บทที่ 8
กลศาสตร์ของของไหล

เค้าโครงเรื่อง

8.1 สถิตศาสตร์ของของไหล

- 8.1.1 ความหนาแน่นและความดัน
- 8.1.2 หลักของอาร์คิมีดีส
- 8.1.3 หลักของปาสกาล
- 8.1.4 แรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติด
- 8.1.5 ความตึงผิว
- 8.1.6 มุมสัมผัส
- 8.1.7 สภาพคะปิลลารี

8.2 พลศาสตร์ของของไหล

- 8.2.1 สมการแห่งการต่อเนื่อง
- 8.2.2 สมการของเบอร์นูลลี
- 8.2.3 เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหล
- 8.2.4 ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี
- 8.2.5 ความหนืด

สาระสำคัญ

1. คำนิยามสำหรับความหนาแน่นของสารเอกพันธ์ คือ มวลต่อปริมาตร

$$\rho = m/v$$

โดยในระบบเอสไอมีหน่วยเป็น กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

ความถ่วงจำเพาะ คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารต่อความหนาแน่นของน้ำซึ่งไม่มีหน่วย

ความดัน คือ แรงต่อพื้นที่

$$P = F/A$$

ในระบบเอสไอมีหน่วยเป็น นิวตัน/เมตร^2 โดย 1 N/m^2 = 1 pascal (Pa)

ความดันในของไหลแปรผันตามความลึก h

$$P = P_a + \rho gh$$

เมื่อ P_a คือความดันบรรยากาศ และ ρ เป็นความหนาแน่นของของไหล

เมื่อส่วนหนึ่งส่วนใดของวัตถุหรือวัตถุทั้งก้อนจมในของเหลว จะมีแรงลอยตัวกระทำต่อวัตถุเท่ากัน น้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ ตาม**หลักของอาร์คิมีดีส** โดยขนาดของแรงลอยตัวจะเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ ดังนี้

$$\beta = \rho gV$$

โดย v คือ ปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่

ถ้าให้ความดันแก่ของเหลวภายในภาชนะปิดใด ๆ ความดันนี้จะถูกส่งไปทั่วทุกส่วนของของเหลว และที่ผนังของภาชนะบรรจุ ด้วยขนาดเท่ากันตลอด ตาม**หลักของปาสกาล** ซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของการสร้างระบบไฮดรอลิก

สภาพคะปิลลารีเกิดจากแรงเชื่อมแน่นระหว่างโมเลกุลของสารชนิดเดียวกันมากหรือน้อยกว่าแรงยึดติดระหว่างโมเลกุลของสารต่างชนิดซึ่งนำมาทำเป็นหลอดรูเล็กสำหรับบรรจุของเหลว ทำให้ระดับของของเหลวในหลอดต่ำหรือสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่างซึ่งหลอดรูเล็กจุ่มอยู่

2. กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของของไหล โดยพิจารณาจากของไหลในอุดมคติซึ่งไม่มีความหนืดและอัดตัวไม่ได้ เป็นการไหลแบบคงตัว และไม่หมุน จะมีอัตราการไหลคงตัว ดังนี้

$$A_1v_1 = A_2v_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

เมื่อ A_1 และ A_2 คือ พื้นที่ภาคตัดขวางของท่อการไหล ซึ่งถ้าหากมีขนาดเล็กจะทำให้ความเร็วของของไหลมีค่าสูงกว่าท่อขนาดใหญ่ ตาม**สมการแห่งการต่อเนื่อง**

โดยผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์และพลังงานศักย์) ของของไหลผ่านท่อ มีค่าคงตัวเสมอ ตาม**สมการเบอร์นูลลี**

$$P + \rho gy + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{ค่าคงตัว}$$

การประยุกต์สมการของเบอร์นูลลี จะนำไปคำนวณหาอัตราเร็วของของเหลวจากปากท่อในระดับต่าง ๆ ได้ ตาม**ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี**

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในของไหล จะเกิดแรงต้านทานเนื่องจากความหนืดของของไหลแปรผันโดยตรงกับอัตราเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล **ตามกฎของสโตกส์**

$$F = kv$$

โดย $k = 6\pi\eta r$ สำหรับวัตถุสัณฐานทรงกลม และ η คือ สัมประสิทธิ์ความหนืด

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. อธิบายหลักการและกฎเกี่ยวกับของไหลที่สำคัญ ได้แก่ หลักของอาร์คิมีดีส หลักของปาสกาล สมการของเบอร์นูลลี ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี และกฎของสโตกส์ได้
2. ชี้แจงการทำงานของระบบอุปกรณ์เครื่องมือเครื่องใช้ตามการประยุกต์กฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์เกี่ยวกับของไหล เช่น ระบบไฮดรอลิก ปีกเครื่องบิน และกาลักน้ำ
3. แสดงความแตกต่างระหว่างความดันสมบูรณ์และความดันเกจได้ และระบุได้ว่าความดันที่อ่านจากบารอมิเตอร์ ความดันที่อ่านจากเครื่องมือวัดลมยางรถยนต์ และความดันภายในถังก๊าซหุงต้มเป็นความดันประเภทใด
4. คำนวณหาปริมาณทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวกับการไหลของของไหลในบทนี้ได้อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง

ของไหล (fluid) หมายถึง สสารที่ไหลไปมาได้ สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปตามสภาพตามภาชนะหรือบริเวณ ของไหลจึงหมายถึงของเหลวหรือก๊าซ กลศาสตร์ของของไหล คือ การศึกษาเกี่ยวกับของไหล แบ่งเป็นสองส่วน ได้แก่ สถิตศาสตร์ของของไหล และพลศาสตร์ของของไหล

8.1 สถิตศาสตร์ของของไหล

สถิตศาสตร์ของของไหลเป็นการศึกษาสมบัติของของเหลวและก๊าซที่อยู่นิ่ง ณ อุณหภูมิปกติ โดยศึกษาเกี่ยวกับความดัน หลักของอาร์คิมีดีส ความตึงผิว

8.1.1 ความหนาแน่นและความดัน

ความหนาแน่น (Density) ความหนาแน่นของสารเอกพันธ์ มีนิยามว่า เป็น**มวลต่อปริมาตร** นั่นคือ สารที่มีมวล m ปริมาตร V จะมีความหนาแน่น ρ (อ่านว่า rho) เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\rho = m/V \qquad \text{..... 8.1}$$

$$m = \rho V \qquad \text{..... 8.2}$$

ในระบบเอสไอ ความหนาแน่น มีหน่วย กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร
ในหน่วยซีจีเอส ความหนาแน่น มีหน่วย กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร
ความหนาแน่นของสารต่าง ๆ อยู่ในตารางที่ 8.1

ตาราง 8.1 ความหนาแน่น

Substance	Density, g/cm^3
Solids	
aluminium	2.70
copper	8.93
tin	7.29
brass	8.44
zinc	7.14
nickel	8.93
magnesium	1.75
iron	7.86
lead	11.3

ตาราง 8.1 (ต่อ)

Substance	Density, g/cm³
gold	19.3
uranium	18.7
wood	0.35-0.9
concrete	2.7
ice	0.917
limestone	2.7
bone	1.7-2.0
diamond	3.51
cork	0.22-0.23
steel	7.8
Liquids	
water	1.00
gasoline	0.66-0.69
glycerin	1.26
mercury	13.6
alcohol (ethyl)	0.791
sea water	1.025
carbon tetrachloride	1.595
olive oil	0.918
blood	1.1
Gases (ที่ 0° C และความดัน 1 บรรยากาศ)	
air	1.293×10^{-3}
hydrogen	0.0899×10^{-3}
oxygen	1.429×10^{-3}
helium	0.1785×10^{-3}
carbon dioxide	1.977×10^{-3}
tungsten hexafluoride	12.9×10^{-3}
methane	0.717×10^{-3}

ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity) ของสารใด คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารนั้นต่อความหนาแน่นของน้ำ ดังนั้น ความถ่วงจำเพาะจึงไม่มีหน่วย ปัจจุบันนิยมเรียกความถ่วงจำเพาะว่า **ความหนาแน่นสัมพัทธ์ (relative density)**

กิจกรรม 8.1

ให้นักศึกษาแสดงตารางค่าความถ่วงจำเพาะสำหรับสารต่าง ๆ ในตาราง 8.1

ความดัน (pressure) นิยามว่า **แรงต่อพื้นที่หนึ่งหน่วย**
เมื่อแรง **F** เป็นแรงที่กระทำในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ A จะได้

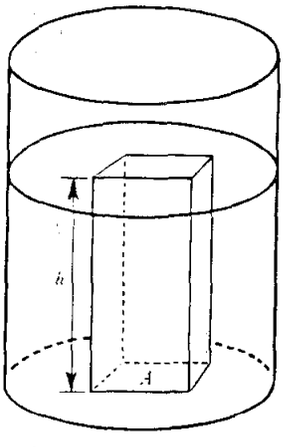
$$P = F/A$$

หน่วยของความดันคือ นิวตันต่อตารางเมตร ($N.m^{-2}$) หรืออาจบอกเป็นบรรยากาศ (atm = atmosphere) ปาสกาล (Pa) บาร์ (bar) หรือ มิลลิเมตรของปรอท

1 บรรยากาศ	=	1.01325×10^5	นิวตันต่อตารางเมตร	
	=	760	มิลลิเมตรของปรอท	
ความดัน 1	$N.m^{-2}$	=	1	Pa
ความดัน 1×10^5	$N.m^{-2}$	=	1	bar

หน่วยของความดันในระบบอังกฤษ ใช้ปอนด์ต่อตารางนิ้ว (lb/in^2 หรือ psi)

ความดันเนื่องจากของไหล สามารถหาได้ดังนี้ พิจารณาภาชนะทรงกระบอกบรรจุของไหลความสูง h ตามรูปที่ 8.1



รูปที่ 8.1 ภาชนะทรงกระบอก

ความดันที่ตำแหน่งต่ำสุดหาได้โดยพิจารณาแท่งของเหลว (แท่งสมมติ) ที่มีพื้นที่หน้าตัด A สูง h แรงที่กดลงบนพื้นที่ A ที่ก้นภาชนะ คือ น้ำหนักของแท่งของเหลว ซึ่ง

$$W = mg = V\rho g = Ah\rho g$$

ความดัน จะได้

$$P = W/A = mg/A = \frac{Ah\rho g}{A} = gh \qquad \ldots\ldots 8.4$$

จะเห็นว่า ความดันขึ้นกับความลึกหรือความสูง (h) และขึ้นกับชนิดของของไหล (ρ) ด้วย

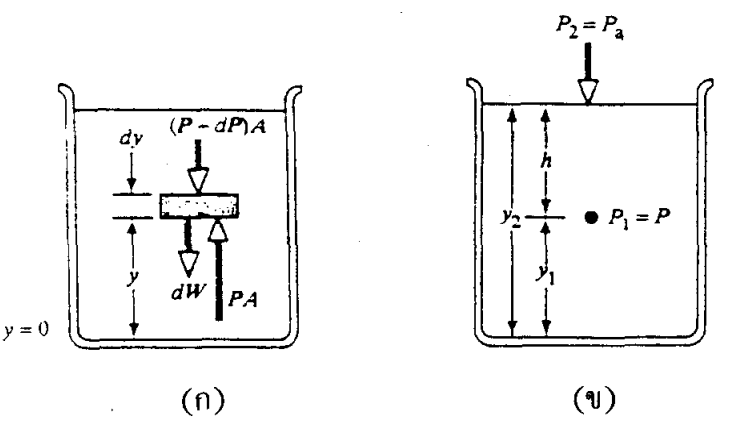
ความดันของของไหลและความหนาแน่น อาจให้นิยามในรูปเชิงอนุพันธ์ได้เป็น

$$\rho = \lim_{\Delta v \to 0} \Delta m/\Delta V = dm/dV \qquad \ldots\ldots 8.5$$

$$P = \lim_{\Delta v \to 0} \Delta F/\Delta A = dF/dA \qquad \ldots\ldots 8.6$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความดัน P ณ จุดใด ๆ ในของไหลกับความสูง y จากระดับอ้างอิง ถ้าพิจารณาว่าของไหลอยู่ในสมดุล ทุกส่วนภายในของไหลก็จะอยู่ในสมดุลด้วย

พิจารณาของไหลที่มีปริมาตรเล็ก ๆ dV มีพื้นที่ A ความหนา dy ของไหลมีความหนาแน่น ρ มวลของไหลส่วนเล็ก ๆ คือ ρAdy น้ำหนัก dW = ρgAdy แรงกระทำต่อชั้นของไหลอันเนื่องมาจากของไหลที่ล้อมรอบย่อมตั้งฉากกับผิวชั้นของไหลทุกจุด แรงลัพธ์ในแนวระนาบที่กระทำต่อชั้นของไหลย่อมเท่ากับศูนย์ แรงดันขึ้นตรงผิวล่าง คือ PA แรงดันลงบนผิวบน คือ (P + dP)A ดูรูปที่ 8.2 (ก)



