# บทที่ 3
# แรง สภาพสมดุล และการเคลื่อนที่

## เค้าโครงเรื่อง

3.1 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

3.1.1 กฎของความเฉื่อย

3.1.2 กฎของความเร่ง

3.1.3 กฎของกิริยาและปฏิกิริยา

3.2 หน่วยของแรง มวล และน้ำหนัก

3.3 สภาพสมดุล

3.3.1 แรงจวบกัน

3.3.2 สภาพสมดุลของอนุภาคและวัตถุภายใต้แรงจวบกัน

3.3.3 แรงเสียดทาน

3.4 การประยุกต์กฎของการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

## สาระสำคัญ

1. กฎการเคลื่อนที่ของนิวตันมี 3 ข้อ คือ กฎของความเฉื่อย กฎของความเร่ง และกฎของกิริยาและปฏิกิริยา โดยกฎข้อ 1 และข้อ 2 เป็นจริงในกรอบอ้างอิงเฉื่อย

2. แรงในระบบเอสไอมีหน่วยเป็นนิวตัน โดยแรง 1 นิวตัน คือ แรงลัพธ์ที่ทำให้มวล 1 กิโลกรัมเกิดความเร่ง 1 เมตร-วินาที$^{-2}$ โดยน้ำหนักจะเป็นแรงซึ่งโลกดึงดูดวัตถุเข้าสู่ศูนย์กลางของโลกและมีหน่วยเป็นนิวตันด้วย

3. วัตถุจะอยู่ในสภาพสมดุลเมื่อแรงลัพธ์ของแรงจวบกันเป็นศูนย์

4. แรงเสียดทานสถิตสูงสุด $f_s$ ระหว่างวัตถุกับผิวขรุขระจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N นั่นคือ $f_s = \mu_s N$ โดย $\mu_s$ คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทานสถิต แต่โดยทั่วไป $f = \mu_s N$ เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ ซึ่งจะมีแรงเสียดทานจลน์ $f_k = \mu_k N$ โดย $\mu_k$ คือสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ ซึ่ง $\mu_k$ จะน้อยกว่า $\mu_s$

5. การนำกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันไปใช้ในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ จะต้องพิจารณาปัญหาให้ถ่องแท้ก่อนว่าจะนำความสัมพันธ์ F = ma ไปใช้กับวัตถุอะไร เมื่อได้คำตอบนี้แล้วจึงหาแรงทุกแรงที่กระทำกับวัตถุมวล m นั้น โดยการเขียนแผนภาพวัตถุอิสระ

**วัตถุประสงค์**

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. บรรยายกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน 3 ข้อ และอธิบายความหมายของกฎแต่ละข้อได้
2. ชี้แจงข้อแตกต่างระหว่างมวลและน้ำหนัก รวมทั้งแรงและหน่วยของปริมาณดังกล่าวได้
3. แสดงแผนภาพวัตถุอิสระของแรงที่กระทำกับวัตถุได้ โดยเฉพาะกรณีที่วัตถุได้รับแรงกระทำในขณะเดียวกันอย่างน้อย 3 แรงได้
4. ให้คำจำกัดความของแรงเสียดทานและอธิบายความแตกต่างระหว่างแรงเสียดทานสถิตกับแรงเสียดทานจลน์ และแสดงเงื่อนไขการสมดุลของอนุภาคได้
5. เขียนสมการการเคลื่อนที่ของมวลในระบบอย่างง่าย ดังเช่น ระบบซึ่งประกอบด้วยมวลสองมวลผูกเข้าไว้ด้วยกันด้วยเชือกเบาคล้องผ่านรอก ในขณะที่มวลหนึ่งเคลื่อนที่ไปตามระนาบเอียง และอีกมวลหนึ่งลอยแขวนอยู่ได้

ในชีวิตประจำวันเราพบว่ามีการเคลื่อนที่อยู่ตลอดเวลา การเคลื่อนที่ของเทหวัตถุเกิดจากผลของการดึงดูดระหว่างกันกับเทหวัตถุอื่น ๆ ที่อยู่รอบ ๆ การดึงดูดระหว่างกัน มีชื่อเรียกว่า **แรง** การศึกษาถึงกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ที่อธิบายการเคลื่อนที่อันเนื่องมาจากแรง เรียกว่า **พลศาสตร์** (dynamics)

ผู้ที่บุกเบิกคิดค้นถึงเหตุผล เพื่อหากฎเกณฑ์ที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ คือ **นิวตัน** (Sir Isaac Newton, 1642-1727) นิวตันได้สรุปเป็นกฎเกี่ยวกับแรงและการเคลื่อนที่ไว้ 3 ข้อ เรียกว่า กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน (Newton's laws of motion) กฎเหล่านี้ใช้ได้กับการเคลื่อนที่ของวัตถุทุกชนิด ตั้งแต่ชนิดที่มีขนาดใหญ่มาก เช่น โลก ดวงดาวต่าง ๆ จนถึงชนิดที่มีขนาดเล็กมาก โดยถือเสมือนว่าวัตถุนั้น ๆ เป็นอนุภาคได้

## 3.1 กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

**กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน** กล่าวว่า **อนุภาคทุกชนิด จะดำรงสภาพหยุดนิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ ตราบใดที่ไม่มีแรงภายนอกมากระทำ**

กฎนี้อาจเรียกว่า **กฎของความเฉื่อย** (Law of inertia)

**กฎข้อที่สองของนิวตัน** กล่าวว่า **ความเร่งของอนุภาคเป็นปฏิภาคโดยตรงกับแรงลัพธ์ที่กระทำต่ออนุภาค โดยมีทิศทางเดียวกัน และเป็นปฏิภาคผกผันกับมวลของอนุภาค**

กฎนี้เรียกว่า **กฎของความเร่ง** (Law of acceleration)

**กฎข้อที่สามของนิวตัน** กล่าวว่า **ทุกแรงปฏิกิริยาย่อมมีแรงกิริยา ซึ่งมีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศตรงข้ามกันเสมอ หรือ แรงกระทำซึ่งกันและกันของอนุภาค ย่อมมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศตรงข้าม**

กฎนี้เรียกว่า **กฎของกิริยาและปฏิกิริยา** (Law of action and reaction)

### 3.1.1 กฎของความเฉื่อย

จากการทดลองของกาลิเลโอ (Galileo) เรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุ นิวตันได้ทำการศึกษาต่อ โดยอาศัยเงื่อนไขของความเฉื่อยของวัตถุ และได้กำหนดเป็นกฎการเคลื่อนที่ข้อที่หนึ่ง ดังกล่าวมาแล้ว กฎข้อนี้เป็นกฎเกี่ยวกับความสมดุลของวัตถุ เป็นกฎที่สืบเนื่องมาจากความเฉื่อยของวัตถุโดยตรง จึงเรียกว่า กฎของความเฉื่อย ซึ่งกล่าวว่า **อนุภาคอิสระจะเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัวเสมอ หรือไม่มีความเร่ง** นั่นคือ อนุภาคอิสระจะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยอัตราเร็วคงตัว หรือมิฉะนั้นก็อยู่นิ่งกับที่ (ความเร็วเป็นศูนย์)

การที่อนุภาคมีความเฉื่อย เนื่องจากอนุภาคมีมวล ดังนั้น มวลจึงเป็นคุณสมบัติหรือลักษณะประจำตัวชนิดหนึ่งของอนุภาคที่เกี่ยวข้องกับการต้านทานการเปลี่ยนแปลงสภาพการเคลื่อนที่

กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันกำหนดขอบเขตของผู้สังเกตว่า ผู้สังเกตจะต้องหยุดนิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่เทียบกับ**กรอบเฉื่อย** (inertial frame) เท่านั้น กรอบเฉื่อยนี้หมายถึงจุดหรือแกนอ้างอิงที่ปราศจากความเร่งอย่างแท้จริง

ถ้าผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง จะใช้กฎข้อที่หนึ่งของนิวตันไม่ได้ เนื่องจากผู้สังเกตนั้นจะเห็นอนุภาคเคลื่อนที่ด้วยความเร่งทั้งที่ไม่มีแรงมากระทำ เช่น ผู้ที่นั่งอยู่ในรถไฟหรือรถยนต์ที่มีความเร็วไม่คงที่ จะเห็นต้นไม้และสิ่งของข้างทางเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วไม่คงที่เช่นกัน หรือถ้าหมุนเก้าอี้นั่งที่อยู่ในห้องทำงาน จะเห็นวัตถุที่อยู่รอบ ๆ ตัวเคลื่อนที่ได้

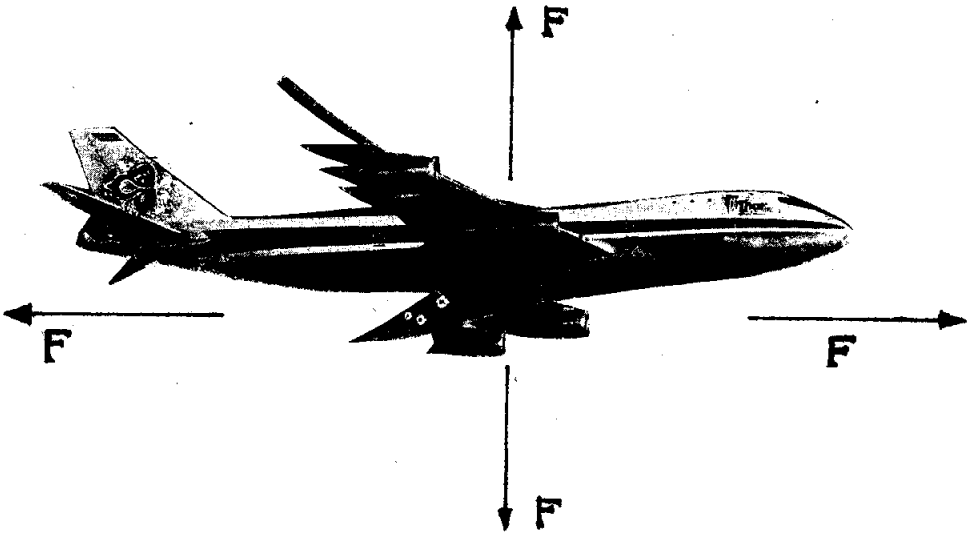
วัตถุใด ๆ จะถูกกระทำโดยแรง 3 แรง หรือ 4 แรง หรือมากกว่านั้น วัตถุนั้นจะอยู่ในสภาพสมดุลตามกฎข้อที่หนึ่งของนิวตันได้ ต่อเมื่อผลรวมของแรงทั้งหมดมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น แรงรวมตามแนวแกน X และตามแนวแกน Y จะมีค่าเท่ากับศูนย์ เช่นกัน คือ

$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{และ} \quad \Sigma F_y = 0$$

ลองพิจารณาการเคลื่อนที่ของเครื่องบิน ขณะที่บินด้วยความเร็วสม่ำเสมอในอากาศ เครื่องบินจะถูกแรงต่าง ๆ มากระทำมากมาย นับตั้งแต่แรงเนื่องจากน้ำหนักของตัวเครื่องบินเอง แรงฉุดที่เกิดจากเครื่องยนต์ แรงยกที่เกิดจากแรงยกของอากาศ และแรงเสียดทานที่เกิดจากตัวเครื่องบินเสียดสีกับอากาศ

เมื่อเครื่องบินบินด้วยความเร็วคงที่ ตามกฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน แรงกระทำบนตัวเครื่องบินทั้งหมดรวมกันแล้วมีค่าเท่ากับศูนย์

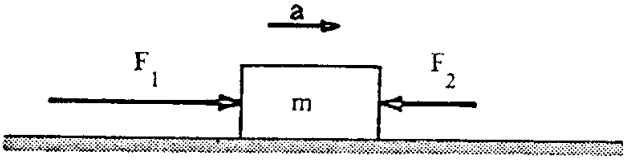
ตามความในกฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน ต้องตีความต่อไปว่า ผู้ที่สังเกตว่าวัตถุนั้นอยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสม่ำเสมอนั้น ผู้สังเกตจะต้องอยู่นิ่ง หรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสม่ำเสมอด้วย




