บทที่ 10
คลื่นกลและคลื่นเสียง

เค้าโครงเรื่อง

10.1 การจำแนกประเภทของคลื่น

คลื่นตามขวางและคลื่นตามยาว

10.2 ฟังก์ชันคลื่น

ความสัมพันธ์ซึ่งแสดงถึงลักษณะคลื่น

10.3 คลื่นฮาร์มอนิก

ฟังก์ชันคลื่นรูปแบบไซน์

10.4 การถ่ายโอนพลังงานโดยคลื่นฮาร์มอนิก

พลังงานทั้งหมดและอัตราการถ่ายโอนพลังงาน

10.5 สมการของคลื่น

ฟังก์ชันคลื่นเป็นรากของสมการการเคลื่อนที่ของคลื่น

10.6 ปรากฏการณ์เกี่ยวกับคลื่น

การสะท้อน การแทรกสอดและการสั่นพ้อง

10.7 คลื่นเสียง

อัตราเร็วของเสียงในตัวกลางต่าง ๆ บีตส์ ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ คลื่นกระแทกและซอนิกบูม คลื่นใต้เสียงและคลื่นเหนือเสียง ความเข้ม ความดัง คุณภาพและระดับเสียง

สาระสำคัญ

1. คลื่นตามขวางและคลื่นตามยาวแตกต่างกันโดยอนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ทำมุมฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่นตามขวาง แต่เคลื่อนที่ขนานไปในทิศทางเดียวกันกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่นตามยาว

2. ฟังก์ชันคลื่นคือความสัมพันธ์ซึ่งแสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของคลื่น

$$y = f(x \pm vt)$$

3. คลื่นฮาร์มอนิกคือ คลื่นซึ่งมีลักษณะฟังก์ชันคลื่นในรูปแบบไซน์

$$y = A \sin (kx \pm \omega t)$$

โดยที่ $k = 2\pi/\lambda$ และ $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ และ A คือ แอมปลิจูด

4. พลังงานทั้งหมดเนื่องจากอนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกคือ

$$E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

โดยที่ k คือ ค่าคงตัวของแรงคืนตัว

อัตราการถ่ายโอนพลังงานคือ กำลังงาน

$$dE/dt = \frac{1}{2} \mu\omega^2 A^2 v$$

เมื่อ μ คือมวลต่อความยาว

5. สมการของคลื่นคือ

$$\partial^2 y/\partial x^2 = \frac{1}{v^2} (\partial^2 y/\partial t^2)$$

โดย $y = fn(x)$ เป็นรากของสมการเคลื่อนที่ของคลื่น คือ ฟังก์ชันคลื่น

6. คลื่นนิ่งเกิดจากการรวมคลื่น 2 กระบวน โดยมีความถี่และแอมปลิจูดเท่ากัน แต่ทิศทางเคลื่อนที่ตรงข้ามกันเกิดการแทรกสอดกัน ดังนี้

$$y = y_1 + y_2 = | 2A \cos \omega t | \sin kx$$

คลื่นนิ่งในเส้นเชือกตรึงปลายสองข้างและในท่อปลายปิดหรือเปิดสองข้าง ความยาว l จะมีความถี่

$$f_n = \frac{n}{2l} \left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$$ สำหรับเส้นเชือกตรึงปลายสองข้าง

และ $$f_n = \frac{n}{2l} \left[\frac{B}{\rho}\right]^{1/2}$$ สำหรับท่อปลายปิดหรือเปิดสองข้าง

เมื่อ $n = 1, 2, 3, \ldots$ ตามลำดับ

คลื่นนิ่งในเส้นเชือกตรึงปลายข้างเดียว และในท่อปลายเปิดข้างเดียว ความยาว l จะมีความถี่

$$f_n = \frac{n}{4l}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$$ สำหรับเส้นเชือกตรึงปลายข้างเดียว

และ $$f_n = \frac{n}{4l}\left[\frac{B}{P_0}\right]^{1/2}$$ สำหรับท่อปลายเปิดข้างเดียว

เมื่อ $n = 1, 3, 5, \ldots$ ตามลำดับ

การสั่นพ้องเกิดขึ้นเมื่อแรงขับเคลื่อนกระทำจากภายนอกเท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบ ทำให้แอมปลิจูดของการออสซิลเลตมีค่าสูงสุด

7. ความเร็วของเสียงในอากาศที่อุณหภูมิ $0^\circ C$ (= 273 K) คือ

$$v_0 = 331 \quad m/s$$

และที่อุณหภูมิ $t^\circ C$ เมื่อ t มีค่าน้อย ความเร็วของเสียงในอากาศมีค่าประมาณ

$$v = v_0 + 0.6\,t$$

อัตราเร็วของเสียงหรือคลื่นตามยาวในแท่งของแข็ง คือ

$$v = \left[\frac{Y}{\rho_0}\right]^{1/2}$$

และในของไหล คือ $$v = \left[\frac{B}{\rho_0}\right]^{1/2}$$

บีตส์เกิดจากคลื่น 2 กระบวน ความถี่ใกล้เคียงกัน เคลื่อนที่ในทิศเดียวกันจะเกิดความถี่บีตส์

$$f_b = |f_1 - f_2|$$

ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์เกิดจากการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ระหว่างผู้สังเกตกับแหล่งกำเนิดเสียง ทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่มีความถี่แตกต่างไปจากความถี่เดิม คือ

$$f' = \left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_s}\right)f$$

เมื่อ v คือ ความเร็วเสียง v_0 คือ ความเร็วของผู้สังเกต และ v_s คือ ความเร็วของแหล่งกำเนิดเสียง

ถ้าผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่เข้าหากัน จะทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่ความถี่**สูงขึ้น** โดยมีเครื่องหมาย + v_0 และ - v_s

แต่ถ้าผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่ออกจากกัน จะทำให้ผู้สังเกตได้ยินเสียงที่มีความถี่**ต่ำลง** โดยมีเครื่องหมาย - v_0 และ + v_s ในความสัมพันธ์ข้างกัน

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. อธิบายความหมายของปรากฏการณ์เกี่ยวกับคลื่น เช่น คลื่นนิ่ง บีตส์ ฮาร์มอนิก และโอเวอร์โทน และปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ได้

2. แสดงความแตกต่างระหว่างการเกิดคลื่นนิ่งในตัวกลางต่าง ๆ ได้

3. เขียนความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณทางฟิสิกส์เกี่ยวกับคลื่น เช่น ความเร็วคลื่น ความถี่ ความยาวคลื่น และคาบได้

4. คำนวณหาปริมาณทางฟิสิกส์เกี่ยวกับคลื่นในบทนี้ได้อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง

พลังงานสามารถถ่ายเทจากแหล่งหนึ่งไปสู่อีกแหล่งหนึ่งได้เป็นระยะทางห่างกันมาก ๆ โดยอาศัยการเคลื่อนที่ของตัวกลางในลักษณะของคลื่น โดยเฉพาะคลื่นกล (mechanical wave) ซึ่งเกิดจากแหล่งกำเนิดเชิงกลและจะต้องมีตัวกลางเพื่อให้คลื่นเคลื่อนที่ไป เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบคลื่นหมายถึงการถ่ายโอนพลังงานด้วยการทำให้ตัวกลางเกิดการสั่นสะเทือน ดังเช่นคลื่นเสียงในอากาศซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ของอากาศบางส่วน เมื่อได้รับแรงกระแทกหรือการรบกวนทำให้อากาศส่วนที่ได้รับพลังงานกลเคลื่อนที่ไปจากตำแหน่งปกติ และถ่ายทอดพลังงานนั้นต่อ ๆ ไปยังส่วนที่อยู่ติดกันไป ภายหลังการถ่ายทอดพลังงานจะเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งเดิม จึงเกิดการกวัดแกว่งโดยรอบตำแหน่งสมดุล โดยอาศัยคุณลักษณะความยืดหยุ่นของตัวกลาง การรบกวนซึ่งก่อให้เกิดคลื่นนี้จึงส่งผ่านไปหรือเคลื่อนที่ไปในตัวกลางได้ ด้วยเหตุนี้ แต่ตัวกลางไม่ได้เคลื่อนที่ไปด้วยแต่อย่างใด เพียงแต่กวัดแกว่งไปมาในช่วงจำกัดเท่านั้น ดังจะเห็นได้จากคลื่นในเส้นเชือกและคลื่นน้ำ ซึ่งนับว่าเป็นคลื่นกลเช่นเดียวกับคลื่นเสียง อย่างไรก็ตาม คลื่นวิทยุและคลื่นแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถเคลื่อนที่ผ่านอะตอม โดยไม่ต้องอาศัยตัวกลางใด ๆ แต่ในบทนี้จะศึกษาเฉพาะคลื่นกลรวมทั้งคลื่นเสียงเท่านั้น

ในชีวิตประจำวันเราจะเห็นวัตถุต่าง ๆ สั่นสะเทือนหรือกวัดแกว่งไปมา ดังเช่นลูกตุ้มนาฬิกา สะพานแขวน ราวตากผ้า เครื่องดนตรีประเภทกลองและเครื่องสาย แม้กระทั่งวัตถุที่ดูเหมือนว่าตั้งอยู่อย่างมั่นคงแข็งแรง ดังเช่นอาคารสูงระฟ้า และสะพานคอนกรีตก็สั่นสะเทือนหรือกวัดแกว่งด้วย การศึกษาเกี่ยวกับคลื่นจะช่วยให้เข้าใจถึงประเภทของคลื่น การเกิดคลื่นและปรากฏการณ์ทั้งหลายที่เกี่ยวข้อง ทั้งยังจะเป็นประโยชน์ในการศึกษาคลื่นเสียงและคลื่นอื่น ๆ ต่อไป นอกจากนี้ ผู้ประดิษฐ์และผู้ก่อสร้างวัตถุต่าง ๆ ดังกล่าวข้างต้น ตลอดจนอาคารสูง กระเช้าลอยฟ้าและสะพานแขวนจำเป็นจะต้องทราบและเข้าใจในเรื่องนี้เป็นอย่างดีด้วยเช่นเดียวกัน