รูปที่ 8.2 ความดันขึ้นกับความลึก

เนื่องจากชั้นของไหลอยู่ในสมดุล จะได้

$$\Sigma F_y = 0$$

$$PA - (P + dP)A - \rho gAdy = 0$$

$$dP/dy = -\rho g \qquad \text{.....8.7}$$

เนื่องจาก ρ และ g เป็นบวก และมีค่าคงที่ เมื่อความสูงเพิ่มขึ้น (dy เป็นบวก) ความดันจะลดลง (dP เป็นลบ) ถ้า P_1 และ P_2 เป็นความดันที่ความสูง y_1 และ y_2 วัดจากตำแหน่งอ้างอิง ดังรูปที่ 8.2 (ข) ผลต่างของความดันหาได้จากการอินทิเกรต สมการ (8.7)

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{y_1}^{y_2} dy$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g (y_2 - y_1) \qquad \text{.....8.8}$$

ถ้าภาชนะเป็นภาชนะเปิดรับความดันบรรยากาศ $P_2 = P_a$ และใช้ $h = y_2 - y_1$ ดังนั้น ความดัน ณ ตำแหน่งความลึก h ใต้ผิวของไหล $P_1 = P$ จากสมการ (8.8) จะได้

$$P = P_a + \rho gh \qquad \text{.....8.9}$$

ถ้าความดัน P_a เพิ่มขึ้น จะทำให้ความดัน P ที่ความลึกใด ๆ เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่ากับความดันที่เพิ่มขึ้นนี้

สมการ (8.9) เรียกว่า **ความดันสัมบูรณ์ (absolute pressure)** แต่ถ้าไม่นำความดันบรรยากาศมาพิจารณา จะได้**ความดันเกจ** P_G (gauge pressure)

$$P_G = P\text{-}Pa = \rho gh \qquad \text{.....8.10}$$

เครื่องมือวัดความดัน เครื่องมือวัดความดัน เรียกว่า **บารอมิเตอร์** (barometer) บารอมิเตอร์แบบง่าย คือ บารอมิเตอร์ปรอท ซึ่งประกอบด้วยหลอดแก้วยาวมีรูเล็ก บรรจุปรอทเต็มแล้วคว่ำลงในอ่าง ดังรูปที่ 8.3 (ก) ความดันที่ช่วงเหนือปรอท มีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าน้อยมาก และความดันที่ผิวปรอทในอ่าง คือ ความดันของบรรยากาศ ซึ่งปรากฏว่า

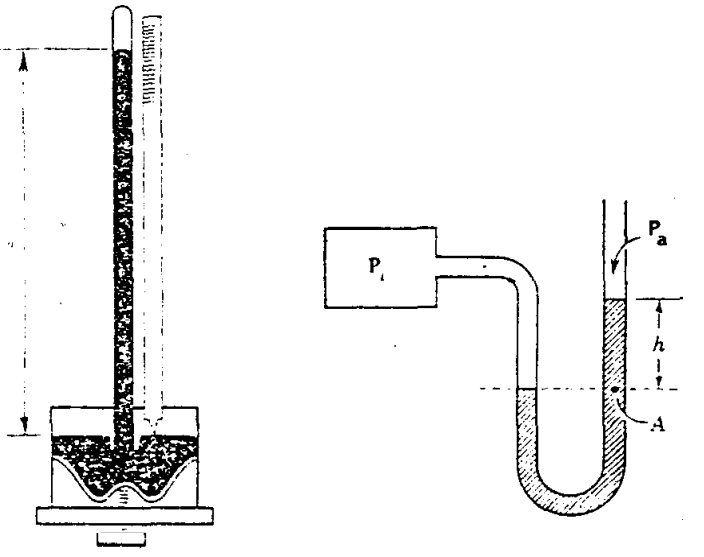
$h = 76$ เซนติเมตร $= 760$ มิลลิเมตร

ดังนั้น $Pa = \rho gh$

$= (13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.760 \text{ m})$

$= 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2$

$= 1 \text{ atm}$



รูปที่ 3.3 (ก) บารอมิเตอร์ปรอท (ข) มานอมิเตอร์

บารอมิเตอร์ปรอท ทอร์ริเชลลีประสบความสำเร็จในการวัดความดันบรรยากาศ สำหรับ**การวัดค่าความดันเกจ ใช้เครื่องมือที่เรียกว่า มานอมิเตอร์** (manometer) มีหลายแบบ ในรูปที่ 8.3 (ข) เป็นมานอมิเตอร์แบบปลายเปิด (open tube manometer)

P_i คือ ความดันที่ต้องการวัด ความดันที่วัดได้ คือ ความดันเกจโดยอ่านจากความสูง h

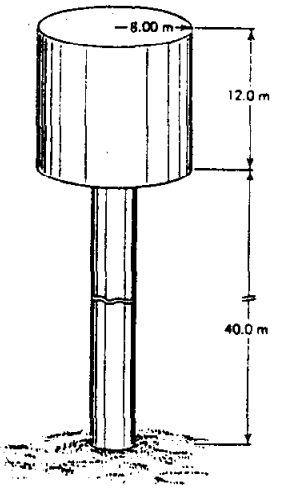
ตัวอย่าง 8.1 แท้งค์น้ำหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งเป็นรูปทรงกระบอกมีรัศมี 8.0 เมตร ความสูง 12.0 เมตร ใส่น้ำเต็มแท้งค์ และตั้งสูงจากพื้นดิน 40 เมตร ดังรูป จงหา

ก. แรงทั้งหมดที่ก้นแท้งค์

ข. แรงทั้งหมดที่ดันข้างแท้งค์

ค. ความดันที่ก้นแท้งค์

ง. ความดันที่ระดับพื้นดิน



ρ = 1,000 kg/m^3 = 10^3 kg/m^3 , h = 120 m

r = 8.0 m , A = $\pi r^2 = \pi(8.0)^2$

g = 9.80 m/s^2 , F = ?

ก. $F = mg = (Ah\rho)g$

$= \pi(8.0)^2(12)(10^3)(9.8)$

แรงทั้งหมดที่ก้นแท้งค์ = 2.36×10^7 N

ข. พื้นที่ด้านข้างของแท้งค์ $A = 2\pi rh$

$F = PA$

$= P_{เฉลี่ย} A$

$= [(1/2)\rho gh](2\pi rh)$

$= \pi r\rho gh^2$

$= \pi(8.0)(10^3)(9.8)(12.0)^2$

แรงทั้งหมดที่ด้านข้างแท้งค์ = 3.55×10^7 N

ค. ใช้ F จากข้อ ก. และ $A = \pi r^2$

$P = F/A = F/(\pi r^2)$

$= \frac{2.36 \times 10^7}{\pi(8)^2}$

$= 1.17 \times 10^5$ N/m^2

ความดันที่ก้นแท้งค์ = 117 kPa

ง. h = 12.0 m + 40.0 m = 52.0 m

$P = \rho gh$

$= (10^3)(9.8)(52.0)$

$= 5.10 \times 10^5$ N/m^2

ความดันที่ระดับพื้นดิน = 510 kPa

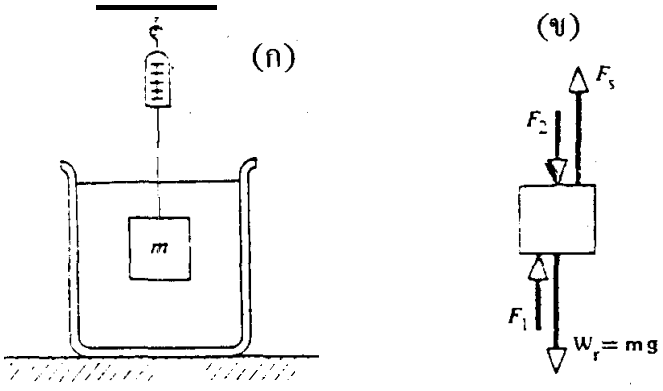
กิจกรรม 8.2

ให้นักศึกษาเปรียบเทียบความดันของน้ำในตัวอย่าง 8.1 กับความดันบรรยากาศ

8.1.2 หลักของอาร์คิมีดีส (Archimedes Principle) เมื่อวัตถุจมในของเหลว น้ำหนักจะลดลง และบางครั้งวัตถุสามารถลอยบนของเหลวได้ แสดงว่ามีแรงยกขึ้นกระทำต่อวัตถุ

อาร์คิมีดีสเป็นผู้พบความจริงข้อนี้ และได้แถลงเป็นกฎ ซึ่งมีใจความว่า **เมื่อส่วนหนึ่งส่วนใดของวัตถุหรือวัตถุทั้งก้อนจมในของเหลว จะมีแรงลอยตัวกระทำต่อวัตถุนั้นเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่**

พิจารณาวัตถุก้อนหนึ่งมีน้ำหนักในอากาศ เป็น**น้ำหนักจริง** W_r (real = r) เมื่อนำไปแขวนในเครื่องชั่งสปริง โดยให้วัตถุทั้งก้อนจมอยู่ในของเหลว ปรากฏว่าน้ำหนักของวัตถุที่อ่านได้จากเครื่องชั่งสปริง มีค่าน้อยกว่า W_r จะเรียกว่าเป็น **น้ำหนักปรากฏ** W_a (apparent = a) การที่ W_a น้อยกว่า W_r เนื่องจากของเหลวออกแรงลัพธ์ต่อวัตถุในทิศทางขึ้น เรียกแรงนี้ว่า **แรงลอยตัว** (Buoyant force หรือ Buoyancy) แทนด้วย B **ขนาดของแรงลอยตัวเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ** ซึ่งจะเป็นไปตามหลักของอาร์คิมีดีส



รูปที่ 8.4 (ก) เครื่องชั่งอ่านน้ำหนักของวัตถุเมื่ออยู่ในของเหลวได้น้อยกว่าน้ำหนักจริง
(ข) ภาพของแรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุ

พิจารณาแรงภายนอกทุกแรงที่กระทำกับวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว ดังในรูปที่ 8.4 (ก) ซึ่งประกอบด้วย F_s แรงเนื่องจากเครื่องชั่งสปริง (ซึ่งก็คือน้ำหนักปรากฏ W_a นั่นเอง) กระทำในทิศขึ้น น้ำหนักจริง W_r กระทำในทิศทางลง F_1 เป็นแรงของของเหลวที่กระทำกับส่วนล่างของวัตถุมีทิศขึ้น และ F_2 เป็นแรงที่ของเหลวกระทำกับส่วนบนของวัตถุมีทิศลง ดังรูปที่ 8.4 (ข) ในกรณีนี้สเกลของเครื่องชั่งจะอ่านน้ำหนักน้อยกว่าน้ำหนักจริง (ถ้าไม่มีของเหลว) เครื่องชั่งจะอ่านน้ำหนักจริง $F_s = W_r$) นั่นคือ ขนาดของ F_1 ที่ส่วนล่างต้องมากกว่า F_2 ที่ส่วนบน ผลต่างของแรง คือ แรงลอยตัวนั่นเอง

$$B = F_1 - F_2 \qquad \text{.....8.11}$$

ถ้าจะเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง W_r , W_a และ B จะได้ดังนี้

$$W_a = W_r - B \qquad \text{.....8.12}$$

ค่าของแรงลอยตัว B หาได้จากสมการ (8.11) โดยสมมติว่า วัตถุมีพื้นที่หน้าตัด A มีความหนา h ดังนั้น ปริมาตรของวัตถุ คือ V และเท่ากับปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่ V_f ($V = V_f$) ของเหลวมีความหนาแน่น ρ_r

จาก
$$\begin{aligned} B &= F_1 - F_2 \\ &= (P_1 - P_2)A \\ &= \rho_f gh.A \\ &= \rho_f V_f g \\ B &= m_f g \end{aligned} \qquad \text{.....8.13}$$

m_f คือ มวลของของเหลวที่ถูกแทนที่ $m_f g$ คือ น้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่

แรงลอยตัวของวัตถุในของเหลว มี 2 กรณี

1. **วัตถุจมในของเหลว** ถ้าให้ ρ_x และ V_x เป็นความหนาแน่นและปริมาตรของวัตถุ

$$W_r = \rho_x V_x g \qquad \text{ในกรณีนี้ } V_x = V_f$$

สมการ (8.12) และ (8.13) เขียนใหม่ได้ว่า

$$\left.\begin{aligned} W_a &= (\rho_x - \rho_f)V_x g \\ B &= \rho_f V_x g \end{aligned}\right\} \qquad \text{.....8.14}$$

($\rho_x > \rho_f$)

2. **วัตถุลอยในของเหลว** ในกรณีนี้ $W_a = 0$ สมการ (8.12)

เขียนได้ว่า
$$W_r = B \qquad \text{.....8.15}$$

ในกรณีนี้ปริมาตรของวัตถุที่แทนที่ของเหลวเป็นเพียงบางส่วนเท่านั้น คือ เฉพาะ V_1($V_f = V_1$) ปริมาตรของวัตถุทั้งหมด $V_x = V_1 + V_2$ ดังนั้นสมการ (8.15) เขียนใหม่ได้ว่า

$$\begin{aligned} \rho_x V_x g &= \rho_f V_1 g \\ \rho_x/\rho_f &= V_1/V_x \end{aligned} \qquad \text{.....8.16}$$