**รูปที่ 3.1** สภาพสมดุลของเครื่องบินที่บินด้วยความเร็วคงที่

### 3.1.2 กฎของความเร่ง

กฎของการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน บางทีเรียกว่า กฎของความเร่ง ตามความหมายในกฎข้อที่สองนั้น มวลในกฎข้อที่สองนั้นเป็นอย่างเดียวกับมวลในกฎข้อที่หนึ่ง และเรียกชื่อเต็มว่า **มวลเฉื่อย** (inertial mass) ซึ่งจะมีนิยามต่างจาก**มวลโน้มถ่วง** (gravitational mass) สำหรับวัตถุก้อนเดียวกัน มวลทั้งสองชนิดจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้น จึงอาจเรียกสั้น ๆ ว่า มวลได้ทั้งสองกรณี




**รูปที่ 3.2** วัตถุถูกกระทำด้วยแรงลัพธ์ไม่เป็นศูนย์ ต้องมีความเร่งทิศเดียวกับแรงลัพธ์

ตามกฎข้อที่สองของนิวตัน เนื่องจาก **a** และ **F** มีทิศทางเดียวกัน จึงเขียนได้ว่า

$$\mathbf{a} \propto \mathbf{F}/m$$

หรือ

$$\mathbf{F} \propto \mathbf{ma}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{kma} \qquad \text{.....3.1}$$

เมื่อ k = ค่าคงที่ ในหน่วยเอสไอ (SI unit)

**a** = ความเร่งของอนุภาค มีหน่วยเป็น $m/s^2$ (หรือ $ms^{-2}$ ก็ได้)

**F** = แรงลัพธ์ที่ไม่เป็นศูนย์มากระทำต่อมวล มีหน่วยเป็น N

m = มวลของวัตถุที่แรงมากระทำ มีหน่วยเป็น kg

ดังนั้น เมื่อคิดหน่วยเอสไอ ค่า k เป็น 1 โดยกำหนดให้ แรงที่ทำให้มวล 1 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง 1 เมตร-วินาที$^{-2}$ มีค่า 1 นิวตัน

$$\therefore \quad \mathbf{F} = \mathbf{ma} \qquad \text{.....3.2}$$

แยกแรงเป็นแรงย่อยตามแกน X, Y และ Z ได้ดังนี้

$$\mathbf{F}_x = \mathbf{ma}_x$$

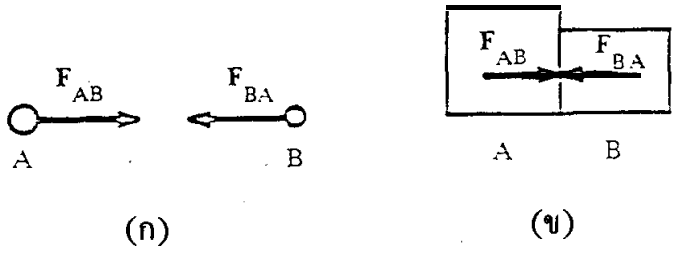
$$\mathbf{F}_y = \mathbf{ma}_y$$

$$\mathbf{F}_z = \mathbf{ma}_z$$

### 3.1.3 กฎของกิริยาและปฏิกิริยา

กฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของอนุภาคเมื่อไม่มีแรงกระทำ ส่วนกฎข้อที่สองกล่าวถึงการเคลื่อนที่เมื่อมีแรงมากระทำ กฎข้อที่สามจะกล่าวถึงแรงกระทำบนอนุภาคว่าเกิดขึ้นได้อย่างไร

กฎข้อที่สามของนิวตัน กล่าวว่า **ทุกแรงกิริยาย่อมมีแรงปฏิกิริยาซึ่งมีขนาดเท่ากันแต่ทิศตรงข้ามเสมอ หรือ แรงกระทำซึ่งกันและกันของอนุภาคย่อมมีขนาดเท่ากัน แต่ทิศตรงข้าม**




(ก) (ข)

**รูปที่ 3.3** ก. และ ข. คือ แรงกิริยา = แรงปฏิกิริยา นั่นคือ $\mathbf{F}_{xy} = -\mathbf{F}_{yx}$

ถ้าอนุภาค X และ Y มีแรงกระทำระหว่างกัน

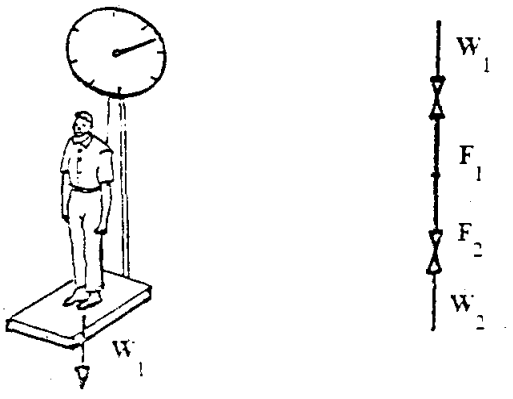
ให้ $\mathbf{F}_{xy}$ แทนแรงที่ Y กระทำต่อ X และ

$\mathbf{F}_{yx}$ แทนแรงที่ X กระทำต่อ Y

ตามกฎข้อที่สามของนิวตัน เขียนในรูปของเวกเตอร์ จะได้ว่า $\mathbf{F}_{xy} = -\mathbf{F}_{yx}$

แรงกิริยาและแรงปฏิกิริยา หมายถึง แรงกระทำและแรงกระทำตอบ โดยเป็นแรงซึ่งกระทำต่อมวลที่ต่างกัน และเกิดขึ้นพร้อมกันเป็นคู่เสมอ โดยที่มวลอาจไม่สัมผัสกัน ดังรูปที่ 3.3 (ก) หรืออาจสัมผัสกันดังรูปที่ 3.3 (ข) และถือว่าแรงหนึ่งแรงใดเป็นแรงกิริยาหรือแรงปฏิกิริยาก็ได้

ลองพิจารณาแรงต่าง ๆ ในการชั่งน้ำหนักของชายคนหนึ่ง ซึ่งจะแสดงแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาตามกฎข้อที่สามของนิวตัน




รูปที่ 3.4 แรงในการชั่งน้ำหนัก

เมื่อเครื่องชั่งอยู่ในสมดุล คนจะหยุดนิ่งเมื่อเทียบกับเครื่องชั่ง หรือโลก เราพิจารณาแรงต่าง ๆ ได้ดังนี้

มวลโลกดึงดูดมวลชายคนนั้นด้วยแรง $\mathbf{W}_1$ ซึ่งเป็นน้ำหนักของเขา ขณะเดียวกันมวลโลกก็ถูกมวลของชายผู้นั้นดึงดูดด้วยแรงปฏิกิริยา $\mathbf{W}_2$ และตามกฎข้อที่สามของนิวตัน จะได้ว่า

$$\mathbf{W}_2 = -\mathbf{W}_1$$

ถ้าไม่มีเครื่องชั่งมาคั่นกลาง ชายคนนั้นและโลกจะเคลื่อนที่เข้าหากันด้วยความเร่ง

แต่เมื่อมีเครื่องชั่งอยู่ระหว่างชายคนนั้นกับโลก แรง $\mathbf{W}_1$ จะกดลงบนเครื่องชั่ง และเมื่อเครื่องชั่งอยู่ในสมดุล จะออกแรง $\mathbf{F}_1$ รับน้ำหนัก $\mathbf{W}_1$ นี้ไว้ ซึ่งจะให้

$$W_1 + F_1 = o$$

หรือ $$W, = -F_1$$

แรงรวมที่กระทำบนชายคนนั้น ($W_1 + F_1$) เป็นศูนย์ ตามกฎข้อที่หนึ่งของนิวตัน ชายคนนั้นจึงไม่เคลื่อนที่ด้วยความเร่ง ขณะเดียวกันเมื่อเครื่องชั่งออกแรง $F_1$ ดันคนไว้ ก็จะมีแรงปฏิกิริยา $F_2$ ตามกฎข้อที่สามของนิวตัน $F_2 = -F_1$ และแรงปฏิกิริยานี้เท่ากับแรงส่วนล่างของเครื่องชั่งเฉพาะเนื่องจากมวลของคนดันโลกไว้ มีขนาดเท่ากับขนาดของแรงที่มวลของคนดึงดูดมวลของโลก คือ $W_2$ แต่ทิศตรงข้าม เขียนเป็นสมการได้ว่า

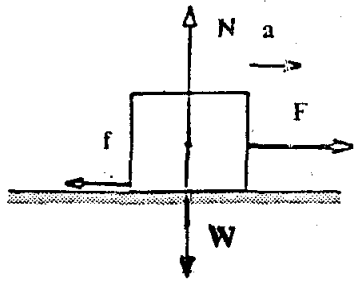
$$F_2 = -W_2 = W_1$$

ดังนั้น สิ่งที่อ่านได้จากสเกลเครื่องชั่ง คือ ขนาดของแรง $F_1$ หรือ $F_2$ หรือ $W_1$ ซึ่งก็คือ ขนาดน้ำหนักของชายคนนั้นนั่นเอง

ควรสังเกตด้วยว่ามีแรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาอยู่ 2 คู่ คือ $W_1$ และ $W_2$ และ $F_1$ กับ $F_2$ ซึ่งขนาดของแรงคู่แรกไม่จำเป็นต้องเท่ากับขนาดของแรงคู่หลัง นอกจากว่าทั้งคนและเครื่องชั่งกับโลก จะไม่มีความเร่ง

**ตัวอย่าง 3.1** วัตถุ 2 กิโลกรัมวางอยู่นิ่ง ๆ บนโต๊ะ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้นโต๊ะ มีค่า 0.2 จะต้องออกแรงคงที่ดึงวัตถุนี้ไปตามแนวพื้นโต๊ะเท่าใด วัตถุจึงจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 4 เมตร-วินาที$^{-1}$ ได้ภายในเวลา 2 วินาที

**วิธีทำ** พิจารณารูปที่ 3.5




**รูปที่ 3.5** แรงกระทำต่อวัตถุ

ให้ **F** เป็นแรงดึงวัตถุให้เคลื่อนที่จากซ้ายไปขวา เมื่อวัตถุเคลื่อนที่จะมีแรงเสียดทานเกิดขึ้นในทิศตรงข้าม แรงนี้มีขนาดเท่ากับผลคูณของสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานกับขนาดของแรงตั้งฉาก **N**

ตามกฎข้อที่สามของนิวตัน และดูจากรูป จะได้ว่า

$$N = -W$$

เมื่อ **W** คือน้ำหนักของวัตถุ ดังนั้น หาค่าของแรงเสียดทานได้จาก

$$f = \mu N$$

เมื่อ $\mu$ คือสัมประสิทธิ์ของความเสียดทาน

$$\therefore \quad f = 0.2 \times 2$$

$$= 0.4 \quad \text{นิวตัน}$$

เนื่องจากแรงดึงและแรงเสียดทานมีค่าคงที่ วัตถุจะเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยอัตราเร่งคงที่ a หาได้จากสมการ

$$v = u + at$$

แทนค่า $4 = 0 + 2a$

$$\therefore \quad a = 2 \quad \text{เมตร-วินาที}^{-2}$$

แรงลัพธ์ที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ คือ ผลต่างของแรงดึงกับแรงเสียดทาน

$$\because \quad F = ma$$

$$\therefore \quad F-f = ma$$

แทนค่า f และ a จะได้

$$F- 0.4 = 2 \times 2$$

$$\therefore \text{ แรงดึง } F = 4 + 0.4$$

$$= 4.4 \quad \text{นิวตัน}$$

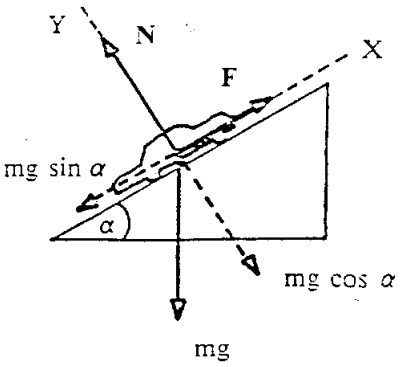
**ตัวอย่าง** 3.2 รถยนต์คันหนึ่งมีมวล 1,000 กิโลกรัม วิ่งขึ้นเขาซึ่งมีความชัน 20 องศา จงหา

