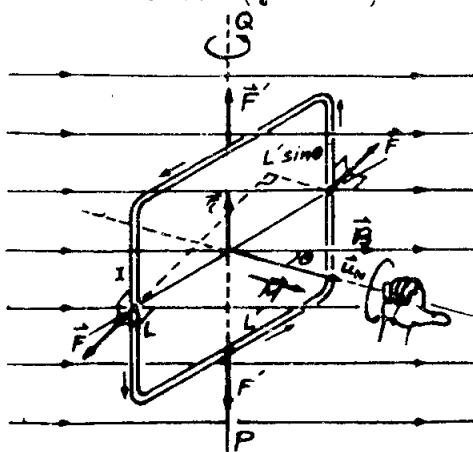
อาจเขียนได้เป็น

$$\vec{F} = I \int \hat{n}_T \times \vec{B} dl = I L \hat{n}_T \times \vec{B}$$

เมื่อ  $j s = I$  เป็นปริมาณของกระแสตามเส้นลวด มีค่าเท่ากันทุก ๆ ส่วนของตัวนำ เป็นไปตามหลักการอนุรักษ์ของประจุไฟฟ้า (Law of conservation of electric charges)

### 3.7 ทอร์กแม่เหล็กที่เกิดขึ้นบนตัวนำที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน

เราจะหาค่าของทอร์กที่เกิดขึ้นจากแรงดันเนื่องมาจากมีสนามแม่เหล็กในวงจรไฟฟ้า เพื่อความสะดวกในการพิจารณา เราจะใช้ขดลวดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีกระแส  $I$  ไหลผ่าน วางแผน ลวดให้  $\hat{n}_N$  ตั้งฉากกับระนาบของขดลวด กับทิศ  $\hat{n}_N$  ทำมุม  $\theta$  กับทิศของสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ซึ่งด้าน 2 ด้านของขดลวดยื่อมตั้งฉากกับสนาม (รูป 3.18)



รูปที่ 3.18 ทอร์กแม่เหล็กที่เกิดขึ้นบนวงจรรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าในสนามแม่เหล็ก

แรง  $F'$  ที่กระทำบนด้าน  $L'$  มีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงกันข้าม แรงที่เกิดบน  $L$  ซึ่งพยากรณ์ประปร่างของคลัวต์ แต่ไม่เกิด thorok ส่วนแรง  $F'$  บนด้าน  $L$  มีขนาดดังนี้

$$F = I B_L$$

ทำให้เกิดแรงสูตรคุบที่มีแนวของแรงสูตรคุบ เท่ากับ  $L \sin \theta$  นั่นคือทำให้เกิด thorok บนของคลัวต์ โดยพยากรณ์ปิดให้ยกลัวความส่วนอยู่ในแนวตั้งจากกับสนานแม่เหล็ก ขนาดของ thorok จะมีค่า

$$\tau = (I B_L) (L \sin \theta)$$

แต่  $L L' = s$  เป็นพื้นที่ของคลัวต์ ดังนั้น

$$\tau = (I s) B \sin \theta$$

ทิศทางของ thorok จะตั้งฉากกับระนาบของแรงสูตรคุบ และไปทางแนว  $BQ$

ถ้าเรากำหนดให้เวคเตอร์  $\vec{m} = I s \vec{n}$  ตั้งฉากกับระนาบของคลัวต์ เราอาจเขียนค่าของ thorok ได้ใหม่ว่า

$$\tau = m B \sin \theta \quad (3.16)$$

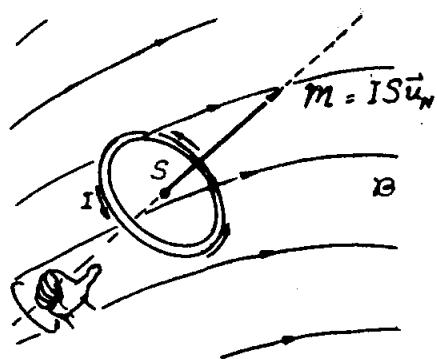
หรือในรูปของเวคเตอร์ก็ได้

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (3.18)$$

ค่าทางคณิตศาสตร์ของสมการ (3.18) คล้ายกับสมการ (2.24) ซึ่งให้ thorok บนอิเล็กทริก-ไคโพลินเป็นมาจากการสนานไฟฟ้าภายนอก ดังนั้น จึงกำหนดค่ามูล ให้ตามสมการ (3.16) ว่า ไคโพลโนเมนต์แม่เหล็ก (magnetic dipole moment) ของกระแส และจากสมการ (3.16) หาทิศทางของ ได้โดยใช้กฎมือขวาดังแสดงไว้ในรูป (3.18) ดังนั้นจะเขียนเป็นคำบรรยาย ได้ว่า “วงจรที่วางอยู่ในสนานแม่เหล็กจะเกิด thorok ซึ่งพยากรณ์ทำให้โนเมนต์แม่เหล็กบนวงจร หันเท้าไปในทิศทางขานานกับสนาน”

เพื่อให้ได้สังงานของกระแสในสนานแม่เหล็ก เราลองใช้เหตุผลดังที่เคยใช้ในหัวข้อ 2.7 ให้สมมุติ กับ สมการ (2.24) และ (2.25) ในทางกลับกัน แล้วสรุปว่า พลังงานศักย์ของกระแสที่วางในสนานแม่เหล็ก  $\vec{B}$  จะเป็น

$$E_p = -m B \cos \theta = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (3.19)$$



รูปที่ 3.19 ความสัมพันธ์ระหว่างໄคโลโนเมนต์เมื่อเทล็อกของ  
กระแสงไฟฟ้ากับศักยภาพของกระแสงโดยใช้กฎมือขวา

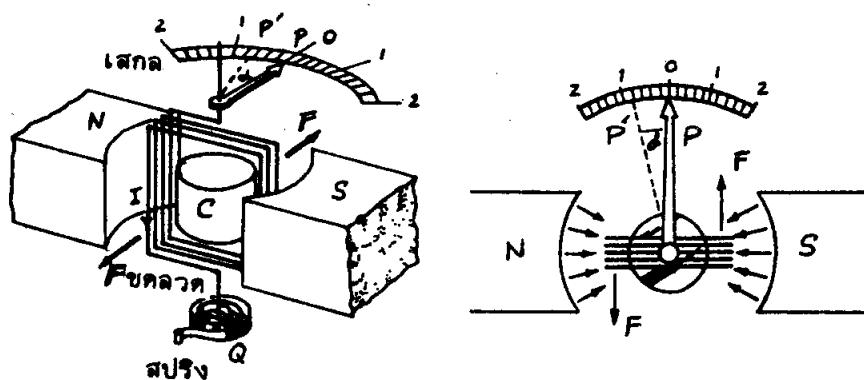
เมื่อว่าสมการ (3.18) และ (3.19) ได้มาจากการคำนวณ โดยกำหนดกระแสงในห้วนรูปเส้น เทลี่ยนผินผ้าที่วางในสนามแม่เหล็กที่มีค่าสมำเสมอ โดยกำหนดทิศทางโดยเฉพาะไว้ก็ตามแต่จาก การคำนวณโดยใช้เหตุผลดังที่เห็นมาแล้วทำให้ถือได้ว่าเป็นสมการที่ใช้ได้ทั่วไป สร้อย่าง เช่น ถ้าเรามีข้อมูลวงจรเล็ก ๆ อยู่ร่างใจ ๆ ก็ตาม ซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ  $S$  (รูป 3.18) ໄคโลโนเมนต์เมื่อเทล็อก  $M$  ของวงจรก็ยังคงหาได้โดยใช้สมการ (3.16) ทั้งค่าของทอร์กและพลังงาน หากยังเมื่อข้อมูลวงจรวางแผนในสนามแม่เหล็กท้าให้จากสมการ (3.18) และ (3.19)

