

ก.

กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน 61
 กฎการเย็นตัวของนิวตัน 365, 388
 สัมประสิทธิ์ของการเย็นตัว 388
 กฎเกี่ยวกับก๊าซ 389
 กฎข้อที่สองของนิวตัน 61
 กฎข้อที่สองของอุณหพลศาสตร์ 367, 411
 กฎข้อที่สามของนิวตัน 61
 กฎข้อที่ศูนย์ของอุณหพลศาสตร์ 364, 369
 กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน 61
 กฎข้อที่หนึ่งของอุณหพลศาสตร์ 396, 397
 กฎของก๊าซอุดมคติ 390
 กฎของกิริยาและปฏิกิริยา 61, 64
 กฎของความเฉื่อย 61
 กฎของความเร่ง 63
 กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน 63
 มวลเฉื่อย 63
 มวลโน้มถ่วง 63
 กฎของเคปเลอร์ 187, 207
 กฎของโคไซน์ 11
 กฎของไซน์ 11
 กฎของชาร์ลส์ 389
 กฎของนิวตันว่าด้วยความโน้มถ่วง 199
 กฎของบอยล์ 389
 กฎของฟูรีเยร์ 384
 กฎของสเตฟาน 388

กฎของสโตกส์ 358
 กฎแห่งความโน้มถ่วงเอกภาพของนิวตัน 199
 กรอบอ้างอิง 46, 49
 กรอบอ้างอิงสมบูรณ์ 486
 กรอบอ้างอิงเฉื่อย 46, 53, 482
 กระบวนการความกดดันคงที่ 399
 กระบวนการปริมาตรคงที่ 399
 กระบวนการความร้อนคงที่ของก๊าซ
 อุดมคติ 401
 กระบวนการผันกลับได้ 404
 กระบวนการผันกลับไม่ได้ 405
 กระบวนการอุณหภูมิจึงที่ 399
 กระบวนการแอเดียแบติก 401
 กระบวนการไอเซนโทรปิก 413
 กลศาสตร์ของของไหล 321
 ก๊าซอุดมคติ 391, 399
 ความจุความร้อนโมลาร์ 399
 ก๊าซอุดมคติอะตอมเดี่ยว 403
 การกระจัด 31, 35
 การกลิ้งของวัตถุ 240
 การเกิดการสั่นพ้อง 452
 การขยายตัว 373
 การขยายตัวของน้ำ 378
 การขยายตัวของของเหลว 377
 การขยายตัวตามباتก์ 377
 การขยายตัวตามปริมาตร 377

การขยายตัวตามพื้นที่ 375
 การขยายตัวตามเส้น 373
 การขยายตัวปรากฏ 377
 การขับเคลื่อนจรวด 173
 การคูณเวกเตอร์ 11
 การเคลื่อนที่ 31
 การเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางมวล 146
 การเคลื่อนที่ของดาวเทียม 205
 การเคลื่อนที่ของมวลที่ติดกับสปริง 285
 การเคลื่อนที่ด้วยความเร่งคงตัว 38
 การเคลื่อนที่ในแนวตั้งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
 ของโลก 40
 การเคลื่อนที่ในแนวตั้ง 41
 การเคลื่อนที่แบบโปรเจกไทล์ 42
 การเคลื่อนที่หนึ่งมิติ 31
 การเคลื่อนที่แบบเป็นคาบ 279
 การเคลื่อนที่แบบพรีออดิก 279
 การเคลื่อนที่ฮาร์มอนิกอย่างง่าย 279
 การชนกัน 158
 การชนกันในสองหรือสามมิติ 169
 การชนกันในหนึ่งมิติ 158
 การชนกันแบบไม่ยืดหยุ่น 168, 169
 การชนกันแบบพุ่งตรง 158, 160
 การชนกันแบบไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์ 159
 การชนกันแบบยืดหยุ่นสมบูรณ์ 163
 การดล 151
 การตกอย่างอิสระเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
 ของโลก 40
 การแทรกสอด 443
 การนำความร้อน 384

การแปลงแบบลอเรนตซ์ 490
 การแปลงความเร็วแบบลอเรนตซ์ 491
 การแปลงพิกัดแบบกาลิเลโอ 482, 491
 การแปลงแบบไอเซนทรอปิก 413
 การแผ่รังสี 387
 การพาความร้อน 387
 การไม่ขึ้นกับเส้นทางเคลื่อนที่ 122
 การรวมกันได้ 300
 การเลื่อนที่ 31, 240
 การเลื่อนที่สองและสามมิติ 35
 การหมุน 31, 215, 240
 การหมุนควง 236
 การหลอมเหลว 382
 การไหลแบบคงตัว 345
 การไหลแบบที่อัดไม่ได้ 345
 การไหลแบบไม่หมุน 345
 การออสซิลเลตเมื่อมีแรงกระทำไม่มี
 แรงหน่วง 308
 การออสซิลเลตเมื่อมีแรงกระทำและมี
 แรงหน่วง 309
 การอินทิเกรต 35
 การเอียงของถนนบริเวณทางโค้ง 212
 การสั่นพ้อง 452
 กำลังงาน 115
 กำลังม้า 115

ข.

ขนาด 3
 ขนาดของเวกเตอร์ 5
 ข้อมูลเกี่ยวกับระบบสุริยะ (ตาราง) 201

ค.

