

บทที่ 4

งานและพลังงาน

เค้าโครงเรื่อง

4.1 งานโดยแรงคงตัว

งานที่กระทำโดยแรงคงตัวต่าง ๆ

4.2 งานเป็นปริมาณสเกลาร์

คำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์

4.3 งานโดยแรงไม่คงตัวในหนึ่งมิติ

การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวในสปริง

4.4 งานโดยแรงไม่คงตัวในสองมิติ

การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวในระบบลูกตุ้มอย่างง่าย

4.5 งานและพลังงาน

ทฤษฎีงาน-พลังงาน

4.6 กำลังงาน

กำลังงานเฉลี่ยและกำลังม้า

4.7 กฎการคงตัวของพลังงาน

การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ พลังงานศักย์และพลังงานกล

4.8 แรงอนุรักษ์และพลังงานศักย์

การหาแรงอนุรักษ์จากพลังงานศักย์

สาระสำคัญ

1. งานที่เกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุ คือ ผลคูณของขนาดของแรงกับการกระจัด (ก) ในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงคงตัว

$$\text{งาน (W)} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = F_s \cos \theta$$

(ข) ในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงไม่คงตัว

$$W = \int_i^f \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

2. พลังงานจลน์ของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v (ในกรณีที่ $v \ll c$ นั่นคือ v มีค่าน้อยกว่าความเร็วแสงในสุญญากาศ) คือ ผลคูณระหว่างครึ่งหนึ่งของมวลกับกำลังสองของอัตราเร็วของวัตถุ

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

3. “ทฤษฎีงาน-พลังงาน” กล่าวว่า งานโดยแรงคงตัวที่กระทำต่อวัตถุทำให้เกิดการเคลื่อนที่ที่เท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุ

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

4. กำลังงานคือ อัตราการทำงานในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งหมายถึงอัตราการถ่ายโอนพลังงานด้วย

$$P = \frac{dw}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

5. กฎการทรงตัวของพลังงานกลกล่าวว่า “พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว”

$$E = K + U$$

$$\text{หรือ } K_i + U_i = K_f + U_f$$

โดยอีกนัยหนึ่งอาจกล่าวได้ว่า “การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในปริมาณที่เท่ากัน แต่เป็นไปในทางตรงข้ามกัน”

$$\Delta K = -\Delta U$$

หรือ “พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว”

6. แรงอนุรักษ์ หมายถึง “แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งและก่อให้เกิดงานซึ่งไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุดทั้งสอง”

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

และจะหาแรงอนุรักษ์ได้จากอัตราการลดลงของพลังงานศักย์ต่อระยะกระจัดที่เพิ่มขึ้น

$$F_x = -\frac{du}{dx}$$

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้ *

1. ให้คำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์ได้และบอกได้ว่าในกรณีใดจะมีงานกระทำหรือไม่
2. อธิบายความหมายของแรงอนุรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์ได้
3. คำนวณหางาน กำลังงาน และพลังงานในรูปแบบต่าง ๆ โดยเฉพาะพลังงานจลน์และพลังงานศักย์สำหรับระบบลูกตุ้มอย่างง่าย และระบบมวลกับสปริงได้

โดยทั่วไปการออกแรงกระทำสิ่งใดย่อมจะก่อให้เกิดผลของการกระทำนั้นอย่างใดอย่างหนึ่งเสมอ และเรียกผู้ที่ดำเนินการว่าผู้ปฏิบัติงานนั้น จึงหมายความว่าผลของแรงกระทำที่ได้รับคืองาน แต่ในบางครั้งการออกแรงกระทำอาจจะไม่ก่อให้เกิดผลลัพธ์ตามที่ต้องการ ดังนั้น ผู้ออกแรงกระทำในกรณีนี้จึงไม่มีผลงาน เช่นการออกแรงผลักผนังกำแพงแต่ไม่สามารถทำให้ผนังนั้นเคลื่อนที่ไปตามแรงผลัก จึงถือว่าการออกแรงกระทำในกรณีนี้ไม่ก่อให้เกิดงาน แม้ว่าผู้ออกแรงจะสูญเสียพลังงานของตนไปสักเท่าใดก็ตาม นอกจากนี้ ยังมีการออกแรงกระทำสิ่งอื่น ๆ ซึ่งไม่ก่อให้เกิดงานอีกมาก ในทางฟิสิกส์จึงพิจารณางานและพลังงานที่เป็นผลของแรงกระทำตามความหมายที่กำหนดไว้อย่างชัดเจน เพื่อไม่ให้เกิดความสับสน เนื่องจากงานและพลังงานมีความสำคัญทั้งในทางวิทยาศาสตร์และในการนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน โดยเฉพาะในปัจจุบันเราต้องอาศัยพลังงานหลายรูปแบบ ได้แก่ พลังงานกล พลังงานความร้อน พลังงานไฟฟ้า พลังงานเคมี พลังงานนิวเคลียร์และอื่น ๆ โดยพลังงานรูปหนึ่งจะเปลี่ยนไปเป็นอีกรูปหนึ่ง ดังเช่นการเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลในการใช้กระแสไฟฟ้าทำให้พัดลมหมุน ซึ่งกล่าวได้ว่าพลังงานไม่สูญหายไปไหนหรือกล่าวได้ว่าพลังงานไม่สามารถสร้างขึ้นได้และไม่สามารถทำลายได้ตามกฎการคงตัวของพลังงาน โดยที่กฎนี้เป็นกฎที่สำคัญกฎหนึ่งในทางฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา ตลอดจนวิศวกรรมศาสตร์ ดาราศาสตร์ และธรณีวิทยา

ในบทนี้จะศึกษางานและพลังงานในเชิงกลศาสตร์เท่านั้น โดยเมื่อวัตถุได้รับแรงกระทำจนทำให้วัตถุเคลื่อนที่ออกไปจากตำแหน่งเดิม ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันดังกล่าวแล้วในบทก่อนแรงกระทำต่อวัตถุจะก่อให้เกิดงานในทางฟิสิกส์ โดยเฉพาะเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปตามทิศทางที่แรงกระทำในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงคงตัว แต่ถ้าหากวัตถุเคลื่อนที่ไปตามทิศทางอื่นซึ่งไม่ใช่ทิศของแรงกระทำ หรือถ้าหากแรงกระทำไม่ใช่แรงคงตัว จึงต้องกำหนดค่าจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์และพลังงานให้ชัดเจนดังกล่าวแล้ว โดยที่งานและพลังงานคือปริมาณเดียวกัน แต่จะพิจารณาในกรณีที่ต่างกัน จึงจะศึกษาโดยละเอียดในบทนี้ต่อไปตามลำดับ

4.1 งานโดยแรงคงตัว

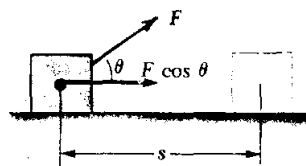
เพื่อให้การศึกษา “งาน” ซึ่งเกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุง่ายขึ้น จะพิจารณาแรงกระทำที่เป็น “แรงคงตัว” ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงตามทิศทางที่แรงกระทำ ในกรณีนี้กล่าวได้ว่าแรงกระทำต่อวัตถุก่อให้เกิดงาน ตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$m (w) = \text{แรง (F) } \times \text{การกระจัด (s)} \quad \dots\dots\dots 4.1$$

โดยความสัมพันธ์ข้างต้นจะกำหนดค่าจำกัดความของงานที่เกิดจากการออกแรงกระทำต่อวัตถุคือ ผลคูณของขนาดของแรง (F) กับระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ซึ่งเรียกว่าการกระจัด (s)

แต่ถ้าหากวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางอื่นซึ่งไม่ใช่ทิศทางที่แรงกระทำ ในกรณีนี้งานที่ได้รับ จะต้องเป็นไปตามค่าจำกัดความของงานที่กล่าวแล้วข้างต้นนี้เช่นเดียวกันโดยจะต้องพิจารณา งานจากแรงกระทำต่อวัตถุคือ ผลคูณของแรงซึ่งแตกออกตามแนวเส้นตรงที่วัตถุเคลื่อนที่กับ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ ตามรูปที่ 4.1 ดังนี้

$$W = (F \cos \theta)s \quad \text{.....4.2}$$



รูปที่ 4.1 แรง F กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด s ในทิศทางมุม θ กับแรงกระทำ งานที่เกิดจาก แรงกระทำต่อวัตถุจึงต้องพิจารณาจากแรงกระทำในทิศทางที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามค่าจำกัดความ ของงานในทางฟิสิกส์ นั่นคือ งาน $= (F \cos \theta)s$

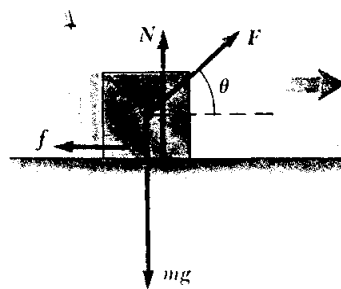
ขอให้สังเกตว่าความสัมพันธ์ตามสมการ 4.2 เหมือนกับสมการ 4.1 ในกรณีที่ θ เป็นศูนย์ จะได้ว่างานที่กระทำโดยแรง F คือ Fs ดังนั้นความสัมพันธ์ตามสมการ 4.1 จึงนับได้ว่าเป็นกรณี โดยเฉพาะเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับแรงกระทำ ส่วนความสัมพันธ์ตามสมการ 4.2 เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางอื่นที่ไม่มีทิศของแรงกระทำ และถ้าหาก θ เป็น 90° จะไม่มีแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางของการกระจัด จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้นต่อวัตถุ เช่น การ ออกแรงถือสิ่งของใด ๆ จากสถานที่หนึ่งไปยังอีกสถานที่หนึ่ง เนื่องจากแรงกระทำอยู่ในทิศทาง ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ แม้ว่าแรงกระทำนั้นจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวระนาบก็ตาม และแม้ว่าผู้ออกแรงจะรู้สึกเมื่อยล้าสักเท่าใดก็ตาม ในกรณีนี้จะไม่เกิดงานทางฟิสิกส์แต่ประการใด

ตามค่าจำกัดความสำหรับงานดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่าจะมีงานกระทำโดยแรง F ต่อ วัตถุในกรณีดังต่อไปนี้

1. วัตถุเคลื่อนที่โดยมีการกระจัด s ไม่เป็นศูนย์
2. แรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่ ไม่เป็นศูนย์

โดยในกรณีแรก จะเห็นได้ว่าถ้าหากแรงกระทำต่อวัตถุไม่สามารถทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปจากตำแหน่งเดิม โดยที่ $s = 0$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.1 หรือ 4.2 จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ นั่นคือไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้น ดังเช่น การออกแรงผลักสิ่งของใด ๆ แต่สิ่งนั้นยังติดตรึงอยู่ที่เดิม แม้ว่าผู้ออกแรงกระทำนั้นจะสูญเสียพลังงานภายในของตนไปสักเท่าใดก็ตาม แต่กล่าวได้ว่าไม่มีงานใด ๆ เกิดขึ้นจากการออกแรงกระทำเช่นนี้ในทางฟิสิกส์ ซึ่งนับว่าไม่แตกต่างจากการพิจารณาถึงงานในการปฏิบัติงานโดยทั่วไปแต่อย่างใด เนื่องจากหากผู้ใดได้รับมอบหมายให้กระทำการใด ๆ แต่ไม่สามารถกระทำการนั้นให้ลุล่วงไปได้ตามแนวทางที่ได้รับมา ก็นับได้ว่าผู้นั้นไม่มีผลงานของตนและจะไม่สมควรได้รับความดีความชอบเป็นการตอบแทนด้วย