ตัวอย่าง 8.2 อยากทราบว่าภูเขาน้ำแข็งลอยโผล่เหนือผิวน้ำทะเลร้อยละเท่าไรของปริมาตรทั้งก้อน กำหนดให้ความหนาแน่นของน้ำแข็งและน้ำทะเลเท่ากับ 0.92×10^3 และ 1.03×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ตามลำดับ

วิธีทำ

ρ_i = ความหนาแน่นของน้ำแข็ง = 0.92×10^3 kg/m^3

ρ_W = ความหนาแน่นของน้ำทะเล = 1.03×10^3 kg/m^3

V_i = ปริมาตรน้ำแข็ง

V_W = ปริมาตรน้ำทะเล

น้ำหนักของน้ำแข็ง $W_i = \rho_i V_i g$

น้ำหนักของน้ำทะเลปริมาตร V_W ที่ถูกแทนที่ คือ

แรงลอยตัว $B = \rho_W V_W g$

แต่ $B = W_i$ เพราะน้ำแข็งอยู่ในสมดุล

ดังนั้น $\rho_W V_W g = \rho_i V_i g$

$$V_W/V_i = \rho_i/\rho_w = \frac{0.92 \times 10^3}{1.03 \times 10^3}$$

$$= 0.89$$

ปริมาตรของน้ำที่ถูกแทนที่ V_W คือ ปริมาตรของน้ำแข็งส่วนที่จมมีค่าเท่ากับ 89% ดังนั้น ปริมาตรของน้ำแข็งที่โผล่เหนือผิวน้ำ เท่ากับ 11%

ตัวอย่าง 8.3 อะลูมิเนียมแผ่นหนึ่งมีมวล 1 กิโลกรัม ความหนาแน่น 2.7×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร แขวนจากเครื่องชั่งสปริง จงหาว่าเครื่องชั่งสปริงจะอ่านค่าเท่าไร ถ้าหย่อนอะลูมิเนียมทั้งแผ่นลงในน้ำ

วิธีทำ $m_x = 1$ kg , $\rho_x = 2.7 \times 10^3$ kg/m^3

$\rho_W = 1 \times 10^3$ kg/m^3, W_a = ?

$V_x = m_x/\rho_x$

$W_a = W_r - B$

$= (\rho_x - \rho_W) V_x g$

$= (\rho_x - \rho_W)(m_x/\rho_x)g$

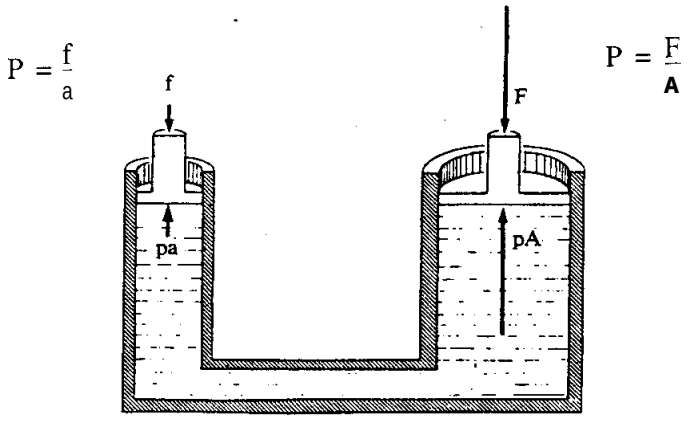
$= (1 - \rho_W/\rho_x)m_x g$

$= [1 - 10^3/(2.7 \times 10^3)](1)(9.8)$

$= 6.2$ N

8.1.3 หลักของปาสกาล (Pascal's principle) พิจารณารูปที่ 8.2 (ข) อีกครั้งหนึ่ง ถ้าทำให้ความดัน Pa เพิ่มขึ้นโดยวิธีใดก็ตาม เช่น อาจจะใส่ลูกสูบอัดของเหลว ความดัน P ที่ระดับความลึกใด ๆ ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยค่าเท่ากันด้วย นักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ เบลส ปาสกาล (Blaise Pascal) ได้พิสูจน์ความจริงข้อนี้ในปี ค.ศ. 1653 และได้ชื่อว่าหลักของปาสกาล ซึ่งกล่าวว่า **ถ้าให้ความดันแก่ของเหลวที่อยู่ในภาชนะปิดใด ๆ ความดันนั้นจะส่งไปทั่วทุก ๆ ส่วนของของเหลว และที่ผนังของภาชนะซึ่งบรรจุของเหลวนั้นด้วยขนาดเท่ากันตลอด**

หลักของปาสกาลเป็นหลักการพื้นฐานที่นำมาสร้างเครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press) ซึ่งมีหลักการง่าย ๆ ดังนี้ แสดงในรูปที่ 8.5



รูปที่ 8.5 เครื่องอัดไฮดรอลิก

ให้แรงขนาด f กดบนลูกสูบเล็ก ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด a อัดของเหลว เช่น น้ำมัน จะเกิดความดัน p

$$p = f/a$$

ความดัน p นี้ จะส่งต่อไปทั่วทุกส่วนของของเหลวจนถึงลูกสูบใหญ่ ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด A ด้วย ซึ่งมีแรงกระทำเท่ากับ F (แรง F นี้เป็นน้ำหนักที่ต้องการยก) จะได้

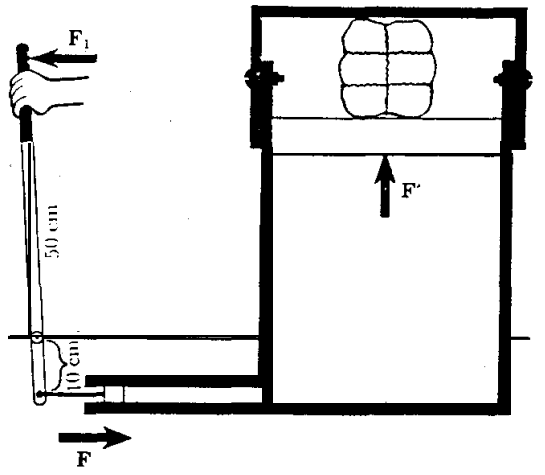
$$p = F/A = f/a$$

เราสามารถหาปริมาณแรง F ที่แรง f สามารถต้านได้ (เครื่องไฮดรอลิก) ดังนี้

$$F = (A/a)f \qquad \ldots\ldots 8.17$$

เครื่องอัดไฮดรอลิกเป็นเครื่องผ่อนแรงอย่างดี และมีใช้ในเครื่องต่าง ๆ เช่น เครื่องยกรถ เก้าอี้สำหรับนั่งทำฟัน แม่แรงต่าง ๆ และห้ามล้อไฮดรอลิก

ตัวอย่าง 8.4 เครื่องอัดไฮดรอลิก ดังรูป ลูกสูบเล็กรัศมี 1.25 ซม ลูกสูบใหญ่รัศมี 20 ซม คนงานออกแรงกดที่คานห่างจากจุดหมุน 50 ซม ด้วยแรง 100 นิวตัน จงหาแรงอัดที่ฟ่อนกระดาษหนังสือพิมพ์ (สมมติว่าประสิทธิภาพ 100%)



วิธีทำ $F_1 = 100\ N$, $r_1 = 0.50\ m$, $r = 1.25\ m$, $r_2 = 0.10\ m$

$R = 20\ cm$, $f = ?$

$a = \pi r^2 = \pi(1.25cm)^2$

$A = \pi R^2 = \pi(20\ cm)^2$

$F = ?$

$$fr, = F_1 r_1 \quad \text{.....(1)}$$

$$F = (A/a)f \quad \text{.....(2)}$$

จาก (1) $$f = \frac{F_1 r_1}{r_2}$$

$$= \frac{(100\ N)\ (0.50\ m)}{(0.10\ m)}$$

$$= 500\ N$$

จาก (2) $$F = \frac{\pi(20\ cm)^2}{\pi(1.25\ cm)^2}(500\ N)$$

$$= 1.28 \times 10^5\ N$$

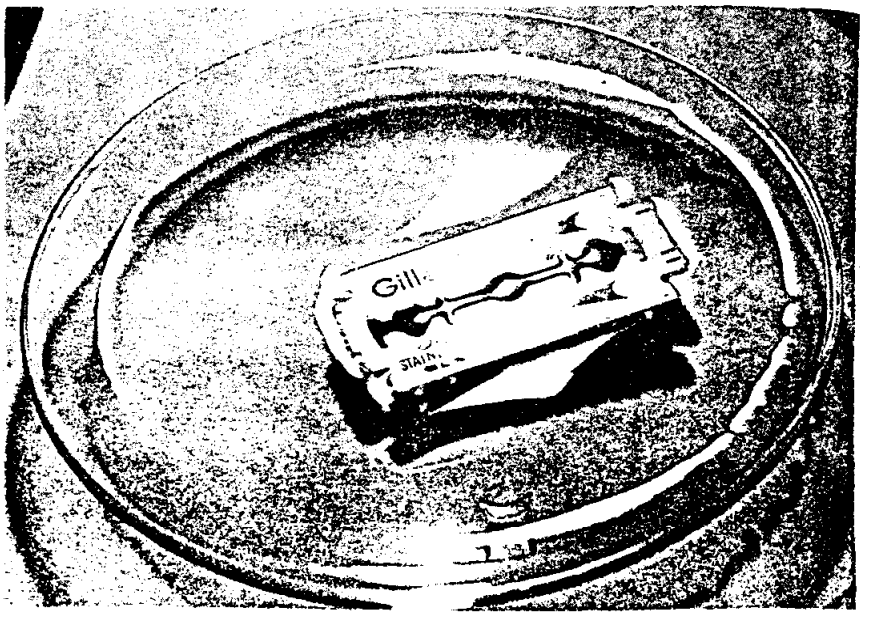
8.1.4 แรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติด สสารในสถานะของเหลวนั้น โมเลกุลอยู่ใกล้ชิดติดกัน แต่ยังมีอิสระที่จะสลับกันได้ โมเลกุลถูกยึดด้วยแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล ซึ่งสามารถแยกแรงออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. **แรงเชื่อมแน่น** (cohesion หรือ cohesive force) คือ แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารชนิดเดียวกัน เช่น โมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของน้ำ โมเลกุลของปรอทกับโมเลกุลของปรอท เป็นต้น

2. **แรงยึดติด** (ashesion หรือ ashesive force) คือ แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารต่างชนิดกัน เช่น โมเลกุลของกาวกับโมเลกุลของไม้ โมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้ว เป็นต้น

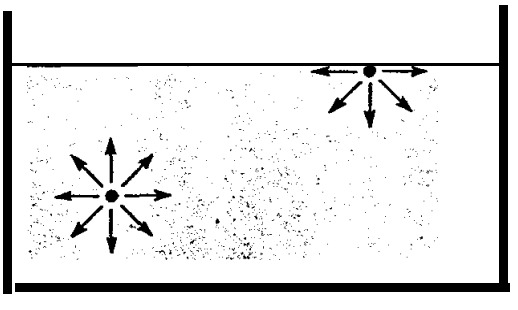
ถ้านำของแข็งไปสัมผัสกับของเหลว ของเหลวจะเกาะติดของแข็ง หรือทำให้ของแข็งเปียก ถ้าแรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น เช่น หยดน้ำเปียกหนังสือพิมพ์ หยดน้ำเปียกแก้ว น้ำสบู่เปียกเสื้อผ้า แต่ของเหลวจะไม่เกาะของแข็งหรือทำให้ของแข็งเปียก ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด เช่น หยดปรอทลงบนกระดาษหนังสือพิมพ์ ไม่ทำให้หนังสือพิมพ์เปียก เป็นต้น

8.1.5 ความตึงผิว (Surface Tension) เราทราบแล้วว่าวัตถุที่มีความหนาแน่นมากกว่าของเหลว จะจมในของเหลว เราคงเคยเห็นเข็มเย็บผ้าที่แห้งหรือใบมีดโกนเช็ดแห้ง ค่อย ๆ จับวางบนผิวน้ำอย่างบรรจง จะสามารถลอยนิ่งอยู่บนผิวน้ำได้ ดังรูปที่ 8.6 แม้ว่าเข็มหรือใบมีดโกนจะมีความหนาแน่นมากกว่าน้ำหลายเท่า แมลงบางชนิดสามารถเดินบนผิวน้ำได้ ปรากฏการณ์เหล่านี้เป็นผลเนื่องมาจากความตึงผิว ซึ่งเป็นผลของแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลวช่วยยึดให้โมเลกุลอยู่ใกล้กัน