- คลื่นกระแทก 468
คลื่นกล 419, 423
คลื่นตามขวาง 423, 424
คลื่นตามยาว 423
คลื่นใต้เสียง (อินฟราซาวนด์) 469
คลื่นนิ่ง 443, 444
คลื่นนิ่งในท่อ 448
คลื่นในเส้นเชือก 444
คลื่นเหนือเสียง (อัลตราซาวนด์) 469
คลื่นเสียง 419, 455
คลื่นฮาร์โมนิก 419, 428
ความเข้มของเสียง 470
ความเค้น 267
ความเค้นเฉือน 268
ความเค้นดึง 268
ความเค้นตึงฉาก 268
ความเค้นปริมาตร 270
ความเค้นอัด 268
ความเครียด 267, 270
ความเครียดเฉือน 271
ความเครียดดึง 270
ความเครียดปริมาตร 271
ความเครียดอัด 270
ความจุความร้อน (ตาราง) 380, 381
ความจุความร้อนจำเพาะ 380
ความจุความร้อนโมลาร์ 399
ความดังของเสียง 471
ความดัน 326
 ความดันเนื่องจากของไหล 326
ความดันเกจ 328
 การวัดค่าความดันเกจ 329
ความดันสัมบูรณ์ 328
ความตึงผิว 336, 338
ความถี่การสั่นพ้อง 311
ความถี่เชิงมุม 280, 429
ความถี่บีตส์ 460
ความถี่ยังผล 459
ความถี่หลักมูล 446
ความถ่วงจำเพาะ 326
ความยาวคลื่น 429
ความยาวเฉพาะ 495
ความยาวไม่เฉพาะ 495
ความเร่ง 36
ความเร่งเชิงมุม 188, 191
ความเร่งตามแนวรัศมี 192
ความเร่งในแนวเส้นสัมผัส 191
ความเร่งแห่งความโน้มถ่วง 40
ความเร่งสู่ศูนย์กลาง 192
ความเร็ว 31
ความเร็วบาดาล 32
ความเร็วของการเคลื่อนที่เข้าหากัน 46
 การชนกัน 159
ความเร็วของการเคลื่อนที่แยกจากกัน 48
ความเร็วของคลื่นในตัวกลางของไหล 436
ความเร็วเชิงมุม 189
ความเร็วเฟส 426
ความเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย 392
ความเร็วสัมพัทธ์ 46
ความเร็วหลุดพ้น 203, 205

ความร้อนจำเพาะ (ตาราง) 367
 ความร้อนแฝง (ตาราง) 367, 383
 ความหนาแน่น 324
 ความหนาแน่นสัมพัทธ์ 326
 ความหนืด 344, 357
 คาบ 429
 ค่าคงตัวการบิด 295
 ค่าคงตัวของการนำความร้อน 384
 ตาราง 385
 ค่าคงตัวของการแผ่รังสี 388
 ค่าคงตัวของโบลต์ซมานน์ 204
 ค่าคงตัวของแรง (สปริง) 278
 ค่าคงตัวของสเตฟาน-โบลต์ซมานน์ 204
 ค่าคงตัวโน้มถ่วง 199
 ค่าคงตัวเฟส 279
 ค่าคงที่สากลของก๊าซ 390
 ค่าสัมประสิทธิ์ของการขยายตัว 374
 ตามเส้น 374
 ตามปริมาตร 374
 ตามพื้นที่ 375
 ค่าสัมบูรณ์ 5
 ของเวกเตอร์ 5
 คุณภาพเสียง 472
 เครื่องยนต์ความร้อน 404, 405
 เครื่องวัดความดัน 328, 329
 เคลวิน (หน่วย) 19, 412
 แคลอรี (หน่วย) 379
 คำอุปสรรค 22

ง.
 งานที่ทำโดยกระบวนการอุณหภูมิกงที่ 399
 งานที่ทำโดยก๊าซ 399
 งานที่ทำโดยแรงที่แปรเปลี่ยนค่า
 ในหนึ่งมิติ 105
 งานที่ทำโดยแรงที่มีค่าคงตัว 98
 งานที่ทำโดยแรงไม่คงตัว 105, 108
 งานที่ทำโดยแรงอนุรักษ์ 122
 งานที่ทำโดยแรงไม่อนุรักษ์ 102
 งานที่ทำโดยสปริง 123

จ.
 จลนศาสตร์ 29, 484
 จลนศาสตร์ของการหมุน 188
 จุดสมดุล 279
 จุดศูนย์กลางมวล 138, 139
 จุดรวม 74
 ใจโรสโคป 237, 238

ช.
 ชอนิกบูม 468
 ชองคลีน 469
 เซลเซียส (หน่วย) 372
 โซนาร์ 465

ด.
 ดาวเทียมโทรคมนาคม 211
 ดาวเทียมเพื่อการศึกษา 212
 ดาวเทียมยุทธศาสตร์ 211
 ดาวเทียมสำรวจทรัพยากรธรรมชาติ 211

ดาวเทียมอุตุนิยมวิทยา 210

ดีเทอร์มิแนนต์ 16

เดซิเบล 472

ด.

ดูเอ็น 409

ตำแหน่งสมดุล 279

ท.