หน่วยของໄคโลโนเมนต์เมื่อเทล็อก จากสมการ (3.19) มีหน่วยเป็น Joule หรือ  $J\cdot T^{-1}$  ในรูปของหน่วยพื้นฐานจะเป็น  $m^2 s^{-1} C$  ซึ่งตรงกับคำจำกัดความตามสมการ (3.16)

**ตัวอย่างที่ 3.4** เครื่องมือที่ใช้รักกระแสงเรียก กล่วนอยีเตอร์ แบบง่าย ๆ แสดงไว้ในรูป 3.20 กระแสงที่ต้องการรักษาให้ผ่านชุดลวดที่แขวนห้อยอยู่ระหว่างชั้นแม่เหล็ก ในบางกรณีจะใช้ชุดลวดพันรอบแกนเหล็กรูปทรงกระบอก  $C$  สนามแม่เหล็กจะทำให้เกิดทอร์กปั่นบนชุดลวดและปิดไป เป็นมุม ๆ หนึ่ง เราจะหาความสัมพันธ์ระหว่างมุมนี้และค่าของกระแสงที่ให้ผ่านชุดลวด

ให้  $s$  เป็นพื้นที่ของชุดลวด ทอร์กที่เกิดขึ้นจากสนามแม่เหล็กคำนวณໄคโลโนเมต์โดยใช้สมการ (3.18) พยายามทำให้ชุดลวดตั้งฉากกับสนามและทำให้สปริง  $G$  ปิดไป ชุดลวดจะอยู่ในภาวะสมดุลเมื่อ

ที่มุนไปเป็นมุม  $\alpha$  จะเห็นว่าค่าทอร์กแม่เหล็กสมดุลย์กับการบิด  $k\delta$  ของสปริง โดย  $k$  เป็นค่าคงที่ของสปริง (spring elastic constant) มุม  $\alpha$  บอกได้จากเงื่อนไขปีศาจิกกับคลาดเคลื่อน  $\alpha$  แม่เหล็กกว้างหงส์รูป ดังนั้นสามารถแม่เหล็กระหว่างผิวของขั้วแม่เหล็กและแม่เหล็กหงส์ ทางระบบของ  $C$  จึงอยู่ในแนวซึ่งมีศักย์แสดงในรูปที่ม่องจากข้างบน (รูป 3.20 b)



รูปที่ 3.20 ของค์ประกอบที่นฐานของกจลวนมีเดอร์แบบบชคลาดทมุน

ในการนี้  $\theta$  จะอยู่ในระนาบของวงจรแม่เหล็ก นั่นคือ  $\theta = \pi/2$  ในสมการ (3.17) เป็น  $\frac{\pi}{2}$ , ดังนั้น  $\sin \theta = 1$  ค่าทอร์กจะเป็น

$$\tau = I s B$$

โดยกำหนดค่า  $M = I s$  ในภาวะสมดุลย์ ทอร์กที่เกิดขึ้นเมื่อจากสนามแม่เหล็กจะลบลังกับทอร์กที่เกิดขึ้นเมื่อจากการบิดสปริงได้พอดี นั่นคือ

$$I s B = k \delta$$

ดังนั้นสมการของกระแส

$$I = \frac{k \delta}{s B}$$

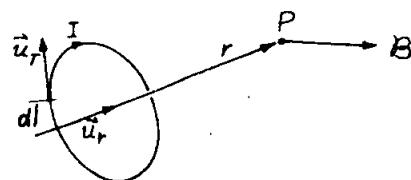
ถ้าเราทราบค่า  $k, s$  และ  $B$  จากสมการนี้จะหาค่ากระแส  $I$  จากค่าของมุม  $\alpha$  ได้ ตามปกติมีจะสร้างสเกลให้อ่านค่ากระแสได้โดยตรง

### 3.8 สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากกระแสไฟฟ้าในวงจร

เราได้ทราบกันแล้วว่า สนามแม่เหล็กเกิดจากแรงบันประจุที่เคลื่อนที่ เราได้รู้ว่า สารบางชนิดที่ให้สนามแม่เหล็กได้ เช่น ความดันแม่เหล็ก ฯลฯ เรายังลองพิจารณารายละเอียดของการเกิด สนามแม่เหล็กกันต่อไป ในปี 1820 นักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กชื่อ ฮานซ์ ชี เօร์สเต็ด (Hans C. Oersted 1777-1851) ได้สังเกตเห็นว่า เมื่อนำแม่เหล็กไปเมื่อนำมาวางใกล้หัวเขี้ยวที่มีกระแสไฟฟ้าผ่าน ไอล์มัน นั่นเป็นครั้งแรกที่ได้สังเกตเห็นว่า กระแสไฟฟ้าทำให้เกิดสนามแม่เหล็กได้

หลังจากที่ได้ทดลองเพื่อทดสอบอีก เป็นจำนวนหลายครั้งและใช้เวลาเป็นปี ๆ โดย นักฟิสิกส์หลายท่าน โดยใช้วงจรที่มีรูปร่างต่างกันไป จนในที่สุดสามารถเขียนสมการทั่วไป ที่ใช้คำนวณค่า สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากวงจรรูปใด ๆ ก็ได้ สมการนี้เรียกว่า "กฎของแอม-เปอร์-ลาพ拉斯" (Ampere-Laplace Law) เขียนได้ว่า

$$\vec{B} = K_m I \oint \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} \cdot d\vec{l} \quad (3.20)$$



รูปที่ 3.21 สนามแม่เหล็กที่จุด P เกิดจากกระแสไฟฟ้าในวงจร

ซึ่งมีความหมายของสัญลักษณ์ทุกด้วย แสดงไว้ในรูป 3.21 และจากการรวมตลอดทั้งวงจร เราใช้เครื่องหมาย  $\oint$  แทนคำว่า รวมตลอดวงจร เมื่อ  $K_m$  เป็นค่าคงที่ซึ่งกับหน่วยที่เลือกใช้ใน ระบบ MKSC มีค่า

$$K_m = 10^{-7} \text{ T m/A or } \text{mkgC}^{-2}$$

จะเห็นว่าผลรวมในสมการ (3.20) จะได้หน่วยเป็น  $\text{m}^{-1}$  เมื่อ  $\text{m}$  และ  $1$  เป็นเมตร ดังนั้น

$$\vec{B} = 10^{-7} I \oint \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} \cdot d\vec{l}. \quad (3.21)$$

เรามักจะเขียน  $K_m = -\frac{\mu_0}{4\pi}$ , เมื่อ  $\mu_0$  เป็นค่าคงที่ใหม่ที่เรียกว่า magnetic permeability ของสัญญาการ ดังนั้นในสมการ (3.20) กซของแม่เหล็กไฟฟ้า จึงเป็น

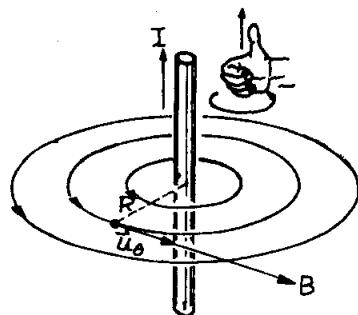
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl, \quad (3.22)$$

และในระบบ MKSC

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ mkgC}^{-2} = 1.2566 \times 10^{-6} \text{ mkgC}^2 \quad (3.23)$$

เนื่องจากว่า กระแสไฟฟ้าศูนย์กลางของประจุไฟฟ้าที่เคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกัน จึงสรุปได้ว่า " สนามแม่เหล็กห้องแรงแม่เหล็กจะ เกิดขึ้นรอบประจุไฟฟ้าที่กำลังเคลื่อนที่ " ใช้นำสมการ (3.22) มาใช้กับสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยกระแสไฟฟ้าในวงจรูปปั๊กติธรรมดาก

### 3.9 สนามแม่เหล็กของกระแสที่ไหลในเส้นลวดตรง



รูปที่ 3.22 สนามแม่เหล็กรอบลวดตรงที่มีกระแสไฟฟ้า

พิจารณา ลวดเลี้ยวเล็ก ตรงและยาวมาก (รูป 3.22) โดยใช้สมการ (3.22) แสดงให้เห็นว่า ขนาดของสนามแม่เหล็กที่ดำเนินแห่งห่างจากกระแสเป็นระยะทาง R ศูนย์