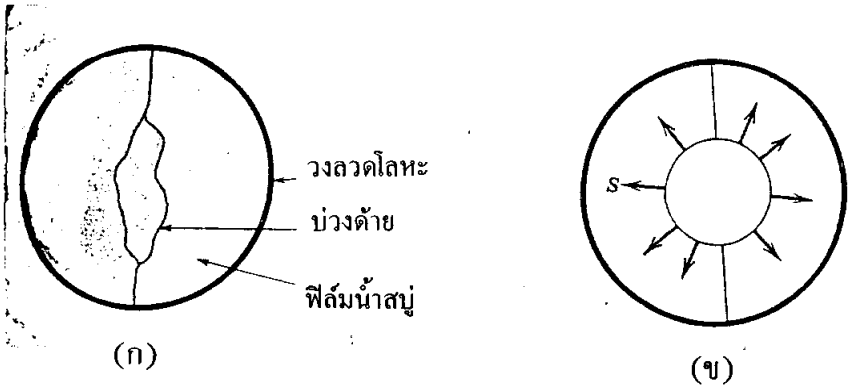
รูปที่ 8.6 ใบมีดโกนลอยอยู่บนผิวของเหลว

พิจารณาโมเลกุลของของเหลว ดูรูปที่ 8.7 ด้านล่างซ้ายในภาชนะ จะเห็นโมเลกุลถูกห้อมล้อมด้วยโมเลกุลชนิดเดียวกัน เกิดแรงเชื่อมแน่นกับโมเลกุลรอบข้างทุกทิศทุกทางเท่ากันหมด แรงลัพธ์จึงเป็นศูนย์ ส่วนโมเลกุลที่อยู่ด้านบนขวาติดกับผิวของเหลว ซึ่งอยู่ระหว่างตัวกลางสองชนิด คือ อากาศกับของเหลว จึงมีแรงเชื่อมแน่นระหว่างโมเลกุลของของเหลวด้วยกันและแรงยึดติดระหว่างโมเลกุลนี้กับโมเลกุลของอากาศ ในกรณีนี้แรงยึดติดจะมีค่าน้อยกว่าแรงเชื่อมแน่น เนื่องจากโมเลกุลของอากาศมีจำนวนน้อยกว่าโมเลกุลของของเหลวที่อยู่ใกล้กัน ทำให้เกิดแรงลัพธ์ในทิศทางลงสู่ของเหลว ดังรูปที่ 8.7 ทุกโมเลกุลที่อยู่ที่ผิวหรือใกล้ผิวของเหลวจะอยู่ในสภาพนี้ ผลก็คือทำให้เกิดความเค้นบนผิวของของเหลว เรียกว่า ความตึงผิว



รูปที่ 8.7 แรงที่กระทำกับโมเลกุลภายในและที่ผิวของของเหลว

ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่ยกมากล่าวล้วนแต่มีความเกี่ยวข้องกับสมบัติของของเหลวที่ว่า ระหว่างของเหลวกับสารอื่นใดก็ตาม จะมีผิวขอบเขตเป็นฟิล์มบาง ๆ กั้นอยู่ ฟิล์มบาง ๆ นี้จะอยู่ในสภาพขึงตึง หรือกล่าวว่าอยู่ในสถานะที่มีความเค้น คือ มีแรงตึงอยู่ในระบบฟิล์มนี้ แรงดึงจะกระทำในทิศที่ตั้งฉากต่อเส้นใด ๆ ในฟิล์มและเส้นรอบ ๆ ฟิล์ม ดังจะแสดงให้เห็นได้ง่าย ๆ โดยใช้ลวดขดให้เป็นวงไม่โตนัก และมีด้ายเส้นเล็ก ๆ ผูกเป็นบ่วงอยู่ตรงกลาง นำวงลวดนี้ไปจุ่มลงในน้ำสบู่แล้วยกขึ้น จะได้ฟิล์มสบู่บาง ๆ ในวงลวดโดยที่บ่วงด้ายลอยอยู่อย่างอิสระ ดังรูปที่ 8.8 (ก) ถ้าทำให้ฟิล์มภายในบ่วงด้ายขาด บ่วงด้ายจะขยายตัวออกเป็นวงกลม เนื่องจากฟิล์มดึงออกรอบตัวตามแนวรัศมี ดังรูปที่ 8.8 (ข) และแรงลัพธ์ทั้งหมดที่กระทำต่อทุก ๆ ส่วนของเส้นด้ายจะเท่ากับศูนย์



รูปที่ 8.8 (ก) ฟิล์มน้ำสบู่บนวงลวดโดยมีบ่วงด้ายอยู่อย่างอิสระ
(ข) เมื่อทำให้ฟิล์มภายในบ่วงด้ายขาด บ่วงจะถูกแรงดึงออกรอบตัวเป็นวงกลม

ถ้าให้ γ [อ่านว่า แกมมา (gamma)] คือ ความตึงผิว ซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตันต่อเมตร ($N.m^{-1}$) จึงมีนิยาม**ความตึงผิว** ว่า **อัตราส่วนของแรงที่กระทำไปตามผิวของของเหลวต่อความยาวของผิวที่ถูกกระทำ ความยาวนี้ต้องตั้งฉากกับแรงด้วย** เขียนเป็นสมการได้ว่า

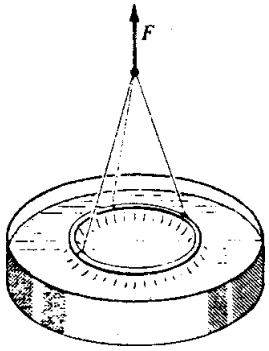
$$\gamma = E/l \qquad \text{.....8.18}$$

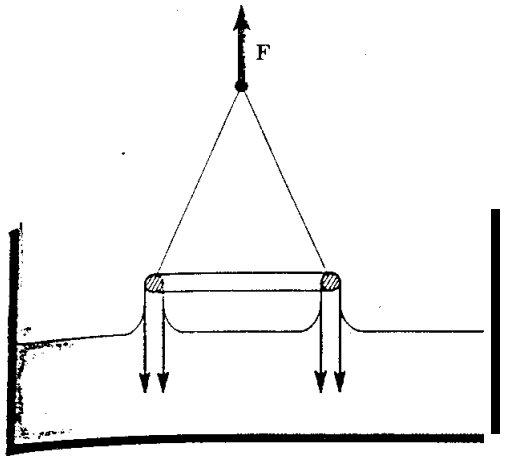
ความตึงผิวขึ้นกับอุณหภูมิ โดยปกติความตึงผิวจะลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ตารางที่ 8.2 เป็นค่าความตึงผิวของของเหลวที่อุณหภูมิต่าง ๆ

ตาราง 8.2 ค่าความตึงผิวของของเหลวชนิดต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลอง

ของเหลวเมื่อสัมผัสกับอากาศ	อุณหภูมิ องศาเซลเซียส	ความตึงผิว ($\times 10^{-3}$ นิวตันต่อเมตร)
อะซีโตน	20	23.7
แอมโมเนีย	34	18.1
เบนซีน	20	28.9
เอทิล อัลกอฮอล์	20	22.8
เมทิล อัลกอฮอล์	20	22.6
กลีเซอรีน	20	63.4
น้ำ	0	75.6
น้ำ	20	72.8
น้ำสบู่	20	25.0
ปรอท	20	46.5
คาร์บอนเตตระคลอไรด์	20	26.8

ตัวอย่าง 8.5 ในการหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ โดยใช้ลวดวงแหวนผูกห้อยเป็นสาแหรกดังรูปข้างล่างนี้ ลวดมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร เมื่อวงแหวนแตะน้ำมันแล้วปรากฏว่าต้องใช้แรง 8.62×10^{3} นิวตัน ดึงขึ้นจากผิวน้ำมัน จงหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ





วิธีทำ เมื่อดึงวงลวดขึ้นจากผิวน้ำมันดิบ เยื่อน้ำมันจะเกาะทั้งด้านในและด้านนอกเป็น 2 ผิวด้วยกัน เส้นรอบวงของผิวเยื่อของของเหลวทั้ง 2 นี้เป็นวงกลมร่วมจุดศูนย์กลาง ประมาณเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดวงกลม

เส้นรอบวงของขดลวด = π x เส้นผ่านศูนย์กลาง

= π x (75×10^{-3}) m

= 0.236 m

ความตึงผิวของน้ำมันดิบ = $F/(2l)$

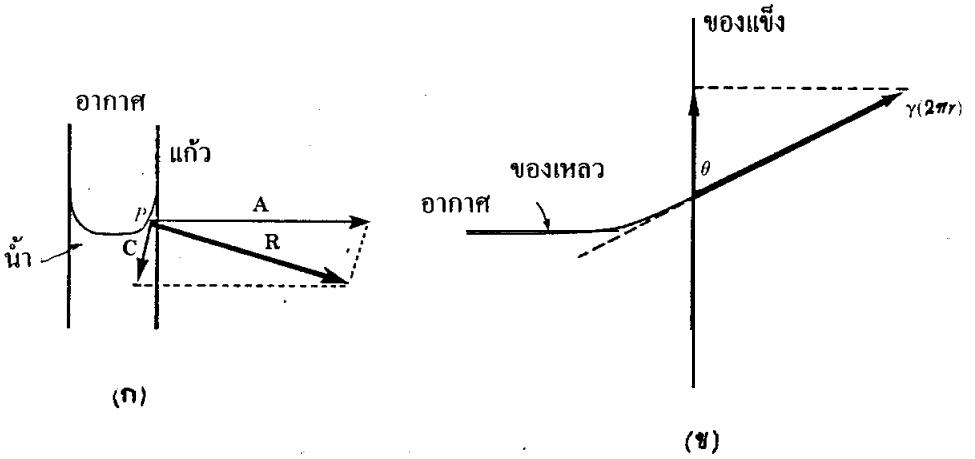
= $\frac{8.62 \times 10^{-3}\ N}{2 \times 0.236\ m}$

= 0.0166 N/m

= 16.6×10^{-3} N/m

8.1.6 มุมสัมผัส (Contact Angle) พิจารณาน้ำกับแก้ว โมเลกุลที่ผิวติดกับของภาชนะ (ของแข็ง) จากรูปที่ 8.9 (ก) โมเลกุลของน้ำที่จุด P ถูกกระทำด้วยแรง คือ **แรงเชื่อมแน่น C** จากโมเลกุลของน้ำที่อยู่ใกล้ชิดติดกัน **แรงยึดติด A** ระหว่างโมเลกุล P กับโมเลกุลของแก้ว และแรงยึดติดระหว่างโมเลกุล P กับโมเลกุลของอากาศซึ่งมีค่าน้อย ไม่นำมาคิด **แรงยึดติด** ระหว่างโมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้ว **มีค่ามากกว่าแรงเชื่อมแน่น**ระหว่างโมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้วมาก ซึ่งเป็นเหตุผลที่ว่า ทำไมแก้วจึงเปียกน้ำ ดังนั้น R เป็นแรงลัพธ์ น้ำหรือของเหลวจะต้องอัดตัวจนกว่าผิวของมันจะตั้งได้ฉากกับแรงลัพธ์ เพราะถ้ามีแรงขนานกับผิวของของเหลว ของเหลวนั้นก็จะไหล ดังนั้นน้ำที่ใกล้ขอบแก้วจะเพิ่มระดับจนกระทั่งผิวของมันตั้งได้ฉากกับแรง R มุมที่เกิดจากเส้นสัมผัสกับผิวของของเหลวที่ขอบติดกับของแข็ง ตัดกับเส้นสัมผัสกับขอบของของแข็ง เรียกว่า **มุมสัมผัส** แทนด้วย θ จากรูปที่ 8.9 (ข) จะเห็นว่าของเหลวกับของแข็งคู่ใด ถ้าแรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น มุมสัมผัสมีค่าดังนี้

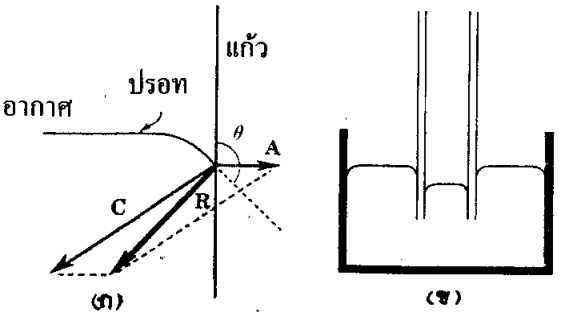
$$0 \leq \theta \leq \pi/2 \qquad \ldots\ldots 8.19$$



รูปที่ 8.9 (ก) แรงลัพธ์ R ในกรณีที่แรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น
(ข) มุมสัมผัสมีค่าน้อยกว่า 90°