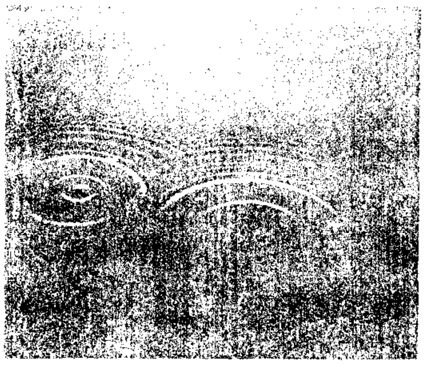
10.1 การจำแนกประเภทของคลื่น

เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบคลื่นเกิดจากการสั่นสะเทือนในตัวกลางต่าง ๆ มีลักษณะแตกต่างกัน และโดยทั่วไปจะเรียกคลื่นตามชนิดของตัวกลาง เช่น คลื่นน้ำ คลื่นในเส้นเชือกและคลื่นในสปริง แต่ในทางฟิสิกส์จะจำแนกคลื่นทั้งหลายออกเป็น 2 ประเภท คือ

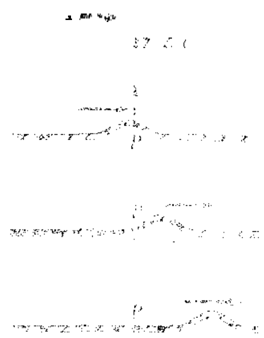
1. คลื่นตามขวาง (transverse waves) หมายถึง การเคลื่อนที่ของคลื่นโดยที่อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ทำมุมฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น

2. คลื่นตามยาว (longitudinal waves) หมายถึง การเคลื่อนที่ของคลื่นโดยที่อนุภาคของตัวกลางเคลื่อนที่ขนานไปในทิศทางเดียวกันกับทิศการเคลื่อนที่ขนานไปในทิศทางเดียวกันกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น

สำหรับคลื่นน้ำและคลื่นในเส้นเชือกจัดเป็นประเภทคลื่นตามขวาง ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 10.1 และรูปที่ 10.2 ว่าน้ำและเชือกจะเคลื่อนที่ในทิศตั้งฉากกับทิศทางซึ่งคลื่นเคลื่อนที่ โดยส่วนต่าง ๆ ของน้ำและเชือกจะเคลื่อนที่ขึ้น-ลง ตามยอดคลื่นและท้องคลื่นในทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของคลื่น

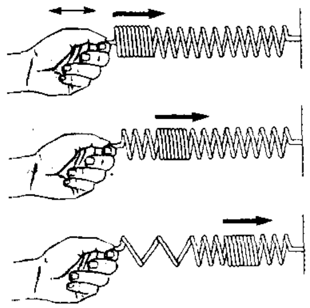


รูปที่ 10.1 คลื่นน้ำซึ่งเกิดจากวัตถุกระทบน้ำทำให้เกิดยอดคลื่นเป็นวงซ้อนกันโดยรอบจุดตกกระทบ แผ่กระจายออกไปตามแนวรัศมีของวงกลม ในขณะที่ยอดคลื่นและท้องคลื่นซึ่งอยู่บนผิวน้ำอยู่ในทิศตั้งฉากกับการแผ่กระจายของคลื่น โดยน้ำจะกระเพื่อมขึ้น-ลงเป็นยอดคลื่นและท้องคลื่น



รูปที่ 10.2 คลื่นในเส้นเชือกซึ่งเกิดจากการสั่นเชือกทำให้เป็นลูกคลื่น โดยส่วนต่าง ๆ ของเชือกดังจุด P จะเคลื่อนที่ในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของคลื่น

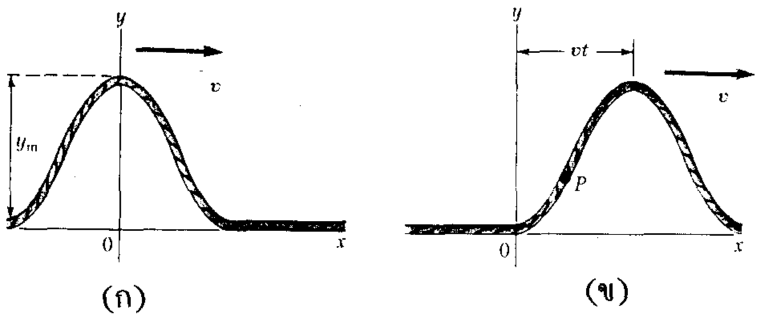
ส่วนคลื่นในสปริงจัดเป็นประเภทคลื่นตามยาวเช่นเดียวกับคลื่นเสียงในตัวกลางต่าง ๆ เมื่อมีแรงอัดกระทำต่อสปริงหรือตัวกลางที่เสียงเคลื่อนที่ผ่านไปตรงส่วนใดจะเกิดการถ่ายทอดไปยังส่วนที่อยู่ถัดไปดังรูปที่ 10.3 ซึ่งแสดงคลื่นในสปริงจะเห็นว่าบริเวณที่ถูกอัด C (compressed) เคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของคลื่น โดยจะเกิดการอัดและการขยายต่อเนื่องกันไป เช่นเดียวกับคลื่นเสียง



รูปที่ 10.3 คลื่นตามยาวซึ่งเกิดขึ้นจากการอัดและการขยายตัวของสปริงอยู่ในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของคลื่น

10.2 ฟังก์ชันคลื่น

โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงคลื่นย่อมจะหมายถึงการสั่นสะเทือนขึ้น-ลงเป็นจังหวะซ้ำกันในลักษณะของยอดคลื่นและท้องคลื่น ดังกล่าวแล้วในตอนก่อน แต่คลื่นในเส้นเชือกดังแสดงไว้ในรูปที่ 10.2 ซึ่งมีแต่ยอดคลื่นหรือพัลส์ (pulse) เกิดขึ้นซ้ำกันในทุกระยะหนึ่ง ๆ ถ้าให้เส้นเชือกอยู่ในแกน x และการแกว่งของเส้นเชือกอยู่ในแกน y ดังรูปที่ 10.4 เมื่อเริ่มต้น t = 0 จะมีลักษณะคลื่นเปลี่ยนแปลงไปตามความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ x ซึ่งเขียนในรูปแบบทั่วไปได้ว่า y = f (x) โดยที่ y มีค่าสูงสุดเท่ากับ y เรียกว่า แอมปลิจูด (amplitude)



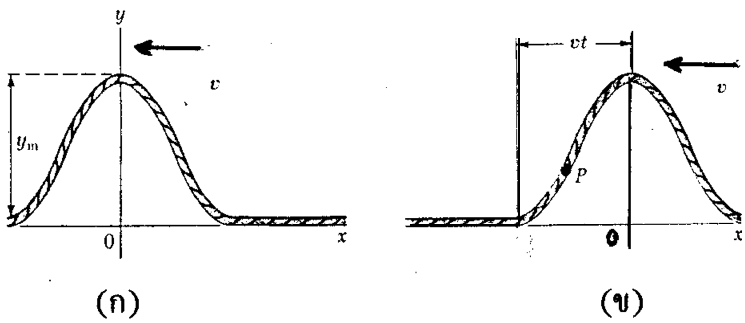
รูปที่ 10.4 คลื่นในเส้นเชือกซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในแกน x เป็นบวก
(ก) เมื่อเวลา t = 0 ลักษณะคลื่นเปลี่ยนแปลงไปตาม y = f (x) และ
(ข) เมื่อเวลาต่อมา t ลักษณะคลื่นยังคงเดิมที่ตำแหน่ง x = vt โดยที่ y = f (x - vt)

ถ้าคลื่นในรูปที่ 10.4 (ก) เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ไปทางของตามแกน x เป็นบวกเมื่อเวลาผ่านไป t จึงเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง vt โดยลักษณะคลื่นยังคงเหมือนเดิม ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ x ในเวลา t คือ

$$y = f(x - vt) \qquad ....10.1$$

ในกรณีที่คลื่นเคลื่อนที่ไปทางซ้าย ตามแกน x เป็นลบ โดยที่ลักษณะคลื่นเหมือนเดิม ดังรูปที่ 10.5 ฉะนั้น ความสัมพันธ์ระหว่าง y กับ x สำหรับคลื่นเคลื่อนที่ไปทาง x เป็นลบ คือ

$$Y = f(x + vt) \qquad ....10.2$$



รูปที่ 10.5 คลื่นในเส้นเชือกซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v ในแกน x เป็นลบ
(ก) เมื่อเวลา t = 0 ลักษณะคลื่นเปลี่ยนแปลงไปตาม y = f (x) และ
(ข) เมื่อเวลาต่อมา t ลักษณะคลื่นยังคงเดิมที่ตำแหน่ง -x = vt โดยที่ y = f(x + vt)

ความสัมพันธ์ในสมการ 10.1 และ 10.2 เรียกว่า **ฟังก์ชันคลื่น** (wave function) ซึ่งแสดงถึงลักษณะคลื่นที่เปลี่ยนแปลงในแกน y ตามตำแหน่ง x และตามเวลา t ดังนั้น y จึงเป็นฟังก์ชันของ x และ t หรือ y (x, t) โดยที่ลักษณะคลื่นยังคงเหมือนเดิมในช่วงระยะหนึ่งๆ (x และ t) จะมีความเร็วในแต่ละส่วนของคลื่นคงตัว เช่น ส่วนที่เป็นยอดคลื่นหรือท้องคลื่น จึงเรียกความเร็วว่า **ความเร็วเฟส** (phase velocity) โดยที่

$$v = dx/dt \qquad ....10.3$$

ตัวอย่าง 10.1 คลื่นพัลส์เคลื่อนที่ไปตามแกน x มีฟังก์ชันคลื่นดังนี้

$$y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$$

เมื่อ x มีหน่วยเป็นเมตรและ t เป็นวินาที (ก) จงหาลักษณะของพัลส์เมื่อเวลา t = 0, t = 1 วินาที และ t = 2 วินาที และ (ข) ความเร็วเฟสของพัลส์