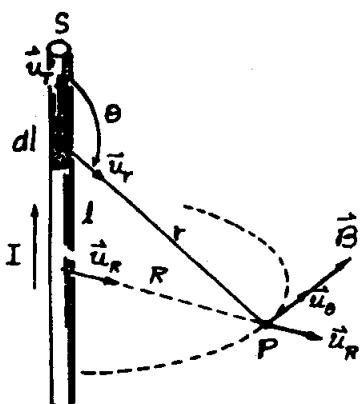
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (3.24)$$

สนามแม่เหล็กมีค่าเป็นสัดส่วนของดันกับระยะทาง  $R$ , และเส้นแรงจะเป็นวงกลมซึ่งมีศูนย์กลางร่วมกับกระแส และตั้งฉากกับกระแสทั้งสองในรูป ก็มีข่าวสารหัวรับพิจารณาพิศทางของสนามแม่เหล็กเทียบกับพิศทางของกระแสไฟฟ้า จะเห็นได้ว่าแสดงไว้ในรูป สมการ (3.24) เรียกว่า กฎของ บิโอด์-沙瓦ร์ต (Biot-Savart) เราอาจเขียนสมการ (3.24) ในรูปของเวคเตอร์ได้ว่า

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}_\theta \quad (3.25)$$

เมื่อ  $\hat{u}_\theta$  เป็นยูนิตเวคเตอร์ในพิศเดียวกันกับเล็บสัมผัสของเส้นแรง

ในบทที่ 2 เราเห็นว่าเส้นแรงของสนามไฟฟ้ามีพิศจากประจุลบหรือบานที่อยู่จะมาจากการไปถึง  $\infty$  อย่างไรก็ตาม จากรูป 3.22 เราเห็นว่า เส้นแรงของสนามแม่เหล็ก เป็นเส้นวงปิด และมีความเทียบชี้กับกระแส เทฤพลสำหรับเรื่องนี้ก็คือ สนามแม่เหล็กนั้น ไม่ได้มีดันก่อเกิดมาจากการซึ่งแม่เหล็ก สนามชนิดนี้จะไม่ใช่มาจากการก่อเกิดแต่มาจากการดันก่อเกิดโดยไฟฟ้า



รูปที่ 3.23 สนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  เกิดจากกระแสในลวดครวง

## การพิสูจน์สมการ (3.25)

ให้จากกรุํป 3.23 สำหรับจุด P ณ ตำแหน่งใด ๆ และส่วนย่อย ๆ dI ของกระแส จะเห็นได้ว่า เวคเตอร์  $\vec{n}_T \times \vec{n}_r$  ตั้งฉากกับระนาบที่ประกอบด้วยแนวของจุด P และแนวทางของกระแส ดังนั้นทิศทางของมันก็คือทิศทางของยูนิตเวคเตอร์  $\vec{n}_\theta$  สนามแม่เหล็กที่จุด P ที่เกิดขึ้นเนื่องจากส่วน dI จะมีทิศทางเป็นเลี้ยวซ้ายของวงกลมรัศมี R ซึ่งผ่านจุด P มีลักษณะที่มีกระแสเป็นจุดศูนย์กลางและอยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับกระแส ดังนั้น เมื่อเรารวมค่าในสมการ (3.22) ทุกหน่วยที่ได้จะมีทิศทางเดียวกันคือทิศ  $\vec{n}_\theta$  และสนามแม่เหล็กรวม  $\vec{B}$  ก็ยังคงอยู่ในแนวเลี้ยวซ้ายของวงกลม ดังนั้นจึงมีความจำเป็นเพียงแต่จะหาขนาดของ  $\vec{B}$  เท่านั้น  $\vec{n}_T \times \vec{n}_r$  จะมีค่าเป็น  $R \sin \theta$  เนื่องจาก  $\vec{n}_T$  และ  $\vec{n}_r$  เป็นยูนิตเวคเตอร์ ดังนั้นสำหรับกระแสไฟฟ้าในเลี้ยวซ้ายตามที่เราจัด เขียนสมการ (3.22) ได้ดังนี้

$$B = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta \cdot dI}{r^2}$$

จากกรุํปเราพบว่า  $r = R \csc \theta$  และ  $l = -R \cot \theta$ , ดังนั้น  $dI = R \csc^2 \theta d\theta$  และแทนในสมการข้างบน และสังเกตว่าที่  $\theta = 0 \ l = -\infty$  และ  $l = +\infty$  เมื่อ  $\theta = \pi$  เราได้

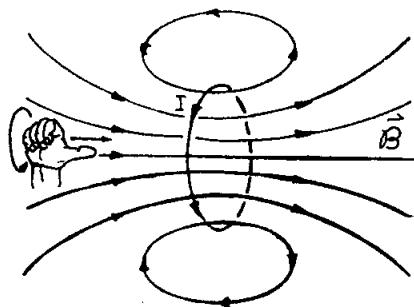
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{R^2 \csc^2 \theta} (R \csc^2 \theta d\theta)$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta$$

ดังนั้น

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (-\cos \theta)_0^\pi = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

### 3.10 สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้าในขดลวดวงกลม



รูปที่ 3.24 เส้นแรงแม่เหล็กเกิดจากกระแสไฟฟ้าในขดลวดวงกลม

สนามแม่เหล็กเนื่องจากกระแสไฟฟ้าในขดลวดวงกลมได้แสดงไว้ในรูป 3.24 และ เส้นแรงที่เกี่ยวข้องกับกระแสและมีแกนสมมาตร สมพันธ์กับเส้นที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกระแส และ ตั้งฉากกับระนาบของวงกระแส จะหาทิศทางของกระแสได้โดยใช้กฎมือขวา ดังแสดงในรูป

การคำนวณสนามแม่เหล็กที่จุดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างจะยุ่งยากและซับซ้อน แต่การคำนวณ ณ จุดตามแนวแกนของวงกระแสค่อนข้างง่าย ดังที่จะแสดงข้างล่างนี้ สนามแม่เหล็กที่จุดบนแกนของกระแสที่ไฟฟ้าเป็นวงกลมรัศมี  $a$ , ที่ระยะ  $x$  จากจุดกึ่งกลางจะ เป็น

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}} \quad (3.26)$$

สนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลาง ( $x = 0$ ) จะ เป็น

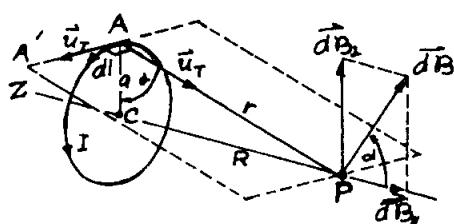
$$B = \frac{\mu_0 I}{2a} \quad (3.27)$$

พิสูจน์สมการ (3.26) เราจะคำนวณหาสนามแม่เหล็กที่จุดบนแกนของกระแสไฟฟ้าเป็นวงกลม ขั้นแรกจากที่เราทราบว่า อาจศึกษาความหมายของสมการ (3.22) ได้โดย

กล่าวว่า สนามแม่เหล็กที่  $P$  ที่เกิดขึ้นเนื่องจากมีกระแส เป็นผลรวมของส่วนของ สนามที่อยู่ ๆ  $d\vec{B}$  ของแต่ละส่วนที่รือของช่วงความยาว  $dl$  ที่เป็นส่วน ประกอบของวงจรนั้น แต่ละส่วนจะให้สนาม

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{n}_T \times \vec{n}_r}{r^2} dl$$

อย่างไรก็ตาม สมการนี้จะพิจารณาได้แต่เพียงค่าความสัมพันธ์แบบเดียวกับสมการ (3.22) เท่านั้น แต่เมื่อใช้สมการที่มีความหมายที่จะนำໄไปใช้โดยลำพังได้