ทฤษฎีการดล-โมเมนตัม 151

ทฤษฎีจลน์ของก๊าซ 391

ทฤษฎีบทแกนขนาน 218

ทฤษฎีบทแกนตั้งฉาก 224, 225

ทฤษฎีบทงาน-พลังงาน 111

ทฤษฎีบทงานพลังงานของแรง

ไม่อนุรักษ์ 111

กฎการคงตัวของพลังงานกล 118

ทฤษฎีบททอริเชลลี 355

ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป 482

ทอร์ก 229, 232, 295

ทอริเชลลี 329, 356

เทอร์มอคัปเปิล 371

น.

นิวตัน (หน่วย) 21, 71

นิยามของหน่วย เอสไอมูลฐาน 18

นิยามของหน่วยเอสไออนุพันธ์ 21

น้ำสมมูล 381

บ.

บอลลิสติก เพนดูลัม 162

บัพ 444

บัลค์มอดูลัส 272, 436

बारوميเตอร์ 328

बारوميเตอร์แบบง่าย 328

บีทียู (หน่วย) 379

บีตส์ 459

ป.

ปฏิบัติ 444

ประสิทธิภาพเชิงความร้อนของ

เครื่องยนต์ 367

ปรากฏการณ์ขอบ 454

ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ 461

ปาวส์ (หน่วย) 357

ปัญหาค่าเริ่มต้น 38

ปาสกาล 347

โปรเจกไทล์ 42

ผ.

ผลคูณเวกเตอร์ 12

ผลคูณสเกลาร์ 12

ผลบวกของสองเวกเตอร์ 7, 10

แผนภาพ free-body diagram 86

พ.

พลศาสตร์ 61, 484

พลศาสตร์ของการหมุน 215

พลังงานของมวลนิ่ง 502

พลังงานจลน์ 117
พลังงานจลน์ของการหมุน 246
พลังงานศักย์ 117, 122, 291
พลังงานศักย์ของสปริง 107, 114, 120
พลังงานศักย์โน้มถ่วง 201
พลังงานศักย์ยืดหยุ่น 107, 114
พลังงาน 412
พาราโบลา 44
พิสัย 43

ฟ.

ฟังก์ชันคลื่น 425, 426
ฟาเรนไฮต์ (หน่วย) 372
เฟสเริ่มต้น 279

ภ.

ภายนอก, แรง 137, 138
ภายใน, แรง 137, 138

ม.

มวลตามยาว 501
มวลตามขวาง 501
มวลนิ่ง 502
มวลลดทอน 148, 149
มวลและพลังงาน 502
มวลสัมพัทธ์ 501
มอดุลัสของความยืดหยุ่น 271
(ตาราง) 273
มอดุลัสของยัง 271
มอดุลัสเฉือน 272

มอดุลัสเชิงปริมาตร 272
มานอมิเตอร์ 329
มาตรเวนทูรี 350
มุมทรงตัว 83
มุมเฟส 273
มุมสัมผัส 340
แมกซ์เวลล์ 482
โมเมนต์ของความเฉื่อย 216, 217
สูตรการหา 222, 223
โมเมนต์เชิงมุม 227
โมเมนต์เชิงเส้น 151

ร.

ระดับเสียง 473
ระบบแกนโพลาไรซ์ 6
ระบบพิกัดฉาก 5
ระบบหน่วยเอสไอ 17
ระยะกระจัด 31, 34
ระยะทาง 33
รูปलिखाजु 304
เรเดียโน 19
แรงค้ำตัว 107
แรงจذبกัน 74
แรงเชื่อมแน่น 336
แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก 81, 100
แรงโน้มถ่วง 40
แรงผ่านศูนย์กลาง 197
แรงไม่อนุรักษ์ 121
แรงยกปีกเครื่องบิน 353
แรงยึดติด 336

แรงลอยตัว 332
แรงและพลังงานของสปริง 107, 119
แรงสู่ศูนย์กลาง 194
แรงเสียดทาน 80
แรงเสียดทานสถิต 81
แรงอนุรักษ์ 121, 122

ล.

เลขอาโวกาโดร 391
เลขคลื่น 429
ลูกตุ้มชนิดบิต 294
ลูกตุ้มฟิสิกส์ 293
ลูกตุ้มอย่างง่าย 289

ว.

วงจรออสซิลเลเตอร์ 297
วัฏจักรคาร์โนต์ 406
วัตต์ (หน่วย) 115
กิโลวัตต์-ชั่วโมง 116
วิธีใช้ของประกอบ 116
วิธีต่อทางไปหัว 7, 8, 9
วิธีตรีโกณมิติ 11
เวกเตอร์ 3
เวกเตอร์บอกตำแหน่ง 5
เวกเตอร์ลัพธ์ 7
เวกเตอร์หนึ่งหน่วย 4
เวกเตอร์ศูนย์ 4
เวลาเฉพาะ 494
เวลาไม่เฉพาะ 494
เวลาในอากาศ 46

ส.