สำหรับกรณีที่สองถ้าหากแรงกระทำต่อวัตถุตั้งฉากกับทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่โดยที่ $\theta = 90^\circ$ จะได้ว่า $\cos 90^\circ = 0$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.2 จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ดังนั้น จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้น ดังเช่น การออกแรงถือสิ่งของให้เคลื่อนที่ไปในแนวดิ่งฉากกับแรงกระทำดังกล่าวข้างต้น นอกจากนี้ ยังมีแรงกระทำต่อวัตถุในการพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุทางฟิสิกส์ ซึ่งตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ของวัตถุเสมอ คือ แรงปฏิกิริยาดังฉาก (N) ดังที่ได้ศึกษาแล้วในบทก่อนและแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก กระทำต่อวัตถุซึ่งอยู่บนพื้นระนาบ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.2 จะเห็นว่าทั้งงานโดยแรงปฏิกิริยาดังฉากและงานโดยแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุจะเป็นศูนย์ เนื่องจากแรงทั้งสองกระทำต่อวัตถุในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ และเมื่อแตกแรงกระทำต่อวัตถุนี้ไปในทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่จะเป็นศูนย์



รูปที่ 4.2 เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัดบนพื้นระนาบซึ่งขรุขระด้วยแรง F ทำมุม θ กับทิศของการเคลื่อนที่ โดยมีแรงปฏิกิริยาดังฉาก N กระทำต่อวัตถุตรงผิวสัมผัสและแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกต่อวัตถุ mg ในทิศตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ ทั้งสองแรงนี้จะไม่ก่อให้เกิดงานในทางฟิสิกส์ นอกจากนี้ยังมีแรงเสียดทาน f กระทำต่อวัตถุในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุจึงมีงานเนื่องจากแรงเสียดทาน $= -fs$ และงานเนื่องจากแรง $F = (F \cos \theta)s$

ข้อสังเกตอีกประการหนึ่งในการศึกษางานตามคำจำกัดความข้างต้น จะพบว่างานอาจมีเครื่องหมายเป็นบวกหรือลบอย่างใดอย่างหนึ่ง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับทิศทางของแรง F เมื่อเทียบกับการกระจัด s โดยถ้าหากแรงกระทำที่แตกออกไปในทิศของการเคลื่อนที่ อยู่ในทิศทางเดียวกันกับทิศของการเคลื่อนที่ จะได้งานโดยแรงนั้นเป็นบวก ดังเช่น การออกแรงยกวัตถุขึ้นจากพื้น เนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับแรงกระทำ จึงได้ว่างานโดยแรงยกวัตถุเป็นบวก แต่งานโดยแรงโน้มถ่วงจะเป็นลบเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกกระทำในทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในขณะเดียวกันกับที่วัตถุถูกยกขึ้นจากพื้นนี้ โดยที่มุม $\theta = 180^\circ$ ในกรณีที่แรงกระทำในทิศตรงข้ามกับทิศของการเคลื่อนที่ ดังนั้น $\cos \theta = -1$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.2 จะเป็นลบเสมอ เนื่องจากแรงเสียดทาน f กระทำในทิศทางซึ่งต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงอยู่ในแนวตรงข้ามกับทิศของการเคลื่อนที่เช่นเดียวกัน ดังนั้น งานกระทำโดยแรงเสียดทาน คือ

$$W_f = -fs \quad \text{.....4.3}$$

สำหรับงานโดยแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นคือ $\theta = 0$ ดังนั้น $\cos \theta = 1$ จึงได้ความสัมพันธ์ ดังสมการ 4.1 คือ

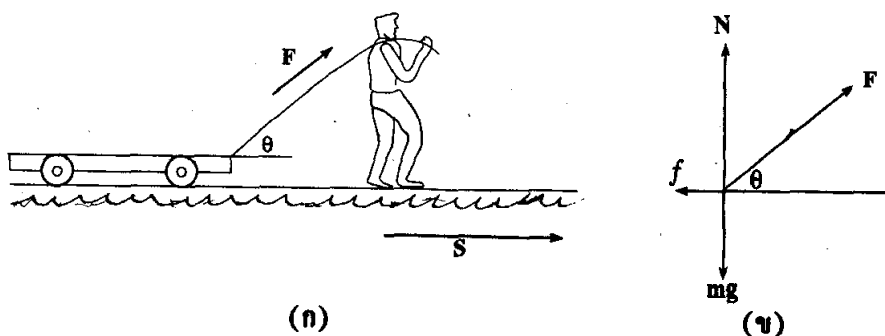
$$W = Fs \quad \text{.....4.4}$$

ในการคำนวณหาปริมาณงานใด ๆ ในระบบเอสไอ จะมีหน่วยเป็นนิวตัน.เมตร (N.m) หรือเรียกว่า จูล (J) เนื่องจากแรงในระบบเอสไอมีหน่วยเป็นนิวตัน และการกระจัดมีหน่วยเป็นเมตร ดังตัวอย่างการหางานโดยแรงกระทำต่อวัตถุต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4.1 ชายคนหนึ่งลากล้อเลื่อนไปตามพื้นถนนขรุขระ ด้วยแรงคงตัวในขนาด 50 นิวตัน ซึ่งทำมุม 37° กับพื้นราบ โดยมีแรงเสียดทาน 10 นิวตัน ด้านทานการเคลื่อนที่ของล้อเลื่อน ถ้าเขาลากล้อเลื่อนไปได้ระยะทาง 3 เมตร จงหา

- ก. งานที่ชายกระทำ
- ข. งานที่กระทำโดยแรงเสียดทาน
- ค. งานสุทธิที่กระทำโดยแรงทั้งหมด

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.3 (ก) และแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ 4.2



รูปที่ 4.3 ตามข้อมูลในตัวอย่าง 4.1

(ก) ชายคนหนึ่งลากล้อเลื่อนไปเป็นระยะทาง s ด้วยแรง F ตามแนวเชือกซึ่งทำมุม θ กับพื้นระนาบ

(ข) แสดงแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อล้อเลื่อนทั้งขนาดและทิศทาง

โดยการแทนค่า $F = 50 \text{ N}$, $\theta = 37^\circ$ และ $s = 3 \text{ m}$ ลงในสมการ 4.2 จะได้งานที่ชายนั้นกระทำ

$$\begin{aligned} W_F &= (F \cos \theta) s = (50 \text{ N}) (\cos 37^\circ) (3 \text{ m}) \\ &= 120 \text{ N.m} = 120 \text{ J} \end{aligned}$$

ข. โดยการแทนค่า $f = 10 \text{ N}$ และ $s = 3 \text{ m}$ ลงในสมการ 4.3 จะได้งานที่กระทำโดยแรงเสียดทาน

$$W_f = -fs = (-10 \text{ N})(3 \text{ m}) = -30 \text{ N.m} = -30 \text{ J}$$

ค. พิจารณารูปที่ 4.3 (ข) จะเห็นว่า แรงปฏิกิริยาดังฉาก N และแรงโน้มถ่วง mg ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงทั้งสองนี้ ดังนั้น แรงสุทธิที่กระทำต่อล้อเลื่อนคือผลรวมของผลลัพธ์ในข้อ ก. และ ข. ดังนี้

$$W_{\text{สุทธิ}} = W_F + W_f = 120 \text{ J} - 30 \text{ J} = 90 \text{ J}$$

4.2 งานเป็นปริมาณสเกลาร์

งานตามคำจำกัดความดังกล่าวแล้วในตอนก่อน โดยเฉพาะตามความสัมพันธ์ในสมการ 4.2 อาจเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$W = F \cdot s = F s \cos \theta \quad \text{.....4.5}$$

ซึ่งจะเห็นว่า งานเป็นปริมาณสเกลาร์ แม้ว่าทั้ง F และ s จะเป็นปริมาณเวกเตอร์แต่เนื่องจากเรากำหนดให้งานเป็นผลคูณของแรงกับการกระจัดในทิศทางที่แตกแรงออกมาในทิศการกระจัด ดังนั้นจึงเป็นการคูณแบบสเกลาร์ และผลคูณที่ได้เป็นปริมาณสเกลาร์

ข้อที่ควรสังเกตในการหาปริมาณงานที่กระทำโดยแรงใด ๆ จากสมการ 4.2 หรือ 4.5 จะเห็นว่า เราอาจเขียน $(F \cos \theta) s$ หรือ $F(s \cos \theta)$ โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์แตกต่างกัน นั่นคือเราสามารถหางานได้ 2 วิธีด้วยกัน วิธีหนึ่งจะพิจารณาจากผลคูณของแรงกระทำในทิศของการเคลื่อนที่กับการกระจัด และอีกวิธีหนึ่งจะเป็นผลคูณของแรงกับการกระจัดในทิศของแรง ทั้งนี้เนื่องมาจากลักษณะเฉพาะของการคูณแบบสเกลาร์ ดังนี้

1. การคูณแบบสเกลาร์สามารถสลับตัวคูณได้ นั่นคือ

$$A \cdot B = B \cdot A \quad \text{.....4.6}$$

2. การคูณแบบสเกลาร์สามารถแยกองค์ประกอบได้ นั่นคือ

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad \text{.....4.7}$$

$$\text{และ } m(A \cdot B) = (mA) \cdot B \quad \text{.....4.8}$$

โดยที่ m เป็นปริมาณสเกลาร์

3. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองตั้งฉากกัน นั่นคือ

$$\text{เมื่อ } \theta = 90^\circ \quad \text{จะได้ว่า } A \cdot B = 0 \quad \text{.....4.9}$$

4. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นลบ เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางตรงกันข้าม

$$\text{นั่นคือ เมื่อ } \theta = 180^\circ \quad \text{จะได้ว่า } A \cdot B = -AB \quad \text{.....4.10}$$

5. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นบวกเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางเดียวกัน

$$\text{นั่นคือ เมื่อ } \theta = 0^\circ \quad \text{จะได้ว่า } A \cdot B = AB \quad \text{.....4.11}$$

ในการพิจารณาเวกเตอร์ตามแกนพิกัดจาก 3 มิติ ซึ่งประกอบด้วยแกน x , y และ z โดยมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ในแต่ละแกนตามลำดับ จะได้ผลคูณสเกลาร์สำหรับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทำนองเดียวกัน ดังนี้

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1 \quad \dots 4.12$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0 \quad \dots 4.13$$

โดยที่ $A = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \quad \dots 4.14$

$$B = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad \dots 4.15$$

จะได้ $A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad \dots 4.16$

และในกรณีที่ $A = B$ จะได้

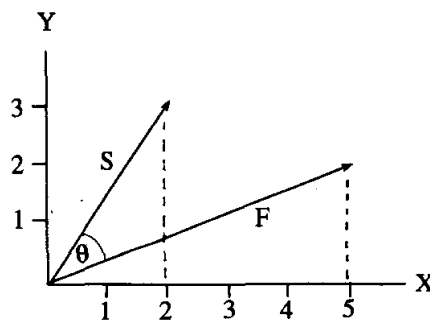
$$A \cdot A = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2 \quad \dots 4.17$$

ตัวอย่าง 4.2 วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ในระนาบ xy ด้วยการกระจัด $s = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ เมตร โดยมีแรงกระทำ $F = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ นิวตัน จงหา

ก. ปริมาณการกระจัด ขนาดของแรงและมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

ข. งานที่กระทำโดยแรง F

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.4 และแทนค่าลงในสมการ 4.17 จะได้



รูปที่ 4.4 ตามตัวอย่าง 4.2 การกระจัด s และแรง F ทำมุม θ อยู่ในระนาบ xy

ปริมาณการกระจัด, $s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13} = 3.16$ เมตร

ขนาดของแรง, $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29} = 5.39$ นิวตัน

และโดยการแทนค่าลงในสมการ 4.5 จะได้

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{s}}{Fs} = \frac{(5\hat{i} + 2\hat{j}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j})}{\sqrt{29} \sqrt{13}} \\ &= \frac{5\hat{i} \cdot 2\hat{i} + 5\hat{i} \cdot 3\hat{j} + 2\hat{j} \cdot 2\hat{i} + 2\hat{j} \cdot 3\hat{j}}{\sqrt{377}} \end{aligned}$$

$$= \frac{10 + 0 + 0 + 6}{19.42} = \frac{16}{19.42} = 0.82$$

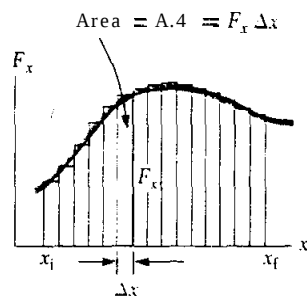
มุมระหว่าง s และ F คือ $\theta = \cos^{-1} 0.82 = 34.9$

