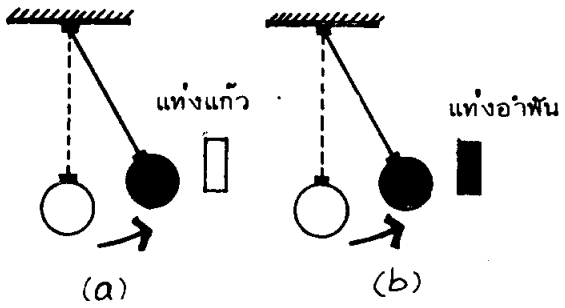
บทที่ 2
แรงไฟฟ้า

2.1 บทนำ

ลองทำการทดลองง่าย ๆ เช่น ลองหวีผมในวันที่อากาศแห้ง ๆ แล้วยื่นหวีนั้นไปใกล้กระดาษชิ้นเล็ก ๆ พบว่ากระดาษถูกดูด จะเกิดปรากฏการณ์เช่นเดียวกันนี้ขึ้น ถ้าเราถูแท่งแก้วหรือแท่งอำพันด้วยผ้า หรือขนสัตว์ ทำให้เราอาจสรุปได้ว่าการถูจะทำให้วัตถุเหล่านี้แสดงคุณสมบัติใหม่ที่เรียกว่า ไฟฟ้า (electriciy) ขึ้น ไฟฟ้ามาจากคำ elektron เป็นภาษากรีกแปลว่า อำพัน และนั่นคือคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่ทำให้เกิดแรงกระทำ (interaction) ที่มีอำนาจสูงกว่าการโน้มถ่วง (gravitation) แต่อย่างไรก็ดีแรงกระทำทางไฟฟ้าและจากการโน้มถ่วงก็ยังมีลักษณะพื้นฐานต่างกันมาก



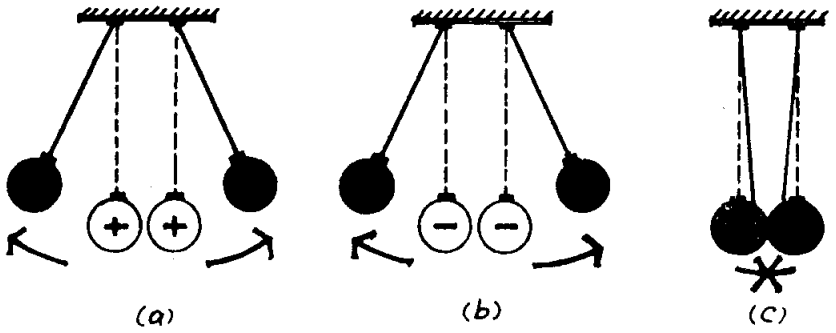
รูปที่ 2.1 การทดลองที่ประกอบด้วยแท่งแก้วมีประจุและแท่งอำพัน

เดิมพูดกันว่า การโน้มถ่วงก่อให้เกิดเพียงการดึงดูดระหว่างมวลคู่หนึ่ง ๆ เท่านั้น แต่แรงกระทำทางไฟฟ้ามีอยู่ 2 ชนิด คือมีทั้งดูดและผลัก ดังตัวอย่างเช่น วางแท่งแก้วที่มีไฟฟ้าใกล้ลูกตุ้มเล็ก ๆ ทำด้วยไม้คอร์กซึ่งแขวนไว้ที่ปลายเชือก เราจะเห็นว่าแท่งแก้วดึงดูดลูกตุ้ม (รูป 2.1) ถ้าลองทำการทดลองซ้ำอีก แต่ใช้แท่งอำพันแทนแท่งแก้วทำให้มีประจุไฟฟ้าก็จะ

เห็นว่าดูดลูกตุ้มเช่นเดียวกัน

ครานี้ ใช้แท่งแก้วที่มีประจุไฟฟ้าแตะลูกตุ้มที่ทำด้วยคอร์ก 2 ลูกนั้น ซึ่งทำให้เราถือได้ว่า ลูกตุ้มทั้งสองนั้นมีประจุไฟฟ้า ดังนั้นถ้านำลูกตุ้มเข้าใกล้กัน จะสังเกตได้ว่ามันผลักกันผลจะเกิดขึ้นเช่นเดียวกันกับเมื่อเราใช้แท่งอำพันที่มีประจุไฟฟ้าและลูกตุ้ม เพราะมันได้รับประจุไฟฟ้าชนิดเดียวกัน แต่ถ้าเราแตะลูกบอลอันหนึ่งด้วยแท่งแก้ว และอีกอันหนึ่งด้วยแท่งอำพัน ลูกบอลอันหนึ่งจะมีประจุเหมือนแท่งแก้ว และอีกอันหนึ่งเหมือนกับประจุของอำพัน เราจะพบว่าลูกตุ้มดูดกัน เราจึงสรุปได้ว่า มีประจุไฟฟ้าอยู่ 2 ชนิด ชนิดหนึ่งเหมือนกับที่มีในแท่งแก้ว อีกชนิดหนึ่งเหมือนกับที่มีในแท่งอำพัน เราเรียกชนิดแรกว่าเป็นประจุบวกและชนิดหลังว่าเป็นประจุลบ สรุปเป็นข้อความสั้น ๆ ได้ว่า

> วัตถุสองชนิดที่มีประจุชนิดเดียวกัน (จะเป็นบวกหรือลบก็ตาม) จะผลักซึ่งกันและกัน แต่ถ้ามีประจุไฟฟ้าคนละชนิดแล้ว (อันหนึ่งเป็นบวก อีกอันหนึ่งเป็นลบ) มันจะดูดกัน

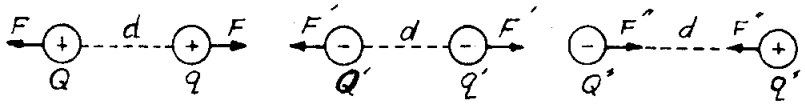


รูปที่ 2.2 การกระทำทางไฟฟ้าระหว่างประจุเหมือนกันและต่างกัน

การโน้มถ่วงเป็นแรงดึงดูดเสมอ แต่แรงไฟฟ้าอาจจะเป็นได้ทั้งแรงดูดและแรกผลัก ดังแสดงเป็นแผนภาพไว้ในรูป 2.2 แล้ว

ถ้าแรงไฟฟ้ามีแต่เพียงชนิดดึงดูดอย่างเดียว หรือชนิดผลักอย่างเดียว เราก็คงไม่เห็นและได้ศึกษาค้นคว้าแรงเนื่องจากการโน้มถ่วงกันเป็นแน่ เพราะแรงไฟฟ้าแรงกว่าแรงเนื่องจากการโน้มถ่วงมากจนเทียบกันไม่ได้

เมื่อประจุไฟฟ้า 2 ชนิดอยู่ใกล้กัน มันจะให้แรงกระทำเท่ากันแต่ทิศทางตรงข้าม แรงกระทำบนวัตถุแต่ละอันที่มีประจุนั้นทิศทางของแรงขึ้นกับเครื่องหมายของประจุหรือชนิดของวัตถุ ดังรูป 2.3



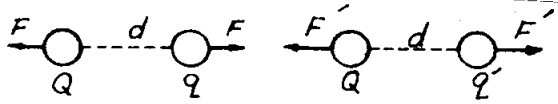
รูปที่ 2.3 แรงระหว่างประจุเหมือนกันและต่างกัน

2.2 ประจุไฟฟ้า

เราแสดงลักษณะและขนาดของการโน้มถ่วง โดยนำมวลอีกมวลหนึ่งมาใกล้ และเราสามารถแสดงลักษณะและภาวะของวัตถุที่มีไฟฟ้า โดยวิธีเดียวกันโดยใช้มวลทางไฟฟ้า electrical mass) หรือเรียกง่าย ๆ ว่าประจุไฟฟ้า มีสัญญลักษณ์ q ดังนั้นชิ้นส่วนใด ๆ หรืออนุภาคใด ๆ ก็จะแสดงสมบัติประจำตัวของมันโดยมวลและประจุซึ่งไม่ขึ้นต่อกัน แต่จะมีคุณสมบัติของมันเองโดยเฉพาะ

เนื่องจากมีอำนาจไฟฟ้าอยู่ 2 ชนิด ดังนั้นจึงมีประจุ 2 ชนิด ด้วยกันคือ บวกและลบ วัตถุที่แสดงอำนาจไฟฟ้าบวกก็จะมีประจุบวก และที่แสดงอำนาจไฟฟ้าลบ ก็จะมีประจุลบ ประจุรวมทั้งหมดของวัตถุก็จะเป็นผลรวมทางพีชคณิตของประจุบวกและลบ วัตถุที่มีปริมาณประจุบวกและประจุลบเท่ากัน (ประจุรวมแล้วเป็นศูนย์) พูดว่าเป็นกลางทางไฟฟ้า ในทางตรงกันข้ามถ้ามีประจุรวมไม่เป็นศูนย์ เรียก ไอออน (ions) สสารทั่ว ๆ ไปไม่ปรากฏว่ามีแรงไฟฟ้า เราจึงถือว่า สสารเหล่านั้นมีประจุบวกและลบเท่ากัน

เพื่อกำหนดลักษณะของประจุของวัตถุที่มีอำนาจไฟฟ้า เราทำดังนี้ สมมุติให้วัตถุนั้นมีประจุ Q (รูป 2.4) แล้ววางประจุ q ห่างออกไปเป็นระยะ d จะหาแรงกระทำ F บน q ได้



รูปที่ 2.4 การเปรียบเทียบประจุ q และ q แสดงการกระทำทางไฟฟ้าต่อประจุที่สาม Q

ต่อไปลองวางประจุ q' ห่างจาก Q ไปเป็นระยะทาง d และวัดแรง F' เรากำหนดประจุ q และ q' ได้เป็นสัดส่วนกับแรง F และ F' ดังนี้

$$\frac{q}{q'} = \frac{F}{F'}$$

ถ้าทราบค่าของ q' เป็นตัวเลขก็จะมีวิธีหาค่าของ q ได้ วิธีเปรียบเทียบประจุนี้คล้ายกับในหัวข้อ 1.3 ในการเปรียบเทียบมวลของวัตถุ 2 ชนิด การกำหนดค่าประจุโดยวิธีนี้เราถือได้ว่าลักษณะประกอบอื่น ๆ ของมันเหมือนกัน ดังนั้นแรงกระทำทางไฟฟ้าจึงจะเป็นสัดส่วนกับปริมาณของประจุไฟฟ้าของอนุภาคนั้น

2.3 กฎของคูลอมบ์

พิจารณาแรงไฟฟ้าระหว่างวัตถุที่มีประจุที่อยู่นิ่ง 2 ประจุ เมื่อเทียบกับผู้สังเกตผู้หนึ่งหรือมิฉะนั้นก็เป็นการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำมาก การกระทำที่เกิดขึ้นในลักษณะนี้เรียกว่าไฟฟ้าสถิต

ชาลส์ เอ เดอ คูลอมบ์ (Charles A. de Coulomb 1736-1806) วิศวกรชาวฝรั่งเศสเป็นผู้ตั้งสูตรในการคำนวณแรงไฟฟ้าสถิตระหว่าง 2 ประจุ เรียก กฎของคูลอมบ์ ซึ่งกล่าวว่า

> แรงไฟฟ้าสถิต (electrostatic interaction) ระหว่างวัตถุที่มีประจุคู่หนึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับจำนวนประจุของวัตถุนั้น และเป็นสัดส่วนกลับ กับกำลังสองของระยะทางระหว่างประจุคู่หนึ่ง มีทิศทางอยู่ในแนวเส้นตรงที่ต่อระหว่างประจุทั้งสอง

เขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ว่า

$$F = K_e \frac{qq'}{r^2} \qquad (2.2)$$

เมื่อ r เป็นระยะระหว่างประจุ q และ q'

F เป็นแรงที่กระทำบนแต่ละประจุ และ

K_e เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นกับหน่วยของ q, q' และ r

กฎนี้คล้ายกับกฎของการโน้มถ่วง ซึ่งเขียนดังนี้

$$F = \gamma \frac{mm'}{r^2}$$

ดังนั้น เราจึงใช้ผลซึ่งพิสูจน์ไว้แล้วในบทที่ 11โดยการแทน $\gamma mm'$ ด้วย $k_e qq'$