รูปที่ 3.25 การคำนวณสนามแม่เหล็กเกิดขึ้นบนแกนของกระแสวงกลม

ในการถือของกระแสที่ให้เป็นวงกลม ผลคูณทางเวคเตอร์  $\vec{n}_T \times \vec{n}_r$  ของรูป 3.25 ตั้งฉากกับระนาบ  $P A A'$  และมีขนาดเป็น 1 หน่วย เพราะเวคเตอร์ทั้งสองนั้น ตั้งฉากกัน ดังนั้นสนาม  $d\vec{B}$  ที่เกิดขึ้นที่  $P$  ขึ้นเนื่องมาจาก  $dl$  จะมีขนาด

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$$

และตั้งฉากกับระนาบ  $P A A'$  ซึ่งจะไม่อยู่ในแนวแกน  $Z$  แล้วจึงแยก  $d\vec{B}$  เป็นองค์ประกอบย่อไปในแนวนานาภัยแกน  $Z$ ,  $d\vec{B}_{\parallel}$  และในแนวตั้งฉากกับแกน  $Z$ ,  $d\vec{B}_{\perp}$  จะเห็นว่า เมื่อรวมครบรอบวงกระแสซึ่งเป็นวงกลมแล้ว แต่ละ ค่าของ  $d\vec{B}_{\perp}$  ขึ้นเกิดจาก  $dl$  ส่วนต่าง ๆ จะมีศักดิ์ทางตรงกันข้าม ดังนั้น ผลรวมของ  $d\vec{B}_{\perp}$  จะเป็นศูนย์  $B_{\text{รวม}} = 0$  ซึ่งจะเป็นผลรวมของทุก ๆ ค่าของ  $d\vec{B}_{\parallel}$  ซึ่งนานาภัยแกน  $Z$  เมื่อ  $\cos \alpha = \frac{a}{r}$

$$\begin{aligned} dB_{\parallel} &= (dB) \cos \alpha = \frac{a}{x} dB \\ &= \frac{\mu_0 I a}{4\pi x^3} dl \end{aligned}$$

ระยะ  $x$  เป็นค่าคงที่ เมื่อเราหาผลรวมจากทุกล่วงอย่ำรรอบวงกระแสงจะได้

$$\oint dl = 2\pi a$$

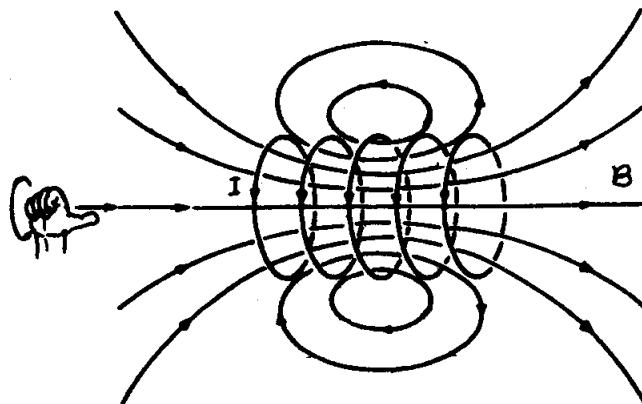
เราอาจเขียนขนาดของผลลัพธ์ของสนามแม่เหล็กให้ว่า

$$B = \oint dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi x^3} \oint dl = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3}$$

ให้สังเกตว่า  $x = (a^2 + x^2)^{1/2}$  ทำให้เราเขียนสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นบนจุดหนึ่งแทนของกระแสงที่ใหญ่เป็นวงกลมได้เป็น

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

กระแสงในโซเดียมอยู่ที่ห้องเรียนแล้ว ฯ ว่า โซเดียมอยู่เป็นกระแสงที่ไกลในชั้นวางที่ซึ่งให้เป็นวงกลมรัศมีเท่ากันและมีแกนร่วมกันทุก ๆ วงจะมีกระแสงเท่ากันทุป (3.26)



รูปที่ 3.26 เส้นทางแม่เหล็กเนื่องจากกระแสงในโซเดียมอยู่

เราได้สนามแม่เหล็กในโซลินอยด์ โดยการรวมสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นจากแต่ละวงกระแสเซอร์ ด้วยกัน กับได้แสดงให้เห็นสนามแม่เหล็กด้วยแนวเส้นแรงในรูป ความแตกต่างที่เกิดขึ้นช่องว่างระหว่างวงจรทางไปยัง ซึ่งจะแสดงในบทที่ 4 ท่อไปว่า ในกรณีโซลินอยด์ยาวมากสนามแม่เหล็กที่สุดยังคงจะเป็น

$$B = \frac{\mu_0 I N}{L} \quad (\text{กลางโซลินอยด์})$$

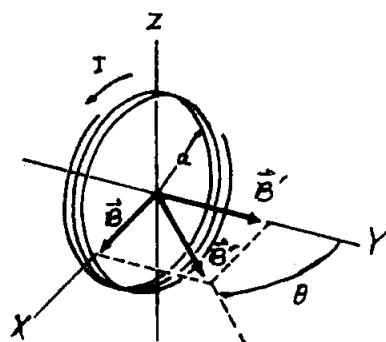
ส่วนปลายของโซลินอยด์จะมีค่าเป็น  $\frac{1}{2}$  ของค่าที่สุดกึ่งกลาง นั่นคือ

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2 L} \quad (\text{ปลาย})$$

ประโยชน์ของโซลินอยด์ที่ใช้สร้างสนามแม่เหล็กที่สม่ำเสมอในบริเวณสุดกึ่งกลาง

**หัวข้อที่ 8.5** แทนเจนเตอร์กลวนอิมเพอร์ เป็นเครื่องมือประกอบด้วย ขดลวดรูปวงกลม รัศมี  $a$  (รูป 3.27) พื้น  $N$  รอบ และมีกระแส  $I$  ไหลผ่าน วางในบริเวณที่มีสนามแม่เหล็ก  $B$  ในทิศนานา กับ เส้นผ่าศูนย์กลางของขดลวด กระแส  $I$  จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็กใหม่ซึ่ง และที่สุดกึ่งกลางของขดลวดจะมีความเข้ม

$$B' = \frac{\mu_0 I}{2 a}$$



รูปที่ 3.27 แทนเจนเตอร์กลวนอิมเพอร์

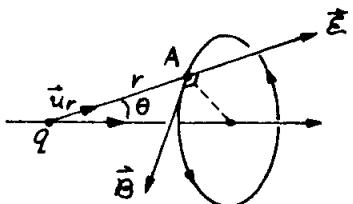
ตั้งนั้นสนามแม่เหล็กรวม  $B''$  ที่จุดศูนย์กลางของคลวตจะทำมุม  $\theta$  กับแกนของคลวต เสียงเป็น ความสมพันธ์ทางตรีโกณมิติได้ว่า

$$\tan \theta = \frac{B}{B'} = \frac{2aB}{\mu_0 IN}$$

และ เพราะมีข้อคลวต N รอบตั้งนั้น ผลรวมของสนามแม่เหล็กที่จุดกึ่งกลางซึ่งเป็น  $B' = \mu_0 IN / 2a$  ถ้าเราเขียนแม่เหล็กเล็ก ๆ ที่จุดกึ่งกลางของคลวต มันจะหมุนไปจนถึงตำแหน่งแล้วทุกกรณีใน ภาวะสมดุลย์ โดยทำมุม  $\theta$  กับแกนของคลวต โดยวิธีนี้เราจึงสามารถวัดสนามภายนอก  $B$  ได้ถ้าทราบค่าของกระแส หรือในทางตรงกันข้ามเรารายงานว่าค่ากระแส I ได้ ถ้ารู้ค่าสนาม  $B$  ตามปกติ  $B$  นั้นจะเป็นสนามแม่เหล็กโลก ผลจากการวัดนี้จะมีค่าถูกต้องถ้าใช้เข็มแม่เหล็ก ที่มีความยาวที่รัดได้แน่นอนแล้วนำความยาวของแท่งแม่เหล็กมาคำนวณในสูตรข้างต้นด้วย เพราะ สนามที่เกิดขึ้นนั้นไม่ใช่เกิดที่จุดกึ่งกลาง เสียงตำแหน่งเดียว ซึ่ง "tangent galvanometer" ก็คำนวณจากค่าที่ได้จากความสมพันธ์ทางตรีโกณมิติทั้งหมดข้างต้น