ก. แรงซึ่งจะทำให้รถยนต์เริ่มเคลื่อนด้วยความเร็วคงที่

ข. แรงซึ่งจะทำให้รถยนต์เริ่มเคลื่อนด้วยความเร่ง 0.2 เมตร-วินาที$^{-2}$

ค. แรงที่ถนนกระทำต่อรถยนต์

**วิธีทำ** พิจารณารูปที่ 3.6




**รูปที่ 3.6** แรงกระทำต่อรถยนต์

ตั้งแกน x ในแนวพื้นเอียงและแกน Y ในแนวตั้งฉากกับพื้นเอียง ดังรูป ให้ m เป็นมวลของรถยนต์ จาก **F = ma** หาสมการของแรงทางแกน X และแกน Y ได้ดังนี้

ทางแกน X $\quad F - mg \sin \alpha = ma_x$

$\therefore \quad F = m(a_x + g \sin \alpha)$

ทางแกน Y $\quad N - mg \cos \alpha = ma_y = 0$

ใช้สมการทางแกน X หาค่า **F** ในข้อ ก และ ข

ก. หาค่า F เมื่อความเร็วคงที่ นั่นคือ $a_x = 0$

$$F = 1{,}000 \times 9.8 \times \sin 20^\circ$$
$$= 1{,}000 \times 9.8 \times 0.342$$
$$= 3{,}344 \quad \text{นิวตัน}$$

ข. หาค่า **F** เมื่อ **a,** = 0.2 เมตร-วินาที$^{-2}$

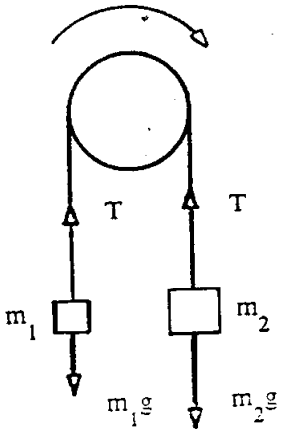
$$F = 1{,}000\ (0.2 + 9.8 \times 0.342)$$
$$= 3{,}552 \quad \text{นิวตัน}$$

ค. ใช้สมการทางแกน **Y** หาค่าแรงที่ถนนกระทำต่อรถยนต์

$$N = mg\cos 20^\circ$$
$$= 1{,}000 \times 9.8 \times 0.94$$
$$= 9{,}212 \quad \text{นิวตัน}$$

**ตัวอย่าง 3.3** จากรูปที่ 3.7 กำหนดให้ $m_1 = 1$ กิโลกรัม $m_2 = 2$ กิโลกรัม จงหาความเร่งของมวล $m_1$ และ $m_2$ และแรงดึงในเส้นเชือก โดยสมมติว่าลูกล้อหมุนได้คล่องและเบา

**วิธีทำ** พิจารณารูปที่ 3.7




**รูปที่ 3.7** แรงกระทำต่อ $m_1$ และ $m_2$

เขียนสมการของแรงเมื่อพิจารณามวล $m_1$ เคลื่อนที่ขึ้น และเมื่อมวล $m_2$ เคลื่อนที่ลง โดยแทนใน $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ได้ดังนี้

เมื่อมวล $m_1$ เคลื่อนที่ขึ้นด้วยอัตราเร่ง a จะได้

$$T - m_1 g = m_1 a$$

เมื่อมวล $m_2$ เคลื่อนที่ลงด้วยอัตราเร่ง a จะได้

$$T - m_2 g = -m_2 a$$

โดยการรวมสมการทั้งสองเข้าด้วยกัน จะได้

$$a = \left[\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right] g$$

และ

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

โดยการแทนค่า จะได้

$$a = [(2 - 1)/(2 + 1)] \times 9.8$$

$$= 3.27 \quad \text{เมตร-วินาที}^{-2}$$

$$T = [(2 \times 1 \times 2)/(1 + 2)] \times 9.8$$

$$= 13.06 \quad \text{นิวตัน}$$

**กิจกรรม 3.1**

ให้นักศึกษาสังเกตว่าในตัวอย่าง 3.1, 3.2 และ 3.3 มีคู่แรงกิริยาและแรงปฏิกิริยาใดบ้างและแต่ละคู่มีค่าเท่าใด

## 3.2 หน่วยของแรง มวล น้ำหนัก

โดยความสัมพันธ์ระหว่าง ความเร่ง (**a**) และมวล (m) ต่อแรง จะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{F} = kma$$

โดยที่ k เป็นค่าคงตัว ในระบบเอสไอ มวล (m) มีหน่วยเป็นกิโลกรัม (kg) ความเร่ง (**a**) มีหน่วยเป็น เมตร-วินาที$^{-2}$ ($m/s^2$) ดังนั้น แรง (**F**) จึงมีหน่วยเป็น นิวตัน (N)

แรง 1 นิวตัน คือ แรงลัพธ์ที่ทำให้มวล 1 กิโลกรัมเกิดความเร่ง 1 เมตร-วินาที$^{-2}$

$$1\ N = 1\ kg\text{-}m/s^2$$

ดังนั้น ค่า k ในหน่วยเอสไอ จึงมีค่า = 1

$$\therefore \quad k = 1$$

ดังนั้น ตามกฎข้อที่สองของนิวตัน จึงเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{F} = ma$$

หน่วยของแรงที่ใช้ในระบบ cgs เรียกว่า ไดน์ (dyne)

แรง 1 ไดน์ คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุที่มีมวล 1 กรัม แล้วเกิดความเร่ง 1 ซม-วินาที$^{-2}$ นั่นคือ

$$1\ dyne = 1\ g.cm/s^2$$

เนื่องจาก $1\ kg = 10^3\ g$

และ $1\ m = 10^2\ cm$

$$\therefore \quad 1\ N = kg.m/s^2$$
$$= (10^3\ g)(10^2\ cm)/s^2$$
$$= 10^5\ dynes$$

หน่วยของแรงอีก 2 หน่วยที่นิยมใช้ในชีวิตประจำวัน คือ **แรงกิโลกรัม** (kilogram-force) และที่ใช้ในประเทศที่พูดภาษาอังกฤษ คือ **แรงปอนด์** (pound-force) ซึ่งเป็นการบอกน้ำหนักของเทหวัตถุในทางปฏิบัติ เขียนย่อเป็น kgf มีนิยามว่า แรง 1 kgf คือแรงที่มีค่าเท่ากับน้ำหนัก

ของมวล 1 กิโลกรัม

$\therefore$ 1 kgf = gN $\approx$ 9.8 N

ด้วยเหตุนี้ จึงพูดติดปากเป็นภาษาพูดว่า ซื้อเนื้อหมู 2 กิโลกรัม (หมายถึง 2 kgf นั่นเอง) ในทำนองเดียวกัน pound-force ย่อเป็น lbf มีนิยามว่า แรง 1 lbf คือ แรงที่มีค่าเท่ากับน้ำหนักของมวล 1 ปอนด์

$\therefore$ 1 lbf = g pdl $\approx$ 32.17 pdl = 4.45 N

โดยที่ pdl คือ poundal เป็นหน่วยของแรงในระบบอังกฤษ (เลิกใช้แล้ว) ซึ่งแรง 1 poundal คือ แรงที่กระทำต่อวัตถุซึ่งมีมวล 1 ปอนด์ (lb) แล้วเกิดความเร่ง 1 ฟุต/วินาที$^2$

1 poundal = 1 lb.ft/s$^2$

เราทราบว่า 1 lb = 0.4536 kg และ 1 ft = 0.3048 m

$\therefore$ 1 poundal = (0.4536 kg) (0.3048 m)s$^{-2}$ = 0.1383 N

สำหรับค่าของมวล (m) เป็นคุณสมบัติของเนื้อของวัตถุโดยตรง มวลของวัตถุที่อยู่บนโลกจะถูกแรงดึงดูดของโลก (g) ซึ่งเป็นความเร่งสู่ศูนย์กลางของโลกกระทำ g มีค่าเท่ากับ 9.81 m/s$^2$

อนุภาคทุกชนิดที่อยู่ในบรรยากาศของโลก จะมีความเร่งสู่ศูนย์กลางของโลก ความเร่งนี้เกิดจากแรงดึงดูดของโลกกระทำต่ออนุภาค ดังนั้นตามกฎข้อที่สองของนิวตัน แรงนี้มีทิศสู่ศูนย์กลางของโลกและมีขนาด mg เมื่อ m เป็นมวลของอนุภาค และ g เป็นอัตราเร่งของอนุภาคสู่ศูนย์กลางของโลก **หรืออัตราเร่งโน้มถ่วง (gravitational acceleration)** เราเรียกแรงนี้ว่า **น้ำหนัก (weight) ของอนุภาค**

ดังนั้น **น้ำหนักของอนุภาค** คือ **แรงซึ่งโลกดึงดูดอนุภาคเข้าสู่ศูนย์กลางของโลก** น้ำหนักจึงเป็นเวกเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับค่า g ซึ่งมีค่าต่างกันตามส่วนต่าง ๆ ของโลก

จาก $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$\therefore$ $W = mg$ .....3.3

เรียก **แรงที่ได้ W ว่า น้ำหนักของวัตถุ มีหน่วยเป็น kg**

$\therefore$ มวล $m = W/g$ .....3.4

แม้ว่าน้ำหนัก จะเป็นแรงชนิดหนึ่ง ควรจะใช้หน่วยเป็นนิวตัน ไดน์ หรือ เปาน์แดล แต่ก็เป็นประเพณีนิยมโดยเฉพาะทางวิศวกรรมศาสตร์และในชีวิตประจำวัน ที่จะใช้หน่วยน้ำหนักเป็น kilogram-force, gram-force หรือ pound-force ในทางปฏิบัติ เราพูดถึงแรงหรือน้ำหนักเท่านั้นเท่านี้เป็น กิโลกรัม กรัม หรือ ปอนด์ โดยตัดคำว่า แรง ออก อย่างไรก็ดีในทางทฤษฎีเราคงใช้**หน่วยของแรง** (รวมทั้งน้ำหนักด้วย) เป็น **นิวตัน** และใช้**หน่วยของมวลเป็น กิโลกรัม**เสมอ เมื่อการคำนวณนั้นเกี่ยวข้องกับกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันทั้งโดยทางตรงและทางอ้อม

**ตัวอย่าง 3.4** จงหาน้ำหนักของวัตถุที่มีมวล 1 กิโลกรัม

**วิธีทำ** วัตถุมีมวล $m = 1\ kg$

ความเร่งสู่ศูนย์กลาง $g = 9.81\ m/s^2$

น้ำหนักของวัตถุ $W = mg$

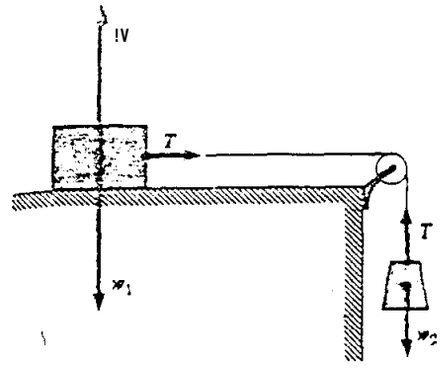
$= 1 \times 9.81$

$= 9.81\ N$

$\therefore$ น้ำหนักของวัตถุที่มีมวล 1 กิโลกรัม คือ 9.81 นิวตัน

**ตัวอย่าง 3.5** แท่งสี่เหลี่ยมหนัก $w_1$ (มวล = $m_1$) ตามรูปที่ 3.8 เคลื่อนที่บนพื้นระดับเกลี้ยง มีเชือกมาผูกคล้องกับลูกรอกเบาเกลี้ยงแล้วห้อยไว้ด้วยน้ำหนัก $w_2$ (มวล = $m_2$) จงหาความเร่งของระบบและความตึงของเส้นเชือกที่ผูกน้ำหนักทั้งสอง