วิธีทำ (ก) แทนค่า t = 0, t = 1 s, และ t = 2 s ลงในฟังก์ชันคลื่นจะได้

$$y(x, 0) = \frac{2}{x^2 + 1} \qquad \text{เมื่อ } t = 0$$

$$y(x, 1) = \frac{2}{(x - 3)^2 + 1} \qquad \text{เมื่อ } t = 1 \text{ s}$$

$$y(x, 2) = \frac{2}{(x - 6)^2 + 1} \qquad \text{เมื่อ } t = 2 \text{ s}$$

จะเห็นว่า ค่าสูงสุดของ y คือ แอมปลิจูดของพัลส์ y_m = 2 เมตรและจะมีค่าต่าง ๆ สำหรับค่า x ต่าง ๆ กันดังนี้

	t = 0	t = 1 s	t = 2 s
x	y	y	y
0	2	0.2	...
1	1	0.4	...
2	0.4	1	...
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

จะได้ลักษณะของพัลส์เมื่อเวลา t = 0, t = 1 วินาที และ t = 2 วินาที ดังรูปที่ 10.6 (ก), (ข) และ (ค) ตามลำดับ

y (m)

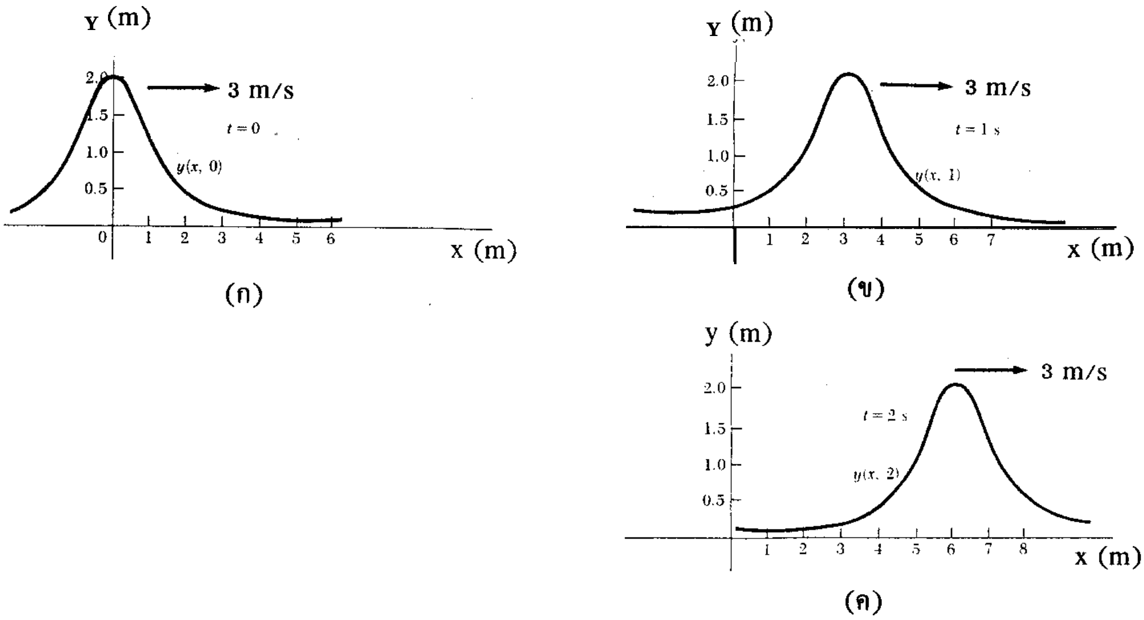
2.0 3 m/s (ก)

1.5 t = 0

1.0

0.5 y (x, 0)

0 1 2 3 4 5 x (m)



รูปที่ 10.6 ตัวอย่าง 10.1

(ข) เทียบฟังก์ชันคลื่น $y(x, t) = \frac{2}{(x - 3t)^2 + 1}$ กับสมการ 10.1 จะเห็นว่าฟังก์ชันคลื่นนี้ดังรูปแบบ $y = f(x - vt)$ เช่นเดียวกับสมการ 10.1 ดังนั้น ความเร็วเฟสของพัลส์ $v = 3$ m/s

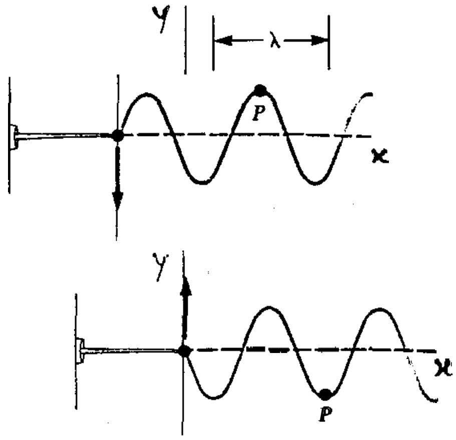
กิจกรรม 10.1

ให้นักศึกษาแสดงลักษณะของคลื่นในตัวอย่าง 10.1 ด้วยกราฟเมื่อเวลาอื่นๆ ต่างไปจากตัวอย่างที่แสดงไว้

10.3 คลื่นฮาร์มอนิก

ลักษณะคลื่นซึ่งประกอบด้วยยอดคลื่นและท้องคลื่นดังเช่นคลื่นน้ำ จะเห็นว่าคล้ายกับกราฟของฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ ดังรูปที่ 10.7 จึงมีฟังก์ชันคลื่น ดังนี้

$$y = A \sin (2\pi x/\lambda) \quad \text{........10.4}$$



รูปที่ 10.7 คลื่นฮาร์มอนิกมีฟังก์ชันคลื่นเป็นฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์ เคลื่อนที่ไปทางขวา เมื่อเวลา t = 0 และในเวลาต่อมา t

โดยที่ค่าคงตัว A เรียกว่า **แอมปลิจูด** (amplitude) ของคลื่น ซึ่งหมายถึงค่าสูงสุดของคลื่น และค่าคงตัว λ เรียกว่า **ความยาวคลื่น** (wavelength) ของคลื่น ซึ่งเท่ากับระยะห่างระหว่างยอดคลื่นหรือท้องคลื่นหรือระหว่างตำแหน่งซึ่งมีเฟสตรงกันถัดไป

จะเห็นได้ว่าคลื่นซึ่งมีลักษณะข้างต้นนี้จะมีรูปแบบซ้ำกันในทุกระยะ λ สำหรับคลื่นเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยความเร็วเฟส v เมื่อเวลาผ่านไป t จะมีฟังก์ชันคลื่นคล้ายกับสมการ 10.1 ดังนี้

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt) \qquad \text{......10.5}$$

เนื่องจากช่วงเวลาที่คลื่นเคลื่อนที่ไปได้ระยะทางเท่ากับความยาวคลื่น เรียกว่า **คาบ** (period) ซึ่งจะใช้สัญลักษณ์ T จึงจะหาความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเฟส ความยาวคลื่นและคาบได้ว่า

$$v = \lambda/T \text{ หรือ } \lambda = vt \qquad \text{......10.6}$$

ดังนั้น จะเขียนฟังก์ชันคลื่นข้างต้นเสียใหม่

$$y = A \sin 2\pi\,(x/\lambda - t/T) \qquad \text{......10.7}$$

นอกจากนี้ อาจเขียนความสัมพันธ์ข้างต้นในพจน์ของ **เลขคลื่น** (wave number), k และ **ความถี่เชิงมุม** (angular frequency), ω โดยที่

$$k \equiv 2\pi/\lambda \quad \text{และ} \quad \omega \equiv 2\pi/t$$

จะได้
$$y = A \sin (kx - \omega t) \qquad ......10.8$$

สำหรับความถี่ของคลื่นซึ่งจะนับจากจำนวนยอดคลื่นหรือตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งของคลื่นเมื่อผ่านจุดใด ๆ ที่กำหนดไว้ภายใน 1 วินาที ดังนั้น ความถี่จึงเป็นส่วนกลับของคาบเวลาดังนี้

$$f = \frac{1}{T} \qquad ......10.9$$

หน่วยของความถี่โดยทั่วไปจะใช้ รอบ/วินาที (cycle per second) หรือเฮิรตซ์ (hertz), Hz โดยคาบเวลามีหน่วยเป็นวินาที/รอบ

ตามความสัมพันธ์ทั้งหมดข้างต้นนี้ จะหาความสัมพันธ์สำหรับความเร็วเฟส v ได้ว่า

$$v = \omega/k = f\lambda \qquad ......10.10$$

นั่นคือ $\omega = 2 f$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ f และความถี่เชิงมุม ω โดยที่ ω มีหน่วยเป็น เรเดียน/วินาที

ในกรณีที่ $y \neq 0$ เมื่อ $x = 0$ และ $t = 0$ ดังรูปที่ 10.7 จะเขียนฟังก์ชันคลื่นสำหรับกรณีทั่วไปได้ว่า

$$y = A \sin (kx - \omega t - \phi) \qquad ....10.11$$

โดยที่ ϕ เรียกว่า ค่าคงตัวเฟส (phase constant) และจะหาค่านี้ได้จากค่าเริ่มต้นต่าง ๆ ถ้าหาก $\phi = -90$ จะได้ว่า $y = A$ เมื่อ $x = 0$ และ $t = 0$ นั่นคือ ลักษณะคลื่นจะตรงกับฟังก์ชันโคไซน์ดังนี้

$$y = A \cos (kx - ot) \qquad ......10.12$$

ทั้งนี้ เนื่องจากฟังก์ชันโคไซน์จะเลื่อนไป 90° จากฟังก์ชันไซน์ หรือ $\sin (90^\circ - \theta) = \cos \theta$ และถ้าหากพิจารณาเมื่อ $x = \pi/k$ จะได้

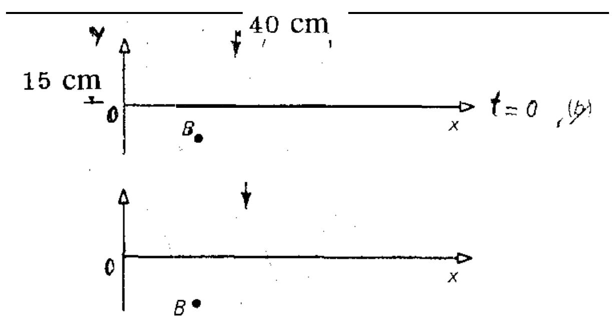
$$y = A \sin (\omega t + \phi) \qquad ......10.13$$

โดยอาศัยความสัมพันธ์ $\sin (\pi - \theta) = \sin \theta$ จะเห็นว่า ฟังก์ชันคลื่นในสมการ 10.13 คล้ายกับสมการในกรณีการเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกที่ได้ศึกษามาแล้ว ดังนั้น จึงเรียกคลื่น