สมการของคลื่น 438, 440
สมการของเบอร์นูลลี 349, 354
สมการของแวนเดอร์วาลส์ 403
สมการแห่งการต่อเนื่อง 346
สมบัติการบวกและการลบเวกเตอร์ 13
สมบัติของคลื่น 423, 428
สมมติฐานของอาโวกาโดร 365, 391
สมมูลกลความร้อน 379
สเกลาร์ 3
สเตอเรเดียน 19
สถิติศาสตร์ของของไหล 324
สนามเวกเตอร์ 4
สนามสเกลาร์ 6
สปริง 236
สภาพเคปิลารี 341
สภาพนำความร้อน 384
(ตาราง) 385
สภาพสมดุล 74, 77, 249
สภาพอัดได้ 274
(ตาราง) 273
สัญลักษณ์ของเวกเตอร์ 3
สัจพจน์ของอินสไตน์ 490
สะพานทาร์โคมา 337
สัมประสิทธิ์การขยายตัวตามเส้น 373
(ตาราง) 374
สัมประสิทธิ์การคืบตัว 168
สัมประสิทธิ์การพาความร้อน 387
สัมประสิทธิ์ของการเย็นตัว 388
สัมประสิทธิ์ของสมรรถนะ 410

สัมประสิทธิ์ความเสียหายจลน์ 81
สัมประสิทธิ์ของความเสียหายสถิต 81
สัมประสิทธิ์แห่งความหนืด 357
หน่วยของความหนืด 357
สายกระแส 346
สารปฏิบัติงาน 407

ห.

หน่วยเอสไอรากฐาน 18
หน่วยเอสไอเสริม 20
หน่วยเอสไออนุพันธ์ 18
หลอดการสันพ้อง 454
หลอดไฟทอด 352
หลอดสถิต 352
ท่อของการไหล 346
หลักการคงตัวของพลังงาน 122
หลักการคงตัวของโมเมนตัมเชิงมุม 243
หลักการคงตัวของโมเมนตัมเชิงเส้น 155,
156
หลักของปาสกาล 334
หลักของอาร์คิมิดีส 331

อ.

อนุภาคเดี่ยว 501

องค์ประกอบในแนวตั้ง 42
องค์ประกอบในแนวราบ 42
องศาสมบูรณ์ 412
อะตอม 391
อัตราการใช้ 346
อัตราเร่งโน้มถ่วง 71
อัตราเร็ว 31
อัตราเร็วของเสียงในตัวกลาง 456
(ตาราง) 457
อัตราเร็วหลุดพ้น 203
อีเทอร์ 486
อุณหภูมิต 372, 410
เอนโทรปี 412
โอเวอร์โทน 448
แอมพลิจูด 425, 429
ไอน์สไตน์ 490
สัจพจน์ 490

ฮ.

เฮิร์ตซ์ 430
ฮาร์มอนิก 446, 447
ไฮดรอลิก 277
เครื่องอัดไฮดรอลิก 334, 335

ปัญหาฟิสิกส์โอลิมปิก ประจำปี พ.ศ. 2541

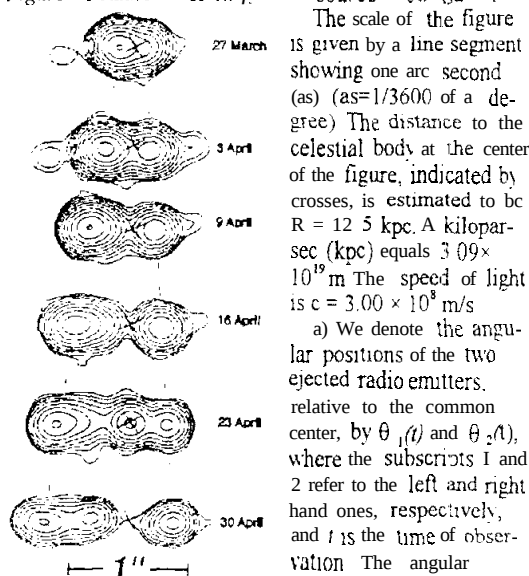
1998 Physics Olympics Problems

Problem 1: Faster than light?

In this problem we analyze and interpret measurements made in 1994 on radio wave emission from a compound source within our galaxy.

The receiver was tuned to a broad band of radio waves of wavelengths of several centimeters. Figure 1.1 shows a series of images recorded at different times. The contours indicate constant radiation strength in much the same way as altitude contours on a geographical map. In the figure the two maxima are interpreted as showing two objects moving away from a common center show by crosses in the images. (The center, which is assumed to be fixed in space, is also a strong radiation emitter but mainly at other wavelengths.) The measurements conducted on the various dates were made at the same time of day.

Figure 1.1 Radio emission from a source in our galaxy.



Earth, are ω_1 and ω_2 . The corresponding apparent transverse linear speeds of the two sources are denoted by $v'_{1\perp}$ and $v'_{2\perp}$.

Using Figure 1.1, make a graph to find the numerical values of ω_1 and ω_2 in milli-arc-seconds per day (mas/d). Also determine the numerical values of $v'_{1\perp}$ and $v'_{2\perp}$. (You may be puzzled by some of the results).

b) In order to resolve the puzzle arising in part (a), consider a light-source A moving with velocity v at an angle ϕ ($0 \leq \phi \leq \pi$) to the direction towards a distant observer O (Figure 1.2). The speed may be written as $v = \beta c$, where c is the speed of light. The distance to the source, as measured by the observer, is R . The angular speed of the source, as seen from the observer, is ω , and the apparent linear speed perpendicular to the line of sight is v' .

Find ω and v' in terms of β , R and ϕ .

Figure 1.2: The observer is at O and the original position of the light source is at A . The velocity vector is v .



c) We assume that the two ejected objects, described in the introduction and in part (a), are moving in opposite directions with equal speeds $v = \beta c$. Then the results of part (b) make it possible to calculate β and ϕ from the angular speeds ω_1 and ω_2 and the distance R . Here ϕ is defined as in part (b), referring to the left hand object, corresponding to subscript 1 in part (a).