ในด้านปฏิบัติการและคำนวณค่าตัวเลข จะสะดวกขึ้นมากถ้าใช้ค่า

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \qquad (2.3)$$

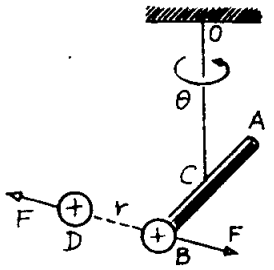
สำหรับสัญญลักษณ์ใหม่คือ ϵ_o เรียกว่า ค่าเพอร์มิททิวิตี้ในสูญญากาศ (vacuum permittivity) ทำให้เราสามารถเขียนสมการ (2.2) ออกมาได้อีกรูปหนึ่ง เรียก กฎของคูลอมบ์ นั่นคือ

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{qq'}{r^2} \qquad (2.4)$$

เมื่อใช้สมการ (2.4)นี้ เราต้องเขียนเครื่องหมายบอกชนิดของประจุ qq' ลงไปด้วย ถ้าได้ F เป็นค่าลบ หมายถึงแรงดึงดูด ถ้า F เป็นค่าบวก หมายถึงแรงผลัก

เราสามารถพิสูจน์กฎกำลังสองผกผัน (inverse square law) (2.2) ได้จากการทดลองโดยการวัดแรงระหว่างประจุ 2 ประจุที่ทราบค่าเมื่อวางให้ห่างด้วยระยะต่าง ๆ กัน เตรียมการทดลองได้ดังแสดงในรูป 2.5 ซึ่งเหมือนกับ คาเวนดิช ทอร์ชัน บาลานซ์ (Cavendish torsion balances) ดังรูป 1.3 เช่นกัน

แรง F ระหว่างประจุที่ B และประจุที่ D จะหาได้โดยการวัดมุม θ ซึ่งเส้นเชือก OC บิดไป เพื่อรักษาภาวะสมดุลย์



รูปที่ 2.5 Carvendish torsion Balance ใช้พิสูจน์กฎแรงไฟฟ้าระหว่าง 2 ประจุ

2.4 หน่วยของประจุ

ค่าคงที่ K_e ในสมการ (2.2) ซึ่งได้แก่

$$F = Ke \frac{qq'}{r^2}$$ เป็นแบบเดียวกันกับ

ค่าคงที่ γ ในสมการ (1.1) ซึ่งได้แก่

$$F = \gamma \frac{mm'}{r^2}$$

แต่ในบทที่ 1 นั้น หน่วยของมวล, ระยะทางและแรงต่างก็มีความหมายแน่นอนอยู่แล้ว และหาค่า γ ได้จากการทดลอง แต่ในกรณีที่เรากำลังกล่าวถึงนี้ แม้ว่าเราทราบความหมายกับหน่วยของ

แรงและระยะทางแล้วก็ตาม เราก็ยังไม่ทราบคำจำกัดความของหน่วยของประจุ (คำจำกัดความที่ได้เคยทราบมาจากขั้นต้นนั้น เป็นเพียงความหมายขั้นปฐมเท่านั้น) ถ้าเราสามารถให้ความหมายของหน่วยของประจุชัดแจ้งลงไปแล้ว เราก็จะหาค่า kK_e ได้โดยการทดลองเหมือนกัน เราอาจจะลองทำในทางย้อนกลับดูบ้าง โดยเลือกใช้ค่า K_e ที่พอเหมาะ โดยวิธีนี้เราต้องกำหนดหน่วยของประจุให้แน่นอน เราจะใช้วิธีที่สองนี้ และใช้หน่วยในระบบ MKSC. กำหนดค่า K_e ไว้ดังนี้

$$K_e = 10^{-7} c^2 = 8.9874 \times 10^9$$

ซึ่ง $c = 2.9979 \times 10^8 ms^{-1}$ เป็นความเร็วของแสงในสูญญากาศ ในทางปฏิบัติเราจะใช้ $K_e = 9 \times 10^9$ ดังนั้น เมื่อวัดระยะทางเป็นเมตร และแรงเป็นนิวตัน สมการ (2.2) จะกลายเป็น

$$F = (10^{-7} c^2) \frac{qq'}{r^2}$$

หรือ

$$F = 9 \times 10^9 \frac{qq'}{r^2} \qquad (2.5)$$

เมื่อเราได้กำหนดค่า K_e ลงไปแล้ว เราก็ต้องกำหนดหน่วยของประจุให้แน่นอนลงไปด้วย เรียกหน่วยของประจุว่าคูลอมบ์ (Coulomb) และใช้สัญญลักษณ์ C จากสมการ (2.5) เราอาจจะให้คำจำกัดความได้ดังนี้คือ

> "หนึ่งคูลอมบ์ หมายถึงขนาดของประจุซึ่งเมื่อวางประจุขนาด 1C ที่เท่า ๆกัน คู่หนึ่งในสูญญากาศห่างกัน 1 เมตร จะเกิดแรงผลัก $10^{-7} c^2$ หรือ 8.9874×10^9 นิวตัน"

เราทราบแล้วว่า ตามสมการ (2.2) เราให้ K_e ในหน่วย Nm^2C^{-2} หรือ $m^3kgs^{-2}C^{-2}$ และจากค่าของ K_e ที่เราได้กำหนดไว้ ค่าเพอมิททิวิตี้ในสูญญากาศ จะมีค่าเป็นตัวเลขดังนี้

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \times 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2$$

หรือ $m^{-3} kg^{-1} s^2 C^2$ (2.6)

ตัวอย่างที่ 2.1 ให้ประจุวางดังรูป 2.6 มี

$$q_1 = 10^{-3}\ C$$

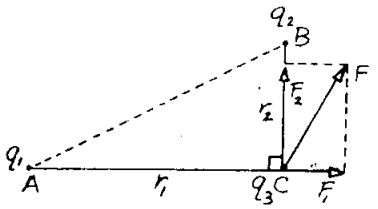
$$q_2 = -0.5 \times 10^{-3}$$

$$q_3 = 0.2 \times 10^{-3}\ C$$

$$AC = 1.2\ m,$$

$$BC = 0.5\ m.$$

ให้หาค่าแรงลัพธ์บนประจุ q_3



รูปที่ 2.6 แรงไฟฟ้ารวมที่ q_3 เนื่องจาก q_1 และ q_2

วิธีทำ แรงกระทำ F_1 ระหว่าง q_1 และ q_3 เป็นแรงผลัก, ส่วนแรง F_2 ระหว่าง q_2 และ q_3 เป็นแรงดูด

ค่าที่ได้มา โดยการใช้สมการ (2.4) ก็คือ.-

$$F_1 = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 1.9 \times 10^3\ N.$$

$$F_2 = \frac{q_2 q_3}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = -3.6 \times 10^3\ N.$$

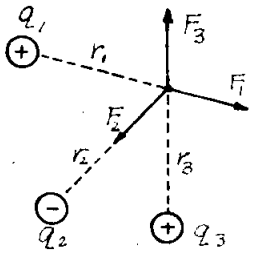
ดังนั้น ค่าแรงลัพธ์ จะเป็น

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 4.1 \times 10^3 \text{ N.}$$

2.5 สนามไฟฟ้า

ในบริเวณใด ๆ ซึ่งมีแรงจากประจุไฟฟ้าเรากล่าวว่ามีสนามไฟฟ้า แรงไฟฟ้าได้จากประจุอื่นในบริเวณนั้น เช่น ประจุ q วางอยู่ในบริเวณซึ่งมีประจุอื่น ๆ เช่น q_1, q_2, q_3 ... (รูป 2.7) อยู่ตำแหน่งต่าง ๆ กันจะได้แรงลัพธ์เป็น

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots,$$



รูปที่ 2.7 สนามไฟฟ้ารวมที่จุด p เนื่องจากประจุต่าง ๆ

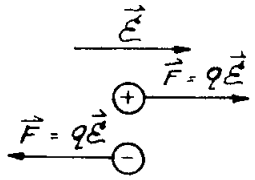
เรากล่าวว่ามีสนามไฟฟ้าเกิดขึ้นโดยประจุ q_1, q_2, q_3 ... (และในทำนองเดียวกัน ประจุ q ก็ก่อให้เกิดแรงกระทำบน q_1, q_2, q_3,...เช่นกัน แต่เราไม่ได้พิจารณาอยู่ในขณะนี้), แรงซึ่งแต่ละประจุ q_1, q_2, q_3 .... กระทำต่อประจุ q จะเป็นสัดส่วนกับ q แรงลัพธ์ F ก็เป็นสัดส่วนกับ q ด้วยเหมือนกัน ดังนั้นแรงกระทำต่อวัตถุซึ่งวางอยู่ในสนามไฟฟ้า จะเป็นสัดส่วนกับประจุที่มีอยู่ในวัตถุนั้น

ความเข้มของสนามไฟฟ้า (intensity of the electric field) ที่จุดหนึ่งจุดใดเท่ากับแรงต่อ 1 หน่วยประจุ ที่จุดนั้น ใช้สัญญลักษณ์ $\mathcal{E}$ เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \text{หรือ} \quad \vec{F} = q\vec{\mathcal{E}} \qquad (2.7)$$

ความเข้มของสนามไฟฟ้า $\vec{\mathcal{E}}$ มีหน่วยเป็นนิวตันต่อคูลอมบ์ (NC^{-1}) หรือในหน่วยพื้นฐาน คือ $mkgs^{-2}C^{-1}$

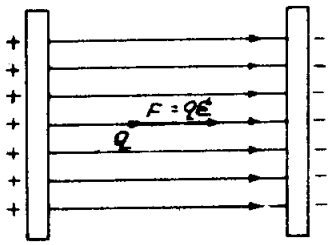
ลองสังเกตว่า ในรูปของคำจำกัดความ (2.7) นั้น ถ้า q เป็นบวก, แรง $\vec{F}$ ที่กระทำต่อประจุมีทิศทางเหมือนกับสนาม $\vec{\mathcal{E}}$ แต่ถ้า q เป็นลบ, แรง $\vec{F}$ จะมีทิศทางตรงข้ามกับ $\vec{\mathcal{E}}$ (รูป 2.8)



รูปที่ 2.8 ทิศทางของแรงไฟฟ้าบนประจุบวกและลบที่วางในสนามไฟฟ้า

ดังนั้น ถ้าเราทำให้เกิดสนามไฟฟ้าในกลุ่มวัตถุที่มีทั้งประจุบวกและลบ หรือไอออน แล้ว ดูเหมือนว่าสนามไฟฟ้าจะทำให้ประจุบวกและลบเคลื่อนที่สวนกัน เกิดการแยกตัวระหว่างประจุขึ้น ผลที่เกิดนี้บางครั้งเรียก โพลาไรเซชั่น (polarization)

เช่นเดียวกับในสนามของการโน้มถ่วง เราอาจเขียนเส้นแรงแสดงสนามไฟฟ้าได้ ซึ่งหมายถึงเส้นที่เป็นเส้นสัมผัสกับทิศทางของสนามไฟฟ้า ณ จุดนั้น สนามไฟฟ้าที่สม่ำเสมอจะมีขนาดและทิศทางของความเข้มเหมือนกันทุก ๆ ตำแหน่ง เห็นได้ชัดจากสนามสม่ำเสมอใช้แทนได้ด้วยเส้นแรงที่ขนานกัน (รูป 2.9)



รูปที่ 2.9 สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

วิธีที่ดีที่สุดที่จะสร้างสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอคือ การทำให้แผ่นโลหะ 2 แผ่นซึ่งวางขนานกัน มีประจุเท่ากัน แต่เป็นประจุต่างชนิดกัน ลักษณะเหมือนกันทุกประการจะทำให้เกิดสนามสม่ำเสมอได้

ตัวอย่างที่ 2.2 การเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าที่สม่ำเสมอ

สมการการเคลื่อนที่ของประจุไฟฟ้าในสนามไฟฟ้าเขียนได้โดยใช้สมการ

$$m\vec{a} = q\vec{\mathcal{E}} \quad \text{หรือ} \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}$$