ในทำนองตรงกันข้าม พิจารณาปรอทกับแก้ว ตามรูปที่ 8.10 ซึ่งกรณีนี้ แรงเชื่อมแน่น C มีค่ามากกว่าแรงยึดติด A มาก แรงลัพธ์ R มีทิศตามรูป ผิวของปรอทที่ขอบติดกับแก้วจะต้องโค้งลง เพื่อให้ตั้งได้ฉากกับแรงลัพธ์ R ในกรณีนี้จะเห็นว่า มุมสัมผัส θ มากกว่า 90° นั่นคือ ของเหลวและของแข็งคู่ใด ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด

$$\pi/2 \leq \theta \leq \pi \qquad \text{.....a.20}$$

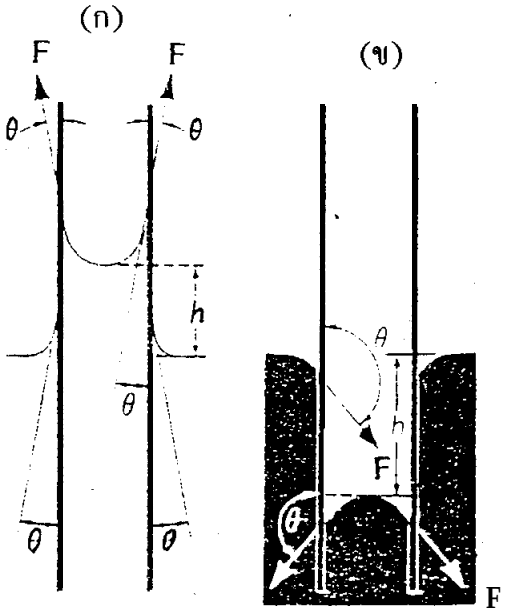


รูปที่ 8.10 (ก) แรงลัพธ์ R กรณีที่แรงเชื่อมแน่นมากกว่าแรงยึดติด
(ข) ระดับของของไหลจาก (ก)

8.1.7 สภาพคะปิลลารี (Capillarity) ปรากฏการณ์อันเป็นผลเนื่องมาจากความตึงผิวของของเหลวที่น่าสนใจ คือ เมื่อจุ่มหลอดแก้วรูเล็กมาก (capillary tube) ปลายเปิดลงในของเหลวในแนวดิ่ง ของเหลวไต่สูงขึ้นไปในหลอดรูเล็ก ๆ ได้ เรียกว่า **สภาพคะปิลลารี** เกิดได้ 2 อย่างคือ

1. ระดับของของเหลวในหลอดแก้วรูเล็กจะสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง เช่น น้ำกับหลอดแก้ว ดังรูปที่ 8.11 (ก)

2. ระดับของของเหลวในหลอดแก้วรูเล็กต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง เช่นปรอทกับหลอดแก้ว ดังรูปที่ 8.11 (ข)



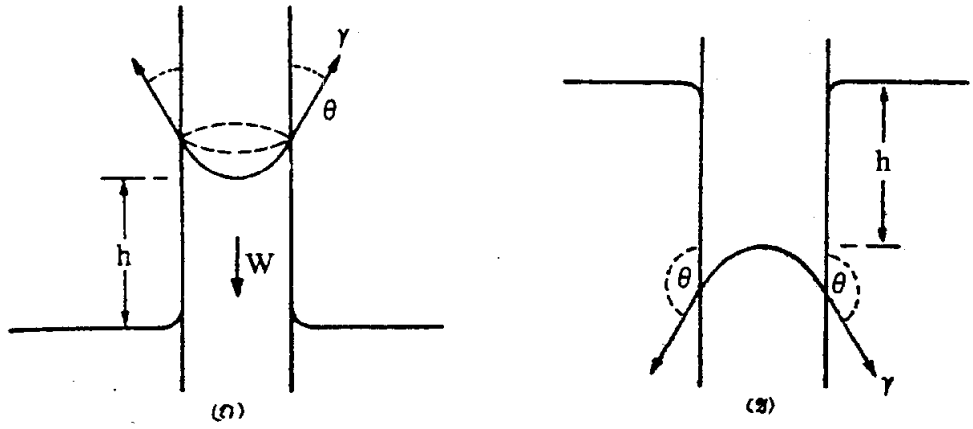
รูปที่ 8.11 (ก) สภาพคะปิลลารีเมื่อระดับของของเหลวในหลอดสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง
(ข) สภาพคะปิลลารีเมื่อระดับของของเหลวในหลอดต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง

จากหัวข้อ 8.1.4 ถึง 8.1.6 สรุปได้ว่า

สำหรับของแข็งของเหลวคู่ใด ๆ จะได้ว่า

ถ้าแรงยึดติดมีค่ามากกว่าแรงเชื่อมแน่น มุมสัมผัสมีค่า $0 < \theta < 90^\circ$ ระดับของของเหลวในหลอดคะปิลลารีจะสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง

ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด มุมสัมผัสมีค่า $0 < \theta < 180^\circ$ ระดับของของเหลวในหลอดคะปิลลารีจะต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง



รูปที่ 8.12 ความสัมพันธ์ระหว่าง h (ความสูง) กับ θ (มุมสัมผัส)
(ก) เมื่อ $0 < \theta < 90^\circ$ (ข) $90^\circ < \theta < 180^\circ$

ความสัมพันธ์ระหว่างความสูง (h) หรือความลึกของของเหลวในหลอดคะปิลลารีและมุมสัมผัส (θ) อาจหาได้ดังนี้

$$\gamma = F/l$$

γ มีทิศตามรูป

$$\therefore \quad F = l\gamma = 2\pi r\gamma$$

แรงดึงขึ้น $F_{up} = F\cos\theta$

$$= 2\pi r\gamma\cos\theta$$

แรงดึงลง คือ น้ำหนัก W ของของเหลวในหลอด มีค่า

$$W = mg$$

$$= V\rho g$$

$$= \pi r^2 hpg$$

ในสภาพสมดุล $F_{up} = F_{down}$

$$2\pi r\gamma\cos\theta = \pi r^2 h\rho g$$

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g r} \qquad \ldots\ldots 8.21$$

จากสมการ (8.21) จะเห็นว่า ถ้า $0 < \theta < 90^\circ$ แล้ว $\cos\theta > 0$ h จะมีค่าเป็นบวกตามรูปที่ 8.12 (ก)
ถ้า $90^\circ < \theta < 180^\circ$ แล้ว $\cos\theta < 0$ h จะมีค่าเป็นลบตามรูปที่ 8.12 (ข)

ตัวอย่าง 8.6 เมื่อจุ่มหลอดดูดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 มิลลิเมตรลงในแก้วน้ำหวานซึ่งมีความหนาแน่น 1.1×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ปรากฏว่าระดับน้ำหวานภายในหลอดดูดอยู่สูงกว่าระดับภายนอก 3 มิลลิเมตร มุมที่แนวความตึงผิวของน้ำหวานทำกับแนวดิ่งเท่ากับ 45° จงหาความตึงผิว

วิธีทำ จาก $h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r}$

$\therefore \quad \gamma = \frac{\rho g h r}{2 \cos\theta}$

$= \frac{(1.1 \times 10^3)(3 \times 10^{-3})(9.8)(8/2 \times 10^{-3})}{2 \cos 45^\circ}$

$= \frac{(1.1 \times 10^3)(3 \times 10^{-3})(9.8)(4 \times 10^{-3})}{2 \times 0.708}$

ความตึงผิว $= 9.13 \times 10^{-2}$ N/m

กิจกรรม 8.3

ให้นักศึกษานำของเหลวอย่างน้อย 3-4 ชนิดดังกล่าวในตาราง 8.2 มาจุ่มด้วยหลอดรูเล็ก และบันทึกผลว่าของเหลวชนิดใดมีแรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติดมากน้อยกว่ากัน

8.2 พลศาสตร์ของของไหล

พลศาสตร์ของของไหล เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหลหรือการเคลื่อนที่ของของไหลผ่านวัตถุ เพื่อนำไปประยุกต์ในการออกแบบเครื่องจักรที่ใช้พลังงานน้ำ พลังงานไอน้ำ ตลอดจนการออกแบบเครื่องยนต์พาหนะ เช่น รถ เครื่องบิน เรือ ให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด และได้รับแรงต้านจากของไหลน้อยที่สุด

จะได้ศึกษากฎเกณฑ์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของของไหล โดยพิจารณาจาก**ของไหลแบบที่เป็นอุดมคติ** (ideal fluid) เป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้และไม่มีความหนืด ซึ่งจะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1. ไม่มีแรงเสียดทานภายในระหว่างชั้นของของไหล หรือ**ไม่มีความหนืด (non-viscous flow)** มอดุลัสเกือบเท่าศูนย์

2. แบบที่**อัดไม่ได้** (incompressible flow) หมายความว่าความหนาแน่นของของไหล ณ จุดต่าง ๆ มีค่าคงตัว

3. การไหลของของไหลเป็น**การไหลแบบคงตัว** (steady flow) การไหลแบบคงตัว หมายถึง ความเร็ว ความหนาแน่น และความดันที่จุดหนึ่งจุดใดในของไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

4. การไหลต้องเป็น**การไหลแบบไม่หมุน** (irrotational flow) หมายความว่า ที่ตำแหน่งใด ๆ จะต้องไม่มีความเร็วเชิงมุมของของไหล

การไหลที่มีการหมุนจะเกิดการไหลอย่างปั่นป่วน (turbulent flow) ดังรูปที่ 8.13

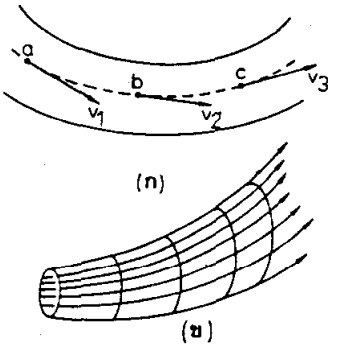
รูปที่ 8.13 สายกระแสและการไหลอย่างปั่นป่วนรอบปีกเครื่องบิน

สายกระแส (stream line) คือ เส้นโค้งซึ่งเส้นสัมผัส ณ จุดใด ๆ ของเส้นโค้ง จะอยู่ในทิศของความเร็วของการไหล ณ จุดนั้น ถ้าการไหลเป็นการไหลอย่างมีระเบียบ เส้นกระแสซ้อนกันกับเส้นแห่งการไหล

พิจารณาการเคลื่อนที่ของของไหล จากรูปที่ 8.14 (ก) เมื่อส่วนของไหลเคลื่อนที่ในท่อด้วยความเร็ว v_1, v_2, v_3 ที่จุด a, b, c ตามลำดับ และเรื่อยไป ถ้าทุกส่วนของของไหลที่ผ่านจุด a มีความเร็ว v_1 เมื่อผ่านจุด b มีความเร็ว v_2 และต่อ ๆ ไป การไหลแบบนี้ เรียกว่า การไหลอย่างคงที่ หรือการไหลอย่างสม่ำเสมอ เส้นประ abc ซึ่งแสดงทางเคลื่อนที่ของของไหล เรียกว่า สายกระแส

ถ้าเขียนสายกระแสหลาย ๆ เส้นให้ผ่านเส้นรอบรูปอันหนึ่ง ดังรูปที่ 8.14 (ข) เรียกว่า ท่อของการไหล (tube of flow) สายกระแสจะขนานกับทิศทางของความเร็วของของไหล

ของไหลไม่ควรไหลขวางท่อของการไหลได้ และทำตัวคล้ายกับท่อที่มีขนาดเดียวตลอด การไหลจะไหลจากปลายข้างหนึ่งไปยังอีกปลายข้างหนึ่ง



รูปที่ 8.14 (ก) แสดงการไหลอย่างสม่ำเสมอ
(ข) ท่อของการไหลห้อมล้อมด้วยสายกระแส

8.2.1 สมการแห่งการต่อเนื่อง (equation of continuity) พิจารณาท่อของการไหล ซึ่งของไหลไหลเข้าผ่านพื้นที่หน้าตัด A_1 ด้วยความเร็ว v_1 และไหลออกผ่านพื้นที่หน้าตัด A_2 ด้วยความเร็ว v_2 ตามรูปที่ 8.15 ปริมาตรของของไหลที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด A_1 ในช่วงเวลา dt คือ A_1v_1dt ถ้าของไหลมีความหนาแน่น ρ มวลของของไหลที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด A_1 ในเวลา dt คือ ρA_1v_1dt ในทำนองเดียวกัน มวลของของไหลที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด A_2 ในช่วงเวลา dt คือ ρA_2v_2dt ถ้าเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ มวลที่ไหลเข้าเท่ากับมวลที่ไหลออก

$$\rho A_1v_1dt = \rho A_2v_2dt$$

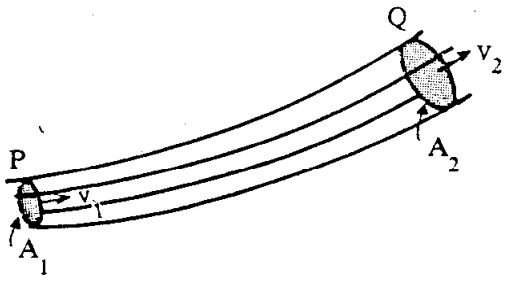
$$A_1v_1 = A_2v_2 \quad \ldots\ldots 8.22$$

สมการ (8.22) เรียกว่า **สมการแห่งการต่อเนื่อง** ผลคูณ Av เรียกว่า **อัตราการไหล** (rate of flow) มีค่าคงตัว

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

$$v_1/v_2 = A_2/A_1 \quad \ldots\ldots 8.23$$

สมการ (8.23) แสดงให้เห็นว่าความเร็วของของไหลในท่อแปรผกผันกับขนาดพื้นที่หน้าตัดของท่อ คือ ขนาดความเร็วจะสูงเมื่อท่อเล็กหรือหลอดแคบ และขนาดความเร็วจะต่ำเมื่อท่อใหญ่หรือหลอดกว้าง