### 3.11 สนามแม่เหล็กหักเมื่อประจุเคลื่อนที่

จากความจริงที่ว่า กระแสไฟฟ้า (กระแสไฟฟ้าของประจุที่เคลื่อนที่) ให้สนามแม่เหล็ก ซึ่งมาจากการประจุเดลต้าที่เคลื่อนที่ ก่อให้เกิดสนามแม่เหล็กได้ ตั้งจะกล่าวต่อไป เราจะ พิจารณาประจุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $v$  ซึ่งถือว่ามาก เมื่อเทียบกับความเร็วแสง ตั้งนั้น ในที่นี้จึงไม่ต้องคำนึงถึงทฤษฎีสมพันธภาพ จะหาได้ว่าสนามแม่เหล็กที่จุด A ห่างจากประจุเป็น ระยะทาง  $r$  (รูป 3.28) มีสมการเป็น



รูปที่ 3.28 สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า เกิดจากประจุที่กำลังเคลื่อนที่

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \times \vec{u}_r}{r^2} \quad (3.28)$$

$$\text{มีขนาดเป็น } B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin\theta}{r^2} \quad (3.29)$$

มีพิศทางตั้งจากกัน ซึ่ง และ ซึ่ง แล้วแรงแม่เหล็กเป็นวงกลมหงส์แสดงในรูป จะเห็นว่าสนามแม่เหล็กจะเป็นศูนย์เมื่อยื่นในแนวเดินทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ และจะมีค่าสูงสุดเมื่อยื่นในระนาบตั้งจากกันแนวการเคลื่อนที่และผ่านประจุ

สนามไฟฟ้า  $E$  ที่เกิดขึ้นจากประจุ ณ ที่ A (เมื่อถึงว่าไม่มีผลจากการเคลื่อนที่ของประจุ)

ดัง

$$\vec{E} = \frac{q\vec{u}_r}{\pi \epsilon_0 r^2}$$

ดังนั้นเราอาจเขียนสมการ (3.28) ได้ในรูป

$$\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 v \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} v \times \vec{E} \quad (3.30)$$

ซึ่งให้ความสมสัมพันธ์ที่เป็นประโยชน์ยิ่งระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นเนื่องจากประจุที่เคลื่อนที่

$$\text{ในสมการข้างบนเราได้คำ } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$c = 2.99979 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} \quad (3.31)$$

ซึ่งเคยได้กล่าวไว้ครั้งหนึ่งแล้ว และต่อไปจะศูนย์ว่าเป็นความเร็วแสงหรือความเร็วของสัญญาณแม่เหล็กไฟฟ้าในสัญญาากาศ ถ้าศักดิ์เป็นเลขลงตัวจะได้

$$c = 3.0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

แม้ว่าประจุนึงจะทำให้เกิดสนามไฟฟ้า และประจุที่กำลังเคลื่อนที่จะทำให้เกิดทั้งสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กหงส์ตาม (3.30) ก็ตาม แต่คุณสมบัติทั้งสองต้องสอนว่าสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กหงส์ต่างจากกันชน้ำหนัก เป็นสมบัติประจำศักดิ์ของสารร่วมกัน จึงมักใช้คำว่า 'สนามแม่เหล็กไฟฟ้า' เพื่ออธิบายปรากฏการณ์ทางพิสิกส์ที่เกี่ยวข้องกับประจุที่เคลื่อนที่

ในกรณีของกระแสไฟฟ้าไปตามเส้นลวด เราจะพบว่ามีแต่สนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$  แต่ไม่มีสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  เพราะเมื่อชิ้นส่วนของลวดที่ทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ยังมีอยู่บนวงกลมที่บังคับอยู่ที่เดิมจะไม่ก่อให้เกิดสนามแม่เหล็ก เพราะอยู่ในเมืองที่เปลี่ยนแปลงทางการ์ดิโน แต่จะทำให้เกิดสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากันแต่มีพิศรวมข้ามกับสนามเนื่องจากชิ้นส่วนของลวดที่เปลี่ยนแปลงทางการ์ดิโน ดังนั้นผลรวมของสนามไฟฟ้า จึงมีค่าเป็นศูนย์ อย่างไรก็ตามสำหรับไอนอนที่เคลื่อนที่ไปตามแกนของเครื่องเร่งประจุแบบทางตรง (linear accelerator) เราจะได้ทั้งสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า ซึ่งมีความสัมพันธ์กัน ดังสมการ (3.30)

การคำนวณสมการ (3.28) จะพิจารณาสนามแม่เหล็กของประจุที่เคลื่อนที่ เริ่มจากผลของสนามแม่เหล็กจากกระแสไฟฟ้า สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดยกระแสไฟฟ้า หาได้จากสมการ (3.28) ศิริ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \oint \frac{\vec{n}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{(I dl \vec{n}_T) \times \vec{u}_r}{r^2}$$

อาศัยสมการ (3.15) จาก  $dV = Sdl$  และ

$$\vec{J} = J \vec{n}_T = nq\vec{v}$$

$$\text{จะได้ } Idl \cdot \vec{n}_T = (JS) dl \vec{n}_T = JdV \vec{n}_T = \vec{J} dV = nq\vec{v} dV$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} n dV$$

เมื่อ  $ndV$  เป็นจำนวนอนุภาคทั้งหมดในปริมาตร  $dV$  เราศึกษาความหมายของสมการข้างบนได้ว่า อนุภาคแต่ละตัว จะทำให้เกิดสนามแม่เหล็ก ที่จุด  $A$  มีค่าเป็น

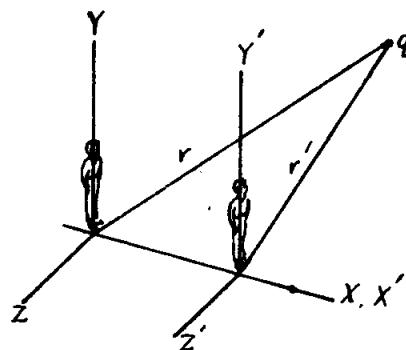
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

### 3.12 แม่เหล็กไฟฟ้าและหลักเกี่ยวกับทฤษฎีสัมพัทธภาพ

เราเคยพิจารณาทฤษฎีสัมพัทธภาพ ซึ่งปรากฏว่ากฎเกณฑ์ความธรรมชาติจะปรากฏเหมือนกันต่อผู้สังเกตในแกนที่ไม่มีความเร่งร่วมกัน ในขณะนี้เราจะพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กที่รัดได้โดยผู้สังเกต 2 คนที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์คงที่ ดังนี้

การสัมพันธ์ตามหลักทั่วไปซึ่งมีผลใช้ได้ถูกต้องอยู่

ศึกษาผู้สังเกต 2 คน 0' และ 0 (รูป 3.29) ช่องเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพันธ์ v สมมุติว่าประจุ q อยู่นิ่งเมื่อเทียบกับ 0' ประจุ q จะเคลื่อนที่สัมพันธ์กับ 0 ด้วยความเร็ว v



รูปที่ 3.29 การเปรียบเทียบค่าแม่เหล็กไฟฟ้าที่รักได้จากผู้สังเกต 2 คนที่มีความเร็ว สัมพันธ์กัน

ถ้าเทียบกับ 0' ช่อง เป็นผู้สังเกตคนหนึ่ง ประจุ q จะทำให้เกิดเพียงสนามไฟฟ้า  $\vec{E}'$  แต่ในกรณีของ 0 ช่อง เห็นประจุ q เคลื่อนที่ เข้าจะสังเกตเห็นว่า q ทำให้เกิดทั้งสนามไฟฟ้า  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็ก  $\vec{B}$