ความเร่งของวัตถุในสนามไฟฟ้าขึ้นกับอัตราส่วน $\frac{q}{m}$ ดังนั้นอัตราส่วนนี้โดยทั่ว ๆ ไปจึงมีค่าแตกต่างสำหรับวัตถุที่มีประจุแตกต่างกัน หรือของไอออนต่างกัน และความเร่งในสนามไฟฟ้าก็มักจะแตกต่างกันด้วย ดังนั้นจึงเห็นความแตกต่างได้ชัดเจนระหว่างความเร่งของวัตถุที่มีประจุในสนามไฟฟ้า และความเร่งของวัตถุในสนามของการโน้มถ่วงซึ่งเหมือนกันไม่ว่าจะเป็นวัตถุใดก็ตามถ้าสนาม $\vec{\mathcal{E}}$ สม่ำเสมอ ความเร่ง $\vec{a}$ จะคงที่ และประจุไฟฟ้าจะเคลื่อนที่เป็นรูปพาราโบลา ดังที่ได้ทราบกันแล้วในเรื่องการเคลื่อนที่

กรณีที่น่าสนใจก็คือ เมื่อวัตถุที่มีประจุผ่านไปในสนามไฟฟ้าที่มีขอบเขตจำกัด ดังรูป 2.10 เพื่อให้ง่ายเข้า เราจะกำหนดให้ความเร็วของวัตถุเมื่อมันเริ่มพุ่งเข้าไปในสนามเป็น v_o ในแนวตั้งฉากกับทิศทางของสนามไฟฟ้า ตั้งแกน x ให้ขนานกับความเร็วเดิมของวัตถุ และแกน y ให้ขนานกับสนาม AB เป็นแนวทางเคลื่อนที่ของวัตถุ เมื่อมันเคลื่อนที่ผ่านสนามจะเป็นรูปพาลาโบลา หลังจากที่ผ่านสนามไปแล้ววัตถุจะเคลื่อนที่ไปในแนวเส้นตรงในทิศทางต่างจากเดิม และด้วยความเร็ว v ที่ต่างจากเดิมเช่นกัน จึงพูดได้ว่าสนามไฟฟ้าทำให้แนวทางเดินของประจุบ่ายเบนไปเป็นมุม α

จากสูตรใช้คำนวณการเคลื่อนที่เราจะพบว่า โคออร์ดิเนทของอนุภาคขณะที่เคลื่อนที่ผ่านสนามด้วยความเร่ง $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{\mathcal{E}}$ เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$x = v_o t$$
$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right)\mathcal{E}\, t^2$$

แทนค่าเวลา t ในสมการของ y เราจะได้สมการแสดงทางเดินของอนุภาคเป็น

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}\right)\left(\frac{\mathcal{E}}{v_o^2}\right) x^2$$

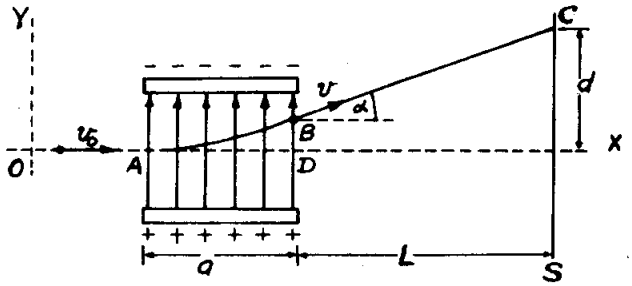
ซึ่งเป็นสมการของพาราโบลา หาค่ามุม α โดยการคำนวณหาความชัน $\frac{dy}{dx}$ ของสมการของการเคลื่อนที่ ที่ $x = a$ จะได้

$$\tan \alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x = a} = \frac{q \mathcal{E}_a}{m v_o^2}$$

ถ้าเราวางฉาก S ที่ระยะ L, อนุภาคที่ทราบค่า $\frac{q}{m}$ และความเร็ว v_o จะชนฉากที่จุด C จะเห็นว่า tan α จะมีค่าประมาณเท่ากับ $\frac{d}{L}$ เพราะการขจัดตามแนวดิ่ง BD น้อยมาก เมื่อเทียบกับ d ถ้า L ยาวมาก เราจะได้

$$\frac{q \mathcal{E}_a}{m v_o^2} = \frac{d}{L}$$

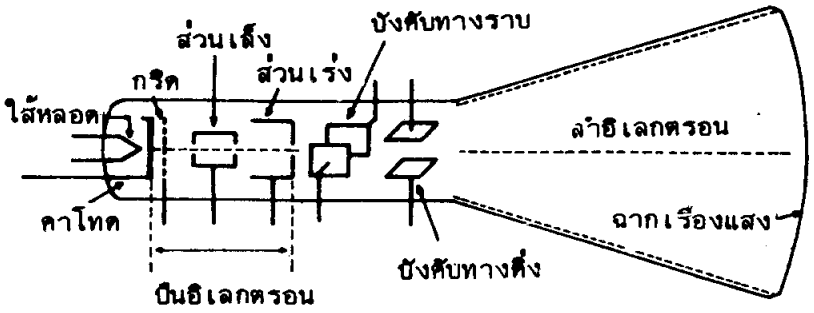
โดยการวัด d, L, a และ $\mathcal{E}$ เราจะคำนวณความเร็ว v_o ได้ (หรือคำนวณพลังงานจลน์ได้นั่นเอง) ถ้าเราทราบค่า $\frac{q}{m}$ หรือในทางตรงข้ามเราจะหา $\frac{q}{m}$ ได้ ถ้าทราบค่า v_o ดังนั้นเมื่อกระแสอนุภาค ซึ่งมี $\frac{q}{m}$ เท่ากันวิ่งผ่านสนามไฟฟ้า มันจะเบนไป ส่วนเบนไปมากน้อยเท่าใดย่อมขึ้นกับความเร็วหรือพลังงานของมันนั่นเอง



รูปที่ 2.10 ทางเดินของประจุบวกที่เบนไปในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

เครื่องมือดังแสดงในรูป 2.10 อาจจะใช้เป็นเครื่องแจกแจงพลังงาน (energy analyzer) ได้โดยการแยกอนุภาคแบบเดียวกัน, มีประจุเท่ากัน แต่เคลื่อนที่ด้วยพลังงานต่าง ๆ กัน ดังเช่น รัสีเบตา ซึ่งก็คือ อิเลกตรอนที่แผ่กระจายออกมาจากสารกัมมันตภาพรังสีบางอย่าง ถ้าเราวางตัวกำเนิดรังสีเบตา ที่ O, อิเลกตรอนทุกตัวที่มีพลังงานเท่ากันจะมารวมกันเป็นกลุ่มอยู่ที่จุดเดียวบนฉาก แต่ถ้าแผ่กระจายออกมาด้วยพลังงานที่ต่างกัน มันจะกระจายไปทั่ว ๆ ฉาก ในกรณีหลังนี้เป็นสิ่งที่ปรากฏในการทดลอง ผลการทดลองนี้เป็นผลสำคัญอันหนึ่งที่ใช้อธิบายโครงสร้างของนิวเคลียส

ถ้าใช้แผ่นมีประจุวางขนานกัน 2 ชุด จะทำให้เกิดสนามในทิศทางที่ตั้งฉากกันได้ สนามหนึ่งอยู่ในแนวนอน คือ แนว HH' และอีกสนามหนึ่งตั้งฉากตามแนว VV' ดังรูป 2.11



รูปที่ 2.11 แสดงทางเดินของประจุในสนามไฟฟ้าสองสนามที่ตั้งฉากกัน

โดยการปรับความเข้มของสนามให้สัมพันธ์กัน เราจะกำหนดตำแหน่งของอิเลกตรอนได้ว่าให้เบนไปยังจุดใดบนฉาก และถ้าสนามทั้งสองแปรค่าได้ เราก็จะทำให้อิเลกตรอนเคลื่อนที่เป็นรูปเส้นโค้งตามต้องการได้อีกด้วย ผลนี้ใช้ได้ในทางปฏิบัติเกี่ยวกับหลอดโทรทัศน์และออสซิโลสโคป โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าสนามไฟฟ้ามีความเข้มที่เปลี่ยนแปลงได้เป็นแบบซิมเปิลฮาร์โมนิก แล้วจะจัดรูปเส้นโค้งที่ออกมาเป็นรูป Lissajous ได้

2.6 สนามไฟฟ้าของจุดประจุ

ลองเขียนสมการ (2.4) ในรูป $F = q'\left(\frac{q}{4\pi\epsilon_o r^2}\right)$ สมการนี้จะใช้คำนวณแรงที่เกิดขึ้นที่ประจุ q' โดยประจุ q ที่วางห่างออกไปเป็นระยะทาง r หรือเราอาจใช้สมการ(2.7) โดยกล่าวว่า ประจุ q' วางอยู่ที่จุดซึ่งมีสนามไฟฟ้า $\mathcal{E}$ ในรูป

$$\vec{F} = q'\vec{\mathcal{E}}$$

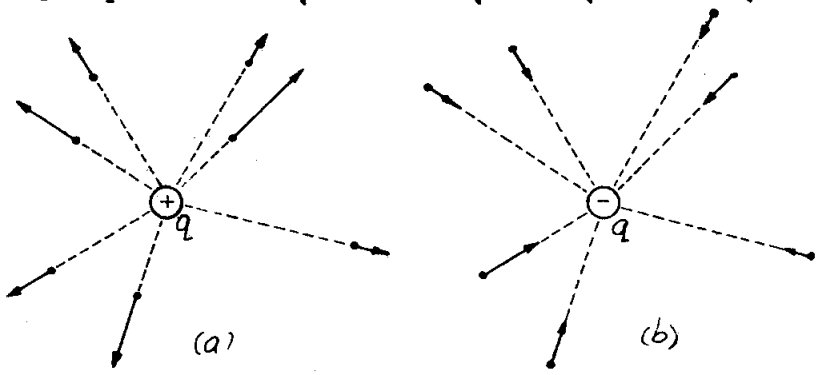
โดยการเปรียบเทียบค่า F จากรูปของสมการทั้งสองเราจะสรุปได้ว่า สนามไฟฟ้าที่ระยะ r นับจากจุดที่มีประจุ q คือ

$$\mathcal{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_o r^2}$$

หรือในรูปของเวคเตอร์เป็น

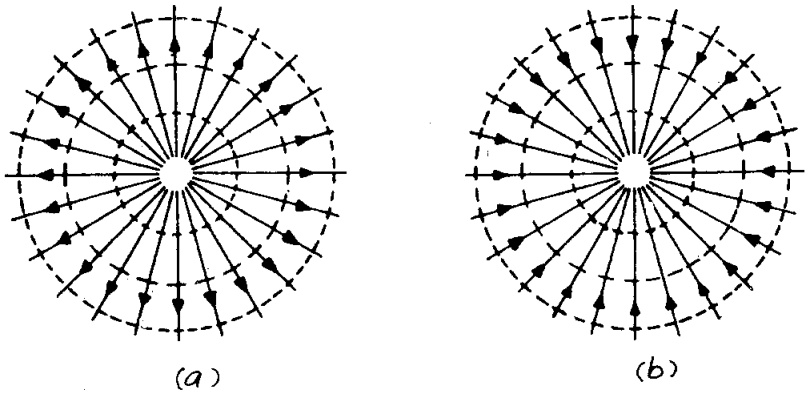
$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_o r^2}\vec{u}_r \qquad (2.9)$$

ซึ่ง $\hat{u}_r$ เป็นยูนิตเวคเตอร์ ในแนวรัศมีที่พุ่งออกจากประจุ q, เพราะ $\vec{F}$ อยู่ในทิศทางนั้น สมการ (2.9) ใช้ได้ทั้งประจุบวกและลบ ส่วนทิศทางของ $\vec{\mathcal{E}}$ เทียบกับ $\hat{u}_r$ นั้นหาได้จากเครื่องหมายของ q นั่นคือ $\vec{\mathcal{E}}$ จะพุ่งออกจากประจุบวกและพุ่งเข้าหาประจุลบ