**วิธีทำ** พิจารณารูปที่ 3.8




**รูปที่ 3.8** ตามตัวอย่าง 3.5

ความตึงในเส้นเชือกสามารถพิจารณาว่าเป็นแรงกิริยา-ปฏิกิริยาได้ ดังนั้น ในแต่ละปลายจะมีความตึง = T สำหรับแท่งสี่เหลี่ยมบนผิวเกลี้ยง เราได้

$$\Sigma F_x = T = m_1 a \quad \text{.....(1)}$$

$$\Sigma F_y = N - w_1 = 0 \quad \text{.....(2)}$$

เนื่องจากเชือกที่ผูกแท่งทั้งสองถือว่าไม่ยืด ความเร่งจึงเท่ากันตลอด ใช้กฎข้อที่สองของนิวตันกับน้ำหนักที่แขวน จะได้

$$\Sigma F_y = w_2 - T = m_2 a \quad \text{.....(3)}$$

บวกสมการที่หนึ่งเข้ากับสมการที่สาม จะได้

$$w_2 = (m_1 + m_2)a$$

$$\therefore \quad a = w_2/(m_1 + m_2)$$

กล่าวได้ว่า ความเร่งของระบบเท่ากับแรงลัพธ์ของแรงภายนอก ($w_2$) หารด้วยมวลรวม ($m_1 + m_2$) เนื่องจาก $w_2 = m_2 g$ แทนค่า จะได้

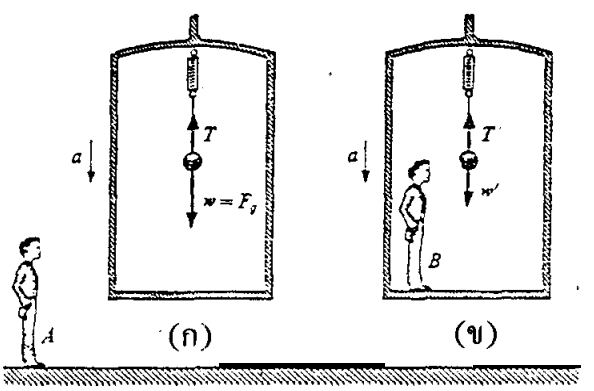
$$a = [m_2/(m_1 + m_2)].g$$

แทนค่า a ลงในสมการที่หนึ่ง จะได้

$$T = [(m_1 m_2)/(m_1 + m_2)].g$$

**ตัวอย่าง 3.6** แขวนวัตถุมวล m เข้ากับตาชั่งสปริงซึ่งห้อยไว้ในลิฟต์ ตามรูปที่ 3.9 ถามว่าตาชั่งสปริงจะบอกน้ำหนักเป็นเท่าใด ถ้าลิฟต์เคลื่อนที่ลงด้วยความเร่ง a สัมพัทธ์กับโลก สมมติว่าผิวโลก เป็นระบบอ้างอิงเฉื่อย

**วิธีทำ** พิจารณารูปที่ 3.9




**รูปที่ 3.9** (ก) สำหรับผู้สังเกต A วัตถุมีความเร่งลง a และบอกว่า w - T = ma
(ข) สำหรับผู้สังเกต B ความเร่งของวัตถุ = 0 เขาจึงเรียกว่า w' = T

แรงที่กระทำบนวัตถุ คือ น้ำหนัก w (แรงโน้มถ่วงของโลก $\mathbf{F}_g$ ที่ดึงดูดวัตถุ) และแรงดึงขึ้น T ที่ตาชั่งดึงไว้ วัตถุอยู่นิ่งเทียบกับลิฟต์ จึงมีความเร่ง a เมื่อเทียบกับโลก (ในที่นี้เลือกใช้ทิศลงล่างเป็นนิมาน) จากรูป 3.9 (a) แรงลัพธ์บนวัตถุคือ w - T ดังนั้น จากกฎข้อที่สองของนิวตัน

$$w - T = ma$$

$$T = w - ma$$

ตามกฎข้อที่สามของนิวตัน วัตถุดึงตาชั่งลงมาด้วยแรงขนาดเท่ากัน และทิศทางตรงกันข้ามกับ T คือ ดึงลงด้วยแรง w - ma เพราะฉะนั้น ตาชั่งบอกน้ำหนัก = w - ma

ถ้าวัตถุเดียวกันนี้ถูกแขวนให้อยู่ในสมดุลด้วยตาชั่งที่ติดไว้กับโลก ตาชั่งจะบอกว่าหนัก w เช่นเดียวกันกับผู้สังเกตที่อยู่ในลิฟต์ วัตถุจะปรากฏว่าอยู่ในสมดุล จึงปรากฏว่ามีแรงดึงลง w′ ที่อ่านได้บนตาชั่ง ดังรูป 3.9 (ข) แรงปรากฏ w′ เรียกว่า น้ำหนักปรากฏของวัตถุ ส่วนแรงโน้มถ่วง w เรียกว่า น้ำหนักจริง

$$\therefore \quad w' = w - ma$$

ถ้าลิฟต์อยู่นิ่ง หรือเคลื่อนที่ในแนวดิ่ง (ไม่ว่าขึ้นหรือลง) ด้วยความเร่งคงตัว คือ a = 0 เราจะได้น้ำหนักปรากฏ = น้ำหนักจริง ถ้าเป็นความเร่งลงล่าง ตามรูป 3.9 a เป็นนิมานน้ำหนักปรากฏจะน้อยกว่าน้ำหนักจริง คือปรากฏว่าวัตถุเบาขึ้น ถ้าเป็นความเร่งขึ้นบน a เป็นนิเสธ น้ำหนักปรากฏจะมากกว่าน้ำหนักจริง ถ้าลิฟต์หล่นอย่างเสรี a = g และเนื่องจากน้ำหนักจริง w เท่ากับ mg ด้วย น้ำหนักปรากฏจะเป็นศูนย์ วัตถุจึงอยู่ในสภาพปรากฏว่า **ไร้น้ำหนัก**

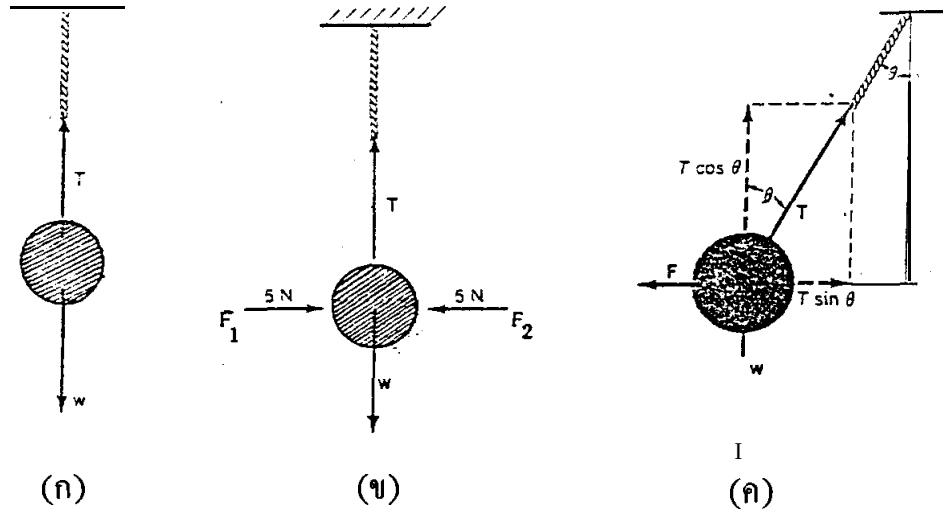
**กิจกรรม 3.2**

1. ให้นักศึกษาหาน้ำหนักของตนเองว่าจะเป็นเท่าใด ถ้าสมมติว่าอยู่บนดวงจันทร์
2. ให้นักศึกษาพิจารณาว่าตนเองจะมีน้ำหนักปรากฏเป็นศูนย์หรือไร้น้ำหนักได้อย่างไร

## 3.3 สภาพสมดุล

### 3.3.1 แรงจวบกัน

ถ้าแรง 2 แรงหรือมากกว่า 2 แรงขึ้นไปกระทำกับวัตถุก้อนหนึ่ง ถ้าเส้นตรงที่ลากตามแนวที่แรงเหล่านี้กระทำไปบรรจบกันที่**จุดร่วมจุดหนึ่ง** เรียกแรงเหล่านี้ว่า **แรงจวบกัน (concurrent force)**




(ก) (ข) (ค)

**รูปที่ 3.10** (ก) แสดงแรงจวบกัน 2 แรง
(ข) แสดงแรงจวบกัน 4 แรง
(ค) แสดงแรงจวบกัน 3 แรง

ในรูปที่ 3.10 (ก) แรง 2 แรง **W** และ **T** กระทำกับวัตถุรูปทรงกลมเป็นแรงจวบกัน เพราะแรงทั้งสองกระทำในแนวผ่านจุดศูนย์กลางของลูกกลม แรง **T** กระทำในแนวดิ่งขึ้นและ **W** กระทำในแนวดิ่งลง

ในรูปที่ 3.10 (ข) แรง **T, W, $F_1$** และ **$F_2$** เป็นแรงจวบกัน แรงทั้งสี่อยู่ในระบบเดียวกัน ถ้าลากเส้นตามแนวที่แรงทั้งสี่กระทำจะไปตัดกันที่จุดศูนย์กลางของทรงกลม ที่เราเรียกว่า **จุดร่วม**

ในรูปที่ 3.10 (ค) มีแรง **F, W, T** อยู่ในระนาบเดียวกัน และเป็นแรงจวบกันโดยจุดร่วมที่แรงกระทำ คือ จุดศูนย์กลางของทรงกลม

**การรวมแรงที่จวบกัน**

ถ้าแรงหลายแรงจวบกัน (นั่นคือ แรงทุกแรงกระทำร่วมกันที่จุด ๆ หนึ่ง) **แรงลัพธ์** คือ ผลรวมของเวกเตอร์ ซึ่งหาได้ตามวิธีบวกเวกเตอร์ ดังนั้น แรงลัพธ์ **R** ของแรงจวบกัน **$F_1$, $F_2$, $F_3$,** ..... คือ

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \ldots = \Sigma \mathbf{F}_i \qquad \text{.....3.5}$$

ถ้าแรงทั้งหลายเหล่านี้อยู่ในระนาบเดียวกัน เช่นอยู่ในระนาบ XY จะได้ว่า

$$\mathbf{R} = R_x \hat{i} + R_y \hat{j} \qquad \text{.....3.6}$$

เมื่อ $R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \ldots = \Sigma F_{ix}$

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots = \Sigma F_{jy}$$

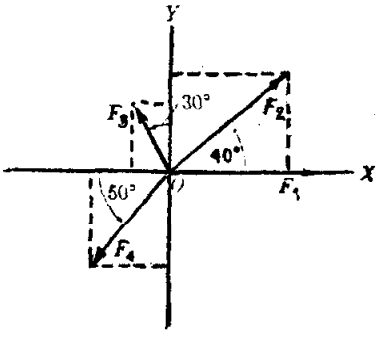
ขนาดของ R คือ

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \qquad \ldots\ldots\ldots 3.7$$

และทิศกำหนดด้วยมุม $\alpha$ ซึ่ง

$$\tan\alpha = R_y/R_x \qquad \ldots\ldots 3.8$$

**ตัวอย่าง 3.7** จงหาแรงลัพธ์ของแรงต่อไปนี้ ที่กระทำบนวัตถุที่จุด 0




$F_1 = 1{,}200$ kgf

$F_2 = 900$ kgf

$F_3 = 300$ kgf

$F_4 = 800$ kgf

**วิธีทำ**

$F_1 = 1{,}200$ kgf

$\mathbf{F_2} = (F_2 \cos 40^\circ)\hat{i} + (F_2 \sin 40^\circ)\hat{j}$

$= (689.4)\hat{i} + (578.7)\hat{j}$ kgf

$\mathbf{F_3} = (F_3 \cos 120^\circ)\hat{i} + (F_3 \sin 120^\circ)\hat{j}$

$= -150\,\hat{i} + 259.8\,\hat{j}$ kgf

$\mathbf{F_4} = (F_4 \cos 230^\circ)\hat{i} + (F_4 \sin 230^\circ)\hat{j}$

$= -514.4 - 612.8\,\hat{j}$ kgf

$\therefore \quad \mathbf{R} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_3} + \mathbf{F_4}$