ซึ่งเคลื่อนที่ตามรูปแบบฟังก์ชันไซน์หรือโคไซน์นั้นว่า คลื่นฮาร์มอนิก (harmonic waves) และเรียกลักษณะคลื่นดังกล่าวนี้ว่าคลื่นรูปแบบไซน์ (sinusoidal waves)

ตัวอย่าง 10.2 คลื่นรูปแบบไซน์เคลื่อนที่ไปทาง x เป็นบวก ด้วยแอมปลิจูด 15 เซนติเมตร ความยาวคลื่น 40 เซนติเมตร และความถี่ 8 เฮิรตซ์ โดยค่า y = 15 เมื่อ t = 0 และ x = 0 ดังรูปที่ 10.8 จงหา (ก) ความเร็วเฟสของคลื่น (ข) ค่าคงตัวของเฟส และ (ค) ฟังก์ชันคลื่น

วิธีทำ (ก) แทนค่าลงในสมการ 10.10 จะได้



รูปที่ 10.8 ตัวอย่าง 10.2

(ข) แทนค่าลงในสมการ 10.11 เมื่อ x = 0 และ t = 0 จะได้

$$Y = A \sin(kx \quad \omega t - \phi)$$

$$15 \text{ cm} = 15 \sin(-\phi) \text{ หรือ } \sin(-\phi) = 1$$

นั่นคือ $\phi = -\pi/2$ หรือ 90°

(ค) แทนค่าลงในสมการ 10.11 และ 10.12 จะได้

$$Y = A \sin(kx - \omega t + \pi/2) = A \cos(kx - \text{ot})$$

โดยที่ $k = 2\pi/\lambda = 2\pi/40 \text{ cm} = 0.157 \text{ cm}^{-1}$

และ $\omega = 2\pi f = 2\pi(8 \text{ s}^{-1}) = 50.3 \text{ rad/s}$

ฉะนั้น $Y = (15 \text{ cm}) \cos(0.157\, x - 50.3\, t)$

การเคลื่อนที่ของอนุภาคตัวกลางในทิศ y ณ จุดใด ๆ ซึ่ง x คงที่ คือการเคลื่อนที่ตามขวาง (transverse motion) โดยมีความเร็วตามขวาง v_y และความเร่งตามขวาง a_y ตามความสัมพันธ์ซึ่งหาได้จากอนุพันธ์ของ y ในสมการ 10.8 ดังนี้

$$v_y = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x = \text{constant}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \qquad \text{......10.14}$$

$$a_y = \left(\frac{dv_y}{dt}\right)_{x = \text{constant}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \qquad \text{......10.15}$$

จะเห็นว่าค่าสูงสุดของ v_y และ a_y คือเมื่อค่าโคไซน์และไซน์มีค่าสูงสุด ดังนั้น ค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองค่านี้ คือ

$$(v_y)_{max} = \omega A \qquad \text{......10.16}$$

$$(a_y)_{max} = \omega^2 A \qquad \text{......10.17}$$

ทั้งนี้ ค่าสูงสุดทั้งสองค่าข้างต้นนี้จะเกิดขึ้นไม่พร้อมกัน โดยความเร็วตามขวางจะมีค่าสูงสุด เมื่อ $y = 0$ และความเร่งตามขวางจะมีค่าสูงสุดเมื่อ $y = -A$

ตัวอย่าง 10.3 คลื่นในเส้นเชือกซึ่งเกิดจากการสั่นทางปลายข้างหนึ่งด้วยความถี่ 5 เฮิรตซ์ ทำให้มีแอมปลิจูด 12 เซนติเมตร และความเร็ว 20 เมตร/วินาที จงหา (ก) ฟังก์ชันคลื่นและ (ข) ความเร็วตามขวางและความเร่งตามขวางของจุดใด ๆ ในเส้นเชือกเมื่อมีค่าสูงสุด

วิธีทำ (ก) แทนค่าลงในสมการ 10.8 จะได้

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

โดยที่ $k = 2\pi/\lambda = 2\pi f/v = 2\pi\,(5\text{ Hz})/20\text{ m/s} = 1.57\text{ m}^{-1}$

และ $\omega = 2\pi f = 2\pi\,(5\text{ Hz}) = 31.4\text{ rad/s}$

ดังนั้น $y = (0.12\text{ m}) \sin(1.57\,x - 31.4\,t)$

(ข) แทนค่าลงในสมการ 10.16 และ 10.17 จะได้

$$(v_y)_{max} = \omega A = (31.4\text{ rad/s})(0.12\text{ m}) = 3.77\text{ m/s}$$

$$(a_y)_{max} = \omega^2 A = (31.4\text{ rad/s})^2(0.12\text{ m}) = 118\text{ m/s}^2$$

10.4 การถ่ายโอนพลังงานโดยคลื่นฮาร์มอนิก

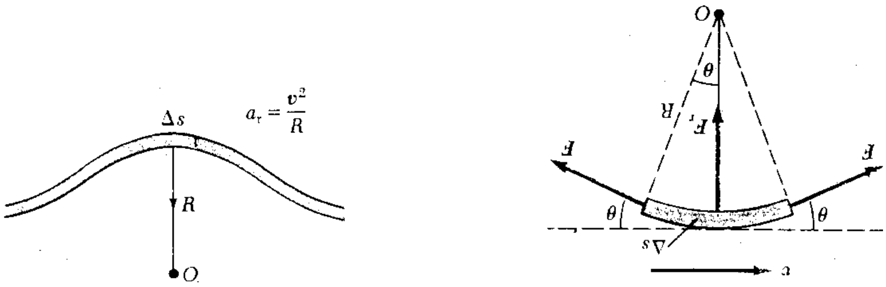
โดยอาศัยการเคลื่อนที่ของคลื่นในตัวกลางต่าง ๆ จะสามารถส่งผ่านพลังงานกลไปได้เป็นระยะทางไกลมาก ๆ ดังจะเห็นได้จากการทำให้เกิดคลื่นในเส้นเชือก เมื่อพัลส์สามารถยกมวลให้สูงขึ้น ดังรูปที่ 10.9 ในกรณีนี้พลังงานจะถ่ายโอนให้กับมวลเนื่องจากมีงานกระทำในการยกมวลขึ้นไปโดยแรงตึงในเส้นเชือก

(ก) (ข)

รูปที่ 10.9 (ก) คลื่นในเส้นเชือกเกิดจากการสั่นเชือกที่ขึงตึงทางปลายข้างหนึ่ง โดยแขวนมวลไว้ทางปลายเชือกอีกข้างหนึ่ง

(ข) เมื่อพัลส์เคลื่อนที่ถึงตำแหน่งแขวนมวลจะถ่ายทอดพลังงานและโมเมนตัม โดยการยกมวลขึ้น

ทั้งนี้แรงเนื่องจากความตึงในเส้นเชือกเมื่อพิจารณาโดยเฉพาะตรงส่วนยอดของพัลส์ซึ่งอาจถือว่าเป็นส่วนโค้งของวงกลมรัศมี R จะกระทำทั้งสองด้านของส่วน Δs ดังแสดงไว้ในรูปที่ 10.10 ขณะที่คลื่นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v จะมีอัตราเร่งสู่ศูนย์กลาง $a_r = v^2/R$ โดยแรงตึงในเส้นเชือกกระทำทั้งสองด้าน $\mathbf{F}_{\text{สุทธิ}} = \mathbf{F}_r$ เมื่อแตกแรง **F** ออกในแนวระนาบจะหักล้างกันหมดไป แต่ในแนวดิ่งเข้าสู่ศูนย์กลางคือ F sin θ จะรวมกันเป็น 2F sin θ และสำหรับส่วนย่อยเล็ก ๆ



(ก) (ข)

รูปที่ 10.10 (ก) คลื่นในเส้นเชือกขึงตึงเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v พิจารณาจากส่วนย่อยของเส้นเชือก Δs

(ข) แรงกระทำต่อส่วน Δs เกิดจากแรงตึงในเส้นเชือกทั้งสองปลายของส่วนนี้ จะได้แรงลัพธ์สุทธิอยู่ในแนวรัศมีของส่วนโค้งเนื่องจากแรงที่แตกออกไปในแนวระนาบจะหักล้างกันหมดไป

จะได้ว่ามุม θ เป็นมุมเล็ก นั่นคือ $\sin\theta \approx \theta$ ดังนั้น

$$F_r = 2F\sin\theta \approx 2F\theta$$

แต่ละส่วนของเส้นเชือกมีมวลคงตัว μ ต่อหน่วยความยาว กล่าวคือ

$$m = \mu\,\Delta s = 2\mu R\theta$$

โดยที่ความยาวของส่วนย่อย Δs เป็นส่วนหนึ่งของความโค้งของเส้นรอบวงรัศมี ซึ่งรองรับมุม 2 θ

ตามกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้

$$F_r = ma_r = mv^2/R \quad \text{หรือ} \quad 2F\theta = 2\mu R\theta v^2/R$$

ดังนั้น

$$v = \left[\frac{F}{\mu}\right]^{1/2} \qquad \ldots\ldots 10.18$$

ความสัมพันธ์ตามสมการ 10.18 คือความเร็วของคลื่นในเส้นเชือกขึงตึง ซึ่งมีแรงตึงในเส้นเชือกเท่ากันตลอดทั้งเส้นและมีมวลคงตัว อย่างไรก็ตาม จะหาความเร็วของคลื่นที่ได้จากความสัมพันธ์ตามสมการ 10.10 ได้เช่นเดียวกับคลื่นอื่น ๆ

ตัวอย่าง 10.4 จงหา (ก) อัตราเร็วของพัลส์ในเส้นเชือกมวลสม่ำเสมอ 0.3 กิโลกรัม ยาว 6 เมตร ซึ่งขึงตึงโดยตรึงปลายข้างหนึ่งไว้กับผนังและปลายอีกข้างหนึ่งแขวนมวล 2 กิโลกรัม ดังรูปที่ 10.11 และ (ข) เวลาที่พัลส์เคลื่อนที่จากผนังถึงรอก