ข. แทนค่า F และ s ลงในสมการ 4.5 จะได้

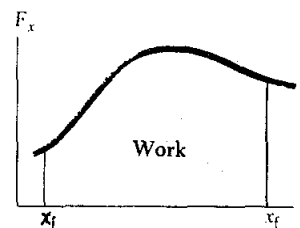
$$\text{งาน, } w = F \cdot s = (5\hat{i} + 2\hat{j}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j}) = 16\text{N.m} = 16 \text{ J}$$

4.3 งานโดยแรงไม่คงตัวในหนึ่งมิติ

ในตอนนี้จะพิจารณากรณีที่กระทำโดยแรงไม่คงตัว ซึ่งมีขนาดเปลี่ยนแปลงไปดังรูปที่ 4.5 ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ไปในแกน x จากจุดเริ่มต้น x_i ไปสู่จุดสุดท้าย x_f จะเห็นว่า F มีขนาดเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง x ดังนั้น F จึงเป็นฟังก์ชันของ x หรือเขียนได้ว่า $F = F(x)$ ในกรณีนี้เราไม่สามารถอาศัยสมการ 4.2 หรือ 4.5 คือ $W = (F \cos \theta)s = F(s \cos \theta)$ เนื่องจากสมการนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีที่ F คงตัว (ดูคำจำกัดความของงานในตอน 4.1)



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.5 เพื่อให้สามารถคำนวณหางานโดยแรงไม่คงตัวดังกล่าวข้างต้น จึงต้องพิจารณาแรงกระทำที่วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทางในช่วงสั้น ๆ ดังรูปที่ 4.5 (ก) จะเห็นว่า F_x มีขนาดเกือบคงตัวในช่วงสั้น ๆ นี้ ดังนั้น งานโดยแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัด Δx คือ $F_x \Delta x$ และจะหางานทั้งหมดได้จากผลรวมของ $F_x \Delta x$ ตลอดระยะทางจาก x_i ถึง x_f ซึ่งคือพื้นที่ใต้เส้นโค้งในรูปที่ 4.5 (ข)

การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวข้างต้นนี้ จะต้องพิจารณาแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัดช่วงสั้น ๆ Δx ดังรูปที่ 4.5 (ก) เพื่อที่จะได้ว่าแรงกระทำต่อวัตถุในทิศการเคลื่อนที่ x คือ F_x มีขนาดเกือบคงตัวในช่วงสั้น ๆ Δx จึงสามารถหางานได้จากสมการ 4.2 หรือ 4.5 เป็นปริมาณงานที่ F_x กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไป Δx ดังนี้

$$\Delta W = F_x \Delta x \quad \dots\dots 4.18$$

จะเห็นว่าความสัมพันธ์ในสมการ 4.7 คือ พื้นที่ใต้เส้นโค้งในช่วงซึ่งแรงไว้ในรูปแบบที่ 4.5 (ก) เมื่อนำพื้นที่ใต้เส้นโค้งในช่วงอื่น ๆ ซึ่งแบ่งไว้เท่า ๆ กันเป็นระยะ Δx มารวมกันตั้งแต่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้น x_i ไปจนถึงจุดสุดท้าย x_f จะได้ว่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งทั้งหมดจาก x_i ถึง x_f ในรูปที่ 4.5 (ข) มีค่าใกล้เคียงกับงานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวนี้ นั่นคือ

$$W \cong \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x \quad \text{.....4.19}$$

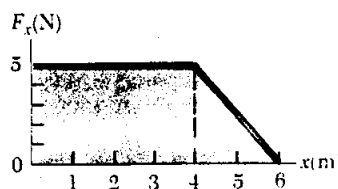
ถ้าหากจะพิจารณาการกระจัดในช่วงสั้นมาก ๆ เกือบเป็นศูนย์ จะได้ว่างานที่กระทำทั้งหมดคือพื้นที่ใต้เส้นโค้งอย่างแท้จริง และจะเขียนสมการ 4.18 เสียใหม่ในรูปอินทิกรัลได้ดังนี้

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

นั่นคือ
$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \quad \text{.....4.20}$$

โดยในที่นี้ใช้เครื่องหมาย $\int$ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์แทนอักษร S เป็นอักษรย่อมาจาก summation = การรวมกัน ในการอินทิเกรตตามหลักแคลคูลัส และจะได้ว่า $W =$ พื้นที่ใต้เส้นโค้งระหว่าง x_i ถึง x_f

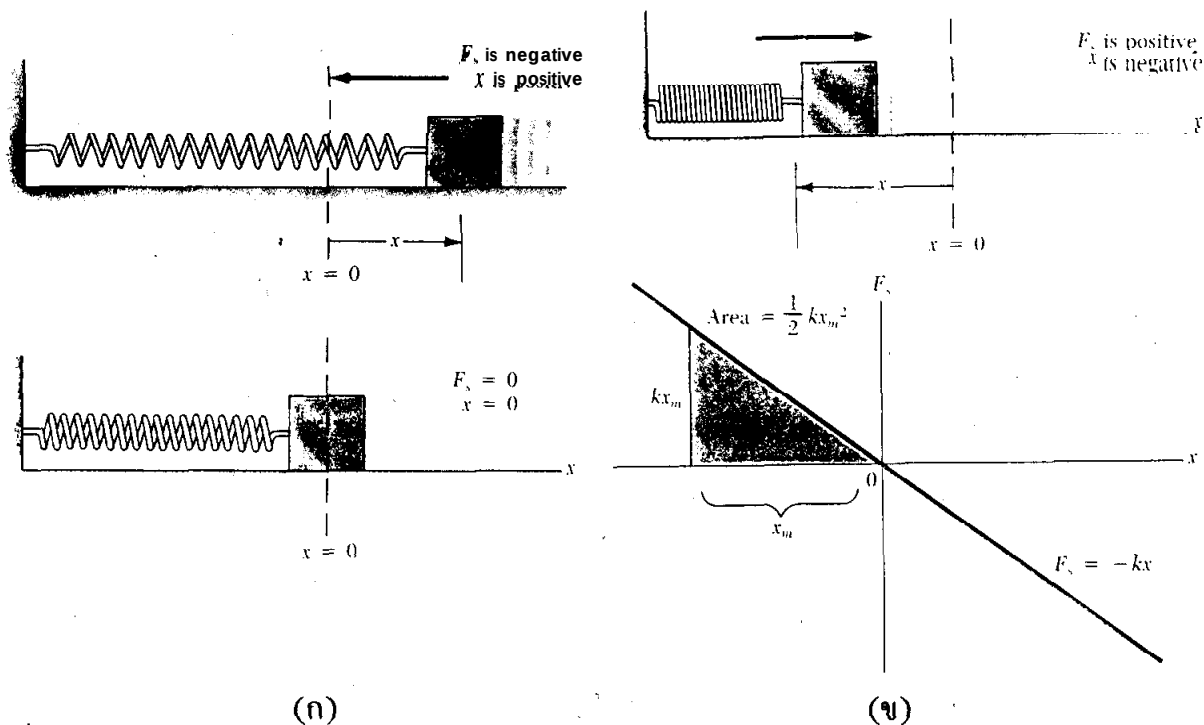
ตัวอย่าง 4.3 วัตถุหนึ่งได้รับแรงกระทำซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามการเคลื่อนที่ของวัตถุในแกน x ดังรูปที่ 4.6 จงหางานที่แรงนี้กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่จาก $x = 0$ ไปยัง $x = 6$ เมตร



รูปที่ 4.6 ตามตัวอย่าง 4.3 จะหางานที่กระทำทั้งหมดได้จากพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.6 และหาพื้นที่ใต้เส้นกราฟตามสมการ 4.20 จะได้ว่าพื้นที่ใต้เส้นกราฟจาก $x = 0$ ถึง $x = 4$ เมตร $= (4)(5) \text{ N.m} = 20 \text{ J}$ พื้นที่ใต้เส้นกราฟจาก $x = 4$ ถึง $x = 6$ เมตร $= 1/2 (2) (6) \text{ N.m} = 5 \text{ J}$ ดังนั้น งานทั้งหมด $= 26 \text{ J}$

ตัวอย่าง 4.4 วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ไปบนพื้นระนาบโดยยึดติดกับสปริง ซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง, $k = 80$ นิวตัน. เมตร ถ้าสปริงถูกอัดจากตำแหน่งสมดุลไป 3.0 เซนติเมตร ดังรูปที่ 4.7 จงหา งานที่กระทำโดยแรงคืนตัวของสปริง $F = kx$ ซึ่งทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล



รูปที่ 4.7 แรงคืนตัวของสปริงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล $x = 0$

(ก) เมื่อสปริงถูกอัดทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปทาง x เป็น - จะมีแรงคืนตัวของสปริง

$F = kx$ ทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล และ

(ข) งานที่กระทำโดยแรงคืนตัวของสปริงใน (ก) คือพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.7 และแทนค่าลงในสมการ 4.20 จะได้

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{x_i}^{x_f} F \, dx = \int_{-3 \times 10^{-2}}^0 (kx) \, dx = \left. \frac{kx^2}{2} \right|_{-3 \times 10^{-2}}^0 \\
 &= \frac{80}{2} [0^2 - (-3 \times 10^{-2})^2] = 3.6 \times 10^{-2} \, \text{J}
 \end{aligned}$$

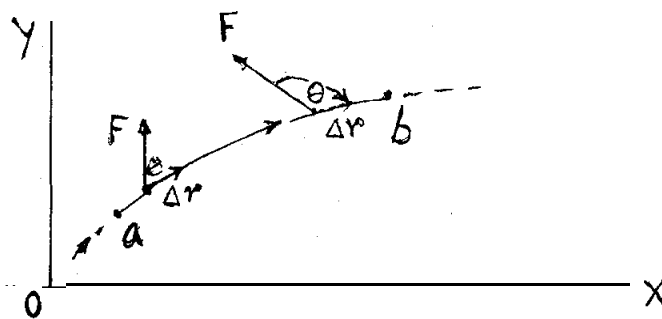
กิจกรรม 4.1

ให้นักศึกษาแสดงการหางานในตัวอย่าง 4.3 โดยวิธีอินทิเกรต

4.4 งานโดยแรงไม่คงตัวในสองมิติ

โดยทั่วไปแรงที่กระทำต่อวัตถุนอกจากจะเปลี่ยนแปลงขนาดดังกล่าวก่อนแล้วในตอนก่อนยังอาจเปลี่ยนทิศทางด้วย ซึ่งจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวโค้งแทนที่จะเป็นแนวตรงในทิศทางเดียว ดังที่ได้พิจารณาแล้วในหนึ่งมิติ จึงพิจารณางานโดยแรงไม่คงตัวซึ่งเปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางในสองมิติ ดังรูปที่ 4.8 ด้วยการคำนวณหางานที่กระทำโดยแรง F ในช่วงการกระจัดสั้น ๆ Δr ซึ่งมีทิศทางตามทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุจะได้

$$\Delta W = F \cdot \Delta r = F \cos \theta \Delta r \quad \text{.....4.21}$$



รูปที่ 4.8 แรงที่กระทำต่อวัตถุ F เปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางจึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งด้วยการกระจัด Δr ซึ่งมีทิศทางเดียวกันกับความเร็วของวัตถุเนื่องจาก $v = \Delta r / \Delta t$