Derive formulas for β and ϕ in terms of known quantities and determine their numerical values from the data in part (a).

d) In the one-body situation of part (b), find the condition for the apparent perpendicular speed $v'_{\perp}$ to be larger than the speed of light c .

Write the condition in the form $\beta > f(\phi)$ and provide an analytic expression for the function f .

Draw on the graph answer sheet the physically relevant region of the (β, ϕ) -plane. Show by shading in which part of this region the condition $v'_{\perp} > c$ holds.

e) Still in the one-body situation of part (b), find an expression for the maximum value ($v'_{\perp, \max}$) max of the apparent perpendicular speed $v'_{\perp}$ for a given β and write it in the designated field on the answer sheet. Note that this speed increases without limit when $\beta \rightarrow 1$.

f) The estimate for R given in the introduction is not very reliable. Scientists have therefore started speculating on a better and more direct method for determining R . One idea for this goes as follows. Assume that we can identify and measure the Doppler shifted wavelengths λ_1 and λ_2 of radiation from the two ejected objects, corresponding to the same known original wavelength λ_0 in the rest frames of the objects.

Starting from the equations for the relativistic Doppler shift, $\lambda = \lambda_0 (1 - \beta \cos \phi) / (1 - \beta^2)^{1/2}$, and assuming, as before, that both objects have the same speed v , show that the unknown $\beta = v/c$ can be expressed in terms of λ_1 , λ_2 and λ_0 as

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{\alpha \lambda_0^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}} \quad (1.1)$$

Find the numerical value of the coefficient α .

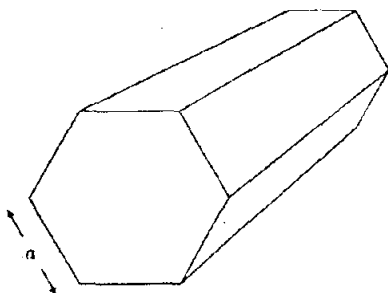
Note that this means that the suggested wavelength measurements will in practice provide a new estimate of the distance.

Problem 2: Rolling of a hexagonal prism

Consider now a long, solid, regular hexagonal prism like a common type of pencil (Figure 2.3). The mass of the prism is M and it is uniformly distributed. The length of each side of the cross-sectional hexagon is a . The moment of inertia I of the hexagonal prism about its central axis can be written as

$$I = \frac{5}{12} M a^2 \quad (2.1)$$

Figure 2.1: A solid prism with the cross section of a regular hexagon.

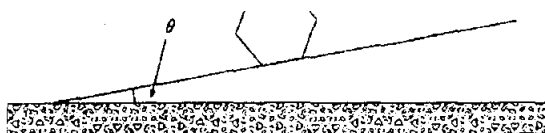


The moment of inertia I' about an edge of the prism, can similarly be written as

$$(2.2) \quad I' = \frac{17}{12} M a^2$$

a) The prism is initially at rest with its axis horizontal on an inclined plane which makes a small angle θ with the horizontal (Figure 2.2). Assume that the surfaces of the prism are slightly concave so that the prism only touches the plane at its edges. The effect of this concavity on the moment of inertia can be ignored. The prism is now displaced from rest and starts an uneven rolling down the plane. Assume that friction prevents any sliding and that the prism does not lose contact with the plane. The angular velocity just before a given edge hits the plane is ω_i , while ω_f is the angular velocity immediately after the impact.

Figure 2.2: A hexagonal prism lying on an inclined plane.



Show that we may write

$$\omega_f = s\omega_i \quad (2.3)$$

and write the numerical value of the coefficient s .

b) The kinetic energy of the prism just before and after impact is similarly K_i and K_f .

Show that we may write

$$K_f = rK_i \quad (2.4)$$

and write the numerical value of the coefficient r .

c) For the next impact to occur, K_i must exceed a minimum value $K_{i,\min}$ which may be written in the form

$$K_{i,\min} = \delta M g a \quad (2.5)$$

where $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ is the acceleration of gravity.

Find the coefficient δ in terms of the slope angle θ and the coefficient r .

d) If the condition of part c) is satisfied, the kinetic energy K will approach a limiting value $K_{i,0}$ as the prism rolls down the incline.

Given that the limit exists, show that $K_{i,0}$ may be written

$$K_{i,0} = \kappa M g a \quad (2.6)$$

and write the coefficient κ in terms of θ and r .

e) Calculate, to within 0.1° , the minimum slope angle θ_0 for which the uneven rolling, once started, will continue indefinitely.

Problem 3: Water under an icecap

Density of water	$\rho_w = 1.000 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
Density of ice	$\rho_i = 0.917 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
Specific heat of ice	$c_i = 2.1 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$
Specific latent heat of ice	$L_i = 3.4 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$
Density of rock & magma	$\rho_r = 2.9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
Specific heat of rock & magma	$c_r = 700 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$
Specific latent heat of rock & magma	$L_r = 4.2 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$
Average outward heat flow through the surface of the earth	$J_Q = 0.06 \text{ W/m}^2$
Melting point of ice	$T_0 = 0^\circ\text{C}$

An icecap is a thick sheet of ice (up to a few km in thickness) resting on the ground below and extending horizontally over tens or hundreds of km. In this problem, we consider the melting of ice and the behavior of water under a temperate icecap, i.e., and icecap at its melting point. We may assume that under such conditions the ice causes pressure variations in the same manner as a viscous fluid, but deforms in a brittle fashion, principally by vertical movement. Data for this problem is below.

a) Consider a thick icecap at a location of average heat flow J_Q from the interior of the earth. Using the data from the table, calculate the thickness d of the ice layer melted every year.