วิธีทำ (ก) แทนค่าลงในสมการ 10.18 จะได้

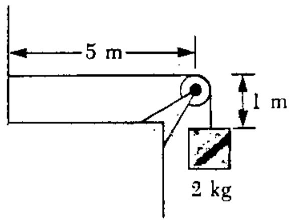
$$v = \left[F/\mu\right]^{1/2} = \left[\frac{mg}{m/l}\right]^{1/2}$$

เนื่องจากแรงตึงในเส้นเชือกเท่ากับน้ำหนักของมวล 2 กิโลกรัมซึ่งแขวนอยู่

โดยที่ $F = mg = (2\text{kg})\ (9.8\ \text{m/s}^2) = 19.6\ \text{N}$

และ $\mu = m/l = 0.3\ \text{kg}/6\ \text{m} = 0.05\ \text{kg/m}$

ดังนั้น $v = \left[19.6\ \text{N}/0.05\ \text{kg/m}\right]^{1/2} = 19.8\ \text{m/s}$



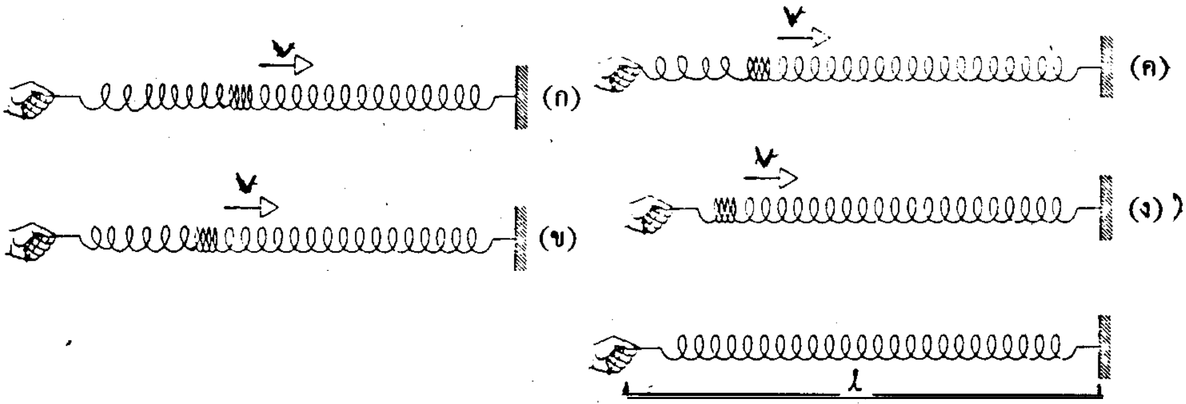
รูปที่ 10.11 **ตัวอย่าง** 10.4

(ข) แทนค่าลงในสมการสำหรับหาความเร็วเฉลี่ย คือ v = s/t จะได้

$$t = s/v = \frac{5\ \text{m}}{19.8\ \text{m/s}} = 0.253\ \text{s}$$

ในทำนองเดียวกันจะหาความเร็วของคลื่นในสปริง ซึ่งเกิดจากแรงคืนตัวในสปริง -kx ได้ว่า

$$v = \sqrt{\frac{kl}{\mu}} \qquad \text{......10.19}$$



รูปที่ 10.12 (ก) สปริงยาว l เมื่อถูกอัดใน (ข) จะเกิดแรงคืนตัวทำให้สปริงยืดออกและถ่ายทอดพลังงานไปยังส่วนอื่น ๆ ต่อ ๆ ไปใน (ค) และ (ง) ในลักษณะของคลื่นในสปริงจึงมีความยาวคลื่น λ และความเร็ว v

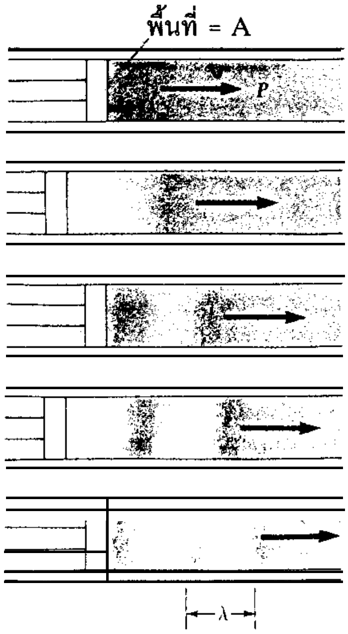
เมื่อ k คือ ค่าคงตัวของสปริง และ l คือความยาวทั้งหมดของสปริง

สำหรับคลื่นในตัวกลางที่เป็นของไหล จะมีความสัมพันธ์สำหรับความเร็วของคลื่นดังนี้

$$v = \left[\frac{B}{\rho_0} \right]^{1/2} \qquad ......10.20$$

เมื่อ B คือ ความยืดหยุ่นเชิงปริมาตร (bulk modulus)
และ ρ_0 คือ ความหนาแน่นของของไหล

ทั้งนี้ เนื่องจากเมื่อของไหลได้รับการรบกวนจากภายนอก ดังเช่นการอัดของไหลภายในกระบอกด้วยลูกสูบ ดังรูปที่ 10.13 ด้วยอัตราเร็ว u ภายในเวลาสั้น ๆ Δt จะทำให้



รูปที่ 10.13 คลื่นในของไหลภายในกระบอกสูบเกิดจากการอัดด้วยลูกสูบ ด้วยอัตราเร็ว u ภายในเวลาสั้นๆ Δt ทำให้เกิดคลื่นซึ่งเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v โดยที่ u << v

เกิดคลื่นจึงเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v โดยที่ u << v ภายในเวลา Δt คลื่นเคลื่อนที่ vΔt และความดันของของไหลจะเปลี่ยนจาก P ไปเล็กน้อย ΔP จึงเกิดการดล

$$F\Delta t = (A\Delta P)\Delta t \qquad ......10.21$$

โดยที่ A คือพื้นที่ภาคตัดขวางของลูกสูบ

การดลในสมการ 10.21 จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเนื่องจากมวลของของไหล $\rho_0(Av\Delta t)$ เคลื่อนที่จากการอัดของลูกสูบด้วยความเร็ว u ดังนี้

$$mu = \rho_0(Av\Delta t)u \qquad ......10.22$$

โดยที่ ρ_0 คือ ความหนาแน่นของของไหล

ดังนั้น $$\Delta p = \rho_0 vu \qquad ......10.23$$

แต่จากความสัมพันธ์สำหรับหาความยืดหยุ่นเชิงปริมาตรของของไหล คือ

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V}$$

จะได้ $$\Delta P = -\frac{\Delta V}{V} B \qquad ......10.24$$

นั่นคือ $$\Delta P = \frac{u}{v} B \qquad ......10.25$$

เนื่องจาก ΔV คือ ปริมาตรที่เปลี่ยนแปลงไปของของไหลเมื่อถูกอัด = $-Av\Delta t$

และ V คือปริมาตรของของไหลซึ่งเคลื่อนที่ไปด้วยอัตราเร็ว $v = Av\Delta t$

ดังนั้น $\Delta V/V = -\frac{(Av\Delta t)}{(Av\Delta t)} = -\frac{u}{v}$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 10.23 จะได้

$$v = \left[\frac{B}{\rho_0}\right]^{1/2}$$

ตามความสัมพันธ์ดังกล่าวแล้วข้างต้นในสมการ 10.20 สำหรับคลื่นในของไหล

พลังงานทั้งหมดซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากอนุภาคตัวกลางเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกดังกล่าวข้างต้น คือ $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2A^2$ โดยที่ k คือค่าคงตัวของแรงคืนตัวดังที่ได้ศึกษาแล้วในบทก่อนๆ ดังนั้น ถ้าพิจารณาในส่วนเล็ก ๆ Δx ของตัวกลาง ซึ่งมวล Δm จะมีพลังงาน

$$\Delta E = \frac{1}{2}(\Delta m)\,\omega^2A^2$$

หรือ $$\Delta E = \frac{1}{2}(\mu\Delta x)\,\omega^2A^2$$

นั่นคือ เมื่อคลื่นเคลื่อนที่จากซ้ายไปขวา จะเกิดการถ่ายโอนพลังงาน ΔE จากงานกระทำส่วน Δm โดยส่วนของตัวกลางซึ่งอยู่ถัดไปทางด้านซ้ายมวล Δm ด้วยเช่นนี้ต่อ ๆ กันไป และอัตราการถ่ายโอนพลังงานคือ "กำลังงาน" ในส่วนเล็กมาก ๆ ของตัวกลาง ($\Delta x \to 0$) คือ

$$\text{กำลังงาน} = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}\left(\mu\frac{dx}{dt}\right)\omega^2A^2$$

$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2A^2v \qquad ......10.26$$

จะเห็นได้ว่า การถ่ายโอนพลังงานโดยคลื่นฮาร์มอนิกจะมีอัตราการถ่ายโอน ซึ่งแปรโดยตรงกับอัตราเร็วของคลื่น และกำลังสองของความถี่และแอมปลิจูด

ตัวอย่าง 10.5 จงหากำลังงานซึ่งจะต้องป้อนให้กับเชือกขึงตึงมวลต่อความยาว $\mu = 5 \times 10^{-2}$ กิโลกรัม/เมตร โดยแรงตึงในเส้นเชือก 80 นิวตัน เพื่อให้เกิดคลื่นฮาร์มอนิกความถี่ 60 เฮิรตซ์ และแอมปลิจูด 6 เซนติเมตร

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ 10.26 จะได้

$$P = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v$$

โดยที่ $\omega = 2\pi f = 2\pi\ (60\ \text{Hz}) = 377\ \text{s}^{-1}$

และ $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad \left(\frac{80\ \text{N}}{6 \times 10^{-2}\ \text{kg/m}}\right) = 40\ \text{m/s}$

ดังนั้น $P = \frac{1}{2}(5 \times 10^{-2}\ \text{kg/m})\ (377\ \text{s}^{-1})^2\ (6 \times 10^{-2}\text{m})^2\ (40\ \text{m/s})$