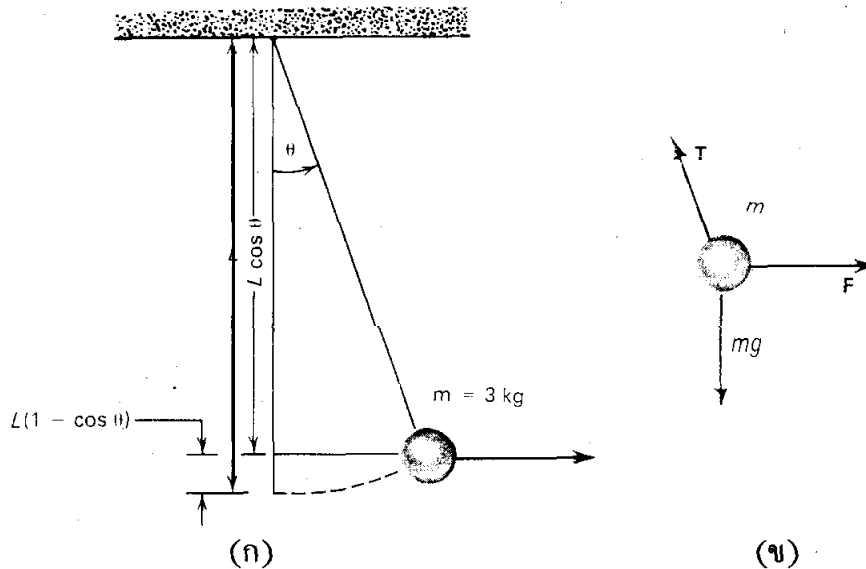
โดยการรวมงานทั้งหมดที่แรงกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จาก a ไป b ในช่วงการกระจัด $\Delta r \rightarrow 0$ จะเขียนสมการ 4.21 เสียใหม่ได้ดังนี้

$$W_{ab} = \int_a^b F \cdot dr = \int_a^b F \cos \theta dr \quad \text{.....4.22}$$

และเนื่องจากสามารถแตกเวกเตอร์ของแรงและการกระจัดออกเป็นองค์ประกอบใน 2 มิติคือในแกน x และ y ดังรูปที่ 4.8 โดยที่ $F = \hat{i} F_x + \hat{j} F_y$ และ $dr = \hat{i} dx + \hat{j} dy$ โดยอาศัยความสัมพันธ์ในสมการ 4.12 และ 4.13 จะได้

$$W_{ab} = \int_a^b (F_x dx + F_y dy) \quad \text{.....4.23}$$

ตัวอย่าง 4.5 ระบบลูกตุ้มอย่างง่ายประกอบด้วยลูกตุ้มมวล m แขวนด้วยเชือกเบา (ไม่คิดน้ำหนักเชือก) ยาว L แกว่งตามเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี L จาก $\theta = 0$ ถึง $\theta = \theta_0$ ด้วยแรงกระทำในแนวระดับ F เพื่อดึงให้ลูกตุ้มแกว่งทำมุม $\theta = \theta_0$ ไปยังตำแหน่งที่สูงกว่าเมื่อทำมุม $\theta = 0$ เป็นระยะ h ดังรูปที่ 4.9 จึงมีแรงกระทำต่อลูกตุ้มนอกจาก F คือแรงตึงในเส้นเชือก T และแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก mg จงหางานที่กระทำโดยแรง F



รูปที่ 4.9 (ก) ระบบลูกตุ้มอย่างง่ายประกอบด้วยลูกตุ้มมวล m (ไม่คิดขนาด) แขวนด้วยเชือกเบา (ไม่คิดน้ำหนักเชือก) ยาว L แกว่งด้วยการกระจัดมากที่สุดเมื่อทำมุม θ_0 กับแนวตั้ง
(ข) แผนภาพแรงกระทำต่อลูกตุ้ม F ในแนวระนาบและแรงตึงในเส้นเชือก T และแรงโน้มถ่วง mg

วิธีทำ พิจารณาตามรูปที่ 4.9 (ก) ลูกตุ้มจะแกว่งด้วยการกระจัด ตามเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี L และแทนค่าลงในสมการ 4.22 จะได้งานที่กระทำโดยแรง F คือ

$$W = \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} F \cos \theta \, dr \quad \text{.....4.22}$$

หรือแทนค่าลงในสมการ 4.23 จะได้

$$W = \int_{x=0, y=0}^{x=(L-h) \tan \theta_0, y=h} (F_x dx + F_y dy) \quad \text{.....4.23}$$

โดยอาศัยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 1 แรงกระทำ F จะเปลี่ยนแปลงขนาดเพื่อให้สมดุลกับแรงตึงในเส้นเชือกตามแนวระนาบเสมอ (ดูรูปที่ 4.9 (ข)) นั่นคือ

$$F_x = T \sin \theta \quad \text{.....4.24}$$

$$\text{และ} \quad mg = T \cos \theta \quad \text{.....4.25}$$

เมื่อแทนค่า $T = mg/\cos \theta$ จากสมการ (4.25) ลงในสมการ 4.24 จะได้

$$F_x = mg \tan \theta \quad \dots\dots\dots 4.26$$

เนื่องจาก $F_y = 0$ โดยการแทนค่า F_x และ F_y ลงในสมการ 4.23 จะได้

$$W = \int_{x=0, y=0}^{x=(L-h) \tan \theta, y=h} mg \tan \theta \, dx \quad \dots\dots\dots 4.27$$

พิจารณารูปที่ 4.9 (ก) จะเห็นว่า

$$\tan \theta = dy/dx \quad \text{หรือ} \quad \tan \theta \, dx = dy \quad \dots\dots\dots 4.28$$

แทนค่า 4.28 ลงใน 4.27 จะเห็นว่างานที่กระทำโดยแรง F ขึ้นอยู่กับตัวแปร Y เท่านั้น ดังนี้

$$W = \int_{y=0}^{y=h} mg \, dy = mg \int_0^h dy = mgh \quad \dots\dots\dots 4.29$$

4.5 งานและพลังงาน

ในกรณีที่วัตถุได้รับแรงกระทำคงตัว ซึ่งเป็นกรณีง่ายต่อการพิจารณาดังกล่าวข้างต้นแล้ว นั้น ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อ 2 แรงกระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่ง คงตัวด้วย ดังนั้น ถ้าวัตถุเคลื่อนที่จาก $x_i = 0$ ไปยัง $x_f = s$ ด้วยแรง F_x จะได้งานกระทำโดยแรงนี้ คือ

$$W = F_x s = (ma_x)s \quad \dots\dots\dots 4.30$$

$$\text{โดยที่ } s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t \quad \text{และ} \quad a_x = \frac{v_f - v_i}{t} \quad \dots\dots\dots 4.31$$

เมื่อแทนค่าความสัมพันธ์ในสมการ 4.31 ลงใน 4.30 จะได้

$$\begin{aligned} W &= m \frac{(v_f - v_i)}{t} \frac{1}{2}(v_i + v_f)t \\ &= \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \quad \dots\dots\dots 4.32 \end{aligned}$$

โดยผลคูณระหว่างครึ่งหนึ่งของมวลกับกำลังสองของอัตราเร็วของวัตถุ คือ

“พลังงานจลน์ (Kinetic energy)” ดังนี้

$$K \equiv \frac{1}{2} m v^2 \quad \dots\dots\dots 4.33$$

จะเห็นว่า งานที่แรงกระทำต่อวัตถุในสมการ 4.32 เท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไป นั่นคือ

$$W = K_f - K_i = \Delta K \quad \dots\dots\dots 4.34$$

จึงเรียกความสัมพันธ์ข้างต้นนี้ว่า “ทฤษฎีงาน-พลังงาน (Work-Energy Theorem)” ซึ่งกล่าวว่า “งานโดยแรงคงตัวซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้เกิดการเคลื่อนที่จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น”

ในกรณีทั่วไปแรงกระทำต่อวัตถุไม่คงตัว แต่จะเป็นไปตามทฤษฎีงาน-พลังงานเช่นเดียวกัน ดังจะแสดงให้เห็นจริงได้ต่อไปนี้ โดยพิจารณาแรงทั้งหมดกระทำต่อวัตถุในแกน x คือ ΣF_x และตามกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้ $\Sigma F_x = ma$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.20 จะได้

$$W_{\text{สุทธิ}} = \int_{x_i}^{x_f} (\Sigma F_x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma dx \quad \text{.....4.35}$$

เนื่องจาก F_x เปลี่ยนแปลงตาม x ดังนั้น ทั้งอัตราเร่ง a และอัตราเร็ว v จึงขึ้นอยู่กับ x ตามความสัมพันธ์ ดังนี้

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} \quad \text{.....4.36}$$

โดยการแทนค่า 4.36 ลงใน 4.35 จะได้

$$W_{\text{สุทธิ}} = \int_{x_i}^{x_f} mv \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_i}^{v_f} mv dv = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \quad \text{.....4.37}$$

นอกจากนั้น ถ้าหากวัตถุได้รับแรงกระทำไม่คงตัวทั้งขนาดและทิศทาง ซึ่งจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้ง ดังที่ได้ศึกษาแล้วในตอนที่ 4.3 และ 4.4 จะเป็นไปตามทฤษฎีงาน-พลังงานด้วย ซึ่งจะสรุปตามทฤษฎีงาน-พลังงานได้ว่า

1. งานโดยแรงใด ๆ กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น
2. ถ้างานสุทธิเป็นบวกจะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุเพิ่มขึ้น ($K_f > K_i$) นั่นคืออัตราเร็วของวัตถุจะมากขึ้น
3. ถ้างานสุทธิเป็นลบ จะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุลดลง ($K_f < K_i$) นั่นคืออัตราเร็วของวัตถุจะลดลง
4. งานที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วลดลงจนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง คือ พลังงานจลน์ของวัตถุ (จากบทสรุปข้อ 3)

ตัวอย่าง 4.6 แท่งวัตถุมวล 6 กิโลกรัม ถูกลากไปบนพื้นเรียบด้วยแรงคงตัวในแนวระนาบ 12 นิวตัน ทำให้วัตถุซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นนั้นเคลื่อนที่ไปทางขวา เป็นระยะทาง 3 เมตร จงหาอัตราเร็วของวัตถุในตอนสุดท้ายในกรณีดังนี้

- ก. ไม่คิดแรงเสียดทาน ($\mu_k = 0$)
- ข. พื้นขรุขระ ($\mu_k = 0.15$)

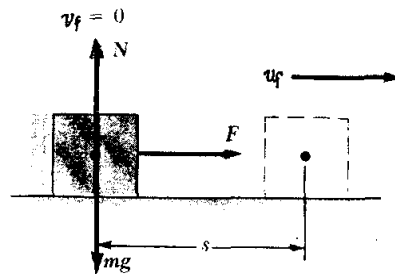
วิธีทำ f1. พิจารณารูปที่ 4.10 (f1) และแทนค่าลงในสมการ 4.1 และ 4.34 จะได้

$$W_F = Fs = (12 \text{ N})(3 \text{ m}) = 36 \text{ N.m} = 36 \text{ J}$$

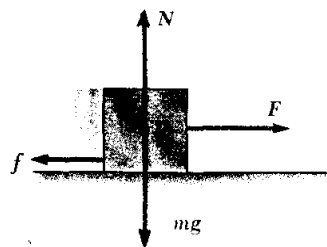
และ $W_F = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 = 36 \text{ J}$

$$v_f^2 = \frac{2(36 \text{ J})}{6 \text{ kg}} = 12 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v_f = 3.46 \text{ m.s}^{-1}$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.10 ตามข้อมูลในตัวอย่าง 4.6

(ก) วัตถุถูกลากไปบนพื้นเรียบด้วยแรงในแนวระนาบไปทางขวา

(ข) วัตถุถูกลากไปบนพื้นขรุขระ

ข. พิจารณารูปที่ 4.10 (ข) และแทนค่าลงในสมการ 4.3 และ 4.34 จะได้

$$\begin{aligned} W_f &= -fs = -\mu mgs = (-0.15)(6 \text{ kg})(9.8 \text{ m.s}^{-2})(3 \text{ m}) \\ &= -26.5 \text{ J} \end{aligned}$$

และ $W_{\text{สุทธิ}} = W_F + W_f = 36.0 \text{ J} - 26.5 \text{ J} = 9.50 \text{ J} = \frac{1}{2} m v_f^2$

$$v_f^2 = \frac{2W_{\text{สุทธิ}}}{m} = \frac{19}{6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$v_f = 1.78 \text{ m.s}^{-1}$$

ตัวอย่าง 4.7 จงหาอัตราเร่งของวัตถุในตัวอย่าง 4.6 ทั้งสองกรณี

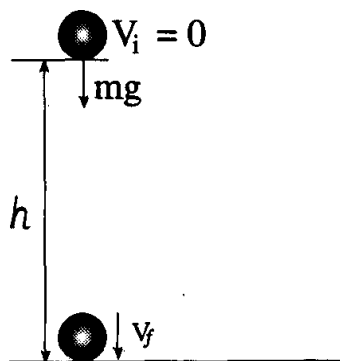
วิธีทำ โดยอาศัยกฎข้อที่สองของนิวตัน และแทนค่าลงในสมการดังต่อไปนี้

$$\text{ก. } a = \frac{F}{m} = \frac{12 \text{ N}}{6 \text{ kg}} = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{ข. } a = \frac{F-f}{m} = \frac{(12-8.82)\text{N}}{6} = 0.53 \text{ m.s}^{-2}$$