รูป 2.12 สนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุบวกและลบ

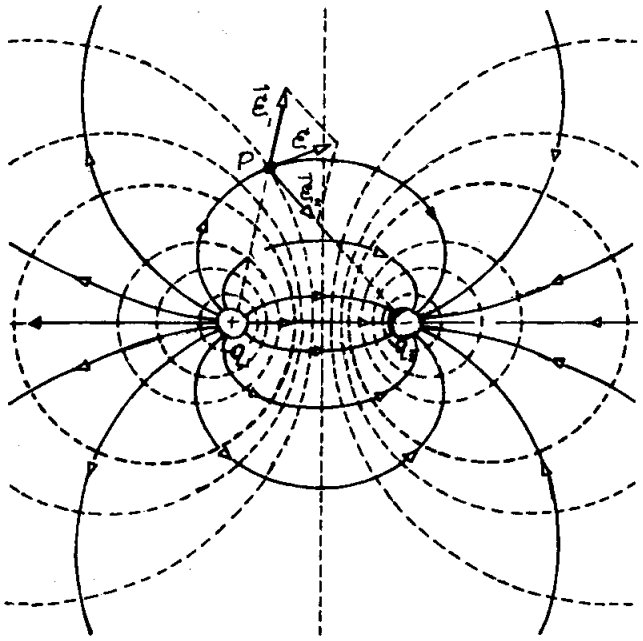
รูป 2.12 (a) แสดงสนามไฟฟ้า ณ จุดที่อยู่ใกล้ประจุบวกและรูป 2.12 (b) แสดงถึงสนามไฟฟ้าใกล้ประจุลบ เส้นแรงของสนามไฟฟ้าของประจุบวกและของประจุลบแสดงไว้ในรูป 2.13 จะเห็นว่าเป็นเส้นตรงที่มีแนวผ่านประจุนั้น



รูปที่ 2.13 เส้นแรงและผิวพื้นศักดาเท่าของสนามไฟฟ้า

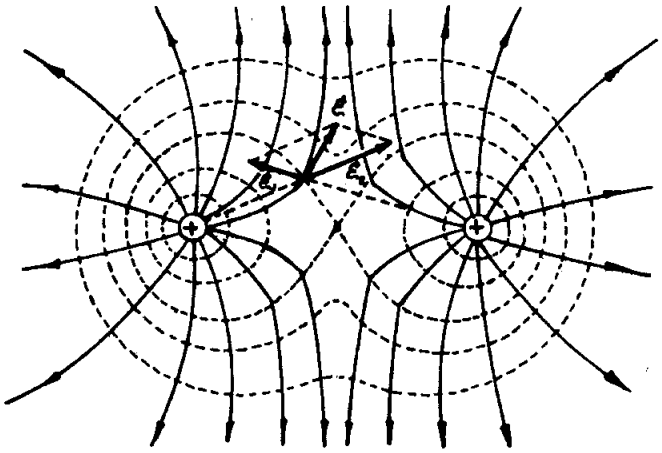
เมื่อมีประจุหลาย ๆ ประจุดังรูป 2.7 ผลรวมของสนามไฟฟ้าจะเป็นผลรวมทางเวคเตอร์ของสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นโดยประจุแต่ละประจุ นั่นคือ

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_1 + \vec{\mathcal{E}}_2 + \vec{\mathcal{E}}_3 + \cdots$$



รูปที่ 2.14 เส้นแรงและผิวพื้นศักดาเท่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุชนิดตรงกันข้าม

รูปที่ 2.14 แสดงวิธีหาผลลัพธ์ของสนามไฟฟ้า ที่เกิดขึ้นที่จุด P ในกรณีที่เป็นประจุบวกและประจุลบ มีขนาดเท่ากัน เช่น โปรตอนและอิเลกตรอนในอะตอมของไฮโดรเจน รูป 2.15 แสดงเส้นแรง สำหรับประจุบวก 2 ประจุที่มีค่าเท่ากัน เช่น โปรตอน 2 ตัวในโมเลกุลของไฮโดรเจน ในรูปทั้งสองแสดงเส้นแรงของสนามไฟฟ้า ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นโดยประจุ 2 ประจุที่ได้กล่าวแล้ว



รูปที่ 2.15 เส้นแรงและผิวพื้นศักดาเท่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุชนิดเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 2.3 พิจารณาสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นโดยประจุ q_1 และ q_2 ที่จุด C ดังรูป2.6 มีประจุดังเช่นที่ได้กล่าวไว้แล้วในตัวอย่าง 2.1

วิธีทำ เรามีวิธีทำได้ 2 วิธี แต่จากตัวอย่างที่ 2.1 เราได้แรง F ที่กระทำบนประจุ q_3 ที่ C แล้ว โดยใช้สมการ 2.7 คือ

$$\mathcal{E} = \frac{F}{q_3} = 2.0 \times 10^7 \ NC^{-1}$$

หรืออีกวิธีหนึ่ง เราอาจคำนวณสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ C (รูป 2.16) จากแต่ละประจุ โดยใช้สมการ (2.9) จะได้

$$\mathcal{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1^2} = 0.94 \times 10^7 \ NC^{-1}$$

$$\mathcal{E}_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2^2} = 1.80 \times 10^7 \ NC^{-1}$$

ดังนั้น สนามที่เป็นผลลัพธ์ที่จุด C คือ

$$\mathcal{E} = \sqrt{\mathcal{E}_1^2 + \mathcal{E}_2^2} = 2.03 \times 10^7 \ \text{NC}^{-1}$$

ผลที่ได้จากทั้งสองวิธีย่อมเห็นได้ชัดเจนว่าเท่า ๆ กัน

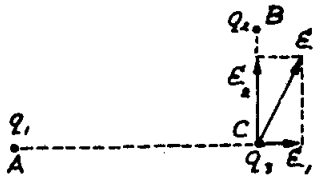
ตัวอย่างที่ 2.4 สนามไฟฟ้าของทรงกลมตันที่มีประจุสม่ำเสมอ ในกรณีพิเศษที่ทรงกลมมีประจุ อาจใช้วิธีเดียวกันกับที่ได้อธิบายแล้วในหัวข้อ 1.7 เกี่ยวกับการโน้มถ่วง ผลลัพธ์จะเหมือนกัน เพราะทั้งการโน้มถ่วงและสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นไปตามกฎ $\frac{1}{r^2}$ เพียงแต่แทน γm ด้วย $\frac{q}{4\pi\epsilon_0}$ เท่านั้น ดังนั้น ณ ตำแหน่งนอกทรงกลมที่ระยะ r นับจากศูนย์กลางของทรงกลมรัศมี a $(r > a)$ สนามอันเกิดจากทรงกลมนั้น ซึ่งมีประจุ Q กระจายอยู่อย่างสม่ำเสมอทั้งทรงกลม เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r > a \qquad (2.10)$$

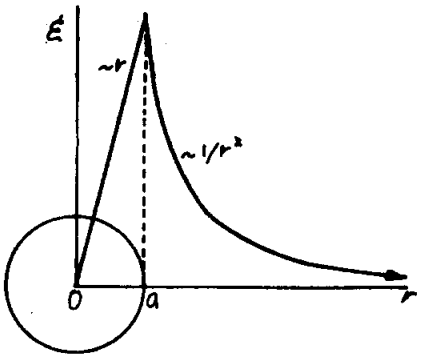
ซึ่งจะเห็นได้ว่า เหมือนกับที่ประจุรวมอยู่ที่จุดศูนย์กลางของทรงกลมนั้น ส่วนสนามไฟฟ้าที่จุดภายในทรงกลม $(r < a)$ เขียนได้ว่า

$$\mathcal{E} = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3}, \quad r < a \qquad (2.11)$$

ในที่นี้ $\mathcal{E}$ เป็นสัดส่วนโดยตรงกับ r ดังได้แสดงไว้ในรูป 2.17



รูปที่ 2.16 สนามไฟฟ้ารวมที่จุด c เกิดจาก q_1 และ q_2

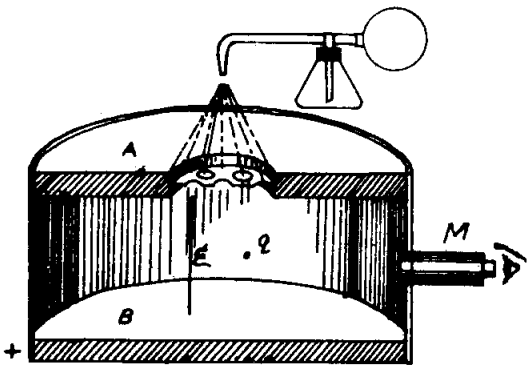


รูปที่ 2.17 สนามไฟฟ้าของทรงกลมรัศมี a มีประจุกระจายอยู่สม่ำเสมอ

ถ้ามีประจุแต่เฉพาะที่ผิวของทรงกลม สนามที่จุดนอกผิว $(r > a)$ จะคำนวณค่าของสนามได้เหมือนสมการ 2.10 และสนามที่จุดภายในทรงกลมจะเป็นศูนย์

2.7 ประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณหลัก

เราไม่เคยพบว่า ประจุไฟฟ้าจะมีค่าเท่าไรก็ได้ตามใจชอบ แต่จะต้องเป็นจำนวนที่เป็นตัวคูณของปริมาณหลักอันหนึ่ง หรือควันตัม ซึ่งใช้ e เป็นสัญญลักษณ์ ได้มีผู้ทำการทดลองเป็นจำนวนมาก เพื่อหาความจริงข้อนี้ แต่ที่เข้าหลักเข้าเกณฑ์ก็คือที่ทดลองโดยนักฟิสิกส์ชาวอเมริกันชื่อ โรเบิร์ต เอ มิลลิแกน (Robert A. Millikan 1869 - 1953) ได้ทำการทดลองเป็นเวลาหลายปีในต้นศตวรรษที่ 20 นี้ เขาได้ทำการทดลองที่มีชื่อเรียกว่า การทดลองฝอยน้ำมัน (oil drop experiment) มิลลิแกนใช้แผ่น A และแผ่น B 2 แผ่นวางขนานกันตามแนวราบ ดังรูป (2.18) ซึ่งได้สนามไฟฟ้า $\mathcal{E}$ ในแนวดิ่งและมีสวิชเปิดและปิดได้ ที่จุดกึ่งกลางของแผ่นบนมีช่องเล็ก ๆ ให้พ่นฝอยน้ำมันลงได้ (พ่นน้ำมันด้วยขวดฉีดน้ำหอม) ฝอยน้ำมันส่วนมากจะมีประจุตั้งแต่เกิดเสียดสีกับนมหนูของขวดฉีดน้ำหอมแล้ว ถ้าตัดสนามไฟฟ้าระหว่าง A และ B ฝอยน้ำมันจะหล่นลงมาโดยผลของความโน้มถ่วง การเคลื่อนที่จะเป็นไปอย่างสม่ำเสมอ เพราะความหนืดของอากาศจะเป็นตัวปรับจนได้ความเร็วเทอร์มินัล (terminal velocity) และตกลงมาด้วยความเร็วซึ่งขึ้นกับขนาดของฝอยน้ำมันนั้น ให้เราพิจารณาฝอยน้ำมันที่มีประจุบวก เมื่อใช้สนามไฟฟ้า $\mathcal{E}$ มีทิศทางพุ่งขึ้น ฝอยน้ำมันก็จะเคลื่อนที่ขึ้นข้างบนด้วยความเร็วคงที่ ซึ่งความเร็วนี้จะขึ้นกับขนาดและประจุของฝอยน้ำมันนั้น



รูปที่ 2.18 การทดลองฝอยน้ำมันของมิลิแกน

เป็นที่ทราบแน่ชัดว่า ถ้าประจุบนฝอยน้ำมันเปลี่ยนแปลง ความเร็วที่เคลื่อนที่ขึ้นข้างบนจะเปลี่ยนแปลงด้วย แต่ความเร็วที่พุ่งลงมาจะยังคงเหมือนเดิม (เพราะมวลไม่เปลี่ยน) การเปลี่ยนแปลงของประจุนี้ ในบางครั้งเกิดจากอากาศแตกตัวเป็นไอออน (ionization) เพราะรังสีคอสมิค แล้วฝอยน้ำมันได้รับไอออนเหล่านี้ขณะที่เคลื่อนที่ผ่านไปในอากาศ หรือการเปลี่ยนแปลงจำนวนประจุอาจเกิดขึ้นได้ เพราะมีแหล่งกำเนิดของรังสีเอกซ์ หรือรังสีแกมมา (γ- ray) อยู่ใกล้ ๆ ทำให้อากาศแตกตัวเป็นไอออนในบริเวณนั้น

เราวัดการเปลี่ยนแปลงความเร็วของฝอยน้ำมันในทิศพุ่งขึ้น และความเร็วของมันทั้งขึ้นและลงหลาย ๆ ครั้ง ช่วยให้เราคำนวณจำนวนประจุที่เปลี่ยนแปลง (Δq) ได้ บางที Δq เป็นบวกและบางทีก็เป็นลบ ขึ้นกับการเปลี่ยนแปลงของประจุตามธรรมชาติ