$= 512\text{w}$

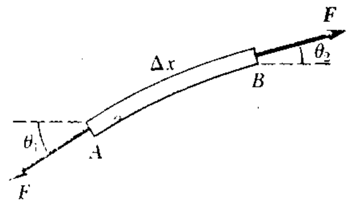
10.5 สมการของคลื่น

แม้ว่าจะได้ฟังก์ชันคลื่นซึ่งแสดงถึงลักษณะของคลื่น และค่าเฉพาะต่าง ๆ ของแต่ละคลื่น ดังศึกษาแล้วในตอน 10.2 แต่ฟังก์ชันคลื่นดังกล่าวจะต้องมีที่มาจากสมการแสดงการเคลื่อนที่โดยฟังก์ชันคลื่นเป็นรากของสมการการเคลื่อนที่ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่สอง **F** = **ma** ในตอนนี้จึงจะศึกษาสมการของคลื่นจากการพิจารณาแรงกระทำต่อตัวกลางทำให้เกิดคลื่นในตัวกลางนั้น

สำหรับคลื่นในเส้นเชือกซึ่งเกิดจากแรงตึงในเส้นเชือกดังที่ได้พิจารณาแล้วในส่วนเล็ก ๆ Δx ของเส้นเชือก ตามรูปที่ 10.14 เมื่อแตกแรง **F** ออกไปในแนวดิ่ง จะได้แรงลัพธ์

$$\Sigma F_y = F \sin\theta_2 - F \sin\theta_1 = F\,(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

ในกรณีที่มุม θ_1 และ θ_2 เป็นมุมเล็ก ๆ อาจพิจารณาได้ว่า $\sin\theta \cong \tan\theta$ จึงจะเขียนความสัมพันธ์ข้างต้นเสียใหม่ได้ว่า



รูปที่ 10.14 ส่วนหนึ่งของเส้นเชือกมีแรงตึงในเส้นเชือก **F** กระทำทั้งสองปลายของ Δx โดยทำมุม θ_1 และ θ_2 กับแกน x

$$\Sigma Fy \cong F(\tan\theta_2 - \tan\theta_1)$$

$$\cong F[(\partial y/\partial x)_B - (\partial y/\partial x)_A] \qquad \text{......10.27}$$

และจากกฎข้อสองของนิวตัน คือ

$$\Sigma Fy = ma_y = \mu\Delta x(\partial^2 y/\partial t^2) \qquad \text{......10.28}$$

นั่นคือ $\mu\Delta x(\partial^2 y/\partial t^2) = F[(\partial y/\partial x)_B - (\partial y/\partial x)_A]$

$$\frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{[(\partial y/\partial x)_B - (\partial y/\partial x)_A]}{\Delta x}$$

$$\frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad \text{......10.29}$$

สมการ 10.29 นี้คือสมการของคลื่นในเส้นเชือก

เพื่อพิสูจน์ว่าฟังก์ชันคลื่นฮาร์มอนิกเป็นรากของสมการข้างต้น จะนำตัวอย่างฟังก์ชันคลื่นในเส้นเชือกตามสมการ 10.8 คือ $y(x, t) = A\sin(kx - \omega t)$ มาพิจารณาค่าอนุพันธ์ลำดับที่สองเทียบกับเวลา t และการกระจัด x จะได้

$$\partial^2 y/\partial t^2 = -\omega^2 A\sin(kx - \omega t)$$

$$\partial^2 y/\partial x^2 = -k^2 A\sin(kx - \omega t)$$

เมื่อแทนค่าลงในสมการ 10.29 ดังนั้น จะเห็นว่า

$$k^2 = (\mu/F)\omega^2$$

นั่นคือ $v = [F/\mu]^{1/2}$

โดยที่ $v = \omega/k$ ตามสมการ 10.10 จึงเห็นได้ว่าความสัมพันธ์ที่ได้สำหรับความเร็วของคลื่นในเส้นเชือกนี้ตรงกับที่ได้ศึกษาแล้วในสมการ 10.18

สมการ 10.29 จะเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \text{......10.30}$$

สมการ 10.30 คือสมการของคลื่นโดยทั่วไป แต่ความหมายของค่า y จะแตกต่างกันไปตามชนิดของคลื่นเช่น สำหรับคลื่นในเส้นเชือก y จะหมายถึงการกระจัดในแนวดิ่งซึ่งตั้งฉากกับทิศการเคลื่อนที่ของคลื่น เนื่องจากคลื่นในเส้นเชือกเป็นคลื่นตามขวาง ส่วน y สำหรับคลื่นในของไหลจะหมายถึงค่าความดันหรือความหนาแน่นของของไหล ซึ่งเปลี่ยนไป แต่ในกรณีของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า y จะหมายถึงองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็ก

ตัวอย่าง 10.6 จงหา (ก) อัตราเร็วของคลื่น และทิศการเคลื่อนที่ (ข) การกระจัดของคลื่นที่ x = 3.0 เมตร และ t = 0 และ (ค) จงพิสูจน์ว่าฟังก์ชันคลื่นสอดคล้องกับสมการของคลื่นกำหนดฟังก์ชันคลื่น $y = 3 \sin \pi (4x - 1000t)$

วิธีทำ (ก) พิจารณาฟังก์ชันคลื่นตามสมการ 10.5

$$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$$

เมื่อเทียบกับฟังก์ชันคลื่นที่กำหนดให้คือ $y = 3 \sin \pi (4x - 1000t)$

จะเขียนเสียใหม่ได้ว่า $y = 3 \sin \frac{2\pi}{1/2}(x - 250t)$

จะเห็นว่า $\lambda = \frac{1}{2} = 0.5$ m และ $v = 250$ m/s เคลื่อนที่ไปทางขวา

(91) แทนค่า x = 3 m และ t = 0 จะได้

$$y = 3 \sin \frac{2\pi}{1/2}(0 - 250(0)) = 0$$

(ค) แทนค่าอนุพันธ์ลำดับที่สองของ y เทียบกับ x และ t ตามลำดับลงในสมการ 10.30 โดยที่ v = 250 m/s ดังนี้

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -(4\pi)^2 (3) \sin \pi (4x - 1000\, t)$$

และ $\frac{1}{v}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad = \quad -\frac{1}{(250)^2}(1000\pi)^2\,(3)\,\sin\,\pi\,(4x \quad 1000t)$

$\quad = \quad -(4\pi)^2\,(3)\,\sin\,\pi\,(4x - 1000t)$

จะเห็นว่า $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad = \quad \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ ตามสมการ 10.30

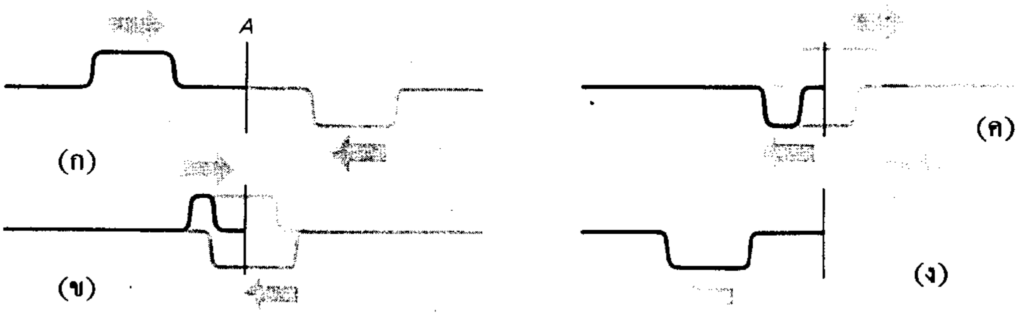
ดังนั้น y จึงสอดคล้องกับสมการของคลื่น

กิจกรรม 10.2

ให้นักศึกษาแสดงวิธีพิสูจน์ว่าฟังก์ชันคลื่นในตัวอย่าง 10.2 และ 10.3 สอดคล้องกับสมการของคลื่น

10.6 ปรากฏการณ์เกี่ยวกับคลื่น

การเคลื่อนที่ของคลื่นไปในตัวกลางต่าง ๆ อาจก่อให้เกิดปรากฏการณ์ที่น่าสนใจหลายประการ เช่น การสะท้อน การแทรกสอด และการสั่นพ้อง ดังจะได้ศึกษาต่อไปนี้ สำหรับการสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกจะก่อให้เกิดปรากฏการณ์แตกต่างกัน 2 กรณี โดยการสะท้อนจากปลายที่ตรึงไว้อย่างแน่นหนา จะทำให้พัลส์ถูกสะท้อนกลับเปลี่ยนเฟสไป 180° ดังรูปที่ 10.15 จะเห็นว่าพัลส์ที่สะท้อนกลับเปลี่ยนจากยอดคลื่นเป็นท้องคลื่น

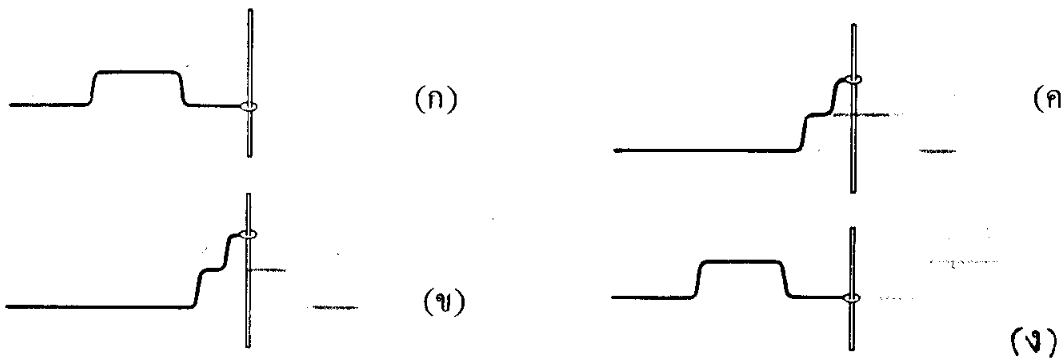


คลื่นตก คลื่นสะท้อน

รูปที่ 10.15 การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกจากปลายที่ถูกตรึงตามลำดับจาก (ก) ถึง (ง) จะทำให้ยอดพัลส์เปลี่ยนเป็นท้องคลื่นแต่รูปลักษณะของคลื่นไม่เปลี่ยน