รูปที่ 8.15 ท่อของการไหลที่ใช้ในการหาสมการแห่งการต่อเนื่อง

ตัวอย่าง 8.7 ความเร็วของน้ำในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตรเท่ากับ 1.5 เมตร/วินาที ท่อนี้ต่อกับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร สมมติว่าน้ำไหลเต็มท่อทั้งสอง จงหา

ก. อัตราการไหล ข. ความเร็วของน้ำในท่อที่สอง

วิธีทำ $A_1 = \pi(150/2\ mm)^2$, $v_1 = 1.5\ m/s$

$A_2 = \pi(75/2\ mm)^2$, $v_2 = ?$

อัตราการไหล $A_1v_1 = A_2v_2$

$v_2 = (A_1/A_2).v_1$

$= \dfrac{\pi(150/2)^2}{\pi(75/2)^2} \cdot 1.5$

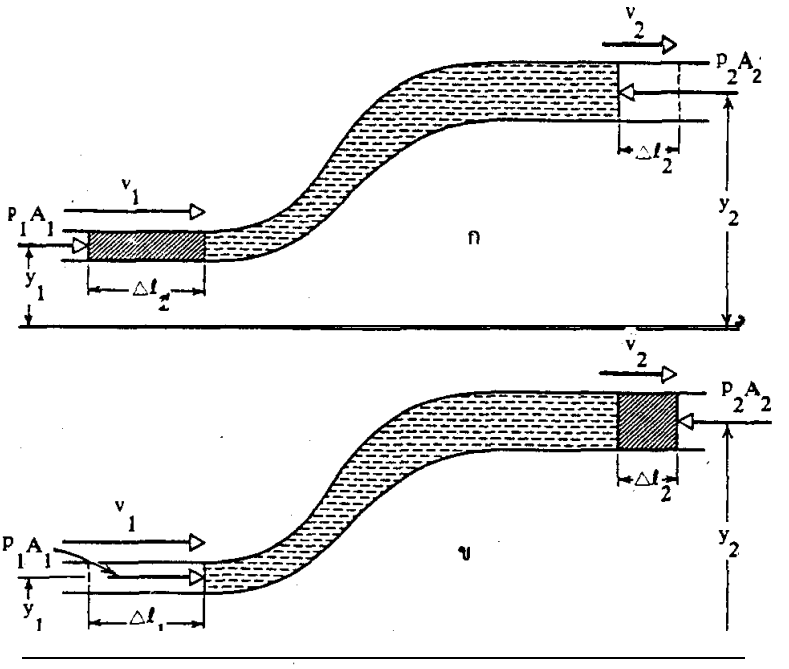
$= (150/75)^2 \cdot 1.5$

ข) ความเร็วของน้ำในท่อที่สอง = **6** m/s

ก) อัตราการไหล $A_1v_1 = \pi(150/2 \times 10^{-3})^2 \cdot 1.5$

$= 26.5 \times 10^{-3}\ m^3/s$

8.2.2 สมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation) หลักเกี่ยวกับของไหลที่อยู่นิ่ง คือหลักของอาร์คิมีดีสและหลักของปาสกาล ส่วนหลักที่เกี่ยวกับของไหลที่เคลื่อนที่ คือ สมการของเบอร์นูลลี ซึ่งเบอร์นูลลี (Daniel Bernoulli) เป็นผู้คิดขึ้นมา สมการของเบอร์นูลลี หาได้ง่ายจากทฤษฎีบทของงานและพลังงาน



รูปที่ 8.16 การไหลแบบคงตัวผ่านท่อจากรูป ก และ ข

เริ่มต้นจากรูปที่ 8.16 (ก) ที่ปลายล่างของท่อ (ซ้ายมือ) ความดันในของไหลเป็น P_1 ความเร็ว v_1 พื้นที่หน้าตัดของท่อเป็น A_1 ที่ปลายบนของท่อ (ขวามือ) ความดันเป็น P_2 ความเร็ว v_2 พื้นที่หน้าตัดของท่อเป็น A_2 เมื่อเวลาผ่านไป Δt ของไหลที่ปลายล่างเคลื่อนที่ไปได้ Δl_1 และของไหลที่ปลายบนเคลื่อนที่ได้ Δl_2

แรงที่ปลายล่าง $F_1 = P_1A_1$

ทำงาน $W_1 = F_1\Delta l_1 = P_1A_1\Delta l_1 = P_1\Delta V_1$

$A_1\Delta l_1$ = ปริมาตร ΔV_1

ในเวลาเดียวกัน แรง $F_2 = P_2A_2$ แรงนี้ทำงานเป็นลบ (แรงกระทำในทิศที่ต้านการเคลื่อนที่)

ทำงาน $W_2 = -F_2\Delta l_2 = -P_2A_2\Delta l_2 = -P_2\Delta V_2$

เนื่องจากการไหลที่ไม่มีความหนืด อัดไม่ได้และไหลแบบคงตัว

ดังนั้น $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

และ $\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m$

งานสุทธิที่กระทำโดยแรง F_1 และ F_2 คือ

$$W = F_1 - F_2 = P_1\Delta V - P_2\Delta V$$

$$= (P_1 - P_2)\,\Delta V \qquad \text{.....8.24}$$

งานสุทธิเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์แห่งความโน้มถ่วงของการไหล เราพิจารณาดังนี้

$$\Delta E_p = \Delta mgy_2 - \Delta mgy_1 \quad \text{.....8.25}$$

และ $$\Delta E_k = (1/2)\Delta mv_2^2 - (1/2)\Delta mv_1^2 \quad \text{.....8.26}$$

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

$$\therefore \quad w = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$(P_1 - P_2)\Delta V = [\Delta mgy_2 - \Delta mgy_1] + [(1/2)\Delta mv_2^2 - (1/2)\Delta mv_1^2] \quad \text{.....8.27}$$

ถ้าหารสมการ (8.27) ด้วย AV และใช้ความสัมพันธ์ $\rho = \Delta m/\Delta V$ สมการ (8.27) จะกลายเป็น

$$(P_1 - P_2) = \rho gy_2 - \rho gy_1 + (1/2)\rho v_2^2 - (1/2)\rho v_1^2 \quad \text{.....8.28}$$

$$P_1 + \rho gy_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + (1/2)\rho v_2^2 \quad \text{.....8.29}$$

จะเห็นว่า $$P + \rho gy + (1/2)\rho v^2 = \text{ค่าคงตัว} \quad \text{.....8.30}$$

เราเรียกสมการ (8.30) ว่า **สมการของเบอร์นูลลี** หมายความว่า ผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์) ของของไหลผ่านท่อ มีค่าคงตัวเสมอ

สมการของเบอร์นูลลีใช้ได้กับของไหลที่ไม่หนืด อัดไม่ได้ ไม่หมุน และไหลอย่างสม่ำเสมอ

ตัวอย่าง 8.8 จากรูปที่ 8.16 ถ้ามีน้ำไหลในท่อด้วยอัตรา 8 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อล่างและท่อบนมีขนาด 15 และ 30 เซนติเมตรตามลำดับ ท่อบนสูงกว่าท่อล่าง 60 เซนติเมตร ถ้าท่อบนมีความดัน 10^5 นิวตันต่อตารางเมตร จงหาความดันที่ท่อล่าง

วิธีทำ อัตราการไหล $A_1v_1 = A_2v_2$

$$(8/60)\ m^3/s = (\pi/4)(0.15)^2v_1 = (\pi/4)(0.30)^2v_2$$

$$\therefore \quad v_1 = \frac{4 \times 8}{60\pi \times (0.15)^2} = 7.546 \ m/s$$

$$v_2 = \frac{4 \times 8}{60\pi \times (0.30)^2} = 1.886 \ m/s$$

จากสมการของเบอร์นูลลี

$$P_1 + \rho gy_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + (1/2)\rho v_2^2$$

$$P_1 = P_2 + \rho g(y_2 - y_1) + (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= 10^5 + (10^3)(9.8)(0.6) + (1/2)(10^3)(1.886^2 - 7.545^2)$$

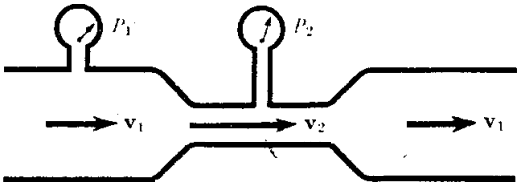
ความดันที่ท่อล่าง $= 7.92 \times 10^4 \ N/m^*$

กิจกรรม 8.4

ให้นักศึกษาคำนวณหาความดันในตัวอย่าง 8.8 ในหน่วยของปาสกาล (Pa)

8.2.3 เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหล เราสามารถใช้ประโยชน์ของสมการของเบอร์นูลลีเพื่อหาอัตราการไหลของของไหลโดยวิธีการวัดความดัน เครื่องมือที่ใช้เพื่อจุดประสงค์นี้มีหลักการทั่ว ๆ ไปเหมือนกัน คือ อัตราเร็วของของไหลตรงบริเวณท่อเล็กสูงกว่าตรงบริเวณท่อใหญ่โดยได้จากสมการแห่งการต่อเนื่อง และถ้าท่ออยู่ในแนวระดับ ความดันตรงบริเวณท่อเล็กจะต้องต่ำกว่าตรงบริเวณท่อใหญ่ ซึ่งจะใช้สมการเบอร์นูลลี เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหลมีดังนี้

1. **มาตรเวนทูริ** (Venturi Meter) เป็นเครื่องมือวัดอัตราเร็วของของเหลวในท่อดังรูปที่ 8.17 ของเหลวมีความหนาแน่น ρ



รูปที่ 8.17 มาตรเวนทูริ

ให้ v_1 และ v_2 เป็นความเร็วของของเหลวที่มีพื้นที่ภาคตัด A_1 และ A_2 ซึ่งมีความดัน P_1 และ P_2 ตามลำดับ

เราหาความเร็วของของเหลวจากสมการแห่งการต่อเนื่อง

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

$$\therefore \quad v_2 = (A_1/A2)\text{-}v1$$

เนื่องจากท่อทั้งสองอยู่ในแนวระนาบ จะใช้สมการของเบอร์นูลลี

$$P_1 + (1/2)\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\therefore \quad y_1 = y_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

ของเหลวที่ไหลผ่านมาตรเวนทูริ จะมีความสูงจากระดับอ้างอิงเท่ากัน

ดังนั้น

$$P_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2) \qquad \text{.....8.31}$$

$$= (1/2)\rho[A_1/A_2 \cdot v_1)^2 - v_1^2]$$

$$= (1/2)\rho v_1^2[(A_1/A_2)^2 - 1]$$

$$\therefore \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}} \qquad .....8.32$$

หรือ $$v_1 = A_2\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \qquad .....8.33$$

อัตราการไหลของของไหล (ของเหลว) $= A_1v_1 = A_1A_2\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$ 8.34

ตัวอย่าง 8.9 น้ำมันมีความหนาแน่น 0.85×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตรไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 เซนติเมตร มีความดัน 1.6×10^5 นิวตันต่อตารางเมตร และไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร มีความดัน 10^5 นิวตันต่อตารางเมตร จงหาอัตราการไหลของน้ำมันในท่อ

วิธีทำ

ดูรูปที่ 8.17 จะเห็นว่า

$P_1 = 1.6 \times 10^5$ N/m^2 , $P_2 = 10^5$ N/m^2

$\therefore \quad P_1 - P_2 = (1.6 - 1) \times 10^5$ N/m^2

$= 0.6 \times 10^5$ N/m^2

$$(A_1/A_2)^2 = \left[\frac{\pi/4 \times (0.03)^2}{\pi/4 \times (0.02)^2}\right]^2$$

$$= 81/16$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(0.6 \times 10^5)}{0.85 \times 10^3\,(81/16 - 1)}}$$

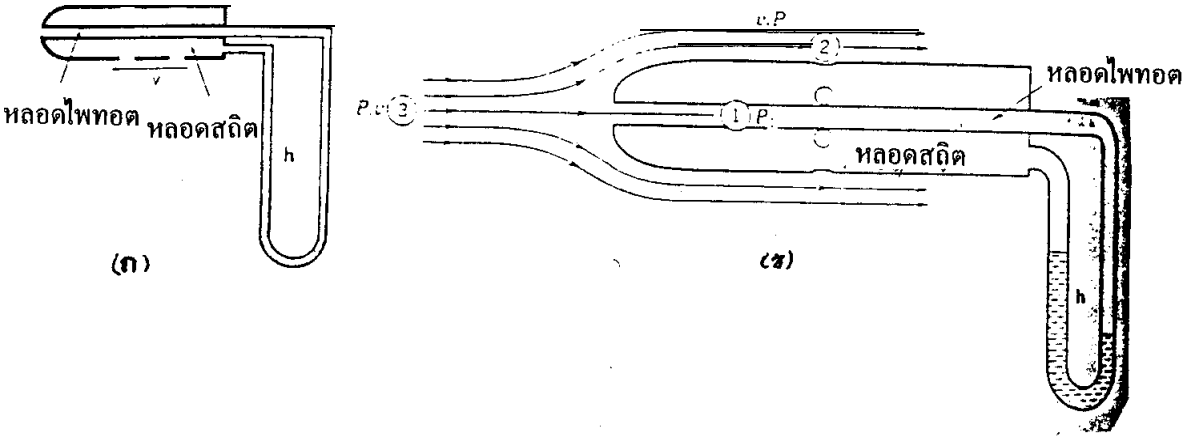
อัตราเร็วของของไหลในท่อ $=$ **5.89** m/s