$\therefore \quad R_x = 120 + 689.4 - 150 - 514.4$ kgf

$= 1225.0$ kgf

$R_y = 0 + 578.7 + 259.8 - 612.8$ kgf

$= 225.7$ kgf

**หรือ** $R = 1225.0\hat{i} + 225.7\hat{j}$ kgf

ขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ คือ

$$R = \sqrt{(1225.0)^2 + (225.7)^2} \quad \text{kgf}$$

$$= 1245.5 \quad \text{kgf}$$

$$\alpha = \tan^{-1} 225.7/1225.0 = 10.6$$

**ข้อสังเกต**

1. ให้ดูรูปเวลาทำด้วย จะมีแรงองค์ประกอบในแนวแกน X และแนวแกน Y
   ถ้าให้แรงองค์ประกอบชี้ทิศไปทางขวา แรงนั้นจะมีเครื่องหมาย +
   ถ้าให้แรงองค์ประกอบชี้ทิศไปทางซ้าย แรงนั้นจะมีเครื่องหมาย -
   ถ้าให้แรงองค์ประกอบชี้ทิศขึ้นไปข้างบน แรงนั้นจะมีเครื่องหมาย +
   ถ้าให้แรงองค์ประกอบชี้ทิศลงข้างล่าง แรงนั้นจะมีเครื่องหมาย -
2. รวมแรงทางขวาและทางซ้ายเข้าด้วยกัน ผลลัพธ์อาจเป็น + หรือ - ได้ นั่นคือ แรง $\mathbf{R_x} = \Sigma \mathbf{F_x}$ คือ แรงรวมในแนวแกน X เขียนเวกเตอร์แทนแรงกำกับไว้ด้วย รวมแรงข้างบนและข้างล่างเข้าด้วยกัน ผลลัพธ์อาจเป็น + หรือ - ได้

นั่นคือ แรง $\mathbf{R_y} = \Sigma \mathbf{F_y}$ คือ แรงรวมในแนวแกน **Y** เขียนเวกเตอร์แทนแรงกำกับไว้

ขนาดของแรงลัพธ์ $\mathbf{R} = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$

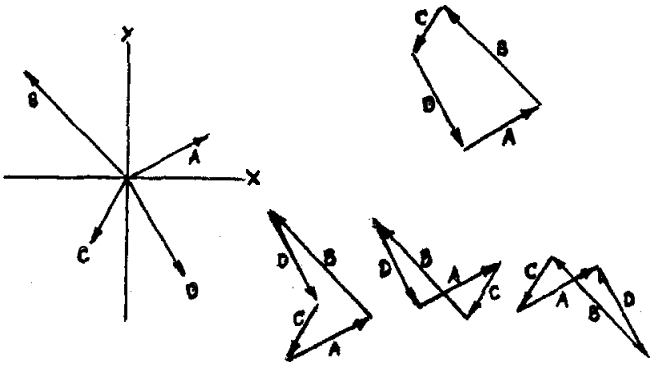
$\alpha = \tan^{-1} (\Sigma F_y / \Sigma F_x)$

ให้ดูรูปประกอบด้วยว่า ใช้มุม $\alpha$ อันไหน แล้วตอบมุมจากแกน X (บวก)

### 3.3.2 สภาพสมดุลของอนุภาคและวัตถุภายใต้แรงจวบกัน

วัตถุที่อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว เรียกว่า วัตถุนั้นอยู่ใน**สภาพสมดุล** (equilibrium)

สภาพสมดุล ในที่นี้หมายถึง แรงจำนวนตั้งแต่ 2 แรงขึ้นไปกระทำบนวัตถุใดวัตถุหนึ่ง แล้ววัตถุนั้นอยู่ในสภาวะสมดุล การเขียนรูปแสดงสภาพสมดุลนั้น แรงทุกแรงที่กระทำบนวัตถุจะแทนด้วยเวกเตอร์ และถ้านำเวกเตอร์ที่กระทำบนวัตถุนี้มาต่อเข้าด้วยกัน จะได้วงจรปิด เช่น ถ้าเป็นเวกเตอร์แรง 3 แรง จะต่อเป็นรูป $\Delta$ พอดี ถ้ามี 4 แรง จะได้เป็นรูป $\square$ ปิด นั่นคือ ผลรวมของเวกเตอร์ของแรงกระทำทั้งหมดจะเป็นศูนย์

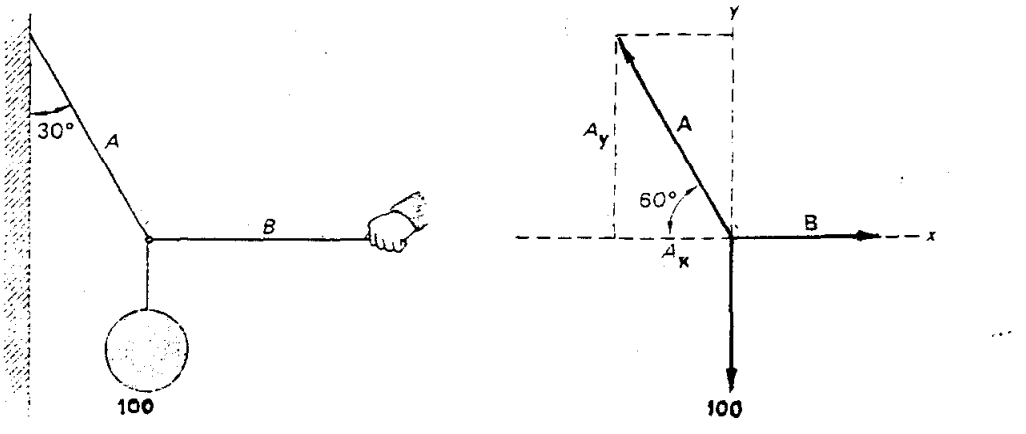



**รูปที่ 3.11** แรงต่าง ๆ อยู่ในสภาพสมดุล

ในการพิจารณาสภาพสมดุลของวัตถุ มักจะเขียนรูปแบบอิสระในแกนอ้างอิง X, Y, Z ในระบบ rectangular coordinate จะได้

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$
$$\Sigma F_z = 0$$

**ตัวอย่าง 3.8** ลูกกลมโลหะลูกหนึ่ง หนัก 100 กิโลกรัม แขวนด้วยเชือก A แล้วถูกดึงด้วยเชือก B ในแนวระดับ ทำให้เชือก A ทำมุม 30° กับกำแพง จงหาแรงตึง (tension) ในเชือก A และ B




**วิธีทำ** พิจารณา จากรูป แตกแรง A ให้อยู่ในแนวแกน X และ Y จะได้

$$\Sigma F_x = B - A \cos 60^\circ = 0 \quad \text{.....(1)}$$
$$\Sigma F_y = A \sin 60^\circ - 100 = 0, \quad \text{.....(2)}$$

หา A จาก (2) $A \sin 60^\circ = 100$

$A = 100/\sin 60^\circ$

$= 100/0.866$

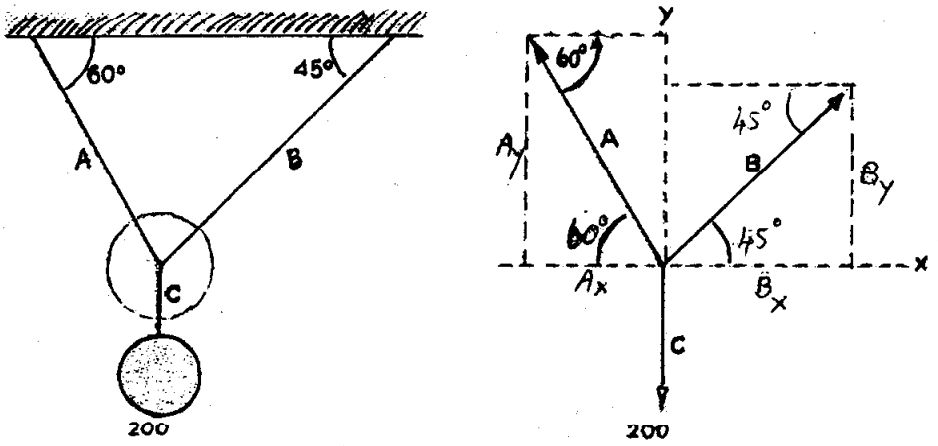
$= 115$ kg

แทน A ในสมการ (1) $B = A \cos 60^\circ$

$= 115 \times 0.5$

$\therefore B = 57.5$ kg

**ตัวอย่าง 3.9** วัตถุก้อนหนึ่งหนัก 200 กิโลกรัม ผูกด้วยเชือก 2 เส้น แล้วดึงถ่างเชือกทั้งสองออกไปยึดติดกับเพดาน ดังรูปจงหาแรงตึงในเส้นเชือก A, B และ C




**วิธีทำ** จากรูป จะได้แรงต่าง ๆ ในแกน X และแกน Y ดังนี้

| แกน X | | แกน Y | |
|---|---|---|---|
| $A_x$ | $= -A \cos 60^\circ$ | $A_y$ | $= A \sin 60^\circ$ |
| $B_x$ | $= B \cos 45^\circ$ | $B_y$ | $= B \sin 45^\circ$ |
| $C_x$ | $= 0$ | $C_y$ | $= -200$ kg |

ผลรวมของแรงในแกน X ได้

$$\Sigma F_x = -A \cos 60^\circ + B \sin 45^\circ = 0 \quad \text{..... (1)}$$

ผลรวมของแรงในแกน Y ได้

$$\Sigma F_y = A \sin 60^\circ + B \sin 45^\circ - 200 \quad \text{..... (2)}$$

จาก (1) ได้ $-0.5A + 0.707B = 0$ .....(3)

จาก (2) ได้ $0.866A + 0.707B = 200$ .....(4)

คูณสมการ (3) + ด้วย (-1) แล้วนำมาบวกกับสมการ (4) จะได้

$$0.5A + 0.866A = 200$$

$$\therefore A = 200/1.37 = 146 \text{ kg}$$

แทน A ในสมการ (3)

$$(-0.5)(146) + 0.707B = 0$$

$$B = 73/0.707 = 103 \text{ kg}$$

สำหรับแรงดึงใน c มีค่าเท่ากับน้ำหนักของวัตถุ $= 200$ kg

**กิจกรรม 3.3.**

**ให้นักศึกษาพิจารณาสภาพสมดุลในตัวอย่าง 3.7, 3.8 และ 3.9 ว่าเป็นไปตามเงื่อนไขใดหรือไม่**

### 3.3.3 แรงเสียดทาน

แรงเสียดทานเกิดขึ้นเมื่อผิวของวัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ หรือพยายามที่จะเคลื่อนที่ผ่านผิวของอีกวัตถุหนึ่ง แรงเสียดทานเป็นแรงต้านการเคลื่อนที่ กระทำในแนวผิวสัมผัสของวัตถุทั้งสอง