ตัวอย่าง 4.8 วัตถุหนึ่งถูกปล่อยให้ตกจากระดับความสูง h เหนือพื้นดิน จงหาพลังงานจลน์ ขณะที่วัตถุจะกระทบพื้นพอดี สมมติว่าแรงโน้มถ่วงเป็นแรงคงตัว

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.11 และแทนค่าลงในสมการ 4.1 และ 4.34 จะได้



$$\text{งานโดยแรงโน้มถ่วง } w = Fs = mgh$$

$$\text{และ } W = K_f \quad K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 = mgh$$

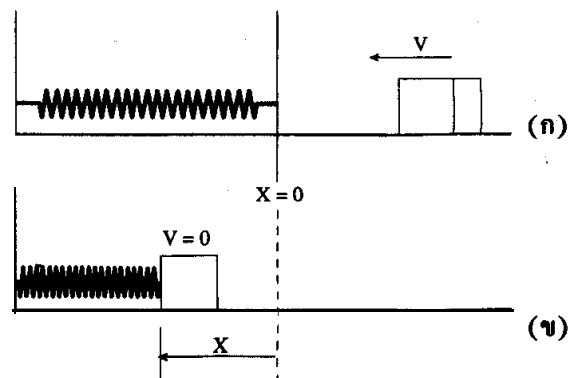
$$v_f^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

รูปที่ 4.11 ตามตัวอย่าง 4.8

ตัวอย่าง 4.9 แท่งวัตถุหนัก 3.63 กิโลกรัม เลื่อนไถลไปบนพื้นเรียบด้วยอัตราเร็ว 1.22 เมตร.วินาที⁻¹ ภายหลังจากชนกับสปริงซึ่งวางทางอยู่จึงหยุด จงหาระยะการอัดของสปริงซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง = 3.67 นิวตัน.เมตร⁻¹

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.12 และแทนค่าลงในสมการ 4.33 และงานในการอัดสปริงตามตัวอย่าง 4.4 คือ $W = \frac{1}{2} kx^2$ จะได้



รูปที่ 4.12 (ก) วัตถุเลื่อนไถลไปบนพื้นเรียบด้วยอัตราเร็วคงตัว
(ข) วัตถุอัดสปริง จนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง

พลังงานจลน์ของวัตถุ $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(w/g) v^2$ 4.38

งานโดยวัตถุกระทำต่อสปริง $W = \frac{1}{2} kx^2$ 4.39

โดยอาศัยทศรูปข้อ 4 จากทฤษฎีงาน-พลังงานดังกล่าวข้างต้น ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} kx^2 &= \frac{1}{2}(w/g) v^2 \\ \text{หรือ} \quad x &= v \sqrt{\frac{w}{gk}} = 1.22 \sqrt{\frac{3.63}{(9.8)(3.67)}} \\ &= 0.39 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

กิจกรรม 4.2

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 4.6, 4.7, 4.8 และ 4.9 ว่าเป็นไปตามทฤษฎีงาน-พลังงานอย่างไร

4.6 กำลังงาน

นอกจากจะพิจารณางานที่กระทำโดยแรงใดๆ ต่อวัตถุทั้งหมดแล้ว ในบางกรณีจำเป็นที่จะต้องคำนึงถึงอัตราการทำงานในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งเรียกว่า “กำลังงาน” โดยหมายถึง อัตราการถ่ายโอนพลังงานด้วย จึงจะได้พิจารณาโดยละเอียดต่อไปนี้

เมื่อวัตถุได้รับแรงกระทำ จะหางานที่กระทำโดยแรงนี้ในช่วงเวลาใดๆ คิดเป็นอัตราส่วนของงานต่อเวลา จะได้ “กำลังงานเฉลี่ย”

$$P_{\text{เฉลี่ย}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{.....4.40}$$

และ “กำลังงานในขณะใดๆ”

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \text{.....4.41}$$

โดยอาศัยสมการ 4.5 แทนค่าลงในสมการข้างต้นนี้ จะได้

$$P = \frac{dW}{dt} = F \cdot \frac{ds}{dt} = F \cdot v \quad \text{.....4.42}$$

ในกรณีที่กำลังงานคงตัวในช่วงเวลาหนึ่ง นั่นคือ

$$P = \bar{P} \quad \text{.....4.43}$$

ดังนั้น

$$W = Pt \quad \text{.....4.44}$$

นอกจากนี้ ตามบทสรุปทฤษฎีงาน-พลังงาน ข้อ 2 กล่าวว่า “งานโดยแรงใดๆ กระทำต่อวัตถุ (งานสุทธิเป็นบวก) จะทำให้พลังงานของวัตถุเพิ่มขึ้น” ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า กำลังงาน คือ อัตราการถ่ายโอนพลังงาน ดังกล่าวแล้วข้างต้น

ตามความสัมพันธ์ข้างต้นสำหรับกำลังงาน จะเห็นว่ากำลังงานมีหน่วยเป็นจูล.วินาที⁻¹ ในระบบเอสไอซึ่งเรียกว่า “วัตต์ (watt)” เพื่อเป็นเกียรติแก่ เจมส์ วัตต์ ผู้ประดิษฐ์เครื่องยนต์ไอน้ำ ซึ่งก่อให้เกิดการพัฒนาการประดิษฐ์เครื่องยนต์ต่างๆ มาจนกระทั่งปัจจุบันนี้ แต่เขาเองกำหนดกำลังงานของเครื่องยนต์โดยเปรียบเทียบกับกำลังม้า โดยที่ 1 กำลังม้า = 746 วัตต์ และยังคงใช้อยู่นับแต่นั้นเป็นต้นมา

หน่วยของกำลังงานในระบบเอสไอดังกล่าวข้างต้นจึงเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 1 \text{ วัตต์} &= 1 \text{ จูล.วินาที}^{-1} \\ &= 1 \text{ กิโลกรัม.เมตร}^2\text{.วินาที}^{-3} \end{aligned}$$

ในการคำนวณหาพลังงานหรืองานอาจหาจากกำลังงานในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งนิยมใช้หน่วย “กิโลวัตต์-ชั่วโมง (Kilowatt-hour, kwh)” โดยหมายถึงพลังงานหรืองานซึ่งเปลี่ยนไปหรือใช้ไปใน 1 ชั่วโมง ด้วยอัตรา 1 กิโลวัตต์ เทียบเท่ากับปริมาณในหน่วยจูล ดังนี้

$$1 \text{ กิโลวัตต์-ชั่วโมง} = (10^3 \text{ วัตต์})(3600 \text{ วินาที}) = 3.6 \times 10^6 \text{ จูล}$$

ตัวอย่าง 4.10 รถยนต์คันหนึ่งใช้กำลังงาน 100 กำลังม้า แล่นด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตร.ชั่วโมง⁻¹ จงหาขนาดของแรงกระทำโดยเครื่องยนต์ซึ่งทำให้รถยนต์นี้เคลื่อนที่ไป

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ 4.42 จะได้

$$F = \frac{P}{v} = \frac{100 \times 746}{60 \times 10^3 \div 3600} = 4476 \text{ N}$$

ตัวอย่าง 4.11 รถยนต์นั่งขนาดจีวคันหนึ่งมีมวล 800 กิโลกรัม และมีประสิทธิภาพร้อยละ 14 จงหาปริมาณน้ำมันที่ต้องใช้ในการเร่งเครื่องยนต์ให้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 27 เมตร.วินาที⁻¹ จากการจอดนิ่งอยู่กับที่ โดยพิจารณาจากการเทียบพลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร. เท่ากับ 3.43×10^7 จูล

วิธีทำ พิจารณาพลังงานที่ใช้ในการเร่งเครื่องยนต์จากการจอดนิ่งอยู่กับที่ เพื่อให้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v คือ พลังงานจลน์, $\frac{1}{2}mv^2$ ตามสมการ 4.27 และแทนค่า จะได้

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(800 \text{ kg})(27\text{ms}^{-1})^2 = 2.9 \times 10^5 \text{ J}$$

เนื่องจากประสิทธิภาพของรถยนต์มีเพียงร้อยละ 14 ดังนั้น พลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร จะไม่เท่ากับ 3.43×10^7 จูล แต่จะได้เพียงร้อยละ 14 ของค่านี้คือ $(0.14)(3.43 \times 10^7 \text{ J}) = 4.8 \times 10^6 \text{ J}$ ดังนั้น ในการเร่งเครื่องยนต์โดยใช้พลังงานจลน์ 2.9×10^5 จูล จึงต้องใช้น้ำมันเป็นปริมาณ ดังนี้

$$\text{ปริมาณน้ำมัน} = \frac{2.9 \times 10^5 \text{ J}}{4.8 \times 10^6 \text{ J.l}^{-1}} = 0.06 \text{ l}$$

นั่นคือ การเร่งเครื่องยนต์เพื่อขับเคลื่อนออกจากตำแหน่งที่จอดอยู่แต่ละครั้งจะต้องใช้น้ำมันประมาณไม่ต่ำกว่า 0.06 ลิตร จึงสิ้นเปลืองน้ำมันไปไม่น้อยในการหยุดรถและออกรถใหม่ทุกครั้ง และถ้าหากเร่งเครื่องยนต์มากเท่าใดเพื่อเคลื่อนรถออกไปจะสูญเสียน้ำมันมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะในกรณีนี้การขับเคลื่อนออกไปบ่อยครั้งถึง 16 ครั้ง จะทำให้น้ำมันหมดไปได้ 1 ลิตร จึงเห็นได้ว่าการเดินทางในสภาพจราจรติดขัดจะต้องหยุดรถหลายครั้งกว่าจะถึงจุดหมายปลายทาง

ทำให้สูญเสียพลังงานไปโดยเปล่าประโยชน์เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้าหากผู้ขับขี่เร่งเครื่องยนต์มากเกินไปในการขับเคลื่อน จะยิ่งทำให้สิ้นเปลืองน้ำมันมากขึ้นด้วยนั้น ด้วยเหตุนี้ จึงควรชะลอรถให้เคลื่อนไปอย่างช้าๆ ในที่คับขันดีกว่าที่จะเร่งเครื่องยนต์ให้แล่นอย่างรีบร้อนขณะที่เห็นว่ามิช่องทางให้เคลื่อนไปได้บ้าง แต่แล้วต้องจอดอย่างกะทันหันเมื่อไม่มีทางไป และในที่สุดจะต้องเริ่มขับเคลื่อนออกไปใหม่เรื่อยไปตลอดทาง

ตัวอย่าง 4.12 จงหากำลังงานของรถยนต์ในตัวอย่าง 4.11 ซึ่งมีอัตราการใช้น้ำมัน 15 กิโลเมตรต่อลิตร เมื่อแล่นด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตร.ชั่วโมง⁻¹

วิธีทำ พิจารณาอัตราการใช้น้ำมันของรถยนต์ข้างต้น จะเห็นว่าสิ้นเปลืองน้ำมันในอัตรา 90/15=6 ลิตรต่อชั่วโมง และเนื่องจากน้ำมัน 1 ลิตรเทียบเท่ากับ 3.43×10^7 จูล ดังนั้น รถยนต์จะใช้กำลังงานทั้งหมด

$$\begin{aligned} P_{\text{ทั้งหมด}} &= \frac{(6 \text{ l.hr}^{-1})(3.43 \times 10^7 \text{ J. l}^{-1})}{3.6 \times 10^3 \text{ s.hr}^{-1}} \\ &= \frac{2.06 \times 10^8 \text{ J}}{3.6 \times 10^3 \text{ s}} = 5.7 \times 10^4 \text{ W} = 57 \text{ kW} \end{aligned}$$