อัตราการไหลของน้ำมัน $= A_1v_1$

$= (\pi/4)(0.03)^2 \times (5.89)$

$= 4.16 \times 10^{-3}$ m^3/s

2. **หลอดไพทอต** (Pitot tube) เป็นเครื่องมือวัดอัตราการไหลของก๊าซ เช่น วัดความเร็วของเครื่องบิน มีรูปร่างตามรูปที่ 8.18 อากาศเข้าทางช่องหลอดไพทอต จะดันระดับปรอทให้ต่ำลง ส่วนหลอดสถิต (static tube) เจาะรูเพื่อให้ความดันเท่ากับความดันอากาศที่ล้อมรอบ ความแตกต่างของระดับปรอทเท่ากับ h หลอดไพทอตเป็นเครื่องมือที่ประยุกต์สมการของเบอร์นูลลีมาใช้เหมือนกับมาตรเวนทูริ คือ ระดับ $y_1 = y_2$ = ค่าคงตัว



รูปที่ 8.18 (ก) แผนภาพหลอดไพทอต
(ข) แสดงการไหลของอากาศผ่านหลอดไพทอต

ให้ P_1, v_1 เป็นความดันและอัตราเร็วของอากาศในหลอดไพทอต ซึ่ง v_1 มีค่าเป็นศูนย์ที่ผิวปรอท

P_2,v_2 เป็นความดันและอัตราเร็วของลมที่รูหลอดสถิต

ดังนั้น v_2 คือ อัตราเร็วของอากาศที่ผ่านเครื่องมือวัด ให้ $v_2 = v$ สมการ (8.31) เขียนได้เป็น

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2) = (1/2)\rho(v_2^2 - 0)$$

$$= (1/2)\rho v_2^2$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \qquad \text{.....8.35}$$

เนื่องจากของไหลที่ต้องการวัดอัตราเร็ว คือ อากาศ เราอาจใช้

$$P_1 - P_2 = h\rho_0 g - h\rho_{air} g$$

$$= \rho_0 gh$$

ทั้งนี้เพราะ $\rho_0 = \rho_{\text{ปรอท}} = 13.6 \times 10^3$ kg/m^3

แต่ $\rho = \rho_{\text{อากาศ}} = 1$ kg/m^3 ซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ ρ_0 จึงตัดทิ้งได้

$$\therefore \quad \text{อัตราเร็ว} \quad v = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}} \qquad \ldots\ldots 8.36$$

ตัวอย่าง 8.10 เครื่องบินลำหนึ่งบินที่ระดับความสูง ซึ่งความหนาแน่นของอากาศมีค่า 0.8 kg/m^3 ค่า h ของหลอดไพทอตอ่านได้ 30 mm จงหาอัตราเร็วของเครื่องบิน (สมมติว่าไม่มีลมพัด)

วิธีทำ $\rho_0 = 13.6 \times 10^3$ kg/m^3 , $\rho = 0.8$ kg/m^3

$h = 30$ mm $= 0.03$ m , $v = ?$

$$v = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}}$$

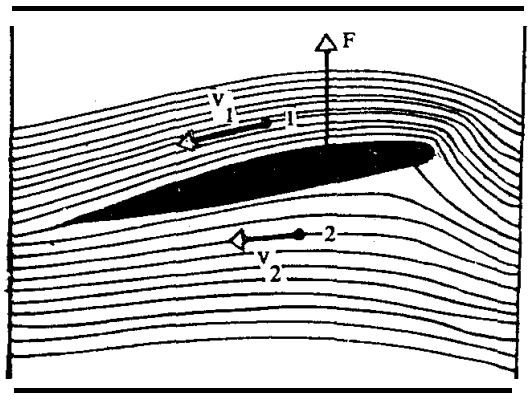
$$= \sqrt{\frac{(2(13.6 \times 10^3)(0.03)(9.8)}{0.8}}$$

อัตราเร็วของเครื่องบิน $= 100$ m/s

กิจกรรม 8.5

ให้นักศึกษาคำนวณหาอัตราเร็วของเครื่องบินในตัวอย่าง 8.10 ในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

3. แรงยกปีกเครื่องบิน ในการออกแบบปีกเครื่องบินเพื่อให้เกิดแรงยกที่ต้องการ จะต้องให้ปีกมีรูปร่างและมุมปะทะอากาศที่เหมาะสม รูปที่ 8.19 แสดงรูปร่างภาคตัดขวางของปีกเครื่องบิน (air foil) จะเห็นสายกระแสที่อยู่เหนือปีกอยู่ชิดกันมากกว่าสายกระแสที่อยู่ใต้ปีก หมายความว่า ความเร็วของลมเหนือปีก (v_2) สูงกว่าความเร็วใต้ปีก (v_1) จากหลักของเบอร์นูลลีแสดงว่าความดันของอากาศใต้ปีกสูงกว่าความดันเหนือปีก ดังนั้นแรงลัพธ์กระทำต่อปีกในทิศขึ้น นั่นคือ เกิดแรงยกปีกเครื่องบิน



รูปที่ 8.19 สายกระแสรอบ ๆ ปีกเครื่องบิน

ให้ v_1, P_1 และ v_2, P_2 เป็นความเร็วและความดันของอากาศเหนือและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ โดยการใช้สมการของเบอร์นูลลีและให้ปีกของเครื่องบินบางมาก ด้านบนและด้านล่างของปีกอยู่ในระดับเดียวกัน และพื้นที่ใต้ปีกเครื่องบินเป็น A เราจะได้

$$y_1 = y_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

จะได้ แรงยกที่ปีกเครื่องบิน F

$$F = (P_1 - P_2)A$$

$$= (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A \qquad \text{..... 8.37}$$

ตัวอย่าง 8.11 เครื่องบินมีมวล 6,000 กิโลกรัม และมีพื้นที่ใต้ปีก 60 ตารางเมตร ถ้าความดันใต้ปีกเท่ากับ 0.60×10^5 Pa ขณะบินในแนวระดับที่ความสูง 4,000 เมตร จงหาความดันเหนือปีกเครื่องบิน

วิธีทำ แรงยกของปีกเครื่องบินทั้งสองจะรับน้ำหนักของเครื่องบิน 2F

$$\therefore \quad 2F = 2[(P_1 - P_2)A] = mg$$

$$mg = 2[(P_1 - P_2)A]$$

$$6000 \times 9.8 = 2\,[P_1 - (0.6 \times 10^5)]60$$

$$P_1 = 6.12 \times 10^4 \text{ Pa}$$

ตัวอย่าง 8.12 เครื่องบินลำหนึ่งหนัก 4,000 นิวตัน ปีกเครื่องบินมีพื้นที่ปะทะลมทั้งด้านบนและด้านล่างเท่ากับ 1.2 ตารางเมตร จงหาความแตกต่างของความดันบนปีกเครื่องบินทั้งสองด้านเพื่อทำให้เครื่องบินอยู่ในอากาศได้

วิธีทำ พื้นที่ปีกเครื่องบินทั้งสองข้าง = $A_1 + A_2$ = 1.2 m^2

ให้ P_1 และ P_2 เป็นความดันที่เหนือปีกเครื่องบินและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ

$$F = (P_1 - P_2)A$$

$$4000\ N = (P_1 - P_2)(1.2\ m^2)$$

$$\therefore \quad P_1 - P_2 = 4000/1.2 \quad N/m^2$$

ความดันใต้ปีกและเหนือปีกเครื่องบินต่างกัน = 3333 N/m^2

ตัวอย่าง 8.13 ต้องการให้มีแรงยก 3,000 นิวตัน บนปีกเครื่องบินซึ่งมีพื้นที่ 2 ตารางเมตร ถ้าลมผ่านใต้ปีกมีอัตราเร็ว 250 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็วของลมเหนือปีกเครื่องบิน เพื่อให้ได้แรงยกตามต้องการ กำหนดให้อากาศมีความหนาแน่น 1.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

วิธีทำ ให้ v_1 และ v_2 เป็นความเร็วลมเหนือปีกและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ

$$F = (P_1 - P_2)A = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A$$

$$F = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A$$

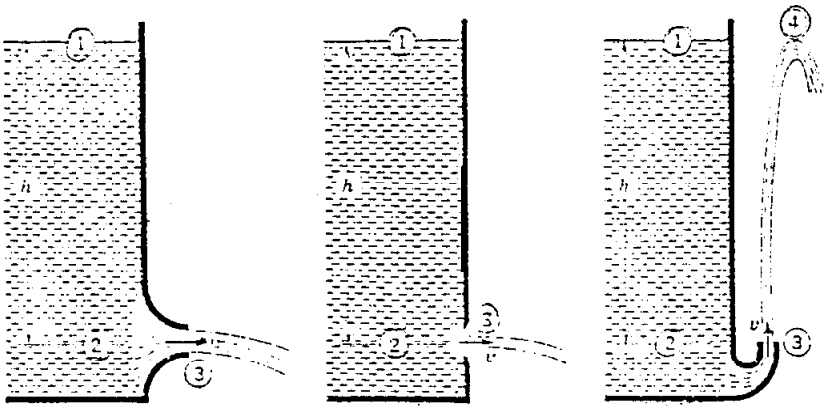
$$v_1^2 = 2F/(A\rho) + v_2^2$$

$$= (2 \times 3000)/(2 \times 1.3) + (250)^2$$

$$v_1 = 256 \quad m/s$$

ความเร็วลมเหนือปีกเครื่องบิน เท่ากับ 256 เมตร/วินาที

8.2.4 ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี (Torricelli's Theorem) โดยการประยุกต์สมการของเบอร์นูลลี ทำให้เราสามารถหาอัตราเร็วของของเหลวจากปากท่อที่ระดับต่าง ๆ ได้ ตามรูปที่ 8.20 จะเห็นการไหลของของเหลวผ่านปากท่อ 3 แบบจากถังบรรจุขนาดใหญ่ ที่ระดับ h วัดจากผิวของของเหลว เราประยุกต์สมการของเบอร์นูลลีกับจุดที่ (1),(2) และ (3) ได้ เพราะมีสายกระแสเชื่อมระหว่างจุด (1) กับ (3) และ (2) กับ (3) เราเลือกระดับที่ผ่านจุด (2) และปากท่อจุด (3) เป็นระดับอ้างอิง y = 0 ดังนั้น y = h



รูปที่ 8.20 การไหลของของเหลวผ่านปากท่อ
(ก) ปากท่อที่มีลักษณะกลมไปตามแนวนอน
(ข) ปากท่อที่มีลักษณะคมไปตามแนวนอน
(ค) ปากท่อกลมมีแนวขึ้น

ที่จุด (1) เนื่องจากสมการเบอร์นูลลี [สมการ (8.29)] มีความดัน (P_1 และ P_2) อยู่แต่ละข้างของสมการ และที่ผิวของของเหลวกับที่ปากท่อก็เปิดสู่บรรยากาศ (ความดันบรรยากาศที่ผิวของของเหลวและที่ปากท่อมีค่าเท่ากัน) ดังนั้นจึงเป็นการสะดวกที่จะใช้ความดันเกจแทนที่จะใช้ความดันสัมบูรณ์ P ที่ใช้จึงหมายถึงความดันเกจ

ความดันเกจที่จุด (1) ที่ผิวบนของของเหลวมีค่าเท่ากับศูนย์

ความดันเกจที่จุด (3) ในกระแสพันปากท่อออกมาเล็กน้อย ก็มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย

ความดันเกจที่จุด (2) ในถัง ที่ระดับปากท่อ มีค่าเท่ากับ P

อัตราเร็วของของไหลที่จุด (1) และ (2) สามารถให้มีค่าเป็นศูนย์ได้ ถ้าถังที่บรรจุของเหลวเป็นถังขนาดใหญ่ และอัตราเร็วที่ปากท่อจุด (3) ให้มีค่าเป็น v ใช้สมการของเบอร์นูลลี $P + (1/2)\rho v^2 + \rho gh$ = ค่าคงตัว กับจุด (1), (2) และ (3) ตามลำดับ จะได้

$$0 + 0 + \rho gh = P + 0 + 0 = 0 + (1/2)\rho v^2 + 0 \qquad \text{.....8.38}$$

$$\therefore \quad (1/2)\rho v^2 = \rho gh$$

$$v = \sqrt{2gh} \qquad \text{.....8.39}$$

และ

$$v = \sqrt{2P/\rho} \qquad \text{.....8.40}$$

v เป็นอัตราเร็วของการไหลที่ปากท่อ (speed of efflux) ของของไหล เมื่อความดันเกจในถังที่ระดับปากท่อเท่ากับ P **สมการ (8.39) และ (8.40)** เรียกว่า **ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี**