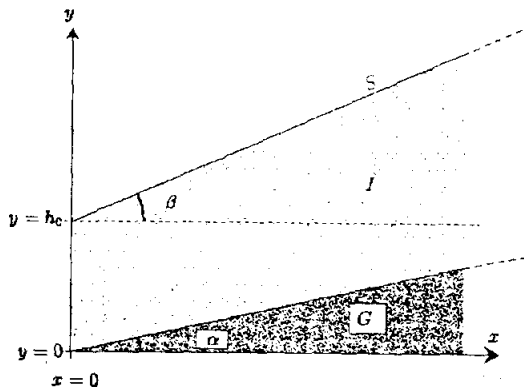
b) Consider now the upper surface of a ice cap. The

ground below the ice cap has a slope angle α . The upper surface of the cap slopes by an angle β as shown in Figure 3.1. The vertical thickness of the ice at $x=0$ is h_0 . Hence the lower and upper surfaces of the ice cap can be described by the equations

$$y_1 = x \tan \alpha, y_2 = h_0 + x \tan \beta \quad (3.1)$$

Derive an expression for the pressure p at the bottom of the icecap as a function of the horizontal coordinate x

Figure 3.1: Cross section of an ice cap with a plane surface resting on an inclined plane ground. S: surface, G: ground, I: ice cap.



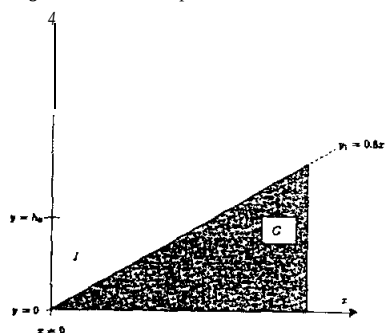
In order that the water layer between the icecap and the ground remains static, show that α and β must satisfy an equation of the form

$$\tan \beta = s \tan \alpha \quad (3.2)$$

and calculate s .

The line $y_1 = 0.8x$ in Figure 3.2 shows the surface of the earth below an ice cap. The vertical thickness h_0 at $x=0$ is 2 km. Assume that water at the bottom is in equilibrium. Draw the line y_1 and add a line y_2 showing the upper surface of the ice. Indicate on the figure which line is which.

Figure 3.2: Cross section of a temperate ice cap resting on an inclined ground with water at the bottom in equilibrium. G: ground, I: ice cap.



c) Within a large ice sheet on horizontal ground and

originally of constant thickness

$D = 2.0$ km, a conical body of water of height $H = 1.0$ km and radius $r = 1.0$ km is formed rather suddenly by melting of the ice (Figure 3.3). We assume that the remaining ice adapts to this by vertical motion only. Show analytically and pictorially on a graph, the shape of the surface of the icecap after the water cone has formed and hydrostatic equilibrium has been reached.

d) In its annual expedition, a group of scientists explores a temperate ice cap in Antarctica. The area is normally a wide plateau, but this time they find a deep crater-like depression formed like a top-down cone with a depth h of 100 m and a radius r of 500 m (Figure 3.4). The thickness of the ice in the area is 2000 m.

Figure 3.3: A vertical section through the mid-plane of a water cone inside an ice cap.

S: surface, W: water, G: ground, I: ice cap.

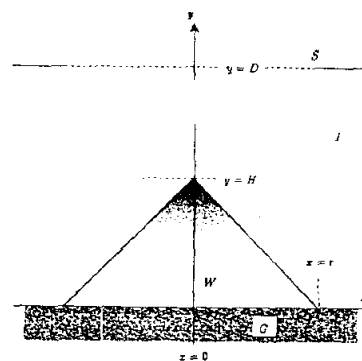
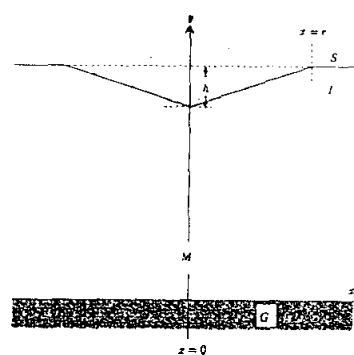


Figure 3.4: A vertical and central cross section of a conical depression in a temperate ice cap. S: surface, G: ground, I: ice cap, M: magma and water intrusion for the student to draw.



After a discussion, the scientists conclude that most probably there was a minor volcanic eruption below the icecap. A small amount of magma (molten rock) intruded at the bottom of the icecap, solidified and cooled, melting a certain volume of ice.

The scientists try as follows to estimate the volume of the intrusion and get an idea of what became of the melt water.

Assume that the ice only moved vertically. Also assume that the magma was completely molten and at 1200°C at the start. For simplicity, assume further that the intrusion had the form of a cone with a circular base vertically be-

low the conical depression in the surface. The time for the rising of the magma was short relative to the time for the exchange of heat in the process. The heat flow is assumed to have been primarily vertical such that the volume melted from the ice at any time is bounded by a conical surface centered above the center of the magma intrusion.

Given these assumptions the melting of the ice takes place in two steps. At first the water is not in pressure equilibrium at the surface of the magma and hence flows away. The water flowing away can be assumed to have a temperature of 0°C. Subsequently, hydrostatic equilibrium is reached and the water accumulates above the intrusion instead of flowing away.