แต่จากตัวอย่าง 4.11 ระบุว่ารถยนต์มีประสิทธิภาพร้อยละ 14 นั่นคือ กำลังงานของรถยนต์ที่ใช้ในการขับเคลื่อน

$$P = (0.14)(57 \text{ กิโลวัตต์}) = 8 \text{ กิโลวัตต์}$$

4.7 กฎการคงตัวของพลังงาน

ตามที่ได้ศึกษาในตอนต้นที่ 4.5 แล้วว่างานโดยแรงใด ๆ กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น นั่นคือ

$$W = \Delta K \quad \text{.....4.45}$$

โดยที่พลังงานจลน์ของวัตถุจะเพิ่มขึ้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วมากขึ้น และงานนี้เกิดจากแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุ แต่โดยทั่วไปยังมีแรงอื่น ๆ กระทำต่อวัตถุซึ่งก่อให้เกิดงานโดยแรงนั้นๆ และพลังงานในรูปอื่นๆ อีกด้วย ดังเช่นแรงคืนตัวของสปริงในตัวอย่าง 4.4 ทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับคืนสู่ตำแหน่งสมดุล เช่นเดียวกับแรงโน้มถ่วงในตัวอย่าง 4.5 ทำให้ลูกตุ้มแกว่งสู่ตำแหน่งสมดุล ซึ่งนับว่าเป็นศักย์ภาพของสปริงและความโน้มถ่วงของโลกจึงเกิดงานโดยแรงดังกล่าวและพลังงานแฝงเรียกว่า “พลังงานศักย์ (potential energy, U)” ดังจะเห็นว่าวัตถุที่ผูกติดกับสปริงเมื่อสปริงถูกอัดจนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง จะเริ่มเคลื่อนที่กลับคืนสู่ตำแหน่งสมดุลทำให้สปริงถูกขยายยืดออก จึงเป็นการ

เปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์เป็นพลังงานจลน์ และในทางที่กลับกันด้วย เช่นเดียวกับลูกตุ้มจะเคลื่อนที่จากตำแหน่งสูงสุดกลับสู่ตำแหน่งสมดุล โดยพลังงานศักย์จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ และพลังงานจลน์จะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์สลับกันไปมา นั่นคือ เมื่อพลังงานจลน์ลดลงจะทำให้พลังงานศักย์เพิ่มขึ้น และในทางตรงกันข้ามเช่นเดียวกัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพลังงานทั้งสองรวมกันเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$\Delta K + \Delta U = 0 \quad \text{.....4.46}$$

โดยอีกนัยหนึ่ง อาจกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในปริมาณที่เท่ากันแต่เป็นไปในทางตรงข้ามกัน ซึ่งจะทำให้ผลรวมของปริมาณทั้งสองในขณะใด ๆ มีค่าคงตัว ฉะนั้น จากสมการ 4.46 จะได้

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\text{หรือ } \Delta K + \Delta U = \Delta(K + U) = 0 \quad \text{.....4.47}$$

$$\text{และ } K_i + U_i = K_f + U_f \quad \text{.....4.48}$$

ความสัมพันธ์ตามสมการ 4.48 คือ “กฎการคงตัวของพลังงานเชิงกล (law of conservation of mechanical energy)” ซึ่งอาจเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$E_i = E_f \quad \text{.....4.49}$$

$$\text{โดยที่ } E \equiv K + U \quad \text{.....4.50}$$

ทั้งนี้ กฎการคงตัวของพลังงานกลกล่าวว่า

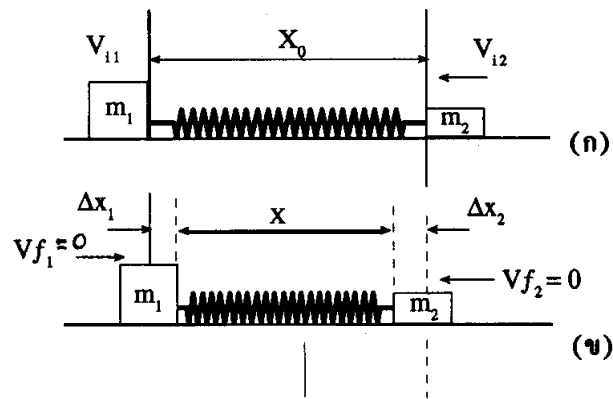
“พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว”

ตัวอย่าง 4.13 วัตถุมวล 10 กิโลกรัม เคลื่อนไถลไปทางขวา ด้วยอัตราเร็ว 2 เมตร.วินาที⁻¹ บนพื้นเรียบ และปะทะกับวัตถุมวล 4 กิโลกรัม ซึ่งเคลื่อนไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็ว 5 เมตร.วินาที⁻¹ ในลักษณะเดียวกัน โดยอาศัยสปริงซึ่งมีความยาวปกติ 0.5 เมตร และค่าคงตัวของสปริง $k = 1.4 \times 10^4$ นิวตัน.เมตร⁻¹ เป็นเครื่องกันกระแทกระหว่างวัตถุทั้งสอง จงหา

ก. การเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในขณะสปริงถูกอัดอย่างเต็มที่

ข. ความยาวของสปริงในข้อ ก.

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.13 และพิจารณาขณะที่สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่ จนกระทั่งวัตถุทั้งสอง



รูปที่ 4.13 วัตถุมวลต่างกันเคลื่อนที่บนพื้นเรียบโดยมีสปริงเบาๆระหว่างวัตถุทั้งสอง
(ก) สปริงมีความยาวปกติ และ
(ข) สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่

หยุดนิ่งชั่วขณะก่อนที่สปริงจะยืดกลับสู่ตำแหน่งสมดุลในรูป 4.13 (ข) ดังนั้น พลังงานจลน์ของวัตถุทั้งสองเมื่อเริ่มต้นในรูป 4.13 (ก) รวมกันทั้งหมดจะกลายเป็นพลังงานศักย์ และจะหาพลังงานจลน์เริ่มต้นทั้งหมดจากการแทนค่าลงในสมการ 4.34

$$\Delta K = (\Delta K)_1 + (\Delta K)_2 = -\frac{1}{2}(10)(2)^2 - \frac{1}{2}(4)(5)^2 = -70 \text{ J}$$

ฉะนั้น พลังงานศักย์ของระบบจะเพิ่มขึ้น +70 J จากการที่สปริงถูกอัดโดยที่พลังงานศักย์ของสปริงขณะที่มีความยาวปกติเป็นศูนย์ ดังนั้น พลังงานศักย์ในขณะที่สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่ = 70 จูล

ข. พิจารณารูปที่ 4.13 (ข) และแทนค่าลงในความสัมพันธ์สำหรับงานโดยแรงคืดตัวของสปริง ดังในตัวอย่าง 4.4 และ 4.9 คือ $W = \frac{1}{2}kx^2$ ซึ่งเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ของสปริง นั่นคือ

$$\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(1.4 \times 10^4)(\Delta x)^2 = 70 \text{ J}$$

$$\text{จะได้ } \Delta x = \sqrt{\frac{2 \times 70}{1.4 \times 10^4}} = 0.1 \text{ m}$$

ดังนั้น ความยาวของสปริงขณะที่ถูกอัดอย่างเต็มที่ คือ

$$x = x_0 - \Delta x = 0.5 - 0.1 = 0.4 \text{ m}$$

ตัวอย่าง 4.14 วัตถุมวล 8 กิโลกรัม 2 ชิ้น ซึ่งเหมือนกันทุกประการเลื่อนไถลด้วยอัตราเร็ว 3 เมตร.วินาที⁻¹ ทั้งคู่ไปบนพื้นเรียบในทิศทางสวนทางกันและพุ่งชนกันอย่างเต็มที่ โดยอาศัยสปริงความยาวปกติ 0.25 เมตร และค่าคงตัวของสปริง $k = 3.2 \times 10^4$ นิวตัน.เมตร⁻¹ สำหรับเป็นเครื่องกันกระแทกระหว่างวัตถุทั้งสอง จงหาอัตราเร็วของแต่ละวัตถุในขณะที่สปริงถูกอัดจนมีความยาวเหลือเพียง 0.2 เมตร

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ 4.46 โดยพลังงานจลน์ทั้งหมดของระบบเมื่อเริ่มต้นคือ

$$\Delta K_i = 2 \left(\frac{1}{2} m v_i^2 \right) = 2 \left(\frac{1}{2} \right) (8 \text{ kg}) (3 \text{ m.s}^{-1})^2 = 72 \text{ J}$$

และพลังงานศักย์ของสปริงขณะที่ถูกอัดไป 0.05 เมตร คือ

$$\Delta U = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} (3.2 \times 10^4) (0.05)^2 = 40 \text{ J}$$

เนื่องจาก $\Delta K + \Delta U = 0$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad [2 \left(\frac{1}{2} m v_f^2 \right) - 2 \left(\frac{1}{2} m v_i^2 \right)] + [\frac{1}{2} k (\Delta x)^2 - 0] &= 0 \\ (8 v_f^2 - 72) + (40 - 0) &= 0 \end{aligned}$$

จะได้ อัตราเร็วของแต่ละวัตถุในขณะนั้น $v_f = 2$ เมตร.วินาที⁻¹

ตัวอย่าง 4.15 วัตถุมวล 2 กิโลกรัม ถูกยิงขึ้นไปในแนวตั้งจากชายคาตึกด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น 12 เมตร.วินาที⁻¹ จงหาพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปของระบบซึ่งประกอบด้วยโลกและวัตถุ และอัตราเร็วของวัตถุ เมื่อ

ก. วัตถุลอยอยู่เหนือตึกขึ้นไป 5 เมตร

ข. วัตถุตกลงไปต่ำกว่าหลังคาตึก 5 เมตร

วิธีทำ ก. พิจารณาพลังงานจลน์ของวัตถุขณะที่พุ่งขึ้นไปจะลดลงตามลำดับจนเป็นศูนย์เมื่อขึ้นไปได้สูงสุดก่อนที่จะตกลงมา โดยพลังงานจลน์จะลดลงแต่พลังงานศักย์จะเพิ่มขึ้น ตามกฎการคงตัวของพลังงาน ดังนี้

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 = -mg\Delta h$$

$$\frac{1}{2} (2) v_f^2 - \frac{1}{2} (2) (12)^2 = -(2)(9.8)(5)$$

$$v_f^2 = -98 + 144 = 46$$

$$v_f = \sqrt{46} = 6.8 \text{ m.s}^{-1}$$

ดังนั้น พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป = 98 จูล

และ อัตราเร็วของวัตถุ = 6.8 เมตร.วินาที⁻¹

ข. พิจารณาตามกฎการคงตัวของพลังงาน จะได้ว่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์จะเปลี่ยนไปเท่ากันกับในข้อ ก. แต่เปลี่ยนไปในทางตรงกันข้าม เนื่องจากกระยะทางขึ้นไปและตกลงมาเท่ากัน ดังนั้น

$$\begin{aligned} \text{พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป} &= -98 \text{ จูล} \\ \text{และจาก} \quad \Delta K &= -\Delta U \\ \text{จะได้} \quad \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 &= -mg\Delta h \\ \frac{1}{2}(2)v_f^2 - \frac{1}{2}(2)(12)^2 &= -(-9.8) \\ \text{อัตราเร็วของวัตถุ} \quad v_f &= \sqrt{98 + 144} = 15.5 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

ในกรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุหลายแรงด้วยกันทำให้เกิดงานจากแรงแต่ละแรงจะเขียนสมการ 4.45 เสียใหม่ได้ดังนี้

$$W_1 + W_2 + \dots + W_n = \Delta K \quad \dots\dots 4.51$$

เนื่องจากงานที่เกิดจากแรงทั้งหมดอาจจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. งานเนื่องจากแรงอนุรักษ์ (conservative forces), ΣW_c โดยที่แรงอนุรักษ์หมายถึงแรงซึ่งกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ระหว่าง 2 จุด จะก่อให้เกิดงานซึ่งไม่ขึ้นกับเส้นทางระหว่างจุดทั้งสอง
2. งานเนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์ (nonconservative forces), ΣW_{nc} โดยที่แรงไม่อนุรักษ์หมายถึง แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ระหว่าง 2 จุด จะก่อให้เกิดงานซึ่งขึ้นกับเส้นทางระหว่างจุดทั้งสอง
3. งานเนื่องจากแรงเสียดทาน (friction), W_f โดยที่แรงเสียดทานจะเกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุขณะเคลื่อนที่ ทำให้เกิดความต้านทานการเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ

จึงเขียนสมการ 4.51 ได้ว่า

$$\Sigma W_c + W_f + \Sigma W_{nc} = \Delta K \quad \dots\dots 4.52$$

โดยที่แรงอนุรักษ์เกี่ยวข้องกับพลังงานศักย์ ดังจะได้พิจารณาในตอนต่อไป และความเสียดทานเกี่ยวข้องกับความร้อน ดังจะเห็นได้ว่าเมื่อเกิดความเสียดทานจะทำให้เกิดพลังงานความร้อนขึ้นด้วย นั่นคือ

$$\Sigma W_c = -\Sigma \Delta U$$

$$\text{และ} \quad W_f = -Q$$

จะได้ว่าสมการ 4.52 คือ

$$\Sigma W_{nc} = \Delta K + \Sigma \Delta U + Q \quad \dots\dots 4.53$$

แต่เนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์จะก่อให้เกิดพลังงานรูปอื่นๆ จึงจะเขียนสมการ 4.53 ได้ดังนี้

$$\Delta K + \Sigma \Delta U + Q + (\text{การเปลี่ยนแปลงพลังงานรูปอื่นๆ}) = 0 \quad \text{.....4.54}$$

ความสัมพันธ์ในสมการ 4.54 จึงเป็นไปตามกฎการคงตัวของพลังงาน ซึ่งกล่าวโดยทั่วไปได้ว่า

“พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว”

กิจกรรม 4.8

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 4.13, 4.14 และ 4.16 ว่าเป็นไปตามกฎการคงตัวของพลังงานอย่างไร

4.8 แรงอนุรักษ์และพลังงานศักย์

ตามความหมายของแรงอนุรักษ์คือ แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งแล้วก่อให้เกิดงานไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุดทั้งสอง ดังกล่าวแล้วในตอนก่อนหน้านี้ งานในที่นี้จึงขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวัตถุเมื่อเริ่มต้นกับในตอนสุดท้าย โดยการพิจารณาสมการ 4.45 และ 4.46 จะได้

$$W = \Delta K = -\Delta U \quad \text{.....4.55}$$

$$\text{ดังนั้น } W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U = U_i - U_f \quad \text{.....4.56}$$

นั่นคือ “งานโดยแรงอนุรักษ์เท่ากับค่าลบของพลังงานศักย์ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากแรงนั้น”

ในกรณีที่ระบบเกิดการกระจัดแต่เพียงเล็กน้อยเป็นระยะ dx จะเขียนพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเสียใหม่ ดังนี้

$$dU = -F_x dx \quad \text{.....4.57}$$

ดังนั้น แรงอนุรักษ์จึงเกี่ยวข้องกับพลังงานศักย์ตามความสัมพันธ์ ดังนี้

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \quad \text{.....4.58}$$

ตามความสัมพันธ์ข้างต้นนี้จะเห็นว่า “แรงอนุรักษ์เท่ากับอัตราการลดลงของพลังงานศักย์ต่อระยะการกระจัดที่เพิ่มขึ้น” และจะหาแรงอนุรักษ์ใดๆ ได้จากความสัมพันธ์นี้ เมื่อทราบค่าพลังงานศักย์ที่เกี่ยวข้องกับแรงอนุรักษ์นั้นเป็นฟังก์ชันของการกระจัดหรือปริมาณอย่างใด ตัวอย่างเช่น

พลังงานศักย์ของสปริงดังที่ได้พิจารณาแล้วคือ

$$U_{\text{สปริง}} = \frac{1}{2} kx^2 \quad \dots\dots\dots 4.59$$

โดยการแทนค่าลงในสมการ 4.58 จะได้

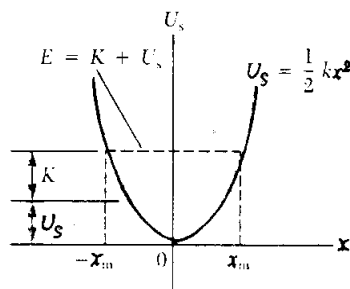
$$F_{\text{สปริง}} = \frac{-d(\frac{1}{2}kx^2)}{dx} = -kx \quad \dots\dots\dots 4.60$$

และสำหรับพลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก คือ

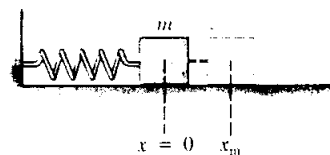
$$U_{\text{โน้มถ่วง}} = mgh \quad \dots\dots\dots 4.61$$

$$\text{ดังนั้น} \quad F_{\text{โน้มถ่วง}} = -mg \quad \dots\dots\dots 4.62$$

นอกจากพลังงานศักย์จะมีความสำคัญในการหาแรงอนุรักษ์ดังกล่าวแล้วข้างต้น การศึกษาพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไปในระบบหนึ่งๆ จะช่วยให้สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของระบบนั้นๆ ได้โดยง่าย ตัวอย่างเช่น ระบบวัตถุกับสปริงจะเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด ดังรูปที่ 4.14 ตามความสัมพันธ์ในสมการ 4.59 จะได้กราฟเป็นเส้นไฮเพอร์โบลา ซึ่งมีความชันเท่ากับแรงคืนตัวของสปริง จะเห็นว่า เมื่อวัตถุหยุดนิ่งที่จุดสมดุล ($x = 0$) โดย $F = 0$ วัตถุจะอยู่ที่จุดนี้ถ้าหากไม่มีแรงกระทำจากภายนอก แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อสปริงให้ยืดออกไปจากตำแหน่งสมดุลไปทางที่ x เป็นบวก จะได้ว่าความชัน dU/dx เป็นบวก ดังนั้น F เป็นลบ จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับไปสู่ตำแหน่งสมดุลด้วยอัตราเร่ง ในทางตรงกันข้าม ถ้าหากสปริงถูก



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.14 (ก) กราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด x สำหรับระบบวัตถุกับสปริงใน
(ข) โดยวัตถุจะแกว่งกลับไปกลับมาระหว่างจุดย้อนกลับ ซึ่งมีพิกัด $x = \pm X_m$

อัดไปทางที่ x เป็นลบ และความชันเป็นลบ ดังนั้น $F_{สปริง}$ เป็นบวก จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับไปสู่ตำแหน่งสมดุลด้วยอัตราเร่งเช่นเดียวกัน โดยที่พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบรวมกันจะมีค่าคงที่ ดังจะเห็นว่า ขณะที่วัตถุอยู่ที่ตำแหน่งสมดุลจะมีพลังงานศักย์เป็นศูนย์ แต่จะมีพลังงานจลน์สูงสุด และเมื่อสปริงถูกอัดหรือยืดออกอย่างเต็มที่จะมีพลังงานศักย์สูงสุดแต่พลังงานจลน์เป็นศูนย์

การที่วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล $x = 0$ เนื่องจากแรงคืนตัวของสปริงหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า การเคลื่อนที่ออกไปจากตำแหน่งสมดุลนี้ก่อให้เกิดแรงกระทำให้วัตถุกลับสู่ $x = 0$ เสมอ จึงเรียกตำแหน่งนี้ว่า “สภาวะสมดุลเสถียร” ซึ่งโดยทั่วไปสภาวะสมดุลนี้จะตรงกันเมื่อพลังงานศักย์มีค่าต่ำสุด

กิจกรรม 4.4

ให้นักศึกษาแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด สำหรับระบบลูกตุ้มอย่างง่าย

สรุป

งานคือผลคูณของแรงกับระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ในทิศของแรงนั้น

โดยแรงกระทำคงตัว จะได้ว่า $W = Fs \cos \theta$ 4.2

โดยแรงไม่คงตัว จะได้ว่า $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$ (ในหนึ่งมิติ) 4.20

งานเป็นปริมาณสเกลาร์เมื่อมีหลายแรงกระทำต่อวัตถุ งานสุทธิจะเท่ากับผลรวมของงานโดยแต่ละแรงนั้น

งานโดยแรงกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุ

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \quad 4.33$$

ทฤษฎีงาน-พลังงาน กล่าวว่า งานโดยแรงคงตัวกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น

$$W = K_f - K_i = \frac{1}{2} mv_f^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 \quad 4.37$$

กำลังงานในขณะใด ๆ หมายถึงอัตราการทำงานในช่วงเวลานั้น ๆ

$$P = \frac{dw}{dt} = F \cdot v \quad 4.42$$

กฎการคงตัวของพลังงานเชิงกลกล่าวว่า พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว

$$E = K + U \quad 4.50$$

กฎการคงตัวของพลังงานโดยทั่วไป กล่าวว่า พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว

งานโดยแรงอนุรักษ์เท่ากับค่าลบของพลังงานศักย์ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากแรงนั้น

$$\int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U \quad 4.56$$

หรือ $U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x dx$

พลังงานศักย์ของสปริงซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง = k คือ

$$U_{\text{สปริง}} = \frac{1}{2} kx^2 \quad 4.59$$

พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมวล m อยู่เหนือระดับพื้นโลก = h คือ

$$U_{\text{โน้มถ่วง}} = mgh \quad 4.61$$

แบบฝึกหัดที่ 4

- 4.1 วัตถุมวล 10 กิโลกรัมถูกดึงขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยเชือก ซึ่งมีแรงตึงในเส้นเชือก 200 นิวตัน เป็นระยะทาง 3.2 เมตร จากตำแหน่งที่วัตถุหยุดนิ่งอยู่กับที่ จงหางานที่กระทำโดย

- (ก) แรงตึงในเส้นเชือก และ
- (ข) โดยน้ำหนักของวัตถุ
- (ค) จงหางานสุทธิ
- (ง) จงหาความเร็วของวัตถุเมื่อขึ้นไปถึงจุดสูงสุดของระยะ 3.2 เมตร

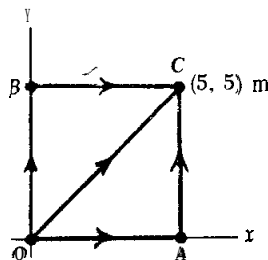
ตอบ ก. +640 N-m ข. -320 N-m ค. +320 N-m ง. 8 ms⁻¹

- 4.2 แรงกระทำต่อวัตถุในทิศตามแนวแกน x โดยแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทางจากจุดเริ่มต้น $F_x = (40 \text{ N-m}^2)/x^2$ จงหางานที่กระทำโดยแรงนี้ต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จาก $x = 8$ เมตร ไปยัง $x = 2$ เมตร ตามแกน x

ตอบ -15 N-m

- 4.3 วัตถุเคลื่อนที่บนระนาบ xy ด้วยแรง $F = (2y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j})$ นิวตัน โดยที่ x และ y มีหน่วยเป็นเมตร จากจุดเริ่มต้นไปยังตำแหน่ง $x = 5$ เมตร และ $y = 5$ เมตร ดังรูปที่ 4.15 จงหางานโดยแรง F กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามเส้นทาง

- (ก) OAC
- (ข) OBC
- (ค) OC
- (ง) แรง F เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่เพราะเหตุใด จงอธิบาย



รูปที่ 4.15 แบบฝึกหัด 4.3

ตอบ ก. 125 J ข. 50 J ค. 66.7 J ง. ไม่อนุรักษ์เนื่องจากงานไม่เท่ากันในแต่ละเส้นทาง ซึ่งแสดงว่างานขึ้นอยู่กับการเดินทาง