ถ้าให้วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ไปบนวัตถุอีกชนิดหนึ่ง จะเกิดแรงต่อต้านการเคลื่อนที่ขึ้นบนวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่นั้นทันที แรงต่อต้านที่เกิดจากผิวสัมผัสของวัตถุทั้งสองชนิดนี้ เรียกว่า **แรงเสียดทาน** (Friction force) กล่าวคือ เมื่อเอาวัตถุที่มีมวล m วางลงบนพื้นผิวราบของวัตถุอีกชนิดหนึ่ง วัตถุนั้นจะมีแรงกดลงบนพื้นผิว เนื่องมาจากมวลของมันมีค่าเท่ากับ mg และพื้นผิวนั้นจะมีแรงตอบสนองทันทีซึ่งเป็นไปตามกฎข้อที่สามของนิวตัน แรงตอบสนองนี้จะตั้งฉากกับพื้นผิว มีค่า = W ซึ่งมีขนาด = mg แต่มีทิศตรงกันข้าม ถ้าต้องการที่จะทำให้วัตถุนี้เคลื่อนที่ไปบนพื้นผิวนี้ จะต้องออกแรงผลักหรือลากวัตถุนี้ในแนวราบจำนวนหนึ่ง วัตถุนี้จะเคลื่อนที่ไปได้แรงที่เราจะต้องกระทำต่อวัตถุนี้ ไม่ใช่นำไปเอาชนะแรงกด (mg) หรือแรงปฏิกิริยา (N) แต่เป็นการเอาชนะแรงต้านทานที่เกิดจากการสัมผัสของผิววัตถุทั้งสอง หรือเรียกว่า แรงเสียดทาน แรงเสียดทานมีความสัมพันธ์โดยตรงกับมวลของวัตถุ ชนิดของพื้นผิวของวัตถุ มีทิศตรงกันข้ามกับทิศทางการเคลื่อนที่และจะขนานกับพื้นผิวการเคลื่อนที่เสมอ

ถ้าให้วัตถุเคลื่อนที่ไปบนพื้นผิวที่ขรุขระ จะต้องออกแรงมากจึงจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ได้ และถ้าพื้นผิวเรียบมากขึ้นเท่าใดจะออกแรงน้อยลงเท่านั้น เช่น ถ้าไม้เคลื่อนที่บนพื้นผิวน้ำแข็ง จะมีแรงต้านทานน้อยมาก

แรงเสียดทานมีอยู่ 2 ชนิด คือ

1. แรงเสียดทานสถิต (ยังไม่เคลื่อนที่)
2. แรงเสียดทานจลน์ (เคลื่อนที่แล้ว)

จากการทดลองพบว่า แรงเสียดทานเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแรงปฏิกิริยาตั้งฉากเขียนเป็นสมการพีชคณิตได้ดังนี้

$$f_s \leq \mu_s N \qquad \text{.....3.9}$$

เมื่อ $f_s$ = แรงเสียดทานสถิต

$\mu_s$ = สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต (static coefficient of friction)

N = แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก

เครื่องหมาย < ใช้เมื่อยังไม่มีการเคลื่อนที่

เครื่องหมาย = ใช้เมื่อเริ่มต้นเคลื่อนที่

ในกรณีที่เคลื่อนที่แล้ว เขียนเป็นสมการได้ว่า

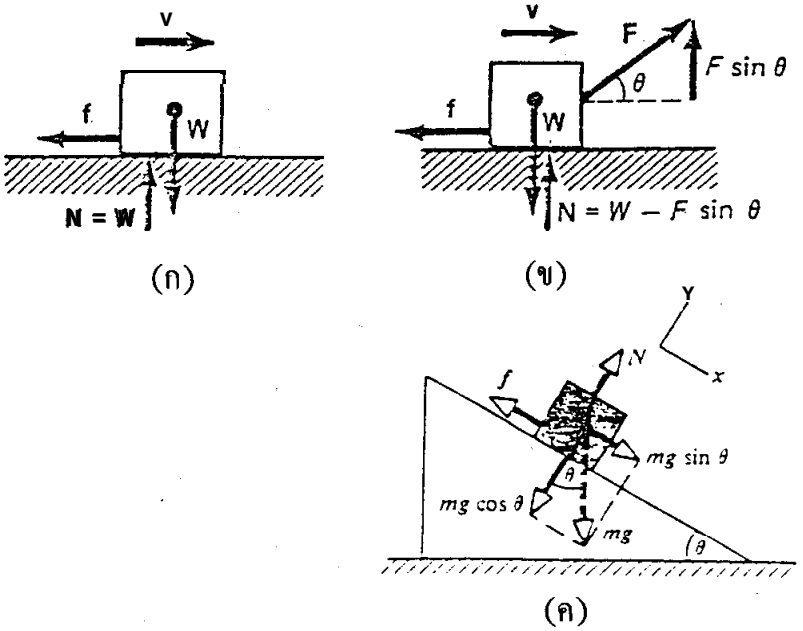
$$f_k \leq \mu_k N \qquad \text{. . . . .3.10}$$

เมื่อ $f_k$ = แรงเสียดทานจลน์

$\mu_k$ = สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานจลน์ (kinetic coefficient of friction)

N = แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก

ในการใช้สูตรแรงเสียดทาน มีข้อควรระวัง คือ แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก (N) ซึ่งตั้งฉากกับพื้นผิวเสมอนี้ ไม่ใช่มีค่าเท่ากับแรงกระทำเนื่องจากมวล (mg) เท่านั้น ถ้ามีแรงกระทำภายนอกกระทำบนวัตถุแล้ว มีผลต่อพื้นผิวก็ต้องนำมารวมในการหาค่าของ N ด้วย ในการหาค่าแรงเสียดทานสถิต หาได้จากสมการสมดุลของแรงเท่านั้น ในภาคปฏิบัติแล้ว จะได้ค่าแรงเสียดทานจลน์ มีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตเล็กน้อย




**รูปที่ 3.12** แรงเสียดทานของ (ก) วัตถุเคลื่อนที่ในแนวนอน
(ข) แรงพยายามทำในทิศมุมยกθ
(ค) วัตถุอยู่บนระนาบเอียง

แรงเสียดทานเป็นสัดส่วนตรงกับแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N นั้น N ไม่ได้มีค่าเท่ากับน้ำหนักของวัตถุเสมอไป ในกรณีที่ไม่มีแรงอื่นใด นอกจากน้ำหนักที่กระทำในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัสกับโต๊ะราบ N = W ดังรูปที่ 3.12 (ก)

แต่ถ้ามีแรงอื่นกระทำในแนวดิ่ง ดังรูปที่ 3.12 (ข) จะได้

$$N = W - f \sin\theta = mg - F \sin\theta \quad \text{.....3.11}$$

ถ้าวัตถุอยู่บนระนาบเอียงทำมุม θ กับแนวระดับ น้ำหนักของวัตถุที่อยู่บนระนาบเอียงสามารถแยกออกได้เป็นสององค์ประกอบ ดังรูปที่ 3.12 (ค) คือ

องค์ประกอบที่มีทิศลงตามระนาบเอียง = $mg \sin\theta$

องค์ประกอบที่มีทิศตั้งฉากกับระนาบเอียง = $mg \cos\theta$

ถ้าให้ $\theta_r$ เป็นมุมวิกฤต (critical angle) ที่พอดีทำให้วัตถุเคลื่อนที่ลง จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$F_x = mg \sin\theta \quad \text{.....3.12}$$

เป็นแรงที่กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่

$$f_s = \mu_s N = \mu_s mg \cos\theta \quad \text{.....3.13}$$

ซึ่ง $f_s$ เป็นแรงต้านการเคลื่อนที่

ที่ $\theta = \theta_r$ , $F_x = f_s$

$$\mu_s = F_x/f_s$$

$$= mg \sin \theta_r / mg \cos \theta_r$$

$$\mu_s = \tan \theta_r \qquad \text{.....3.14}$$

มุม $\theta_s$ เรียกว่า **มุมทรงตัว** (angle of repose)

ในกรณีของความเสียดทานจลน์ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ลงด้วยความเร็วคงที่ จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

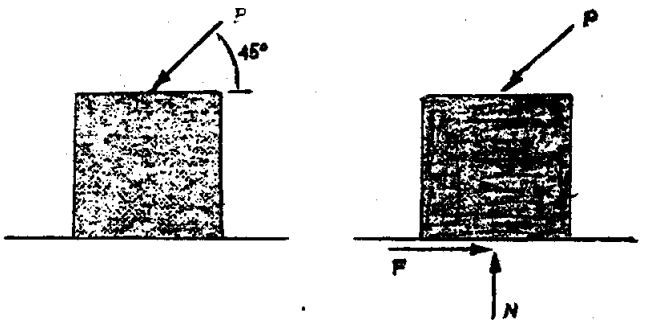
$$F_x - f_k = 0$$

$$mg \sin \theta = \mu_k mg \cos \theta$$

$$\therefore \quad \mu_k = \tan \theta_k \qquad \text{.....3.15}$$

จากสมการ (3.14) และ (3.15) จะเห็นว่า $\mu_s$ และ $\mu_k$ ไม่ขึ้นกับน้ำหนักหรือมวลของวัตถุที่อยู่บนระนาบเอียงเลย

**ตัวอย่าง 3.10** วัตถุก้อนหนึ่งหนัก 100 กิโลกรัมวางอยู่บนพื้นผิวที่มีสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต = 0.2 จะต้องออกแรงผลักวัตถุในทิศทาง 45° จากระนาบของพื้นผิว เท่ากับเท่าใดจึงจะสมดุล




**วิธีทำ** พิจารณาจากรูป แตกแรง P ออกเป็น 2 แนว

แรง P ในแนวดิ่ง = $P \sin 45^\circ$ = 0.707P

แรง P ในแนวนอน = $P \cos 45^\circ$ = 0.707P

ในสภาพสมดุล

แรงในแนวนอน F = . 0.707P

แรงในแนวดิ่ง $N = mg + 0.707P$

$= 100 + 0.707P$

จาก $f_s = I\text{-}W$

$0.707P = 0.2(100+0.707P)$

$0.566P = 20$

$\therefore$ จะต้องออกแรงผลัก $P = 20/0.566 = 35.3$ kg

แรงเสียดทานของพื้นผิว $= (0.707)(35.3) = 24.9$ kg

**ตัวอย่าง 3.11** รถยนต์คันหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 30 เมตรต่อวินาทีบนถนนราบและตรง ถ้าสัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิตระหว่างยางรถและพื้นถนน = 0.6 จงหาระยะทางที่สั้นที่สุดที่รถจะหยุดนิ่งได้

**วิธีทำ**

ในการพิจารณาโจทย์ จะต้องกำหนดให้ล้อรถทั้ง 4 ล้อถูกตรึงไว้ ณ จุดที่ระยะทางเริ่มจากจุดศูนย์

จาก $v^2 = v_0^2 + 2ax$

เมื่อ $v = 0$ จะได้ $x = -v_0^2/2a$ .....(1)

เครื่องหมาย - แสดงว่า ความเร่ง a มีทิศทางตรงข้ามกับการเพิ่มค่า x หรือ -a เป็นความหน่วง

ในการหาค่า a สมมติให้รถยนต์คันนี้หนัก W

จาก $f_s = \mu_s N = \mu_s W = \mu_s mg$

และ $F = ma$

$\therefore$ $a = \mu_s g$

แทนค่า a ใน (1) $x = -v_0^2/2\mu_s g = -(30)^2/[2(0.6)(9.81)$ m

$= -76.45$ m

$\therefore$ รถจะหยุดนิ่งที่ระยะทาง $= 76.45$ m

**กิจกรรม 3.4**

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 3.10 และ 3.11 ว่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานขึ้นอยู่กับน้ำหนักหรือมวลของวัตถุอย่างไร

## 3.4 การประยุกต์กฎของการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน

การที่จะนำกฎของการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันไปใช้ในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์นั้น จะต้องหาคำตอบของปัญหาเหล่านั้นเสียก่อน คือ นำเอาสูตร **F = ma** ไปใช้กับวัตถุอะไร เมื่อได้รับคำตอบแล้ว จึงหาแรงทุกแรงที่กระทำกับวัตถุมวล m นั้น โดยการเขียนเป็น free-body diagram เพื่อที่จะหาแรงลัพธ์ที่กระทำกับมวล m ทำให้เกิดความเร่ง **a**