อัตราการไหลหาได้จาก พื้นที่หน้าตัดคูณด้วยอัตราความเร็วของของไหล

ตัวอย่าง 8.14 จงหาอัตราการไหลที่ปากท่อของกาลักน้ำ ถ้าของเหลวในถังคือ น้ำมัน มีความหนาแน่น 790 kg/m^3 กำหนดให้ h = 0.4 m และพื้นที่หน้าตัดของท่อ = 50 mm^2 และความเสียดทานของของไหล มีค่าน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด

วิธีทำ h = 0.4 m , A = 50 mm^2 = 50 x 10^{-6} m^2

จาก $v = \sqrt{2gh}$

$= \sqrt{2\ (9.8)(0.4)}$

$= 2.8$ m/s

$Av = (50 \times 10^{-6})(2.8)$

อัตราการไหลที่ปากท่อของกาลักน้ำ $= 14 \times 10^{-5}$ m^3/s

8.2.5 ความหนืด (Viscosity) ความหนืด คือ ค่าความเสียดทานภายในของของไหล ซึ่งเป็นความเสียดทานระหว่างโมเลกุลของของไหลไป หรือระหว่างวัตถุอื่นกับของไหลขณะเคลื่อนที่ไปในของเหลวนั้น

สัมประสิทธิ์แห่งความหนืดของของไหล (coefficient of viscosity) เรียกสั้น ๆ ว่า **ความหนืด** η (η อ่านว่า eta) มีนิยามว่า คือ **อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราการเปลี่ยนของความเครียดเฉือน**

$$\eta = \frac{F/A}{v/l} \qquad \ldots 8.41$$

F/A = ความเค้นเฉือนที่กระทำแก่ของเหลว

v/l = อัตราการเปลี่ยนของความเครียดเฉือน

$\therefore \quad F = \eta A(v/l)$

โดยทั่วไป $\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$ ...8.42

หน่วยของความหนืด คือ นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร

ในหน่วย cgs เรียก 1 dyne-sec-cm^{-2} ว่า 1 ปัวส์ (poise)

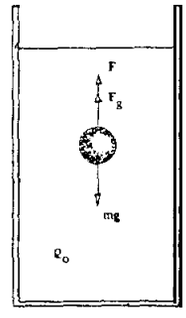
เพื่อเป็นเกียรติแก่ Poiseuille

1 poise = 1 dyne-s-cm^{-2} = 10^{-1} N.s/m^2

กฎของสโตกส์ (Stoke's Law) เมื่อวัตถุทรงกลมตันเคลื่อนที่ในของไหลที่มีความหนืด แรงต้านเนื่องจากความหนืด (F) กระทำต่อวัตถุทรงกลมนั้นเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราเร็ว (v) ของทรงกลมเทียบกับของไหล ซึ่งเซอร์จอร์จ สโตก (Sir George Stoke) ในปี ค.ศ. 1845 ได้พิสูจน์ไว้ และตั้งเป็นกฎเรียกว่า กฎของสโตก นั่นคือ

$$F = 6\pi\eta rv \qquad .....8.43$$

เมื่อ r คือ รัศมีของทรงกลม สมการของสโตก (8.43) ใช้ได้เฉพาะวัตถุทรงกลมตันเท่านั้น



รูปที่ 8.21 ทรงกลมตันตกในของเหลว

พิจารณาทรงกลมตัน มวล m รัศมี r ความหนาแน่น ρ ที่ตกในของไหลที่มีความหนืด η ความหนาแน่น ρ_0 เริ่มแรกทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่ง และอัตราเร่งนี้จะลดลงเรื่อย ๆ จนสุดท้ายเป็นศูนย์ ต่อจากนี้ทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ เรียกว่า อัตราเร็วปลาย (terminal speed) v_t ซึ่งขณะนี้แรงลัพธ์กระทำต่อทรงกลมเป็นศูนย์ นั่นเอง กล่าวคือ

ขนาดของแรงพยุง + ขนาดของแรงต้านของเหลว = ขนาดน้ำหนักของทรงกลม

$$(4/3)\pi r^3\rho_0 g + 6\pi\eta r v_t = (4/3)\pi r^3\rho g$$

$$\therefore \quad v_t = (2/9)(r^2 g/\eta)(\rho - \rho_0) \qquad .....8.44$$

ดังนั้นในการหาค่า η ของของเหลว เราอาจใช้วิธีปล่อยวัตถุทรงกลมที่เหมาะสมให้ตกในของเหลวนั้น ๆ โดยเราวัดอัตราเร็วปลายได้ ก็จะสามารถหาค่า η ของของเหลวได้ตามสมการ (8.44)

กิจกรรม 8.6

ให้นักศึกษาคำนวณหา ส.ป.ส. ความหนืดจากสมการ 8.41 ถ้าแรงกระทำ = 1.08 N ทำให้ของเหลวหนา 2 มิลลิเมตร เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.26 เมตร/วินาที ภายในท่อภาคตัดขวาง 3.8×10^{-2} ม.^{2}

สรุป

กฎและหลักการเกี่ยวกับของไหลที่สำคัญ คือ หลักของอาร์คิมีดีส หลักของปาสกาล และสมการของเบอร์นูลลี สามารถนำไปประยุกต์ในการศึกษา การไหลของของไหลและสมบัติต่าง ๆ ของของไหล เช่น แรงตึงผิว สภาพคะปิลลารีและความหนืด รวมทั้งการใช้เครื่องมือและเครื่องทุ่นแรงหลายชนิด

แบบฝึกหัดที่ 8

8.1 ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาความกดดันเป็นนิวตันต่อตารางเมตร เพื่อใช้ยกรถยนต์มวล 2,000 กิโลกรัม

ตอบ 1.3×10^6 นิวตันต่อตารางเมตร

8.2 ของเหลวในมานอมิเตอร์ปลายเปิดในรูปที่ 8.3 (b) คือ ปรอท และ h = 5 เซนติเมตร ความกดดันบรรยากาศ = 970 มิลลิบาร์

ก. ความกดดันสัมบูรณ์ที่ก้นหลอดตัว U เป็นเท่าใด

ข. ความกดดันสัมบูรณ์ในปลายเปิด ณ ความลึก 5 เซนติเมตรจากผิวอิสระเป็นเท่าใด

ค. ความกดดันสัมบูรณ์ของก๊าซในถังเป็นเท่าใด

ง. อ่านความกดดันของก๊าซจากเครื่องวัดได้กี่เซนติเมตรของปรอท

จ. ความกดดันที่อ่านได้นี้เท่ากับกี่เซนติเมตรของน้ำ

ตอบ ก. 1.077×10^5 นิวตันต่อตารางเมตร ข. 1.037×10^5 นิวตันต่อตารางเมตร

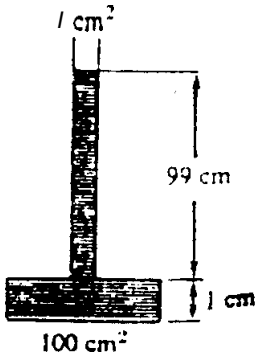
ค. 1.037×10^5 นิวตันต่อตารางเมตร ง. 5 เซนติเมตรของปรอท

จ. 68 เซนติเมตรของน้ำ

8.3 ความกดดันแห่งหนึ่งดันน้ำได้สูง 60 เซนติเมตร แต่ดันน้ำเกลือได้สูง 50 เซนติเมตร ถามว่าน้ำเกลือมีความหนาแน่นเท่าใด

ตอบ 1.2×10^5 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

8.4 หลอดแก้วปลายเปิดมีพื้นที่ภาคตัดขวาง 1 ตารางเซนติเมตร ตั้งติดอยู่กับปากอ่างสูง 1 เซนติเมตร ซึ่งอ่างนี้มีพื้นที่ภาคตัดขวาง 100 ตารางเซนติเมตร เติมน้ำลงทางหลอดจนสูง 100 เซนติเมตร จากก้นอ่าง ดังรูป



ก. แรงที่น้ำดันก้นอ่างเป็นเท่าใด

ข. น้ำทั้งหมดหนักเท่าใด

ตอบ ก. 98 นิวตัน

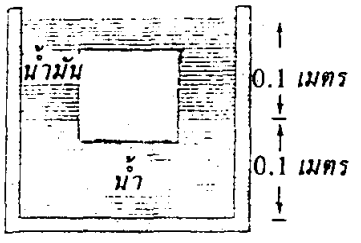
ข. 1.95 นิวตัน

8.5 ไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.1 เมตร ลอยอยู่ระหว่างน้ำและน้ำมัน ดังรูป ด้านล่างอยู่ต่ำกว่าผิวสัมผัสระหว่างน้ำมันและน้ำ 0.02 เมตร น้ำมันมีความหนาแน่น 600 กิโลกรัม-เมตร$^{-3}$ จงหา

ก. มวลของไม้

ข. ความดันเกจที่ด้านล่างของไม้

ตอบ 0.68 kg, 184 N/m^2



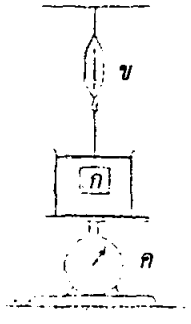
รูปตามแบบฝึกหัดที่ 8.5

8.6 ผูกวัตถุ ก ด้วยเชือกที่แขวนติดกับตาชั่งสปริง ข และจุ่มอยู่ในของเหลวในบีกเกอร์ น้ำหนักของบีกเกอร์ 2 นิวตัน น้ำหนักของของเหลว 3 นิวตัน ตาชั่งสปริง ข อ่าน 5 นิวตัน และตาชั่ง ค อ่าน 15 นิวตัน ปริมาตรของวัตถุ 5 x 10^{-3} ลูกบาศก์เมตร (ดูรูป)

ก. จงหาน้ำหนักของของเหลวต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

ข. ตาชั่งสปริง ข และตาชั่ง ค จะอ่านเท่าใด ถ้าวัตถุ ก ไม่จมอยู่ในของเหลว

ตอบ 3,000 N/m^3 ; 15 N, 5N



รูปตามแบบฝึกหัดที่ 8.6

8.7 ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิกมีรัศมี 5 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร

ก. จะต้องออกแรงที่ลูกสูบเล็กเท่าใด จึงจะได้แรงที่ลูกสูบใหญ่ 5,000 นิวตัน

ข. ความดันที่ลูกสูบใหญ่เท่ากับเท่าใด

ค. ความดันที่ลูกสูบเล็กเท่ากับเท่าใด

ตอบ ก. 139 N, ข. 17.7 kPa, ค. 17.7 kPa

8.8 วางลวดเหล็กเส้นรอบวงยาว 160 มิลลิลิตร หย่อนให้แตะแอลกอฮอล์ ปรากฏว่าต้องออกแรงดึง (อันเนื่องจากแรงตึงผิว) 7.72 x 10^{-3} นิวตัน จึงจะดึงวงลวดออกจากของเหลวได้ จงหาความตึงผิวของแอลกอฮอล์

ตอบ 0.024 นิวตันต่อเมตร

8.9 หลอดคะปิลลารี ซึ่งมีรัศมีภายใน 0.3 มิลลิเมตร จุ่มลงไปในน้ำ
ก. จงหาน้ำหนักของน้ำที่ขึ้นมาในหลอดเหนือระดับปกติด้วยสภาพคะปิลลารี
ข. จงหาความสูงของน้ำในหลอด
ตอบ ก. 1.37×10^{-4} นิวตัน ข. 49.5 มิลลิเมตร

8.10 กาลักน้ำ มีพื้นที่หน้าตัดของท่อเท่ากับ 50 ตารางมิลลิเมตร h = 0.4 เมตร
ก. จงหาความเร็วของการไหลที่ปลายล่างของท่อ
ข. จงหาปริมาตรของของไหลต่อนาทีที่ไหลออกไป
ตอบ ก. 2.8 เมตรต่อวินาที ข. 8.4 ลิตรต่อนาที

8.11 อัตราเร็วของน้ำในสายกระแสเท่ากับ 5 เมตรต่อวินาที ผ่านท่อช่วงแรกซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด 480 ตารางมิลลิเมตร จากนั้นท่อลดระดับต่ำลงมา 10 เมตร และมีพื้นที่หน้าตัด 960 ตารางมิลลิเมตร ถ้าให้ความกดดันในท่อช่วงแรกเท่ากับ 180 กิโลปาสกาล จงหาอัตราเร็วของของไหลและความกดดันในท่อช่วงที่สอง
ตอบ 2.5 เมตรต่อวินาที, 287 กิโลปาสกาล

8.12 ปีกเครื่องบินแต่ละข้างมีพื้นที่ 25 ตารางเมตร ถ้าอัตราเร็วของอากาศเหนือปีกเครื่องบินเท่ากับ 65 เมตรต่อวินาที และใต้ปีกเครื่องบินเท่ากับ 50 เมตรต่อวินาที ความหนาแน่นของอากาศเท่ากับ 1 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร จงหาแรงยกปีกเครื่องบิน
ตอบ 2.16×10^4 นิวตัน