ทำการทดลองเกี่ยวกับฝอยน้ำมันหลาย ๆ ครั้ง โดยใช้ฝอยน้ำมันที่ต่างกันไป นักฟิสิกส์สรุปได้ว่า ประจุที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง Δq จะเป็นเลขจำนวนเต็มคูณด้วยค่าของประจุ e เสมอ (นั่นคือ $\Delta q = ne$) ค่าของ e คือ

$$e = 1.6021 \times 10^{-19} \text{ C} \qquad (2.12)$$

ปริมาณ e เรียกประจุปฐม (elementary charge)
ดังนั้นสรุปเป็นข้อความได้ว่า.-

"ประจุทุกตัวในธรรมชาติ จะต้องมีค่าเท่ากับหรือเป็นจำนวนเท่าของประจุปฐม e"

ทำให้ดูเหมือนกับว่าเป็นกฎพื้นฐานของธรรมชาติข้อหนึ่งที่ว่า ประจุไฟฟ้าเป็นปริมาณหลักมีค่าแน่นอน จนกระทั่งบัดนี้ก็ยังไม่มีใครอธิบายความจริงข้อนี้ให้เข้าใจง่ายไปกว่านี้ได้

ข้อสำคัญประการที่สองของประจุไฟฟ้าก็คือ ประจุปฐมจะมีมวลคงที่ค่าหนึ่งเสมอ อันนำไปถึงการศึกษาอนุภาคพื้นฐาน (fundamental particles) ประจุของโปรตอนเป็น +e และของอิเลกตรอนเป็น -e ส่วนนิวตรอนนั้นไม่มีประจุ (ตารางที่ 2.1)

อนุภาค	มวล (m) kg	ประจุ (g)	$q/m, ^{c}\ kg^{-1}$
อิเลกตรอน	$m_e = 9.1091 \times 10^{-31}$	-e	1.7588×10^{11}
โปรตอน	$m_p = 1.6725 \times 10^{-27}$	+e	9.5792×10^{7}
นิวตอน	$m_n = 1.6748 \times 10^{-27}$	0	0

ตารางที่ 2.1

พอถึงตอนนี้ ให้เราย้อนไปดูความหมายของคูลอมบ์ ที่กล่าวไว้แล้วในชั้นต้น และได้ทดลองให้เห็นจริงว่า จำนวนอิเลกตรอนและโปรตอนคือตัวที่แสดงให้เราทราบว่ามีประจุบวกหรือลบ และ 1 คูลอมบ์มีค่า $\frac{1}{e}$ หรือ

$$1/1.6021 \times 10^{-19} = 6.2418 \times 10^{18}$$

ซึ่งตรงกับค่าที่เคยให้ไว้แล้ว

การวิเคราะห์การทดลองของมิลลิแกน

ในที่นี้จะวิเคราะห์การทดลองฝอยน้ำมันโดยละเอียด ดังนี้.-

ให้ m เป็นมวลสาร

และ r เป็นรัศมีของฝอยน้ำมันหยดหนึ่ง

สำหรับฝอยน้ำมันหยดนี้ มีความเร็วเทอร์มินัลเป็น v_1 ในกรณีที่ตกลงมาอย่างอิสระ เมื่อยังไม่มีสนาม $\mathcal{E}$
สมการของความเร็ว v_1 เขียนได้ดังนี้.-

$$v_1 = F/K\eta$$

เมื่อ $K = 6\pi r$ และ $F = mg$ นั่นคือ

$$v_1 = \frac{mg}{6\pi\eta r} \qquad (2.13)$$

(เพื่อที่จะให้แน่นอนยิ่งขึ้น เราจะต้องคิดค่าแรงพยุงของอากาศด้วย โดยใช้ $m - m_a$ แทน m เมื่อ m_a เป็นมวลของอากาศที่ถูกแทนที่โดยหยดน้ำมัน)
ถือได้ว่าหยดน้ำมันมีประจุ q เป็นประจุบวก เมื่อมีสนามไฟฟ้าในทิศทางขึ้นข้างบน ผลลัพธ์จะมีค่าเป็น

$$F' = q\mathcal{E} - mg$$

และความเร็วเทอร์มินัล ของฝอยน้ำมันจะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้.-

$$v_2 = \frac{F'}{K\eta} \quad \text{หรือ} \quad v_2 = \frac{q\mathcal{E} - mg}{6\pi\eta r}$$

หาค่า q จากสมการข้างต้น และใช้สมการ (2.13) ช่วยในการคำนวณเพื่อตัด mg ออก แล้วเราจะพบว่าประจุไฟฟ้าบนฝอยน้ำมันจะเป็น

$$q = \frac{6\pi\eta r(v_1 + v_2)}{\mathcal{E}} \qquad (2.14)$$

ถ้าประจุเป็นลบ และต้องการให้เคลื่อนที่ขึ้น เราจะทำได้โดยการกลับทิศของสนามไฟฟ้าให้มีทิศทางลง

ตราวนี้สมมุติว่า ประจุของฝอยน้ำมันเปลี่ยนแปลง ซึ่งจะทำให้ความเร็วของประจุเปลี่ยนแปลงด้วย

อาศัยสมการ (2.14) การแปรค่า Δq และ Δv_2 ของประจุ และความเร็วที่ขึ้นข้างบน มีความสัมพันธ์กัน เขียนได้ดังนี้.-

$$\Delta q = \frac{6\pi\eta r}{\mathcal{E}} \Delta v_2$$

จากสมการนี้ เราใช้หาค่าประจุที่เปลี่ยนแปลง Δq ในเทอมของปริมาณที่วัดได้ทั้งสิ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งเราสามารถจะหารัศมีของฝอยน้ำมันได้โดยการวัด v_1 และใช้สมการ (2.13) หา r โดยอาศัยความสัมพันธ์

$$m = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho$$

เมื่อ ρ เป็นความหนาแน่นของน้ำมัน

2.8 หลักการทรงจำนวนของประจุ

ทราบกันมาแล้วว่า ทุกขบวนการที่เกิดขึ้นในธรรมชาติ ประจุรวมทั้งหมดของระบบเดี่ยวอิสระ (isolated system) จะคงที่ พูดอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

"ประจุรวมไม่เปลี่ยนแปลงสำหรับขบวนการใด ๆ ที่เกิดขึ้นภายในระบบเดี่ยวอิสระใด ๆ" ยังไม่พบข้อยกเว้นสำหรับกฎนี้ ซึ่งเป็นที่รู้จักกันในชื่อว่าหลักของการทรงจำนวนประจุ เรายังมีที่ที่จะต้องพูดถึงเรื่องนี้อีกในเรื่องอนุภาคพื้นฐาน ถ้าลองย้อนกลับไปดูที่เคยเรียนมาแล้วในชั้นต้นก็จะพบว่าเราเคยพูดถึงเรื่องนี้กันแล้วในสมการของปฏิกิริยาดังนี้

$$p^+ + p^+ \longrightarrow p^+ + p^+ + p^+ + p^-$$

ทางซ้ายของสมการ ประจุรวมเป็น 2 เท่าของประจุของโปรตอน (นั่นคือ + 2e) และทางขวาของสมการจะเกิดโปรตอนขึ้น 3 ตัว ซึ่งมีประจุเป็น 3 เท่าของโปรตอน และแอนติโปรตอน (antiproton) ทำให้เกิดประจุเท่าโปรตอน แต่เป็นประจุลบ ทำให้ประจุรวมเป็น + 3e - e = + 2e ซึ่งมีค่าเป็น 2 เท่าของประจุโปรตอนนั่นเอง

และคงจะจำได้ว่าเราเคยพูดถึงการสูญเสียอนุภาค (decay) ของอนุภาคบางตัว ดังในการสูญเสียอนุภาคเบต้า (β-decay) เรามีสมการ

$$n \longrightarrow p^{+} + e^{-} + \bar{\nu}$$
$$p^{+} \longrightarrow n + e^{+} + \nu$$

เช่นเดียวกันกับในการสูญเสียอนุภาคมิวออน (muon decay)

$$\mu^{-} \longrightarrow e^{-} + \bar{\nu} + \nu$$

และในการสูญเสียอนุภาคไพออน (pion decay)

$$\pi^{-} \rightarrow \bar{\nu} + \nu$$

เราพบว่า ในกระบวนการเหล่านี้ประจุรวมจะคงเดิมเสมอ เพราะนิวทริโน ν และแอนตินิวทริโน $\bar{\nu}$ เป็นอนุภาคที่ไม่มีประจุ

2.9 ศักดาไฟฟ้า

เมื่อวางวัตถุที่มีประจุในสนามไฟฟ้า จะเกิดพลังงานศักย์ เพราะเกิดการกระทำ (interaction) กับสนาม ศักดาไฟฟ้าที่จุดใด หมายถึงพลังงานศักย์ต่อประจุ 1 หน่วย ที่วาง ณ จุดนั้น ใช้ V เป็นสัญญลักขณ์แทนศักดาไฟฟ้า และ E_p เป็นพลังงานศักย์ของประจุ q เราเขียนเป็นสมการดังนี้

$$V = \frac{E_p}{q} \quad \text{หรือ} \quad E_p = qV \tag{2.15}$$

วัดศักดาไฟฟ้าในหน่วย จูล ต่อคูลอมบ์ หรือ JC^{-1} แต่หน่วยที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป คือโวลต์ (volt) เขียนย่อว่า V เพื่อเป็นเกียรติแก่นักวิทยาศาสตร์ชาวอิตาลีชื่อ อเลสซานโดร โวลตา (Alessandro Volta 1745-1827) เขียนในรูปของหน่วยพื้นฐานได้ว่า

$$V = m^2\, kgs^{-2}\, C^{-1}$$

สำหรับประจุ q ที่เคลื่อนที่จากจุด P_1 ไปยัง P_2 ตามเส้นทางใด ๆ สนามไฟฟ้าจะต้องทำงานเป็นจำนวน

$$W = E_{p_1} - E_{p_2} = q\,(V_1 - V_2)$$

ก่อให้เกิดความต่างศักย์ระหว่างจุด P_1 และ P_2 เป็น

$$V_1 - V_2 = \frac{W}{q} \tag{2.16}$$

ดังนั้นเราจึงให้คำจำกัดความได้ว่า ความต่างศักดาไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุด ก็คืองานที่สนามไฟฟ้าจะต้องทำในการเคลื่อนประจุ 1 หน่วย จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ตัวอย่างเช่น ความต่างศักดาไฟฟ้าระหว่างจุด 2 จุดเป็น 1 โวลต์ หมายความว่า สนามไฟฟ้าจะต้องทำงาน 1 จูล ในการเคลื่อนประจุ 1 คูลอมบ์ จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง

สำหรับอนุภาคหลักมูลและนิวเคลียสใด ๆ ที่มีประจุเท่ากันหรือเป็นจำนวนเท่าของประจุพื้นฐาน e ดังสมการ (2.16) ช่วยให้เรากำหนดคำจำกัดความของพลังงานขึ้นในหน่วยใหม่คือ อิเลกตรอนโวลต์ (electron volt) ซึ่งได้เคยกล่าวถึงมาแล้ว

1 อิเลกตรอนโวลต์ หมายถึง งานที่จะต้องทำในการนำอนุภาคที่มีประจุ e เคลื่อนที่ผ่านความต่างศักย์ 1 โวลต์ ดังนั้น เมื่อเขียนค่า e เป็นตัวเลขและใช้สมการ(2.16) เราได้

$$eV = (1.6021 \times 10^{-19}\ C)\ (1\ V) = 1.6021 \times 10^{-19}\ J$$

จะเท่ากับค่าที่เคยทราบกันมาแล้ว เมื่ออนุภาคซึ่งมีประจุ νe เคลื่อนที่ผ่านความต่างศักย์ ΔV จะได้รับพลังงาน $\nu \Delta V$ อิเลกตรอนโวลต์

หน่วยที่ใหญ่กว่า อิเลกตรอนโวลต์ คือ กิโลอิเลกตรอนโวลต์ (keV) และเมกกะอิเลกตรอนโวลต์ (MeV) ซึ่งเรียกกันอย่างง่าย ๆ ว่า เคอีวี หรือ เอมอีวี