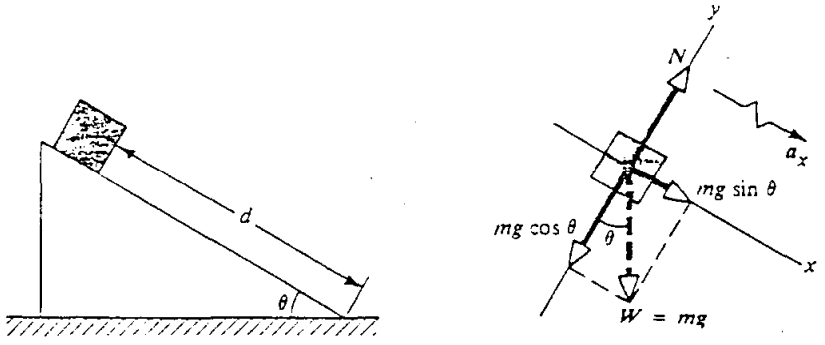
**ตัวอย่าง** 3.12 กล่องรูปสี่เหลี่ยมมวล m วางอยู่บนระนาบเอียงเรียบทำมุม $\theta$ กับแนวระดับ ระยะทางตามพื้นเอียงคือ d ดังรูป ถ้า m = 5 กิโลกรัม $\theta = 30^\circ$ d = 10 เมตร และเริ่มปล่อยกล่องนี้เมื่อ t = 0 และใช้ค่าประมาณ g = 10 เมตร/วินาที$^2$ จงหา

ก. ความเร็วของมวล m

ข. เวลาที่มวล m ใช้ในการเคลื่อนที่ได้ระยะทาง d

ค. หาความเร็วของมวล m ก่อนถึงพื้นราบ

**วิธีทำ** พิจารณาตามรูปข้างล่างนี้




(ก) (ข)

(ก) กล่องเคลื่อนที่ลงตามระนาบเอียง

(ข) free-body diagram ของข้อ (ก)

จาก $F = ma$ .....(1)

$\therefore a = F/m$

จากรูป แรงที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ตามแนวระนาบเอียงโดยตรง มีแรงเดียว คือ $mg \sin \theta$ (ตามแนวแกน X)

ส่วนแรงตั้งฉากกับแนวการเคลื่อนที่ไม่มีผลต่อการเคลื่อนที่โดยตรง นอกจากนั้นสัมประสิทธิ์ความเสียดทานยังมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้น

$F = F_x = mg \sin \theta$

$a = a_x = mg \sin \theta/m$

$= g \sin \theta$ .....(2)

$x = v_0 t + (1/2)at^2$ .....(3)

$v^2 = v_0^2 + 2ax$ .....(4)

จาก (3) และ $v_0 = 0$ ได้ $t = \sqrt{2x/a}$ .....(5)

จาก (4) และ $v_0 = 0$ ได้ $v = v_x = \sqrt{2ax}$ .....(6)

แทนค่า เมื่อ $m = 5$ kg, $d = 10$ m, $g = 10$ m/s$^2$, $v_0 = 0$, $x = d$

ก. จาก (2) $a = (10 \text{ m/s}^2) \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$

ข. จาก (5) $t = \sqrt{[2(10 \text{ m})]/[5 \text{ m/s}^2]} = 2$ s

ค. จาก (6) $v = \sqrt{2(5 \text{ m/s}^2)(10 \text{ m})} = 10$ m.s

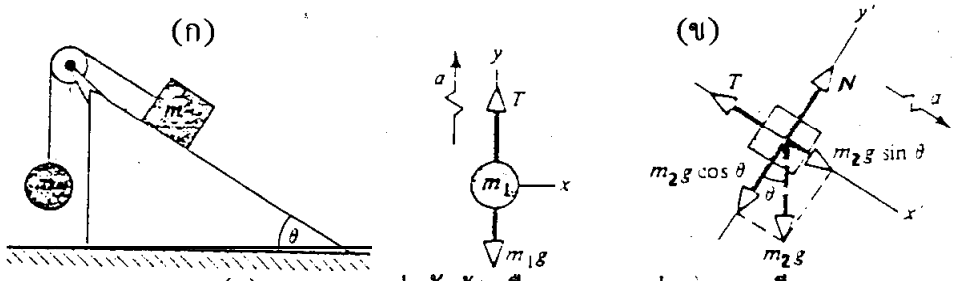
**ตัวอย่าง 3.13** มวล $m_1 = 10$ กิโลกรัม $m_2 = 15$ กิโลกรัม วางอยู่บนระนาบเอียงซึ่งทำมุม $\theta = 53.1^\circ$ กับแนวนอน ถูกต่อกันด้วยเชือกเบาผ่านรอกซึ่งไม่มีความเสียดทาน ดังรูป จงหา

ก. ทิศทางของการเคลื่อนที่

ข. อัตราเร่ง

ค. แรงดึงในเส้นเชือก

**วิธีทำ** พิจารณาตามรูปข้างล่างนี้




(ก) มวล 2 มวลต่อกันด้วยเชือกเบา $m_2$ อยู่บนระนาบเอียง

(ข) free-body diagram

มวล $m_1$ และ $m_2$ มีการเคลื่อนที่ตามรูป (ข)

แรงลัพธ์กระทำกับมวล $m_1$ คือ

$$\Sigma F_y = T - m_1 g = m_1 a \quad \text{.....(1)}$$

$$\Sigma F_x = o$$

แรงที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของมวล $m_2$ (ตามแนว X') คือ

$$\Sigma F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a \quad \text{.....(2)}$$

$$(\Sigma F_{y'} = N - mg\cos\theta = o)$$

(1) + (2) ได้ $a = [m_2 g \sin\theta - m_1)/(m_1+m_2)]g$ .....(3)

(1) x $m_2$ - (2) x $m_1$ ได้ $T = [[m_1 m_2(1+\sin\theta)]/(m_1+m_2)]g$ .....(4)

แทนค่า $m_1$ = 10 kg, $m_2$ =15 kg, $\theta = 53.1^\circ$, $\mu$ = o

ก. และ ข. จาก (3) $a = [[15\text{ kg}\sin 53.1^\circ - 10\text{ kg}]/(10\text{ kg} + 15\text{kg})](9.8\text{ m/s}^2)$

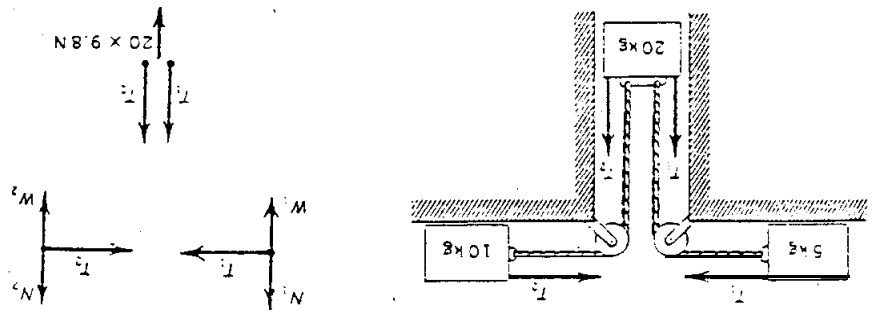
$= 0.78\text{ m/s}^2$ เคลื่อนที่ในทิศตามรูป

ฟ. จาก (4) $T = [[10\text{ kg})(15\text{kg})(1+\sin 53.1^\circ)]/(10\text{ kg} + 15\text{ kg})](9.8\text{ m/s}^2)$

$= 105.84$ N

**ตัวอย่าง 3.14** มวล 5 กิโลกรัม และมวล 10 กิโลกรัมวางอยู่บนโต๊ะเรียบ ผูกโยงด้วยเชือกเบา คล้องผ่านรอกซึ่งมีความเสียดทานน้อยมากไปยังมวล 20 กิโลกรัม ดังรูป จงหา

ก. ความเร่ง ข. แรงตึง $T_1$ ค.แรงตึง $T_2$




**วิธีทำ**

จาก $F = ma$

แรงที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ พิจารณาแรงลัพธ์

แรงลัพธ์บนมวล $m_1$ คือ $T_1 = m_1a$ .....(1)

แรงลัพธ์บนมวล $m_2$ คือ $T_2 = m_2a$ .....(2)

แรงลัพธ์บนมวล $m_3$ คือ $m_3g - T_1 - T_2 = m_3a$ .....(3)

แก้สมการ จะได้

$$a = [m_3/(m_1 + m_2 + m_3)].\ g \quad \text{.....(4)}$$

แทนค่า $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 10$ kg, $m_3 = 20$ kg, $\mu = o$

.. fl.ความเร่ง $a = [20\ \text{kg}/(5\ \text{kg} + 10\ \text{kg} + 20\ \text{kg})].(9.8\ \text{m/s}^2)$

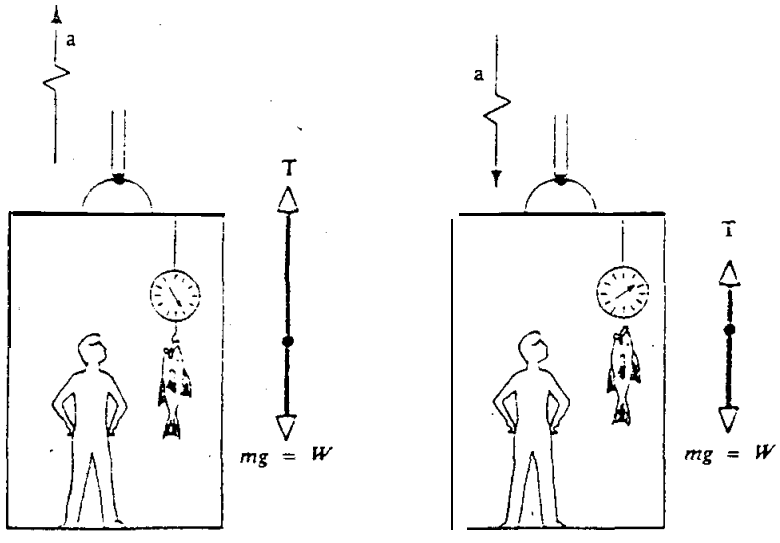
$= 5.6\ \text{m/s}^2$

ข. แรงตึง $T, = (5\ \text{kg})(5.6\ \text{m/s}^2) = 28$ N

fl. แรงตึง $T_2 = (10\ \text{kg})(5.6\ \text{m/s}^2) = 56$ N

**ตัวอย่าง 3.15** (ชั่งปลาในลิฟต์) ชายคนหนึ่งชั่งปลาโดยใช้ตาชั่งสปริง ซึ่งแขวนจากเพดานของลิฟต์ ดังรูป จงแสดงว่า ถ้าลิฟต์ที่เคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือความหน่วง ตาชั่งสปริงนี้จะอ่านน้ำหนักผิดไปจากน้ำหนักจริง และจงหาน้ำหนักที่อ่านได้ กำหนดให้ a = 7 เมตร/วินาที$^2$ W = 42 นิวตัน

ก. เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้น ข. เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลง




ชั่งปลาในลิฟต์

(ก) เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้น

(ข) เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลง

(ก) (ข)

**วิธีทำ** แรงภายนอกที่กระทำกับปลา คือ น้ำหนักจริง W และแรงตึง T จากกฎข้อที่สามของนิวตัน T คือ ค่าน้ำหนักที่อ่านได้จากสเกลของตาชั่ง

ถ้าลิฟต์อยู่นิ่งหรือเคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงที่ $T = W = mg$

ในกรณีที่ลิฟต์เคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือความหน่วง ต้องใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน ดังนี้

แรงลัพธ์ $F = T - W = ma$ (เมื่อ a มีทิศขึ้น)

และ แรงลัพธ์ $F = T - W = -ma$ (เมื่อ a มีทิศลง)

ก. เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ขึ้น

$$T - W = ma$$

$$\therefore \quad T = W + ma$$

$$= W + (W/g)a$$

$$= 42\ N + [(42\ N)(7\ m/s^2)]/(9.8\ m/s^2)$$

$$= 72\ N$$

ข. เมื่อลิฟต์เคลื่อนที่ลง

$$T - W = -ma$$

$$T = W - ma$$

$$= W - (W/g).a$$

$$= 42\ N - [42\ N)(7\ m/s^2)]/(9.8\ m/s^2)$$

$$= 12\ N$$

**กิจกรรม 3.5**

**ให้นักศึกษาพิจารณาตามกฎการเคลื่อนที่ข้อสองของนิวตันในตัวอย่าง 3.12, 3.13, 3.14 และ 3.15 ว่ามีแรงกระทำต่อวัตถุใดที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของวัตถุ**