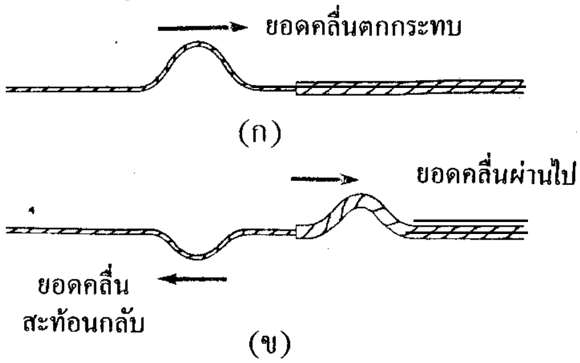
คลื่นสะท้อนจากปลายเชือกที่ตรึงไว้อย่างแน่นหนามีลักษณะกลับกับคลื่นตก เนื่องจากแรงกระทำต่อจุดตรึงอยู่ในทิศขึ้น จึงทำให้เกิดแรงปฏิกิริยาโต้ตอบที่เท่ากันแต่ในทิศทางตรงกันข้ามตามกฎข้อสามของนิวตัน

ในกรณีที่คลื่นสะท้อนจากปลายเชือกซึ่งผูกไว้ให้สามารถเลื่อนขึ้น-ลงได้ดังรูปที่ 10.16 โดยอาศัยห่วงเบาคล้องไว้กับหลักเรียบ จะไม่ทำให้คลื่นสะท้อนกลับไปในทางตรงข้าม แต่จะยังคงเป็นยอดพัลส์เหมือนคลื่นตก เนื่องจากแรงกระทำต่อห่วงเบาทำให้เคลื่อนที่ขึ้นไปตามยอดพัลส์



รูปที่ 10.16 การสะท้อนของคลื่นในเส้นเชือกจากปลายที่ผูกไว้อย่างอิสระตามลำดับจาก (ก) ถึง (ง) จะทำให้คลื่นสะท้อนกลับมีลักษณะเหมือนคลื่นตกโดยยังคงเป็นยอดพัลส์เหมือนเดิม

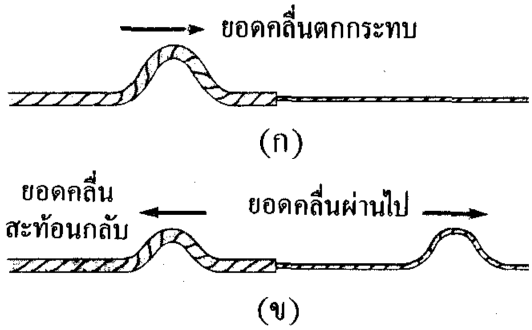
นอกเหนือจากทั้งสองกรณีดังกล่าวข้างต้นนี้ อาจจะพบว่าคลื่นสะท้อนจากปลาย ซึ่งไม่ได้ตรึงไว้อย่างแน่นหนามากนัก หรือไม่ได้ผูกไว้ให้เคลื่อนที่ขึ้น-ลงได้โดยง่าย มีบางส่วนของคลื่นจะถูกสะท้อนแต่บางส่วนจะเคลื่อนที่ต่อไป ดังในกรณีที่ความหนาแน่นของเชือกไม่เท่ากันโดยตลอด เช่น เชือกเบาต่อกับเชือกหนัก ดังรูปที่ 10.17 และ 10.18



รูปที่ 10.17 (ก) คลื่นตกจากเชือกเบาไปยังเชือกหนัก
(ข) บางส่วนของคลื่นตกจะสะท้อนกลับสู่เชือกเบา โดยยอดพัลส์เปลี่ยนไปในทางตรงข้ามเป็นท้องคลื่นและอีกส่วนหนึ่งจะเคลื่อนที่ผ่านต่อไปในเชือกหนัก

ถ้าคลื่นตกจากเชือกเบาสู่เชือกหนักจะทำให้คลื่นสะท้อนกลับบางส่วน โดยเปลี่ยนจากยอดพัลส์เป็นท้องคลื่น เช่นเดียวกับกรณีที่คลื่นสะท้อนกลับจากปลายที่ตรึงไว้อย่างแน่นหนา จะเห็นว่าแอมปลิจูดของคลื่นสะท้อนน้อยกว่าคลื่นตก เนื่องจากพลังงานบางส่วนของคลื่นตกถ่ายโอนไปให้กับเชือกหนัก ทำให้เกิดพัลส์ผ่านไปในเชือกหนักด้วย

แต่ถ้าคลื่นตกจากเชือกหนักสู่เชือกเบาจะทำให้คลื่นสะท้อนกลับบางส่วน แต่ลักษณะคลื่นไม่เปลี่ยนกลับไปในทางตรงกันข้าม ในทำนองเดียวกันกับกรณีที่คลื่นสะท้อนกลับจากปลายที่สามารถเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระ และอีกส่วนหนึ่งจะเคลื่อนที่ผ่านต่อไปยังเชือกเบา โดยแอมปลิจูดของพัลส์ทั้งสองขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของเชือกทั้งสองส่วน



รูปที่ 10.18 (ก) คลื่นตกจากเชือกหนักไปยังเชือกเบา
(ข) บางส่วนของคลื่นตกจะสะท้อนกลับสู่เชือกหนัก โดยยอดพลัสไม่เปลี่ยนไปในทางตรงข้ามและอีกส่วนหนึ่งจะเคลื่อนที่ผ่านต่อไปในเชือกเบา

เมื่อคลื่นหลายขบวนมาประสานกันจะเกิด**การแทรกสอด** (interference) โดยอาศัยหลักการรวมคลื่น จะสามารถทราบถึงลักษณะของคลื่นรวมได้ ในที่นี้จะพิจารณาการรวมกันของคลื่น 1 มิติ 2 คลื่น ที่อยู่ในแนวเดียวกัน ผลรวมจะมีลักษณะเฉพาะ 2 แบบ คือ คลื่นนิ่ง (stationary หรือ standing wave) จะกล่าวถึงในที่นี้ และบีตส์จะกล่าวถึงในตอนต่อไป

คลื่นนิ่ง เกิดจากการรวมกันของคลื่น 2 กระบวน โดยมีความถี่และแอมปลิจูดเท่ากัน แต่ทิศทางเคลื่อนที่ตรงข้ามกัน

ให้ $y_1 = A \sin (kx + \omega t)$ เป็นคลื่นเคลื่อนที่ไปทาง (-x)

$y_2 = A \sin (kx - \omega t)$ เป็นคลื่นเคลื่อนที่ไปทาง (+x)

เมื่อรวมคลื่นทั้งสอง คือ $y = y_1 + y_2$ จะได้

$$y = [2 A \cos \omega t] \sin kx \qquad ......10.31$$

ในกรณีที่ y_1 และ y_2 เป็นฟังก์ชันโคไซน์ เราจะได้คลื่นรวม เป็น

$$Y = y_1 + y_2$$
$$= A [\cos (kx - \omega t) + \cos (kx + \omega t)]$$
$$= [2A \cos \omega t] \cos kx \qquad ......10.32$$

สมการ 10.31 และ 10.32 เป็นสมการของคลื่นนิ่ง พจน์ที่อยู่ในวงเล็บคือ แอมปลิจูดของคลื่นนิ่งซึ่งแปรผันตามเวลา

ในบทนี้จะศึกษาคลื่นนิ่ง 2 ชนิด คือ

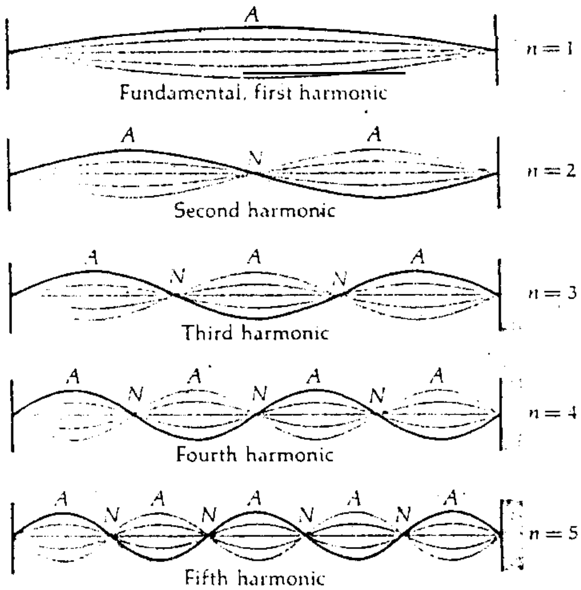
1. คลื่นนิ่งในเส้นเชือก
2. คลื่นนิ่งในท่อ

โดยประกอบด้วย **บัพ** (node) และ **ปฏิบัพ** (antinode) สำหรับ **บัพ** คือ ตำแหน่งที่อยู่นิ่งหรือตำแหน่งที่กราฟของ y ตัดกับแกน x มีการกระจัดเท่ากับศูนย์ ดังตำแหน่ง N ในรูปที่ 10.19 ส่วน **ปฏิบัพ** คือ ตำแหน่งกึ่งกลางระหว่างบัพที่ถัดไปเป็นตำแหน่งที่การกระจัดมีการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด ($y = \pm$ แอมปลิจูด A) ดังตำแหน่ง A ในรูปที่ 10.19

1. คลื่นในเส้นเชือก

คลื่นที่เกิดในเส้นเชือกนั้น ตรงปลายที่ตรึงจะเป็นส่วนบัพ และตรงปลายที่ปล่อยให้เคลื่อนที่ได้จะเป็นส่วนปฏิบัพ

ก. คลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ตรึงปลายทั้งสองข้าง โดยมีลักษณะคลื่นรูปแบบไซน์ระหว่างปลายทั้งสอง บัพจะอยู่ตรงตำแหน่งที่ตรึง ดังรูปที่ 10.19



รูปที่ 10.19 คลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ตรึงปลายทั้งสองข้าง

จะเห็นว่ารูปร่างของคลื่นนิ่งที่เวลาต่างกัน มีแอมปลิจูดต่างกัน ถ้าเป็นคลื่นที่มีความถี่สูง จะมองเห็นภาพคลื่นพร่า ซึ่งเป็นของ (envelope) ของคลื่นนิ่งนั้นเอง ถ้าเราจะหาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวคลื่น λ และระยะห่างระหว่างจุดที่ตรึง ℓ จะพบว่า

$$2\ell = n\lambda \; ; \; n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \ldots\ldots 10.33$$