ถ้าจะให้ค่า พลังงานของมวลนิ่ง (rest mass energy) ของอนุภาคในหน่วย eV จะได้ผลดังนี้

$$E_e = m_e c^2 = 8.1868 \times 10^{-14}\ J = 0.5110\ MeV$$

$$E_p = m_p c^2 = 1.5032 \times 10^{-10}\ J = 938.26\ MeV$$

$$E_n = m_n c^2 = 1.5053 \times 10^{-10}\ J = 939.55\ MeV$$

พิจารณา คำจำกัดความของสนามและศักดาไฟฟ้า จะเห็นว่าคล้ายกับสนามและศักดาของความโน้มถ่วง ซึ่งสัมพันธ์กันดังสมการ (1.15)

$$\vec{g} = -\ \text{grad}\ V$$

ซึ่งใช้ได้กับกรณีที่เกี่ยวกับไฟฟ้า คือ สนามไฟฟ้าจะเป็นค่าลบของเกรเดียนท์ของศักดาไฟฟ้า นั่นคือ

$$\vec{\mathcal{E}} = -\ \text{grad}\ V$$

องค์ประกอบ $\mathcal{E}_s$ ของสนามไฟฟ้าที่มีทิศทางไปทางเดียวกับการขจัด ds เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathcal{E}_s = -\frac{dv}{ds} \qquad (2.17)$$

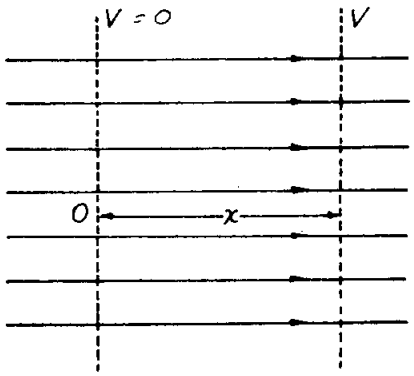
เครื่องหมายลบ แสดงว่า สนามไฟฟ้า ทิศพุ่งไปจากที่ศักดาไฟฟ้าสูงไปยังที่ศักดาต่ำกว่า หมายถึง ในทิศที่มีศักดาไฟฟ้าลดลง

สมการ (2.17) ชี้ให้เห็นว่า อาจจะแสดงค่าสนามไฟฟ้าได้ในหน่วยโวลต์ต่อเมตร ซึ่งเทียบได้กับ นิวตันต่อคูลอมบ์ ดังที่เคยเห็นแล้ว

$$\frac{\text{โวลต์}}{\text{เมตร}} = \frac{\text{จูล}}{\text{คูลอมบ์ - เมตร}} = \frac{\text{นิวตัน - เมตร}}{\text{คูลอมบ์ - เมตร}} = \frac{\text{นิวตัน}}{\text{คูลอมบ์}}$$

โดยทั่วไป เขียน Vm^{-1} แทนโวลต์ต่อเมตร และใช้บ่อยกว่า NC^{-1}

สมการ(2.17)ใช้หาศักดาไฟฟ้า Vเมื่อทราบค่าของสนาม $\vec{\mathcal{E}}$ แล้ว หรือใช้หา $\vec{\mathcal{E}}$ เมื่อทราบค่า V แล้วก็ได้ ในที่นี้จะแสดงวิธีใช้สมการในปัญหาธรรมดาสัก 2 ปัญหา



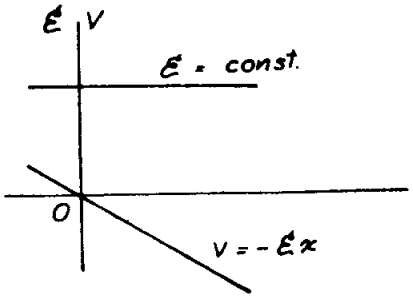
รูปที่ 2.19 สนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

(ก) สนามสม่ำเสมอ กำหนดแกน x ให้ขนานกับทิศของสนามที่สม่ำเสมอดังรูป 2.19 จากสมการ $\mathcal{E} = -\frac{dV}{dx}$

เมื่อ $\mathcal{E}$ มีค่าคงที่ และถือว่า V = 0, ที่ x = 0 โดยการอินทิเกรทเราได้

$$\int_0^V dV = -\int_0^x \mathcal{E}\, dx = -\mathcal{E}\int_0^x dx$$

หรือ $V = -\mathcal{E}x$.



รูปที่ 2.20 การเปลี่ยนแปลงค่า V และ $\mathcal{E}$ ของสนามสม่ำเสมอ

นี่เป็นสมการที่มีประโยชน์มาก เขียนเป็นกราฟได้ตามรูป 2.20 เราอาจจะสังเกตได้ว่าจากเครื่องหมายลบในสมการ (2.18) แสดงว่าสนามไฟฟ้ามีแนวไปในทิศที่ศักดาไฟฟ้าลดลงส่วนที่ ตำแหน่ง x_1 และ x_2 สมการ (2.18) จะบอกได้ว่า

$$V_1 = -\mathcal{E}x_1$$

และ $$V_2 = -\mathcal{E}x_2$$

ดังนั้น ผลต่างของ V_2 และ V_1 คือ

$$V_2 - V_1 = -\mathcal{E}(x_2 - x_1)$$

และถ้าให้ $d = x_2 - x_1$ เราจะได้

$$\mathcal{E} = -\frac{V_2 - V_1}{d} \quad \text{หรือ} \quad \mathcal{E} = \frac{V_1 - V_2}{d} \qquad (2.19)$$

แม้ว่าค่าสนามสัมพันธ์นี้จุใช้สำหรับสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอเท่านั้น แต่เราสามารถนำมาหาค่าประมาณของสนามไฟฟ้า 2 ตำแหน่งที่มีระยะห่างกัน d ได้ด้วย ถ้าทราบความต่างศักย์ $V_1 - V_2$ ระหว่าง 2 ตำแหน่ง ถ้า $V_1 - V_2$ มีค่าบวก สนามไฟฟ้าจะชี้ไปในทิศจาก x_1 ไปยัง x_2 และถ้ามีค่าลบ สนามไฟฟ้าจะมีทิศตรงข้าม

(ข) ศักดาไฟฟ้าของจุดประจุ

การที่จะหาศักดาไฟฟ้าเนื่องจากประจุรวมอยู่ด้วยกันเป็นจุด เราใช้สมการ (2.17) โดยใช้ r แทนระยะทาง เนื่องจาก $\mathcal{E}$ เป็นสนามไฟฟ้ามีทิศทางไปตามเส้นรัศมี เราได้

$$\mathcal{E} = -\frac{dV}{dr}$$

ย้อนกลับไปดูสมการ (2.9) ซึ่งเขียนได้ว่า

$$\mathcal{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

แล้วเราอาจเขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = -\frac{dV}{dr}$$

โดยวิธีอินทิเกรท และถือว่า V = 0 เมื่อ r = ∞ เช่นเดียวกับในกรณีของความโน้มถ่วง

$$\int_0^V dV = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_\infty^r \frac{dr}{r^2}$$

ผลจากการคำนวณคือ

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \qquad (2.20)$$

ศักดาไฟฟ้า V จะเป็นบวกหรือลบ ขึ้นกับเครื่องหมายของประจุ q ถ้ามีประจุหลายประจุเช่น q_1, q_2, q_3 ... ศักดาไฟฟ้าที่จุด P (รูป 2.7) จะเป็นผลบวกทางสกาลาร์ของศักดาอันเนื่องมาจากแต่ละประจุ นั่นคือ

$$V = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 r_3} + \cdots$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_i}$$

ถ้าเราวางประจุ q' ห่างจากประจุ q เป็นระยะทาง r พลังงานศักย์ของระบบนี้จะเป็น

$$E_p = q'V, \text{ หรือ } E_p = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r} \qquad (2.21)$$

และพลังงานศักย์ของประจุทั้งหมด หรือทั้งระบบจะเป็น

$$E_p = \sum_{\text{ทุกคู่}} \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r}$$

แต่ละจุดบนผิวจะมีศักดาไฟฟ้าเท่ากันหมด นั่นคือ V คงที่ หรือเรียกว่าพื้นผิวศักดาเท่า ที่แต่ละจุดบนพื้นผิวศักดาเท่า เราพบว่าทิศทางของสนามไฟฟ้าจะมีทิศตั้งฉากกับผิวพื้นนั้น นั่นคือ เส้นแรงเป็นออร์โทโกนัลกับพื้นผิวศักดาเท่า (เหตุผลข้อนี้ได้เขียนไว้แล้วในหัวข้อที่ 1.7) สำหรับสนามที่สม่ำเสมอ และจากสมการ 2.18 ($V = -\mathcal{E}x$) เมื่อ V คงที่ ทำให้ตีความได้ว่า x คงที่ ดังนั้นพื้นผิวศักดาเท่าในกรณีนี้จึงเป็นผิวราบ ดังแสดงไว้ด้วยเส้นประในรูป 2.19 สำหรับจุดประจุ สมการ (2.20) จะชี้ให้เห็นว่าพื้นผิวศักดาเท่าเป็นทรงกลมซึ่งมีรัศมี r คงที่ ดังแสดงด้วยเส้นประในรูป 2.3 (a) และ 2.3 (b) สำหรับสองประจุ พื้นผิวศักดาเท่าได้แสดงไว้ด้วยเส้นประในรูป 2.14 และ 2.15

ตัวอย่างที่ 2.5 พลังงานศักย์ไฟฟ้าของประจุ q_3 ในตัวอย่าง 2.1

วิธีทำ จะย้อนกลับไปดูรูป 2.6 และใช้สมการ (2.20) ได้ค่าศักดาไฟฟ้าที่ C อันเนื่องมาจากประจุ q_1 และ q_2 ที่ A และ B คือ

$$V_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} = 11.2 \times 10^6 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} = -9.0 \times 10^6 \text{ V}$$

ดังนั้น พลังงานศักย์ของประจุ q_3 คือ

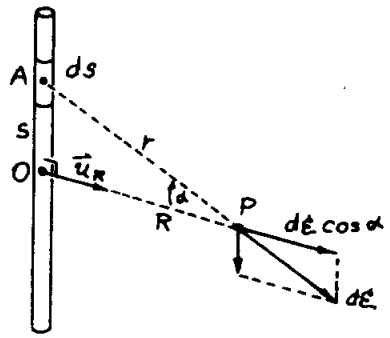
$$E_p = q_3 V = (0.2 \times 10^{-3} \text{ C})(2.2 \times 10^6 \text{ V})$$

$$= 4.4 \times 10^2 \text{ J.}$$

เมื่อเปรียบเทียบตัวอย่างนี้กับตัวอย่าง 2.3 แล้ว ช่วยให้เราพอจะเห็นความแตกต่างระหว่างเรื่องของสนามไฟฟ้าและศักดาไฟฟ้าได้

ตัวอย่างที่ 2.6 สนามไฟฟ้าและศักดาที่เกิดขึ้นโดยเส้นลวดตรง ยาวมาก มีประจุ λ ต่อหน่วยความยาว

ลองแบ่งเส้นลวดนั้นเป็นส่วนเล็ก ๆ แต่ละส่วนมีประจุและยาว ds ดังรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 สนามไฟฟ้าเกิดจากลวดมีประจุ $dq = \lambda ds$

สนามไฟฟ้าที่จุด P เกิดขึ้นจากสนามจากส่วนย่อย ds ซึ่งแต่ละส่วนมีค่าเป็น

$$d\mathcal{E} = \frac{\lambda ds}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

และมีทิศไปตามแนวเส้นตรง AP เนื่องจากลักษณะสมมาตร ทุกส่วน ds ที่อยู่เหนือจุด O เป็นระยะทาง s จะมีอีกส่วนหนึ่งใต้ O เป็นระยะทางเท่ากัน และเหมือนกันต่างก็ให้สนามประกอบแก่ P เช่นกัน ดังนั้น เมื่อเรารวมสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากทุก ๆ ส่วนของเส้นลวดส่วนย่อย ๆ ในแนวขนานกับเส้นลวดมีผลรวมเป็นศูนย์ ดังนั้นเราจึงพิจารณาเพียงส่วนย่อยที่ขนานกับ OP ซึ่งมีค่า $d\mathcal{E}\cos\alpha$ ทำให้สนามไฟฟ้ารวมที่เกิดขึ้นตามแนว OP คือ:-

$$\mathcal{E} = \int d\mathcal{E}\cos\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{ds}{r^2}\cos\alpha$$