ในการที่ว่า q ในปีประจุ q เคลื่อนที่สัมพันธ์กับผู้สังเกตทั้งสอง แต่จะดูในอวกาศ (space) ผู้สังเกต 0' รักสนามไฟฟ้าได้  $\vec{E}'$  และสนามแม่เหล็กได้  $\vec{B}'$  และที่คำนวณนั้นเทียบกันนั้นผู้สังเกต 0 รักสนามไฟฟ้าได้  $\vec{E}$  และสนามแม่เหล็กได้  $\vec{B}$

ความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่ผู้สังเกตทั้งสองรักได้ จะเขียนเป็น สมการได้โดยอาศัยการแปลงค่าของลอเรนซ์ (Lorentz transformation) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x, \\ E_y &= \frac{E'_y + vB'_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \\ E_z &= \frac{E'_z - vB'_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (3.32)$$

และ

$$\begin{aligned} B_x &= B'_x, \\ B_y &= \frac{B'_y - v E'_z/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ B_z &= \frac{B'_z + v E'_y/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

สมการ (3.32) และ (3.33) แสดงการแปลงค่าของผลเรนซ์ สำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้า สมการเหล่านี้ย้ำให้เห็นว่า สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเป็นปริมาณที่สัมพันธ์กันชนิดแยกไม่ออก จนรวมเรียกเป็นปริมาณหนึ่งทางศักย์ว่า "สนามแม่เหล็กไฟฟ้า" (electromagnetic field) การที่จะแยกสนามแม่เหล็กไฟฟ้าออก เป็นองค์ประกอบทางไฟฟ้าและของแม่เหล็กไม่ใช่ทำได้ทุกครั้งไป แต่จะชี้บันการเคลื่อนที่ของประจุที่สัมพันธ์กับผู้สังเกต หงนนั่งคงต้องทดลองทันให้แน่นอน ครั้ง ว่าจะไม่ชูกึ่งแรงไฟฟ้า (electric interaction) และแรงแม่เหล็ก (magnetic interaction) โดยล่าสุด แต่จะเรียกรวมว่าแรงแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnetic interaction)

**ตัวอย่างที่ 3.8** สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของประจุที่เคลื่อนที่ ถ้าเราพิจารณาประจุ ณ ที่อยู่ ที่สัมพันธ์กับแกน  $x' y' z'$  ซึ่งกำลังเคลื่อนที่สัมพันธ์กับ  $x y z$  ด้วยความเร็วสัมพันธ์  $v$  ขนาด กับแกน  $x$  ผู้สังเกต  $0^\circ$  จะรับสนามแม่เหล็กไม่ได้ แต่รับค่าสนามไฟฟ้าได้ดังได้กล่าวมาแล้ว ดังนั้น

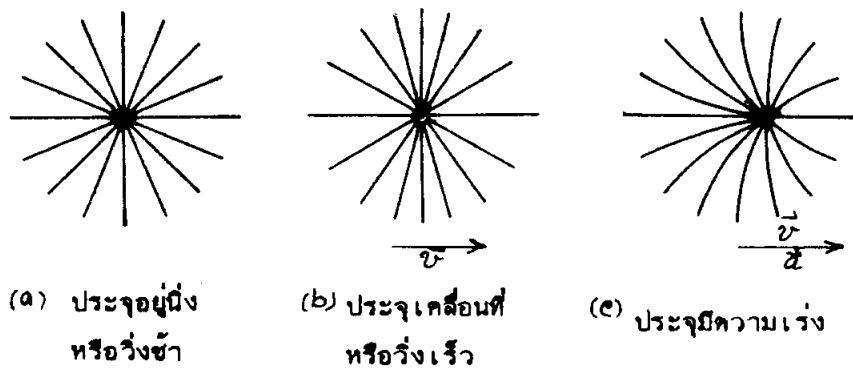
$$B'_x = B'_y = B'_z = 0$$

อาศัยสมการของการแปลงรูปสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ดังสมการ (3.32) และ (3.33) จะได้

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x, \quad E_y = \frac{E'_y}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \\ E_z &= \frac{E'_z}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \\ B_x &= 0, \quad B_y = -\frac{v E'_z/c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \end{aligned}$$

$$B_z = \frac{v \epsilon'_y / c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (3.34)$$

สมการ (3.34) ชี้ให้เห็นว่า ผู้สังเกต 0 เที่ยวนประจุกำลังเคลื่อนที่ ขณะที่ 0' เที่ยวนประจุอยู่นั่งเปรียบเทียบการวัดสนามไฟฟ้าของประจุ จะได้ว่าองค์ประกอบของสนามมีค่าเท่ากันสำหรับส่วนที่ขานกับพิศทางการเคลื่อนที่ แต่ 0 จะได้องค์ประกอบที่มีขนาดสูงกว่าในแนวตั้งจาก



รูปที่ 3.30 เส้นแรงโน้มถ่วงจากประจุไฟฟ้าที่อยู่นิ่งและเคลื่อนที่

กับพิศทางการเคลื่อนที่ เมื่อรวมสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าด้วยกันจะได้

$$B_z = 0, \quad B_y = -\frac{v \epsilon'_z}{c^2}, \quad B_z = \frac{v \epsilon'_y}{c^2} \quad (3.35)$$

ซึ่งมีค่าเท่ากันกับ  $\vec{B} = \vec{v} \times \frac{\vec{\epsilon}'}{c^2}$  และตรงกับสมการ (3.30) ที่ได้เคยกล่าวไว้แล้วว่า เป็นความสมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดจากประจุที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่  $v$  ความสมพันธ์นี้จะใช้ได้ไม่เว้าความเร็วจะเป็นเท่าไร

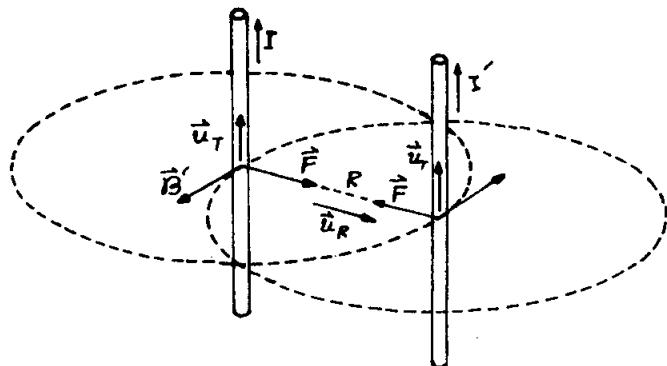
ผู้สังเกต 0' ผู้ซึ่งเห็นประจุอยู่นิ่ง วัดสนามไฟฟ้าได้มีค่าเท่ากับสมการ (2.9)

$$\vec{\epsilon}' = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad (3.36)$$

มิติทางในแนวเส้นรัศมีของทรงกลมและมีค่าสมำเสมอต่อครูปทรงกลมนั้น (รูป 3.30 a) อีกนัยหนึ่งสำหรับผู้อ่านเกต 0 ซึ่งเห็นประจุเคลื่อนที่ อาศัยสมการ (3.34) จะได้เห็นกันว่าสนาณไฟฟ้าจะอยู่แนวรัศมีเหมือนกัน แต่จะไม่มีค่าสมำเสมอแบบรูปทรงกลมอีกด้วยไป เพราะสนาณไฟฟ้าจะมีค่ามากในระนาบที่ตั้งฉากกับพื้นที่ทางการเคลื่อนที่มากกว่าสนาณในทิศเดียวกันกับการเคลื่อนที่ สักขณะนี้ได้แสดงให้ในรูป 3.30(b) ซึ่งว่าหัวความหนาแน่นของเส้นจะแสดงถึงความเข้มของสนาณ ถ้าประจุถูกเร่ง สนาณไฟฟ้าของประจุจะยึดซ้อนกันและประมาณได้ว่าเส้นแรงก็จะมีรูปร่างคล้ายกับรูป 3.30(c)