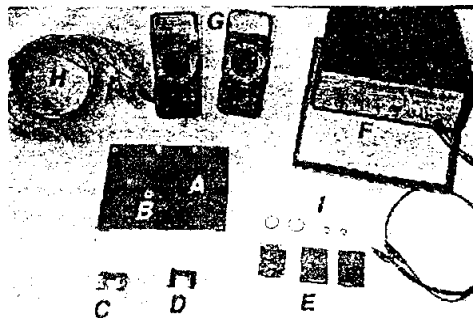
When thermal equilibrium has been reached, you are asked to determine the following quantities

- 1 The height H of the top of the water cone formed on the ice cap, relative to the original bottom of the ice cap
- 2 The height h , of the intrusion, its volume V_i and its mass m_i
- 3 The total mass m_{tot} of the water produced and the mass m of water that flows away

Plot on a graph the shapes of the rock intrusion and of the body of water remaining. Use the coordinate system suggested in Figure 3.4.

Experimental Problem

Equipment Provided



- A Platform with six banana jacks
- B Pickup coil embedded into the platform
- C Ferrite U-core with two coils marked "A" and "B"
- D Ferrite U-core without coils
- E Aluminium foils of thicknesses: 25 μm , 50 μm and 100 μm
- F Function generator with output leads
- G Two multimeters
- H Six leads with banana plugs
- I Two rubber bands and two small pieces of grease proof paper

Multimeters

The multimeters are two-terminal devices that in this experiment are used for measuring AC voltages, AC currents, frequency and resistance. In all cases one of the

terminals is the one marked COM. For the voltage, frequency and resistance measurements the other terminal is the red one marked V-R. For current measurements the other terminal is the yellow one marked mA. With the central dial you select the meter function (V- for AC voltage, A- for AC current, Hz for frequency and Ω for resistance) and the measurement range. For the AC modes the measurement uncertainty is $\pm$ (4% of reading + 10 units of the last digit).

Function generator

To turn on the generator you press in the red button marked PWR. Select the 10 kHz range by pressing the button marked 10k, and select the sine waveform by pressing the second button from the right marked with a wave symbol. No other buttons should be selected. You can safely turn the amplitude knob fully clockwise. The frequency is selected with the large dial on the left. The dial reading multiplied by the range selection gives the output frequency. The frequency can be verified at any time with one of the multimeters. Use the output marked MAIN, which has 50 Ω internal resistance.

Ferrite cores

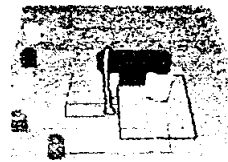
Handle the ferrite cores gently, they are brittle! Ferrite is a ceramic magnetic material, with low electrical conductivity. Eddy current losses in the cores are therefore low.

Banana jacks

To connect a coil lead to a banana jack, you loosen the colored plastic nut, place the tinned end between the metal nut and plastic nut, and tighten it again.

Part I: Magnetic Shielding with Eddy Currents

Figure 1: Experimental arrangement for part I.



Tone-dependent magnetic fields induce eddy currents in conductors. The eddy currents in turn produce a counteracting magnetic field. In real conductors, this field will not completely counteract the applied field inside the material. To describe the shielding effect of alu-

minium foils we will apply the following model

$$B = B_0 e^{-ad} \quad (1)$$

where B is the magnetic field beneath the foils, B_0 is the magnetic field at the same point in the absence of foils, a an attenuation constant, and d the foil thickness.

Experiment

Put the ferrite core with the coils, with legs down, on the raised block such that coil A is directly above the pickup coil embedded in the platform, as shown in Fig 1.

Secure the core on the block by stretching the rubber bands over the core and under the block recess. The uncertainty in the thickness of the foils can be neglected, as can the error in the frequency when measured by the multimeter.

1. Connect the leads for coils A and B to the jacks. Measure the resistance of all three coils to make sure you have good connections. You should expect values of less than $10\ \Omega$.

2. Collect data to validate the model above and evaluate the attenuation constant a for the aluminum foils ($25 \cdot 175\ \mu\text{m}$), for frequencies in the range of $6 \cdot 18\ \text{kHz}$. Place the foils inside the square, above the pickup coil, and apply a sinusoidal voltage to coil A.

3. Plot a versus frequency.

Part II: Magnetic Flux Linkage

The response of two coils on a closed ferrite core to an external alternating voltage (V_s) from a sinusoidal signal generator is studied. With the equipment provided, we may assume that saturation effects can be ignored, and the permeability μ of the material is constant.

Theory

In the following basic theoretical discussion, and in the treatment of the data, it is assumed that the ohmic resistance in the two coils and all hysteresis effects in the core have insignificant influence on the measured currents and voltages. Because of these simplifications in the treatment below, some deviations will occur between measured and calculated values.

Single coil

Let us first look at a core with a single coil, carrying a current I . The magnetic flux Φ , that the current creates in the ferrite core inside the coil; is proportional to the current I and to the "number of turns N ". The flux depends furthermore on a geometrical factor g , which is determined by the size and shape of the core, and the magnetic permeability $\mu = \mu_r \mu_0$, which describes the magnetic properties of the core material. The relative permeability is denoted μ_r and μ_0 is the permeability of free space.