จากรูปเราได้

$$r = R\sec\alpha \quad \text{และ} \quad s = R\tan\alpha$$

จากการดิฟเฟอเรนชิเอท เราได้ $ds = R \sec^2\alpha \, d\alpha$ แทนค่าเหล่านี้ลงในสมการของ $\mathcal{E}$ แล้วอินทิเกรทจาก $\alpha = 0$ ถึง $\alpha = \frac{\pi}{2}$ และคูณด้วย 2 (เพราะทั้งเครื่องบนและล่างของเส้นลวดทำให้เกิดสนามไฟฟ้ามีค่าเท่ากัน) จะได้

$$\mathcal{E} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/2} \cos\alpha \, d\alpha = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

เห็นได้ว่าสนามไฟฟ้าของเส้นลวดจะเปลี่ยนแปลงไปตาม R ถ้าเขียนในรูปของเวคเตอร์

$$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \vec{u}_r$$

ในการหาศักดาไฟฟ้า เราจะใช้ความสัมพันธ์ของ $\mathcal{E}$ และ V ดังนี้

$$\mathcal{E} = -\frac{dv}{dR}$$

ซึ่งได้ผลเป็น $\frac{dV}{dR} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$ ต่อไปจากการอินทิเกรทหาศักดาไฟฟ้าทั้งหมด

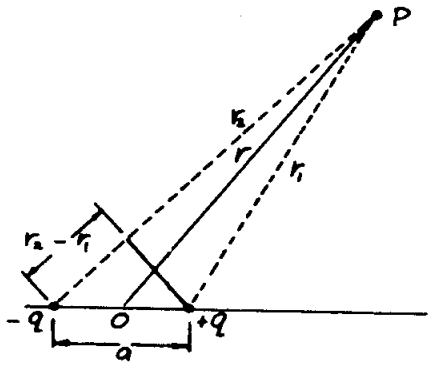
$$\int dV = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int \frac{dR}{R}$$ ได้ผลเป็น

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln R + C$$

ในกรณีนี้มักจะให้ศักดาเป็นศูนย์ที่จุด $R = 1$ ทำให้ $C = 0$ จะเห็นว่าศักดาไฟฟ้าจะเป็น

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln R$$

ตัวอย่างที่ 2.7 อิเลกตริกไดโพล อิเลกตริกไดโพลประกอบด้วยประจุที่เท่า ๆ กัน 2 ประจุ แต่เป็นประจุชนิดตรงข้าม + q และ - q อยู่ใกล้กันมากเป็นระยะ a (รูป 2.22) แม้ว่าในอิเลกตริกไดโพล ประจุทั้งสองเท่ากัน และเป็นชนิดตรงกันข้าม



รูปที่ 2.22 อิเลกตริกไดโพล

ทำให้ผลรวมของประจุเป็นศูนย์ แต่ที่จริงแล้วมันก็ยังห่างกันพอที่จะเกิดสนามไฟฟ้าที่หักล้างกันไม่หมด ดังนั้น ใช้ $\vec{P}$ แทนโมเมนต์ของอิเลกตริกไดโพล และเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\vec{P} = q\vec{a} \qquad (2.22)$$

เมื่อ $\vec{a}$ เป็นระยะจากประจุลบไปยังประจุบวก อาศัยสมการ 2.21 คำนวณหาศักดาไฟฟ้าที่จุด P เนื่องจากอิเลกตริกไดโพลได้ดังนี้

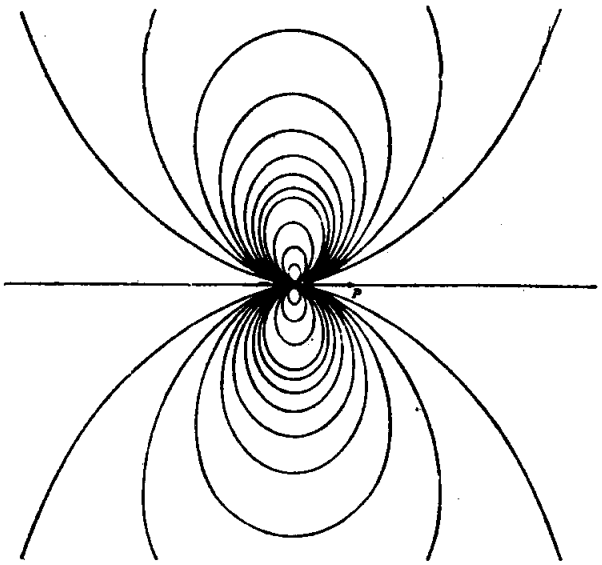
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\, q\,\frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}$$

ถ้าระยะทาง a น้อยมากเมื่อเทียบกับ r เราใช้ค่า

$$r_2 - r_1 = a\cos\theta \quad \text{และ} \quad r_1 r_2 = r^2$$

ฉะนั้นทำให้ $V = \dfrac{qa\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ หรือ $V = \dfrac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ (2.23)

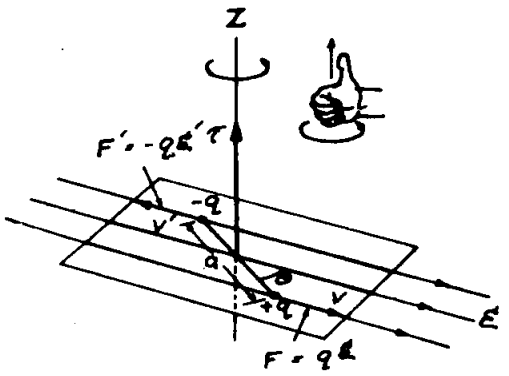
จะเห็นว่า ศักดาไฟฟ้าของไดโพล จะเปลี่ยนแปลงไปตาม r^{-2} แทนที่จะเป็น r^{-1} สำหรับจุดประจุ เราจะไม่คำนวณหาสนามไฟฟ้าของไดโพล แต่จากสมการ (2.23) ก็พอที่จะชี้ให้เห็นว่าสนามจะแปรเปลี่ยนไปตาม r^{-3} แทน r^{-2} ซึ่งเป็นค่าของสนามไฟฟ้าที่เกิดจากประจุเดี่ยว เส้นแรงของสนามที่เกิดจากอิเลกตริกไดโพลได้แสดงไว้ในรูป 2.23



รูปที่ 2.23 เส้นแรงของสนามไฟฟ้าเกิดจากอิเลกตริกไดโพล

เมื่อวางอิเลกตริกไดโพลในสนามไฟฟ้า จะเกิดแรงกระทำต่อประจุแต่ละตัวของไดโพล (รูปที่ 2.24) ได้ผลรวมของแรงเป็น

$$F = q\mathcal{E} - q\mathcal{E}' = q(\mathcal{E} - \mathcal{E}')$$



รูปที่ 2.24 อิเลกตริกไดโพลในสนามไฟฟ้า

โปรดสังเกตว่า ถ้าสนามสม่ำเสมอ นั่นคือ $\mathcal{E} = \mathcal{E}'$ ได้แรง $F = 0$
ดังนั้น แรงรวมที่กระทำต่ออิเลกตริกไดโพลที่เกิดขึ้นโดยสม่ำเสมอจะเป็นศูนย์

พิจารณากรณีพิเศษเมื่อสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอมีทิศไปตามแกน x และไดโพลพุ่งไปในทิศขนานกับสนาม จะได้

$$\mathcal{E} - \mathcal{E}' = \left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right) a, \qquad \text{และดังนั้น}$$

$$F = p\left(\frac{d\mathcal{E}}{dx}\right)$$

ผลที่ได้แสดงว่า อิเลกตริกไดโพลที่มีทิศทางพุ่งขนานกับสนามไฟฟ้าจะมีแนวโน้มที่จะเคลื่อนที่ไปในทิศทางที่สนามมีค่าเพิ่มขึ้น และจะเกิดผลในทางตรงข้ามถ้าไดโพลมีทิศพุ่งขนานแต่กลับทิศ

พลังงานศักย์ของไดโพลที่วางในสนามไฟฟ้าจะเป็น

$$E_p = qV - qV' = q(V - V') = -qa\left(-\frac{V - V'}{a}\right)$$

อาศัยสมการ (2.19) และถ้า θ เป็นมุมระหว่างไดโพลและสนามไฟฟ้า เราพบว่าตัวคูณสุดท้าย (ในวงเล็บ) ก็คือองค์ประกอบ $\mathcal{E}_a$ ของสนาม $\mathcal{E}$ ส่วนที่ขนานกับ a ดังนั้น

$$E_p = -qa\,\mathcal{E}_a$$

หรือ $$\mathcal{E}_a = \mathcal{E}\cos\theta$$

$$E_p = -p\mathcal{E}\cos\theta = -\vec{p}\cdot\vec{\mathcal{E}} \qquad (2.24)$$

พลังงานศักย์จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ $\theta = 0$ แสดงให้เห็นว่าไดโพลจะอยู่ในภาวะสมดุลย์เมื่อมีแนวขนานกับสนาม

ถ้าเราไม่คำนึงถึงความแตกต่างเพียงเล็กน้อยระหว่าง $\mathcal{E}$ และ $\mathcal{E}'$ แรง $q\mathcal{E}$ และ $q\mathcal{E}'$ ที่กระทำบนประจุที่เป็นไดโพลจะทำให้เกิดแรงคู่ควบ ซึ่งมีค่าเป็นผลหมุน (torque) คำนวณได้ตามสมการ

$$\vec{\tau} = \vec{a} \times (q\vec{\mathcal{E}}) = (q\vec{a}) \times \vec{\mathcal{E}} = \vec{p} \times \vec{\mathcal{E}} \qquad (2.25)$$

จากสมการข้างต้นนี้ รวมทั้งสมการ 2.24 จะเห็นว่าผลหมุน ของสนามไฟฟ้าพยายามโน้มเอียงไดโพลให้เบนไปในแนวขนานกับสนาม ขนาดของผลหมุนคือ

$$\tau = p\mathcal{E} \sin\theta$$

และทิศทางของมันได้แสดงไว้ดังรูป 2.24

2.10 ความสัมพันธ์ของพลังงานในสนามไฟฟ้า

พลังงานทั้งหมดของประจุไฟฟ้า หรือไอออนซึ่งมีมวล m และประจุ q กำลังเคลื่อนที่ในสนามไฟฟ้าคือ

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + q V \qquad (2.26)$$

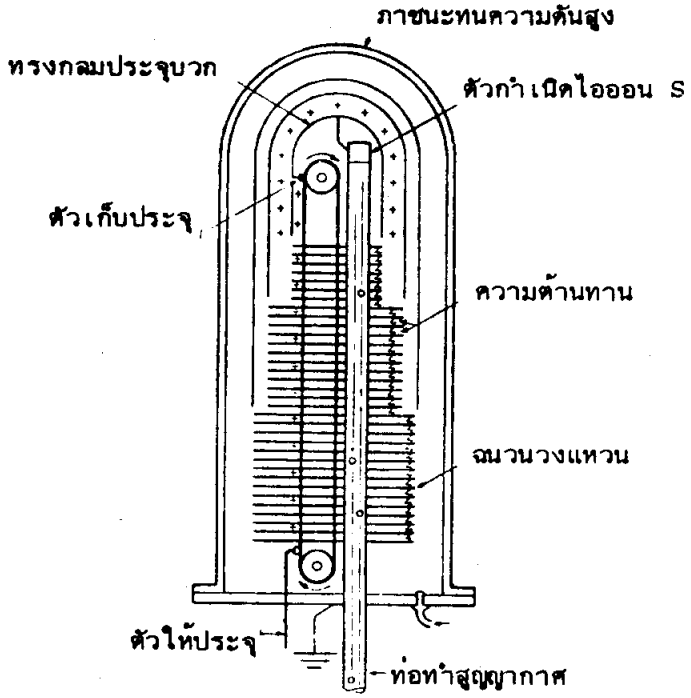
เมื่อไอออนเคลื่อนที่จากตำแหน่ง P_1 (ศักดาไฟฟ้า V_1) ไปยังตำแหน่ง P_2 (ศักดาไฟฟ้า V_2) จากสมการ (2.26) และจากหลักการอนุรักษ์ของพลังงานจะได้

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + qV_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 + qV_2$$

เราอาจเขียนในรูปใหม่เป็น

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = q (V_1 - V_2) \qquad (2.27)$$