### 3.13 แรงระหว่างลวดที่มีกระแสไหลผ่าน

ใช้สมการ (3.25) และสมการ (3.14) ลองหาแรงแม่เหล็กระหว่างหัว 2 เส้นที่มีกระแสไฟฟ้าไหล เพื่อให้ง่ายเข้า เราจะพิจารณากระแส  $I, I'$  ในลวดหัว 2 เส้นที่วางขนานกัน ห่างกัน  $R$  รูป (3.31) และมีกระแสไหลในทิศทางเดียวกัน



รูปที่ 3.31 แรงแม่เหล็กระหว่างกระแสในลวดตรงเส้น

ขนาดและทิศทางของสนาณแม่เหล็ก  $\vec{B}$  ที่เกิดขึ้นเนื่องจากกระแส  $I$  ที่แต่ละจุดบนเส้นลวดกระแส  $I'$  จะหาได้จากสมการ (3.25) แรง  $F'$  ที่ปราภูบัน  $I'$  ทำได้จากสมการ (3.14) ดัง

$$F' = I' \int \vec{u}_T \times \vec{B} dl' \quad (3.37)$$

เมื่อจาก  $\vec{u}_T \times \vec{B} = -B \vec{u}_R$  เมื่อ  $\vec{u}_R$  คือ ยูนิตเวคเตอร์ทิศทางจาก  $I$  ไปยัง  $I'$  หันด้าน้ำใจสมการ (3.25) สำหรับทาง  $B$  เราจะได้

$$\vec{F}' = I' \int \left( -\vec{u}_R \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \right) dI' = -\vec{u}_R \left( \frac{\mu_0 I'}{2\pi R} \right) \int dI'$$

ผลรวมของ  $dI'$  ก็คือ  $I'$  ดังนั้นแรงที่กระทำบน  $I'$  จึงคำนวณได้เป็น

$$\vec{F}' = -\vec{u}_R \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{II'}{R} \quad (3.38)$$

ผลที่ได้มาแสดงให้เห็นว่ากระแส  $I$  ดึงดูดกระแส  $I'$  โดยการคำนวณแบบเดียวกันนี้หาแรงบน  $I$  ที่เกิดขึ้นโดย  $I'$  ก็จะได้ผลเช่นเดียวกัน แต่เป็นเครื่องหมายบวกกังนั้นจะมีศักยภาพเดียวกับ  $\vec{n}_R$  และเป็นการดึงดูดเช่นกัน ดังนั้นส่วนที่มีกระแสไหล逆ศักยภาพเดียวกันนานกัน 2 เส้น จะดึงดูดซึ้งกันและกันด้วยแรงเท่ากันอันเนื่องมาจากผลของแรงแม่เหล็กของมันนั้นเอง สิ่งที่ผู้อ่านควรจะลองคำนวณหาให้เห็นจริงต่อไปคือ แรงผลักที่เกิดขึ้นระหว่างส่วนที่มีกระแสไหลในแนวขนานแต่ไม่ทางตรงข้าม

แรงผลักหรือแรงดูดที่เกิดขึ้นระหว่างกระแสมีความสัมพันธ์ที่จะต้องคำนวณตามอตร์ไฟฟ้าและเครื่องมือเครื่องใช้ทางวิศวกรรมและอื่น ๆ อีกด้วย

ข้อควรจำ เนื่องจากเดียวกันหน่วย เรายังคงกล่าวถึงหน่วยพื้นฐานหรือหน่วยหลักมูล (fundamental unit) แล้วว่าระบบของหน่วยอันเป็นที่ยอมรับเป็นแบบสามัญ ก็คือ MKSA ในไข่ระบบ MKSC แต่ในทางปฏิบัติแล้วทั้งสองระบบไม่มีความแตกต่างกันเลย เรา มีกฎ 2 กฎที่แสดงว่าหน่วยมาตรฐานศูนย์ที่ 4 ไม่เกี่ยวข้องกับหน่วยความยาว หน่วยมวลและหน่วยเวลา ได้แก่กฎของอุลอมบ์ สำหรับแรงไฟฟ้าสถิต (electrostatic interaction) ที่เกิดขึ้นระหว่างประจุ 2 ประจุได้จากสมการ (2.2)

$$F = K_e \frac{qq'}{r^2}$$

และกฎของแรงระหว่างกระแสที่อยู่ในแนวเส้นตรงหาได้จากสมการ (3.38)

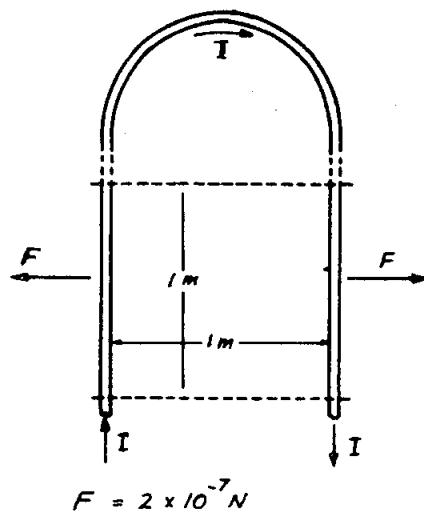
โดยใช้  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  แทนค่า  $K_m$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ทางแม่เหล็ก

$$F' = K_m \frac{2 II'}{R} L'$$

เมื่อเราได้ค่าคงที่ 2 ค่าคือ  $K_e$  และ  $K_m$  สำหรับแรงทางไฟฟ้าและทางแม่เหล็กแล้วก็ยังเป็นเพียงหนึ่งตัวคงที่ของฟิสิกส์ที่มีอยู่เท่านั้น เพราะเป็นปริมาณใหม่ทางฟิสิกส์อีกเพียงปริมาณเดียว เมื่อประจุไฟฟ้าสัมพันธ์กับกระแสสามสมการ

$$\text{กระแส} = \frac{\text{ประจุ}}{\text{เวลา}}$$

ดังนั้นเราจะให้ค่าด้วยเลขส่วนที่หักคำคงที่ตัวหนึ่ง ก็จะได้คำคงที่ยกตัวหนึ่งด้วย จากการประชุมครั้งที่ ๑๐ เกี่ยวกับน้ำหนักและการวัด (The Eleventh General Conference on Weights and Measures), ในปี ๑๙๒๐ ให้ทดลองให้คำคงที่  $K_m = 10^{-7}$  และเลือกแย่ม-แปร์เป็นหน่วยหลักมูลฐานที่ « โดยให้คำจำกัดความของแอมเปอร์ว่า เป็นกระแสไฟฟ้าอยู่ในศูนย์หนึ่งที่ขึ้นนานกันและห่างกัน » เมตร เป็นผลให้เกิดแรงกระทำต่อ กัน และแรงบนศูนย์กลางด้วยเป็น  $2 \times 10^{-7}$  นิวตันต่อความยาว » เมตร (รูปที่ 3.32) เมื่อให้คำจำกัดความของแอมเปอร์

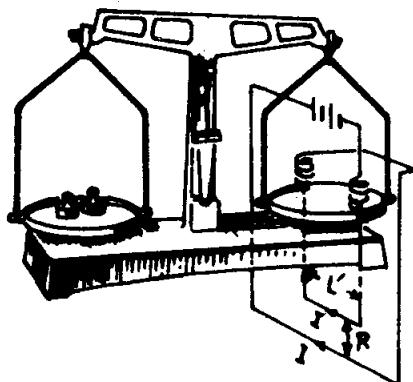


รูปที่ 3.32 เครื่องมือทดสอบเพื่อหาค่ากระแสพนีงแอมเปอร์

แล้วซึ่งได้ความหมายของหนึ่งกลุ่มบ่าว่า เป็นปริมาณของหนึ่งประจุไฟฟ้าที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัดของศูนย์ไฟ ณ ในเวลา • วินาที เมื่อกระแสนั้นมีค่าเป็น • แอมป์