The magnetic flux Φ is thus given by

$$\Phi = \mu g N I = c N I \quad (2)$$

where $c = \mu g$. The induced voltage is given by Faraday's law of induction,

$$\mathcal{E}(t) = -N \frac{d\Phi(t)}{dt} = -c N^2 \frac{dI(t)}{dt} \quad (3)$$

The conventional way to describe the relationship between current and voltage for a coil is through the self-inductance of the coil L , defined by,

$$\mathcal{E}(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (4)$$

A sinusoidal signal generator connected to the coil will drive a current through it given by

$$I(t) = I_0 \sin \omega t \quad (5)$$

where ω is the angular frequency and I_0 is the amplitude of the current. As follows from equation (3), this alternating current will induce a voltage across the coil given by

$$\mathcal{E}(t) = \omega c N^2 I_0 \cos \omega t \quad (6)$$

The current will be such that the induced voltage is equal to the signal generator voltage V_s . There is a 90° phase difference between the current and the voltage. If we only look at the amplitudes $\mathcal{E}_0$ and I_0 of the alternating voltage and current, allowing for this phase difference, we have

$$\mathcal{E}_0 = \omega c N^2 I_0 \quad (7)$$

From now on we drop the subscript 0.

Two coils

Let us now assume that we have two coils on one core (see Figure 2). Ferrite cores can be used to link magnetic flux between coils. In an ideal core the flux will be the same for all cross sections of the core. Due to flux leakage in real cores, a second coil on the core will in general experience a reduced flux compared to the flux-generating coil. The flux Φ_B in the secondary coil B is therefore related to the flux Φ_A in the primary coil A through

$$\Phi_B = k \Phi_A \quad (8)$$

Similarly a flux component Φ_B created by a current in coil B will create a flux $\Phi_A = k \Phi_B$ in coil A. The factor k , which is called the coupling factor, has a value less than one.

The ferrite core under study has two coils A and B in a transformer arrangement. Let us assume that coil A is the primary coil (connected to the signal generator). If no current flows in coil B ($I_B = 0$), the induced voltage $\mathcal{E}_A$ due to I_A is equal and opposite to the generator voltage V_s . The flux created by I_A inside the secondary coil is determined by equation (8) and the induced voltage in coil B is

$$\mathcal{E}_B = \omega k c N_A N_B I_A \quad (9)$$

Figure 2: A transformer with a closed magnetic circuit.

If a current I flows in coil B, it will induce a voltage in coil A which is described by a similar expression. The total voltage across the coil A will then be given by

$$V_s = \mathcal{E}_A = \omega c N_A^2 I_A - \omega k c N_A N_B I_B \quad (10)$$

The current in the secondary coil thus induces an opposing voltage in the primary coil, leading to an increase in I_A . A similar equation can be written for $\mathcal{E}_B$. As can be verified by measurements, k is independent of which coil is taken as the primary coil.

Experiment

Place the two U-cores together as shown in Figure 2, and fasten them with the rubber bands. Set the function generator to produce a $10\ \text{kHz}$ sine wave. Remember to set the multimeters to the most sensitive range suitable for each measurement. The number of turns of the two coils,

A and B, are: $N_A = 150$ turns and $N_B = 100$ turns (± 1 turn on each coil).

1. Show that the algebraic expressions for the self-inductances L_A and L_B are,

$$L_A = \epsilon_A / (\omega I_A) \text{ when } I_B = 0$$

$$L_B = \epsilon_B / (\omega I_B) \text{ when } I_A = 0$$

and that expressions for the coupling factor k are,

$$k = (N_B I_B) / (N_A I_A)$$

when $\epsilon_B \approx 0$

Draw circuit diagrams showing how these quantities are determined. Calculate the numerical values of L_A , L_B & k

2. When the secondary coil is short-circuited, the current I_p in the primary coil will increase. Use the equations above to derive an expression giving I_p explicitly in terms of the primary voltage, the self-inductance of the primary coil, and the coupling constant. Measure I_p .

3. Coils A and B can be connected in series in two different ways such that the two flux contributions are either added to or subtracted from each other.

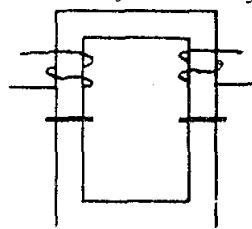
3.1. Find the self inductance of the serially connected coils, L_{A+B} , from measured quantities in the case where the flux contributions produced by the current I in the two coils add to (strengthen) each other.

3.2. Measure the voltages V_A and V_B when the flux contributions of the two coils oppose each other. Find their values and the ratio of the voltages. Derive an expression for the ratio of the voltages across the two coils.

4. Use the results obtained to verify that the self inductance of a coil is proportional to the square of the number of its windings.

Fig 3: The ferrite cores with the two spacers in place.

5. verify that it was justified to neglect the resistance of the prime coil and ante your arguments as mathematical expressions.



6. Thin pieces of paper inserted between the two half cores (as shown in Figure 3) reduce the coil inductances drastically. Use this reduction to determine the relative permeability m_r of the

ferrite material, given Ampere's law and continuity of the magnetic field B across the ferrite - paper interface. Assume $m = m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N s}^2 / \text{C}^2$ for the pieces of paper and a paper thickness of 43 mm. The geometrical factor can be determined from Ampere's law

$$\oint \frac{1}{\mu} B dl = I_{total} \quad (11)$$

where I_{total} is the total current flowing through a surface bounded by the integration path. Write the algebraic expression for m_r in field 6.a on the answer sheet and the numerical value.



พิมพ์ที่... สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง
Ramkhamhaeng University Press.