จากสมการ 2.27 กล่าวไว้ว่า อนุภาคที่มีประจุบวก ($q > 0$) จะได้รับพลังงานจลน์เพิ่มขึ้นเมื่อเคลื่อนที่จากจุดที่มีศักดาสูงไปยังจุดที่มีศักดาต่ำกว่า ($V_1 > V_2$) เมื่ออนุภาคที่มีประจุลบ ($q < 0$) จะได้รับพลังงานก็เมื่อเคลื่อนที่จากจุดที่มีศักดาต่ำไปสู่จุดที่มีศักดาสูงกว่า ($V_1 < V_2$)



รูปที่ 2.25 แผนภาพแสดงส่วนประกอบสำคัญของเครื่องเร่งแวนเดอกราฟ

ถ้าศักดาไฟฟ้าที่ P_2 เป็นศูนย์ ($V_2 = 0$) และจัดการทดลองเพื่อให้ประจุมีความเร็วเป็นศูนย์ ($v_1 = 0$) พอดีเมื่อถึงจุด 1 สมการ (2.27)จะกลายเป็น

$$\frac{1}{2} m v^2 = qV \qquad (2.28)$$

จากสมการข้างต้นหาพลังงานจลน์ที่อนุภาคที่มีประจุได้รับเมื่อเคลื่อนที่ผ่านความต่างศักย์ V แบบนี้ใช้เป็นหลักในเครื่องเร่งประจุไฟฟ้าสถิต

เครื่องเร่งแบบธรรมดาที่สุด (รูป 2.25) ประกอบด้วยท่อสูญญากาศที่ทำให้ความต่างศักย์ V ระหว่างปลายทั้งสอง ปลายข้างหนึ่งมีตัวกำเนิดไอออน S ส่งอนุภาคที่มีประจุเข้าไปในท่อ อนุภาคจะพุ่งไปถึงอีกข้างหนึ่งด้วยพลังงานที่ให้ไว้ดังสมการ (2.28) ไอออนที่วิ่งเร็วเหล่านี้จะชนเป้า T ที่ทำด้วยวัตถุซึ่งเลือกให้เหมาะสมตามลักษณะของการทดลอง ผลของการชนกันนี้เป็นปฏิกิริยานิวเคลียร์ (nuclear reaction) แบบหนึ่ง พลังงานของประจุที่วิ่งมาชนเป้าจะถูกถ่ายทอดไปยังเป้า ซึ่งทำให้เย็นสม่ำเสมอตลอดเวลา เพราะมิฉะนั้นมันอาจจะละลายหรือกลายเป็นไอไป

เครื่องเร่งประจุไฟฟ้าสถิตมีหลายชนิด (เช่น คอครอฟท์-วอลตัน, แวนเดอร์กราฟ ฯลฯ) แต่ละชนิดขึ้นกับวิธีการต่าง ๆ กันที่จะทำให้เกิดความต่างศักย์ V แต่ในกรณีใดก็ตามเครื่องเร่งประจุจะต้องมีพลังงานจำกัดค่าหนึ่ง จำกัดด้วยความต่างศักย์ที่มากที่สุดค่าหนึ่งโดยไม่ให้วัตถุที่ใช้เป็นส่วนประกอบถึงกับสลายตัว ความต่างศักย์นี้ไม่เคยทำได้ถึง 2-3 ล้านโวลต์

2.11 กระแสไฟฟ้า

ตัวอย่างเครื่องเร่งประจุที่มีกระแสอนุภาคที่มีประจุถูกเร่งให้วิ่งอย่างรวดเร็วไปตามท่อทางเดินดังกล่าวแล้วในหัวข้อที่ 2.10 ในตอนนี้เป็นตอนที่จะนำเราไปสู่ความหมายที่สำคัญของ " กระแสไฟฟ้า"

กระแสไฟฟ้าประกอบด้วยกระแสอนุภาคที่มีประจุหรือไอออน หลักเกณฑ์นี้ยังใช้กับไอออนในเครื่องเร่งประจุใด ๆ ก็ได้ หรือในสารละลายที่เป็นสื่อไฟฟ้า หรือในก๊าซที่มีประจุอิสระ (ionized gas) หรือกลุ่มประจุอิสระ (plasma) หรือเกี่ยวกับอิเลกตรอนในโลหะตัวนำ เพื่อให้เกิดกระแสไฟฟ้า จะต้องทำให้ประจุหรืออนุภาคเคลื่อนที่ในทิศที่กำหนดไว้ก่อนโดยใช้สนามไฟฟ้า

ปริมาณกระแสไฟฟ้า (intensity of electric current) หมายถึงจำนวนประจุไฟฟ้าที่วิ่งผ่านพื้นที่หน้าตัดของทางที่มันวิ่งไปในหนึ่งหน่วยเวลา เช่นในภาคตัดขวางของท่อเครื่องเร่งประจุ หรือของเส้นลวดโลหะ เป็นต้น ดังนั้น ถ้าในเวลา t อนุภาคที่มีประจุ N ตัว แต่ละตัวมีประจุ q วิ่งผ่านตัวกลางที่เป็นตัวนำ ประจุทั้งหมดที่วิ่งผ่านจะเป็น

$$Q = Nq$$

ปริมาณของกระแสจะเป็น

$$I = \frac{Q}{t} \qquad (2.29)$$

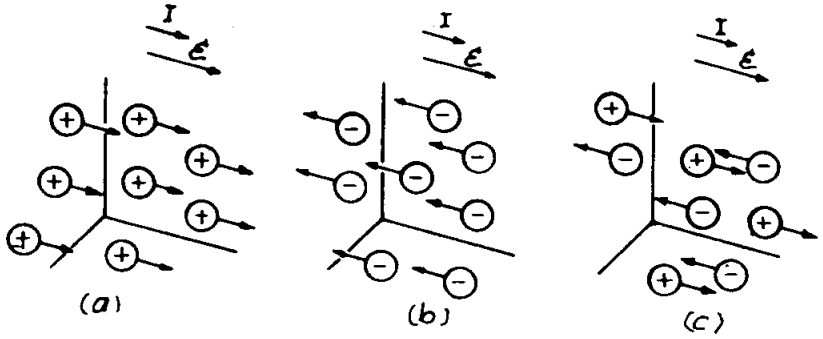
ที่จริงสมการข้างบนจะให้ค่าเฉลี่ยของกระแสในเวลา t ส่วนกระแสจริงในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ คือ

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad (2.30)$$

หน่วยของกระแสไฟฟ้าคือ คูลอมบ์/วินาที หรือ $C.s.^{-1}$ ซึ่งเรียกว่า แอมแปร์ ใช้ตัวย่อว่า A เพื่อเป็นเกียรติแก่นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ อังเดร เอม แอมแปร์ (Andre' M. Ampere 1775-1836) แอมแปร์เป็นปริมาณของกระแสไฟฟ้าที่เกิดจากประจุ 1 คูลอมบ์ เคลื่อนที่ผ่าน

หน้าตัดของวัตถุในแต่ละวินาที

ทิศทางของกระแสไฟฟ้าหาได้โดยการหาทิศทางการเคลื่อนที่ของประจุบวก ซึ่งเป็นทิศทางเดียวกันกับสนามไฟฟ้าที่ใช้ หรือในทิศของศักดาสูงไปต่ำที่ทำให้อนุภาคที่มีประจุเคลื่อนที่ดังรูป 2.26 (a) ดังนั้น ถ้ากระแสเกิดจากการเคลื่อนที่ของประจุลบ เช่น อิเลกตรอน ทิศทาง



รูปที่ 2.26 แสดงทิศทางการเคลื่อนที่ของไอออนบวกและลบในบริเวณที่มีสนามไฟฟ้า

ของกระแสตรงกันข้ามกับการเคลื่อนที่จริงของอิเลกตรอน ดังรูป 2.26 (b)

กระแสไฟฟ้าจะคงมีอยู่ได้ก็เมื่อมีพลังงาน เพราะไอออนที่กำลังเคลื่อนที่จะถูกเร่งโดยสนามไฟฟ้า สมมุติว่าในเวลา t มี N ไอออน แต่ละไอออนมีประจุ q และกำลังเคลื่อนที่ผ่านความต่างศักดา V ไอออนแต่ละตัวได้รับพลังงาน qV และพลังงานที่ได้รับเพิ่มขึ้นทั้งหมดจะเป็น

$$\text{พลังงานที่ได้รับ} = NqV = VQ$$

พลังงานต่อหน่วยเวลา หรือกำลังงานที่ต้องการเพื่อรักษากระแสให้คงที่อยู่จะเป็น

$$P = \frac{QV}{t} = VI \qquad (2.31)$$

ตัวอย่างเช่น กำลังงานที่ต้องการเพื่อใช้เดินเครื่องเร่งในตอนถ่อน นอกจากนั้นยังทำให้ทราบอัตราของพลังงานที่ถ่ายทอดให้แก่เป้าของเครื่องเร่งอันช่วยให้ทราบได้ว่าจะต้องกำจัดความร้อนที่เป้าเก็บไว้ด้วยอัตราเท่าใด สมการ 2.31 เป็นสมการที่ใช้คำนวณปริมาณกำลังงานที่ใช้ในการรักษาให้คงมีกระแสไฟฟ้า I ไหลผ่านความต่างศักย์ V ระหว่าง 2 ตำแหน่งบนตัวนำใด ๆ จาก

สมการ (2.31) เราหาหน่วยของกำลังงานได้ดังนี้

$$\text{โวลต์ X แอมแปร์} = \frac{\text{จูล}}{\text{คูลอมบ์}} \times \frac{\text{คูลอมบ์}}{\text{วินาที}}$$

$$= \frac{\text{จูล}}{\text{วินาที}} = \text{วัตต์}$$

หน่วยที่ได้ก็ยังคงเป็นวัตต์ตามเดิม

ตัวอย่างที่ 2.8 ศักดาไฟฟ้าที่ใช้เร่งประจุในเครื่องเร่งแบบแวนเดอร์กราฟเป็น 4.1×10^6 โวลต์ อนุภาคที่ใช้คือ โปรตอน (หรือ ไฮโดรเจนไอออน) มีกระแสไอออน 10^{-4} A ให้หา

(ก) ความเร็วของโปรตอนเมื่อชนเป้า

(ข) อัตราการถ่ายทอดพลังงานให้แก่เป้า

วิธีทำ (ก) จากสมการ (2.28)

$$\frac{1}{2} m v^2 = qV$$

ได้ $$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

สำหรับความเร็วของโปรตอนเมื่อชนเป้า เราใช้ $V = 4.0 \times 10^6$ โวลต์ และค่าของ $\frac{q}{m}$ สำหรับโปรตอน (ดูในตารางที่ 2.1) เราได้

$$v = 2.77 \times 10^7 \text{ ms}^{-1}$$

เราอาจจะคำนวณได้ว่า โปรตอนไปถึงเป้าด้วยพลังงานจลน์เท่ากับ 4 MeV

(ข) กำลังงานที่ต้องการเพื่อให้เครื่องเร่งทำงานคำนวณได้โดยอาศัยสมการ (2.31)

$$P = (4.0 \times 10^6 \text{ V}) (10^{-4} \text{ A}) = 400 \text{ W}$$

นี่เป็นอัตราพลังงานที่ถ่ายทอดให้เป้า เพื่อให้มีกระแสไอออน 10^{-4}A ตัวกำเนิดไอออนจะต้องทำให้เกิดโปรตอนได้ถึง 6.24×10^{-14} ตัว ต่อวินาที ตัวเลขนี้ตรงกับการแตกตัวของอะตอมของไฮโดรเจน คือ 1.03×10^{-9} กรัม ต่อวินาที

ตารางที่ 2.2 ความสัมพันธ์พื้นฐานระหว่างสนามและศักดาไฟฟ้า

ปริมาณ	ความหมาย	สมการ
ความเข้มสนามไฟฟ้า	$\vec{\mathcal{E}} = \frac{\vec{F}}{q}$	$\vec{\mathcal{E}} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V$ หรือ $\mathcal{E}_s = -\frac{dV}{ds}$
ศักดาไฟฟ้า	$V = \frac{Ep}{q}$	
สนามไฟฟ้าและศักดาไฟฟ้าอันเนื่องมาจากจุดประจุ	$\vec{\mathcal{E}} = \vec{u}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$	$\vec{\mathcal{E}} = -\vec{u}_r \frac{dV}{dr}$ หรือ $\mathcal{E} = -\frac{dV}{dr}$
งานกระทำต่ออนุภาคมีประจุ พลังงานทั้งสิ้นของอนุภาค	$W = q(V_1 - V_2)$ $E = \frac{1}{2}mv^2 + qV$	