- 4.4 แรงในแนวระนาบขนาด 150 นิวตัน กระทำต่อวัตถุมวล 40 กิโลกรัม เพื่อลากวัตถุไปบนพื้นขรุขระในแนวระนาบเป็นระยะทาง 6 เมตร ด้วยอัตราเร็วคงตัว จงหา
- (ก) งานโดยแรง 150 นิวตัน
 - (ข) งานโดยแรงเสียดทาน
 - (ค) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์
- ตอบ ก. 900 J ข. -900 kJ ค. 0.383
- 4.5 มวล 4 กิโลกรัม แขนงเข้ากับสปริงเบาทำให้สปริงยืดออก 2.5 เซนติเมตร
- (ก) ถ้าหากล่อมวล 1.5 กิโลกรัมมาแทน จะทำให้สปริงยืดออกเท่าใด
 - (ข) จงหางานที่กระทำทำให้สปริงยืดออกจากความยาวปกติ 4 เซนติเมตร
- ตอบ ก. 0.938 cm. ข. 1.25 J
- 4.6 ถ้าหากต้องใช้งาน 4 จูลเพื่อทำให้สปริงยืดออก 10 เซนติเมตรจากความยาวปกติ จงหางานที่ต้องใช้เพื่อทำให้สปริงนี้ยืดออกไปอีก 10 เซนติเมตร
- ตอบ 12 J
- 4.7 ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม ปีนบันไดขึ้นไป 4 เมตรจากพื้น จงหางานที่กระทำโดยชายนี้
- ตอบ 2.35 kJ
- 4.8 เด็กคนหนึ่งพยายามคว้าเชือกยาว 16 เมตร ซึ่งแขวนกับกิ่งไม้สูง 18.5 เมตรเหนือพื้นดิน ในขณะที่เขายืนอยู่บนหลังคาบ้านซึ่งอยู่เหนือพื้น 5 เมตร เมื่อเขาจับเชือกได้แล้วโหนตัวออกไปจากหลังคา
- (ก) จงหาอัตราเร็วของเขาขณะที่อยู่ใกล้พื้นดินมากที่สุด
 - (ข) จงหาระยะในแนวระนาบที่เขาแกว่งตัวไปได้ไกลที่สุด
 - (ค) ถ้าเขาปล่อยเชือกขณะที่เชือกทำมุม 30 องศากับแนวดิ่ง หลังจากที่เขาแกว่งผ่านแนวดิ่งไปแล้ว จงหาอัตราเร็วเมื่อเขาลงสู่พื้นดิน
- ตอบ ก. 7 m.s^{-1} ข. 17.2 m ค. 9.9 m.s^{-1}

- 4.9 ลูกบอลมวล 0.3 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 15 เมตร.วินาที⁻¹
- (ก) จงหาพลังงานจลน์ของลูกบอล
 - (ข) ถ้าอัตราเร็วเป็นสองเท่าจะมีพลังงานจลน์เท่าใด
- ตอบ ก. 33.8 J ข. 135 J
- 4.10 ชายคนหนึ่งเข็นรถยนต์มวล 2500 กิโลกรัมออกจากที่จอดรถ จนกระทั่งรถมีอัตราเร็ว v โดยเขาทำงาน 5000 จูล ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานใดๆ
- (ก) จงหาอัตราเร็ว v ในตอนสุดท้าย
 - (ข) จงหาแรงกระทำต่อรถยนต์ในแนวระนาบ
- ตอบ ก. 2 m.s⁻¹ ข. 200 N
- 4.11 กล้องใบหนึ่งมีมวล 40 กิโลกรัมถูกผลักไป 5 เมตร จากตำแหน่งนี้อยู่กับที่บนพื้นระนาบ ขรุขระ ด้วยแรงกระทำคงตัวในแนวระนาบขนาด 130 นิวตัน ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของผิวสัมผัสระหว่างกล้องกับพื้นเป็น 0.3 จงหา
- (ก) งานโดยแรงกระทำ 130 นิวตัน
 - (ข) งานโดยแรงเสียดทาน
 - (ค) พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของกล้อง และ
 - (ง) อัตราเร็วสุดท้ายของกล้อง
- ตอบ ก. 650 J ข. -588 J ค. 62 J ง. 1.76 m.s⁻¹
- 4.12 รถยนต์มวล 1500 กิโลกรัม ถูกเร่งความเร็วอย่างสม่ำเสมอจากการขับเคลื่อนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง จนกระทั่งมีอัตราเร็ว 10 เมตร.วินาที⁻¹ ภายใน 3 วินาที จงหา
- (ก) งานกระทำต่อรถยนต์ภายในเวลานั้น
 - (ข) กำลังงานเฉลี่ยของเครื่องยนต์ใน 3 วินาทีแรกนี้
 - (ค) กำลังงานในขณะที่เวลาผ่านไป 2 วินาที
- ตอบ ก. 7.5×10^4 J ข. 2.5×10^4 W (=3.35 hp) ค. 3.33×10^4 W (=44.7 hp)
- 4.13 รถยนต์ขนาดเล็กมวล 900 กิโลกรัม มีประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ ร้อยละ 15 (พลังงานที่ได้จากน้ำมันเชื้อเพลิงร้อยละ 15 จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ของรถยนต์)
- (ก) ถ้าพลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร = 3.47×10^7 จูล จงหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ไปใน

การเร่งเครื่องยนต์จากตำแหน่งหยุดนิ่ง จนมีอัตราเร็วเป็น 24.6 เมตร.วินาที⁻¹ (88 กิโลเมตร.ชั่วโมง⁻¹)

(ข) จงหาจำนวนครั้งที่สามารถเร่งเครื่องยนต์ขับเคลื่อนออกไปดังกล่าวต่อน้ำมัน 1 ลิตร

(ค) ถ้าวहनนี้ใช้น้ำมันในอัตรา 16 กิโลเมตรต่อลิตร เมื่อแล่นด้วยความเร็ว 88 กิโลเมตร.ชั่วโมง⁻¹ จงหา กำลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อน (เพื่อเอาชนะความต้านทาน) ด้วยอัตราเร็วคงตัวนั้น

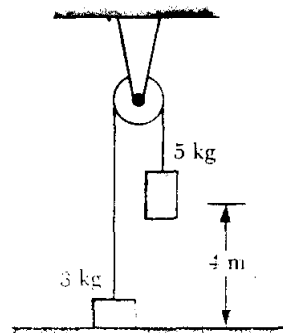
ตอบ ก. 0.05 ลิตร ข. 19 ค. 8 kW

4.14 มวล 3 กิโลกรัม และ 5 กิโลกรัม แขนงด้วยเชือกเบาคล้องเข้ากับลูกรอกเบาซึ่งไม่มีความเสียดทาน ดังรูปที่ 4.16 เมื่อปล่อยให้มวล 5 กิโลกรัม ตกลงมาจากจุดหนึ่งอยู่กับที่ โดยอาศัยกฎการคงตัวของพลังงาน จงหา

(ก) อัตราเร็วของมวล 3 กิโลกรัม ขณะที่มวล 5 กิโลกรัม ตกกระทบสู่พื้น

(ข) ระดับสูงสุดที่มวล 3 กิโลกรัม ถูกชักรอกขึ้นไป

ตอบ ก. 4.43 m.s⁻¹ ข. 5 m



รูปที่ 4.16 แบบฝึกหัด 4.14

4.15 แท่งวัตถุมวล 5 กิโลกรัม ถูกทำให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นลาดเอียงดังรูปที่ 4.17 ด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น 8 เมตร.วินาที⁻¹ จนกระทั่งหยุดนิ่งอยู่กับที่หลังจากเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 3 เมตร บนพื้นลาดซึ่งทำมุม 30 องศา กับพื้นระนาบ จงหา

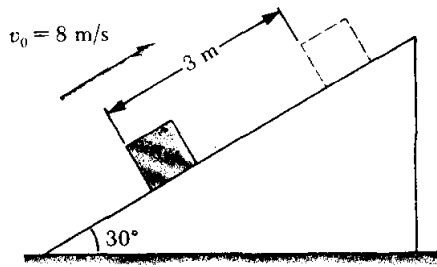
(ก) พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของวัตถุ

(ข) แรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุ

(ค) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ของผิวสัมผัส

(ง) พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป

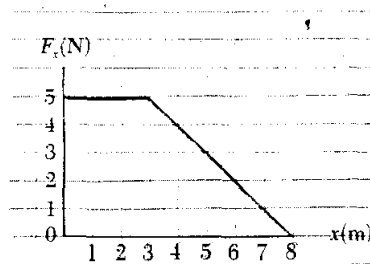
ตอบ ก. -160 J ข. 28.8 N ค. 0.679 ง. 73.5 J



รูปที่ 4.17 แบบฝึกหัด 4.15

- 4.16 มวล 3 กิโลกรัม ซึ่งหยุดนิ่งอยู่กับที่ผูกติดกับมวล 5 กิโลกรัม ด้วยเชือกพาดกับลูกรอก ดังรูปที่ 4.18 ถ้ามวล 5 กิโลกรัม ถูกปล่อยให้ตกลงไปจากตำแหน่งหยุดนิ่งอยู่กับที่ เป็นระยะทาง 1.5 เมตร จงหาอัตราเร็วของมวล 5 กิโลกรัม ในขณะนี้

ตอบ 3.74 m.s^{-1}



รูปที่ 4.18 แบบฝึกหัด 4.16

- 4.17 มวล 2.5 กิโลกรัมผูกติดกับสปริงเบาซึ่งมีค่า $k = 65 \text{ นิวตัน.เมตร}^{-1}$ เมื่อสปริงถูกยืดออกจากความยาวปกติ 10 เซนติเมตร ปรากฏว่าพลังงานจลน์ของมวลที่ผูกติดกับสปริงมีปริมาณเท่ากับพลังงานศักย์ของสปริง ถ้าระบบนี้ถูกปล่อยให้เคลื่อนที่อย่างอิสระบนพื้นระนาบเรียบ จงหาอัตราเร็วสูงสุดของมวล

ตอบ 0.72 m.s^{-1}

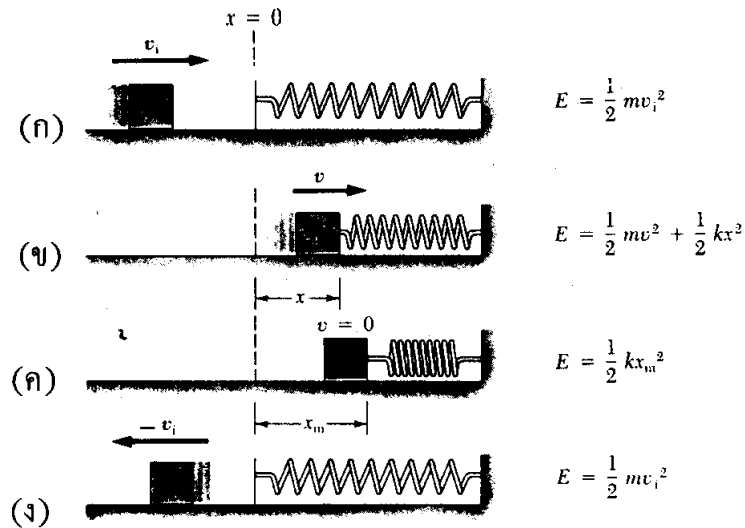
- 4.18 แท่งวัตถุมวล 8 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไถลไปบนพื้นระนาบขรุขระพุ่งชนเข้ากับสปริง ดังรูปที่ 4.19 โดยอัตราเร็วทันทีที่ชนคือ $4 \text{ เมตร.วินาที}^{-1}$ ขณะที่แท่งวัตถุกระดอนกลับไปทางซ้ายโดยสปริงยืดออกจนมีความยาวปกติ อัตราเร็วของแท่งวัตถุเป็น 3 เมตร.

วินาที⁻¹ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเป็น 0.4 จงหา

(ก) งานโดยความเสียดทานขณะที่แท่งวัตถุปะทะกับสปริง และ

(ข) ระยะมากที่สุดที่สปริงถูกอัด

ตอบ ก. -28 J ข. 0.45 m



รูปที่ 4.19 แบบฝึกหัด 4.18

4.19 แท่งวัตถุมวล 0.25 กิโลกรัมถูกวางอยู่บนสปริงซึ่งตั้งอยู่ในแนวตั้ง โดยมีค่าคงตัว $k = 5000$ นิวตัน.เมตร⁻¹ ทำให้สปริงถูกอัดลงไปจากความยาวปกติ 0.1 เมตร เมื่อปล่อยวัตถุจะทำให้สปริงดีดวัตถุขึ้นไป จงหาระยะสูงสุดจากตำแหน่งปล่อยวัตถุ

ตอบ 10.2 m

4.20 พลังงานศักย์ของระบบซึ่งประกอบด้วยวัตถุสองอันอยู่ห่างกันเป็นระยะ r คือ $U = A/r$ โดยที่ A คือค่าคงตัว จงหาแรงกระทำระหว่างวัตถุ

ตอบ A/r^2