## สรุป

การเคลื่อนที่ของวัตถุมีสาเหตุมาจากแรงกระทำภายนอก ซึ่งทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง หรือความหน่วง และทำให้เกิดแรงเสียดทาน ในบทนี้ได้ศึกษาแรงต่าง ๆ รวมทั้งแรงที่ทำให้วัตถุสมดุลและการประยุกต์กฎการเคลื่อนที่

# แบบฝึกหัดที่ 3

3.1 วัตถุก้อนหนึ่งมีมวล 8 กิโลกรัม จงหา

ก. น้ำหนัก

ข. ความเร่ง ถ้าแรงลัพธ์เท่ากับ 12 นิวตันกระทำกับวัตถุนี้

**ตอบ** ก. 78.4 นิวตัน ข. 1.5 เมตรต่อวินาที$^2$

3.2 เครื่องบินโดยสารโบอิ้ง 707 มีมวล $1.2 \times 10^5$ กิโลกรัม เครื่องยนต์ทั้งสี่ให้แรงขับเคลื่อนสุทธิ $75 \times 10^3$ นิวตัน ใช้เวลา 30 วินาทีก็ร่อนขึ้นสู่ท้องฟ้า จงหา

ก. ความเร่ง

ข. ระยะทางบนพื้นที่เครื่องบินวิ่งก่อนทะยานขึ้นสู่ท้องฟ้า

**ตอบ** ก. 0.625 เมตรต่อวินาที$^2$ ข. 281.25 เมตร

3.3 มวล 4 กิโลกรัมผูกติดกับมวล 5 กิโลกรัม ถ้ามวล 5 กิโลกรัมมีความเร่ง 1.6 เมตรต่อวินาที$^2$ จงหาแรงที่ทำต่อมวล 4 กิโลกรัม และความเร่ง

**ตอบ** 8 นิวตัน, 2 เมตรต่อวินาที$^2$

3.4 วัตถุ A และ B อยู่ติดกันบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน A มีมวล 3 กิโลกรัม B มีมวล 2 กิโลกรัม

ก. จงหาแรงกระทำที่ A ซึ่งจะทำให้ A และ B เกิดความเร่ง 0.8 เมตรต่อวินาที$^2$ แรงที่วัตถุ A กระทำกับ B เท่ากับเท่าใด

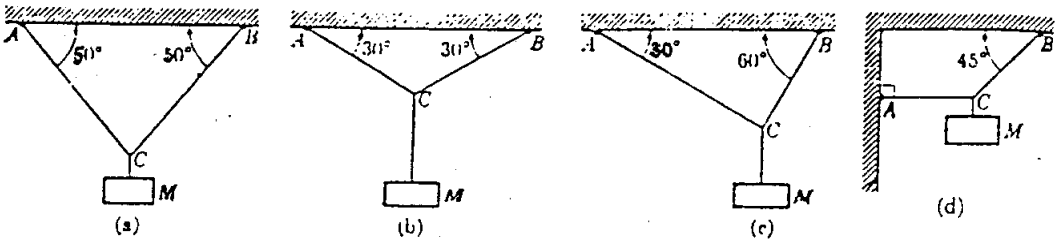
ข. ถ้าแรงกระทำที่ B แล้วทำให้เกิดความเร่งของ A และ B เท่ากับข้อ ก. แต่ในทิศตรงข้ามจงหาแรงที่ B ทำกับ A

**ตอบ** ก. 4 นิวตัน, 1.6 นิวตัน ข. 2.4 นิวตัน

3.5 จงหาแรงตึงในเส้นเชือก AC และ BC ในรูปกำหนดให้น้ำหนักของ M เท่ากับ 40 N

**ตอบ** ก. 26.1 N, 26.1N; ข. 40 N, 40 N;

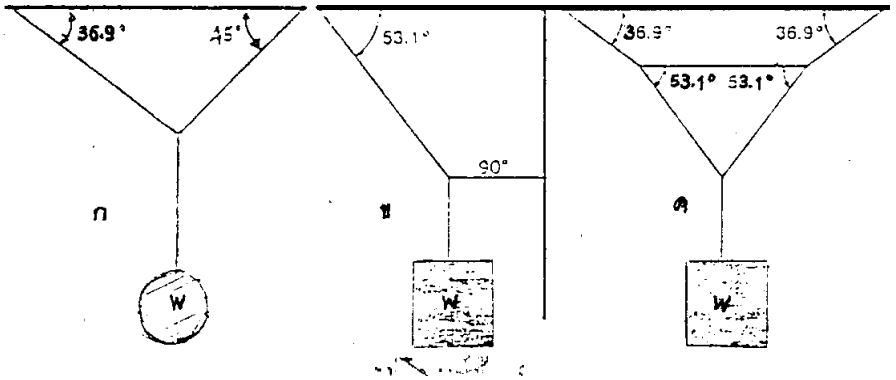
ค. 20 N, 34.6 N; ง. 40 N, 56.6 N




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.5

3.6 จงหาแรงตึงในแต่ละเส้นเชือกของรูป กำหนดให้ w เท่ากับ 70 นิวตัน

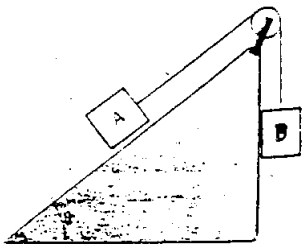
**ตอบ** fl. 50 N, 56.6 N, ข. 87.5 N, 52.5 N, n.43.75 N, 58.3 N, 20.4 N




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.6

3.7 มวล A เท่ากับ 5 กิโลกรัม อยู่บนระนาบเอียงขรุขระ ทำมุม 30° กับแนวนอน มวล A ต่อด้วยเชือกเบาผ่านรอกซึ่งไม่มีความเสียดทานไปยังมวล B ดังรูป ได้ $\mu_k$ = 0.25 จงหาความเร่งและแรงตึงในเส้นเชือก

**ตอบ** 0.455 $m/s^2$; 37.4 N



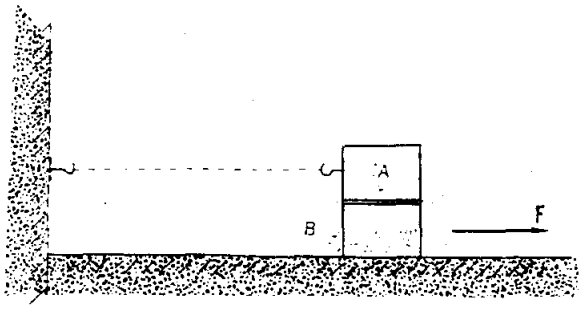

รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.7

3.8 ถ้า A และ B มีมวล 2 และ 8 กิโลกรัม ตามลำดับ

ก. จงหา $\mu_k$ ระหว่างมวล B กับพื้นโต๊ะ ถ้า F = 35 นิวตัน ทำให้มวล B เคลื่อนที่ด้วยความเร็วคงตัว

ข. ถ้า $\mu_k$ ระหว่าง A กับ B เท่ากับ 0.40 จงหาแรงที่กระทำกับ B ถ้า A ถูกตรึงให้อยู่กับที่ตามเส้นประ

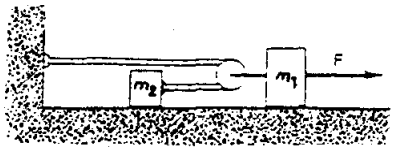
**ตอบ** ก. 0.357; ข. 42.8 N




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.8

3.9 ในรูป ถ้าผิวโต๊ะเป็นผิวเรียบ จงหาแรงตึงในเส้นเชือกและความเร่งของมวล $m_2$ ถ้า $m_1$ = 300g, $m_2$ = 200 g และ F = 0.40 N

**ตอบ** 0.145N; 0.73 $m/s^2$



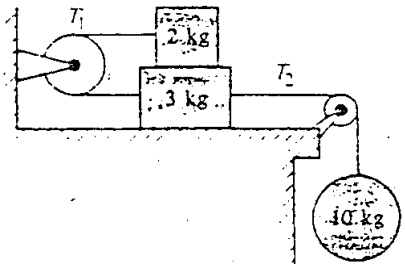

รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.9

3.10 ในรูป $\mu_k$ ระหว่างมวล 2 กิโลกรัม และ 3 กิโลกรัม เท่ากับ 0.3 พื้นโต๊ะไม่มีความเสียดทาน

ก. จงหาความเร่งของแต่ละมวล

ข. จงหาแรงตึงในเส้นเชือก $T_1$ และ $T_2$

**ตอบ** fl. 5.75 m/s2, ข. 17.4 N, 40.5 N



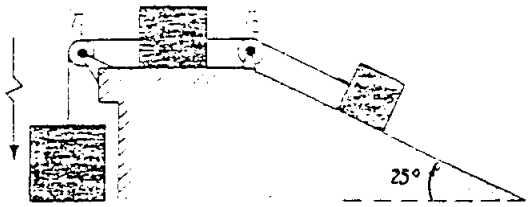

รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.10

3.11 มวล 3 มวล ต่อด้วยเชือกเบาดังรูป ผ่านรอกซึ่งไม่มีความเสียดทาน ความเร่งของระบบเท่ากับ 2 เมตร/วินาที$^2$ และพื้นเป็นผิวขรุขระมีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเท่ากันทั้งโต๊ะราบและระนาบเอียง

ก. จงหาแรงตึง $T_1$ และ $T_2$

ข. จงหาสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

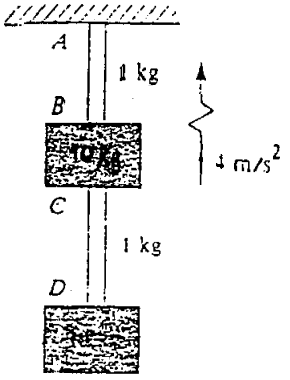
**ตอบ** ก. 78.0 N, 35.9 N; ข. 0.655




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.11

3.12 วัตถุ 2 ก้อนถูกแขวนที่เพดานของลิฟต์ ซึ่งเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง 4 เมตร/วินาที$^2$ ดังรูป เชือกแต่ละเส้นมีมวล 1 กิโลกรัม จงหาแรงตึงในเส้นเชือกที่จุด A, B, C และ D

**ตอบ** 304 N, 290 N, 152 N, 138 N

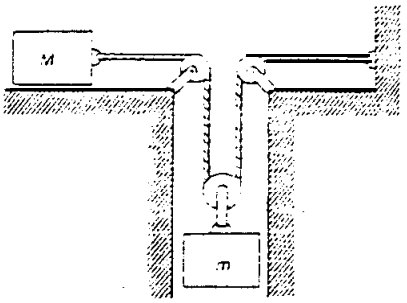



รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.12

3.13 มวล m และ M ผูกด้วยเชือก และคล้องผ่านรอกดังรูป ถ้า m = 3.0 กิโลกรัม ความเร่งของ m จะเท่ากับ 0.6 เมตร/วินาที² ถ้า m = 4.0 กิโลกรัม ความเร่งของ m เท่ากับ 1.6 เมตร/วินาที²

ก. จงหาแรงเสียดทานระหว่างมวล M กับพื้นโต๊ะ ข. จงหาค่าของมวล m

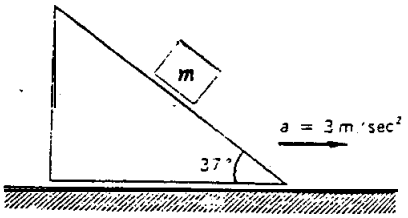
**ตอบ** ก. 12.2 N ข. 1.3 kg




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 3.13

3.14 ถ้าระนาบเอียงในรูป เคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยความเร่ง 3 เมตร/วินาที² จงหาความเร่งของมวล m สัมพัทธ์กับระนาบเอียง ถ้าความเสียดทานเท่ากับศูนย์

**ตอบ** 3.5 m/s² ลงตามระนาบเอียง




รูปตามแบบฝึกหัด 3.14