ได้มีผู้กระทำการทดลองรักแรงกระทำระห่ำหัวน้ำสู่ที่วางข่านกัน ดังรูปที่ 3.33 ประกอบด้วยเครื่องซึ่งกระแทกไฟฟ้า (current balance) ครั้งแรกตั้งเครื่องซึ่งให้สมดุลย์ไทยไม่มีกระแสในวงจร ต่อมาก็อย่างกระแสที่เท่า ๆ กันให้ผ่านศูนย์ทั้งสอง แรงที่เกิดขึ้นบนศูนย์แต่ละศูนย์จะมีค่าเป็น

$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{I^2 L'}{R}$$



รูปที่ 3.33 เครื่องซึ่งกระแสไฟฟ้า

ซึ่งเป็นน้ำหนักที่จะต้องเพิ่มบนจานชั้ยขณะที่ปล่อยกระแสไฟฟ้านั่น เพื่อให้เครื่องซึ่งสมดุล์จากค่า  $F$ ,  $L'$  และ  $R$  ที่ทราบแล้วว่ามากก้านวามหาค่า  $I$  ได้ ในทางปฏิบัติมักใช้คลุมวงกลม 2 ขดวางแผนกว้าง กัน แต่สมการที่ใช้ก้านวามหางรังที่เกิดขึ้นบนชุดคลุมจะต่างกันไป

ค่าคงที่  $K_e$  และ  $K_m$  ในรูปของ  $\epsilon_0$  และ  $M_0$  เรียนให้ดูดังนี้

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad K_m = \frac{M_0}{4\pi}$$

จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนระหว่างค่าคงที่ทั้งสองจะเป็น  $\frac{K_e}{K_m} = \frac{I}{\epsilon_0 M_0} = c^2$

เมื่อ  $c = \sqrt{\epsilon_0 M_0}$  ค่าคงที่มีจะเท่ากับความเร็วแสง (หรือความเร็วของสัญญาณแม่เหล็กไฟฟ้า) ในสภาวะน้ำ ซึ่งจะได้ศูนย์ในการเรียนเข้ามาร่วมค่าคงที่  $c$  หากได้ขยายถูกต้องโดยการทดลอง จากค่า  $c$  มีจะได้

$$K_e = K_m c^2 = 10^{-7} c^2$$

ซึ่งเทม่อนกับค่า  $K_e$  ที่ให้ไว้ในหัวข้อ 2.3

ซึ่งเป็นสิ่งที่ใช้อธิบายได้ประการหนึ่งว่าเหตุใดเราจึงเลือกกำหนดศูนย์กลางก่อเป็นค่าคงที่  $K_e$

เหตุผลอีกประการหนึ่งที่ใช้อ้างถึงในการประชุมครั้งที่ 11 ในภารกิจที่ให้ใช้แอมเปอร์ เป็นหน่วยหลักมูลเดียวที่ 4 ก็คือ เป็นความสะดวกกว่าในทางปฏิบัติที่จะหาระสมាតรฐานและการวัดแรงกระทำระหว่างกระแส 2 ค่า มากกว่าที่จะหมายมาตรฐานของประจุแล้ววัดแรงกระระหว่างประจุทั้งสอง อี่างไรก็จากความเป็นจริงที่มองเห็นให้ข้อศึกษา ประจุควรจะเป็นหน่วยหลักมูลมากกว่ากระแส ประกอบกันทั้งแรงกระปฎิบัติและแรงของทฤษฎีอยู่แล้ว เนื่องได้ว่าหน่วย MKSC และหน่วย MKSA ต่างก็ให้ความหมายในทางคำนวณเหมือนกัน

**ตัวอย่างที่ 8.7** การเปลี่ยนเทียบแรงไฟฟ้า และแรงแม่เหล็กกระระหว่าง 2 ประจุ เมื่อจากเราต้องการแต่เพียงขนาดของสนามเท่านั้น เราจะศึกษาความหมายของสูตรอุกมาอย่างง่าย ๆ นี่ก็คือ เมื่อกำหนดประจุ  $q_1$  และ  $q_2$  เราพุกให้ว่าแรงไฟฟ้าที่เกิดขึ้นโดย  $q_1$  และ  $q_2$  ห่าง  $d$  สนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นโดย  $q_1$  บน  $q_2$  ตามสมการ (3.30) มีขนาด  $B = \frac{v'E}{c^2}$  แรงแม่เหล็ก บนประจุ  $q_2$  ตามสมการ (3.1) มีขนาดเป็น  $q_2 v B = q_2 v \left( \frac{v'E}{c^2} \right) = \left( \frac{v v'}{c^2} \right) q_2 E$  จะได้

$$\frac{\text{แรงแม่เหล็ก}}{\text{แรงไฟฟ้า}} \approx \frac{v v'}{c^2}$$

ดังนั้น ถ้าความเร็วของประจุมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับความเร็วแสง แรงแม่เหล็กจะมีค่าน้อยจนต้องให้มีเพียงเทียบกับแรงไฟฟ้า ในกรณีที่  $v \ll c$  ไปเรารู้ว่าเป็นค่ามีนัยถึง รังษค์ให้ว่าแรงแม่เหล็กนี้เป็นหัวกำหนดการเคลื่อนที่ของแรงแม่เหล็กไฟฟ้า หัวอย่างเช่น ถ้าประจุมีความเร็ว  $10^6 \text{ m s}^{-1}$  ซึ่งเป็นขนาดความเร็วของอิเล็กตรอนที่รั่วอุบลนิวเคลียสเราจะได้

$$\frac{\text{แรงแม่เหล็ก}}{\text{แรงไฟฟ้า}} \approx 10^{-4}$$

ไม่ต้องคำนึงถึงแรงแม่เหล็กซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงไฟฟ้า แรงแม่เหล็กนี้ เป็นอันหนึ่งที่ใช้ในการสร้างมอเตอร์ไฟฟ้าและเครื่องมือเครื่องใช้ต่าง ๆ ทางวิศวกรรม เป็นค่าวิทยาเหตุผลทั้งต่อไปนี้ โดยปกติแล้วถือว่าสารต่าง ๆ มีลักษณะไฟฟ้าเป็นกลาง แรงไฟฟ้าที่กระทำระหว่างจัลทร 2 ก้อนเป็นศูนย์ หัวอย่างเช่น ฉลาก 2 เล็บวางเดียงกัน แรงไฟฟ้าทั้งหมดที่กระทำระหว่างจัลทร ถูกนั้นเป็นศูนย์ ถ้าเส้นลวดเคลื่อนที่ ทั้งประจุบวกและลบจะเคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกัน เส้นนั้นผลรวมของกระแสในลวดแต่ละเส้นจะเป็นศูนย์และดังนั้นผลรวมของสนามแม่เหล็กก็จะเป็นศูนย์ ค่าวิทยาเหตุผลก็จะไม่มีแรงเกิดขึ้นระหว่างจัลทรทั้งสอง แต่ถ้าให้ความต่างหักยกไฟฟ้าระหว่างปลายเส้นลวด ทำให้ประจุบวกเคลื่อนที่สัมพันธ์กับประจุบวก ผลรวมของกระแสที่เกิดขึ้นในเส้นลวดแต่ละเส้นไม่เป็นศูนย์ และจะเกิดสนามแม่เหล็กขึ้นด้วยเพราะอิเล็กตรอนในด้านมีจำนวนมาก และ

แม้ว่าความเร็วของมันจะต่ำากก็ยังพอทำให้เกิดสนานแม่เหล็กสมจากอิเลกตรอนและส่วนไค์มาก จนเกิดแรงแม่เหล็กระหว่างสันลูกให้เห็นได้

แม้ว่าแรงแม่เหล็กจะมีค่าน้อย เมื่อเทียบกับแรงไฟฟ้า แต่ก็ยังมีค่ามากน้ำย เมื่อเทียบกับแรงดึงดูดของโลก