สมการ 10.33 อาจหาได้โดยใช้เงื่อนไขขอบเขตกับสมการ 10.34 $y = (2A \cos \omega t) \sin kx$ ซึ่งถ้าให้ปลายข้างซ้ายเป็นจุดกำเนิด เงื่อนไขขอบเขตจะเขียนได้เป็น

$$y\,(x = 0, t) = 0 \qquad \ldots\ldots 10.34$$

และ

$$y\,(x = \ell, t) = 0 \qquad \ldots\ldots 10.35$$

สมการ 10.34 สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตแรก (สมการ 10.37) โดยอัตโนมัติ เพราะ

$$\sin k\,(0) = 0$$

เพื่อจะให้สอดคล้องเงื่อนไขขอบเขตที่สอง (สมการ 10.35) จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$y\,(x = \ell, t) = [\,2A \cos \omega t] \sin k\ell = 0$$

นั่นคือ

$$k_n \ell = n\pi \; ; \; n = 1, 2, 3, \ldots$$

โดยใช้ความสัมพันธ์ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ เราจะได้

$$\frac{2\pi}{\lambda_n}e = n\pi$$

หรือ

$$\lambda_n = \frac{2e}{n} \qquad \text{......10.36}$$

เนื่องจาก

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

ดังนั้น

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}$$

$$= \frac{n}{2e}\,v \qquad \text{......10.37}$$

แทนสมการ 10.2 $v = \left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$ ในสมการ 10.37 จะได้

$$f_n = \frac{n}{2e}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} \qquad \text{......10.38}$$

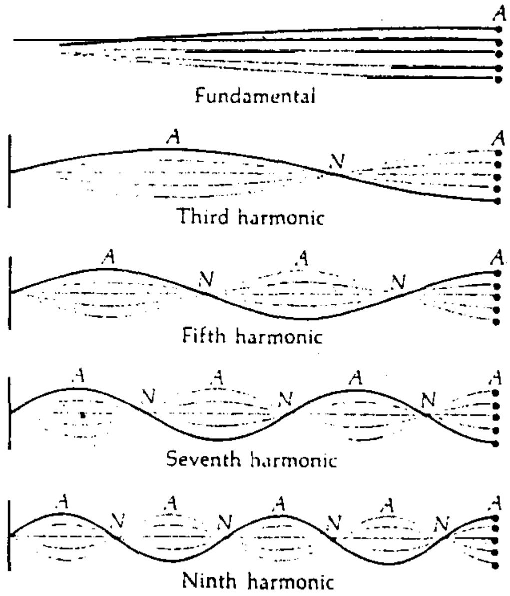
ความถี่ต่ำสุด $n = 1$ เรียกความถี่หลักมูล (fundamental frequency) หรือฮาร์มอนิกที่ 1

ถ้า $n = 2$ เรียกฮาร์มอนิกที่ 2 หรือโอเวอร์โทนที่ 1

$n = 3$ เรียกฮาร์มอนิกที่ 3 หรือโอเวอร์โทนที่ 2

ข. คลื่นนิ่งในเชือกที่ตรึงปลายข้างเดียว ปลายที่ตรึงจะเป็นบัพของคลื่น และปลายที่ปล่อยจะเป็นปฏิบัพของคลื่น ดังรูปที่ 10.20 ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของเชือก e และความยาวคลื่น λ เขียนได้เป็น

$$n\lambda_n = 4e; \quad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \text{......10.39}$$



รูปที่ 10.20 คลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ตรึงปลายข้างเดียว

สมการ 10.42 อาจหาได้โดยใช้เงื่อนไขขอบเขตดังนี้

$$y(x = 0, t) = 0$$

และ $y(x = \ell, t)$ จะเป็นปฏิบัพของคลื่น สำหรับเงื่อนไขขอบเขตแรกได้กล่าวถึงแล้ว ส่วนเงื่อนไขขอบเขตที่สอง หมายถึง

$$\sin k_n \ell = \pm 1$$

หรือ $$k_n \ell = \frac{n\pi}{2} \quad ; \quad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \ldots\ldots 10.40$$

ใช้ความสัมพันธ์ $$\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n}$$

จะได้ $$\lambda_n = \frac{4\ell}{n} \qquad \ldots\ldots 10.41$$

ใช้วิธีเดียวกับสมการ 10.40 และ 10.41 ความถี่ของคลื่น f_n เขียนได้เป็น

$$f_n = \frac{n}{4\ell}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} ; \quad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \ldots\ldots 10.42$$

จะเห็นว่า ความถี่ของคลื่นที่เกิดขึ้นมีเฉพาะฮาร์มอนิกคี่คือ ฮาร์มอนิกที่ 1, 3, 5 เท่านั้น

ความถี่ต่ำสุด	n	=	1	เรียกความถี่หลักมูล หรือฮาร์มอนิกที่ 1
ถ้า	n	=	3	เรียกว่า ฮาร์มอนิกที่ 3 หรือโอเวอร์โทนที่ 1
	n	=	5	เรียกว่า ฮาร์มอนิกที่ 5 หรือโอเวอร์โทนที่ 2

ตัวอย่างของคลื่นนิ่งจะเห็นได้จาก เครื่องดนตรีประเภทเครื่องสาย

ตัวอย่าง 10.7 ลวดเหล็กมวล 0.50 กรัม และยาว 0.50 เมตร ถูกดึงให้ตึง 88.2 นิวตัน

ก. จงคำนวณหาอัตราเร็วของคลื่นตามขวาง

ข. จงหาความถี่หลักมูล โอเวอร์โทนที่ 1 และโอเวอร์โทนที่ 2 ดูรูป 10.8

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ $v = \left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$ และ $f' = \frac{n}{2\ell}[f]^{1/2}$ จะได้

ก. $$v = \left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} = \left[\frac{88.2\,\mathrm{N}}{(5 \times 10^{-4}\ \mathrm{kg})/(5 \times 10^{-1}\ \mathrm{m})}\right]^{1/2} = 297\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

ข. $$f_1 = \frac{1}{2\ell}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2} = \frac{v}{2\ell} = \frac{297\ \mathrm{m\ s^{-1}}}{2 \times 0.50\ \mathrm{m}} = 297\ \mathrm{Hz}$$

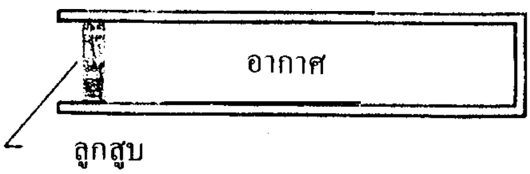
$f_{1\,st\ overtone}$ = 2 x 297 Hz= 594 Hz

$f_{2\,nd\ overtone}$ = 3 x 297 Hz= 891 Hz

2. คลื่นนิ่งในท่อ

คลื่นที่เกิดในท่อ ตรงปลายปิดของท่อจะเป็นส่วนบัพของคลื่น (เทียบได้กับจุดตรึงของเชือก) และที่ปลายเปิดของท่อจะเป็นส่วนปฏิบัพของคลื่น ดังนั้น การวิเคราะห์เพื่อหาความยาวคลื่น ความถี่คลื่น จึงจะใช้วิธีเปรียบเทียบกับกรณีของคลื่นนิ่งในเส้นเชือก ดังนี้

ก. คลื่นในท่อปลายปิดสองข้าง สมมติเป็นคลื่นเสียงในท่อปลายปิดซึ่งบรรจุอากาศ มีความยาว ℓ ดังรูปที่ 10.21 ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวท่อและความยาวคลื่น (เปรียบเทียบกับกรณีเส้นเชือกตรึงปลายทั้งสองข้าง)



รูปที่ 10.21 ท่อบรรจุอากาศปลายปิดสองข้าง ลักษณะคลื่นที่เกิดจะเป็นไปตามเงื่อนไขเดียวกับคลื่นนิ่งในเส้นเชือกที่ตรึงปลายทั้งสองข้าง

$$n\lambda_n = 2e$$

หรือ $$\lambda_n = \frac{2e}{n}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \ldots\ldots 10.43$$

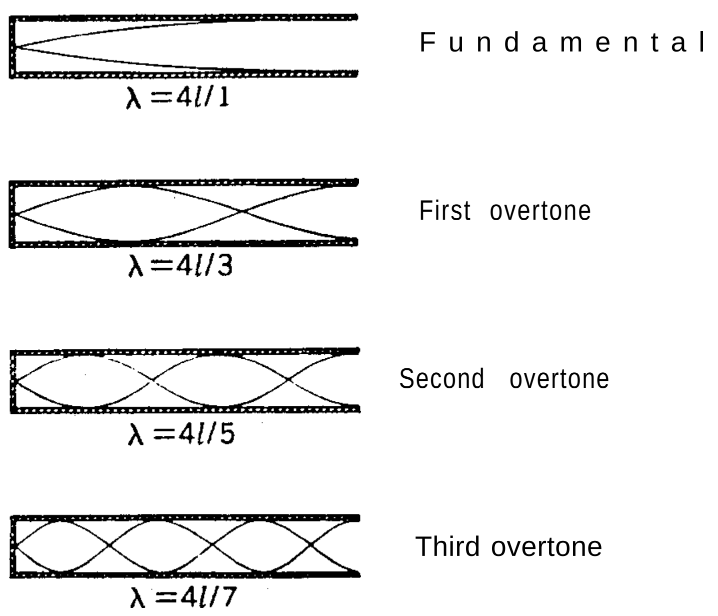
และ $$f_n = \frac{n}{2e} v \qquad \ldots\ldots 10.44$$

แทนสมการ 12.4 $v = \left[\frac{B}{\rho_0}\right]^{1/2}$ สมการ 10.47 จะได้

$$f'' = \frac{n}{2e}\left[\frac{B}{\rho_0}\right]^{1/2} \qquad \ldots 10.45$$

เมื่อ B, ρ_0 คือ มอดุลัสเชิงปริมาตรและความหนาแน่นของอากาศตามลำดับ

ข. คลื่นในท่อปลายปิดข้างเดียว ปลายที่ปิดจะเป็นบัพ ส่วนปลายด้านที่เปิดจะเป็นปฏิบัพของคลื่น ดังรูปที่ 10.22



รูปที่ 10.22 คลื่นนิ่งในท่อปลายปิดข้างเดียว

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ของคลื่นและความยาวคลื่นกับ e (เทียบกับคลื่นนิ่งในเส้นเชือกตรึงปลายข้างเดียว) เขียนได้เป็น

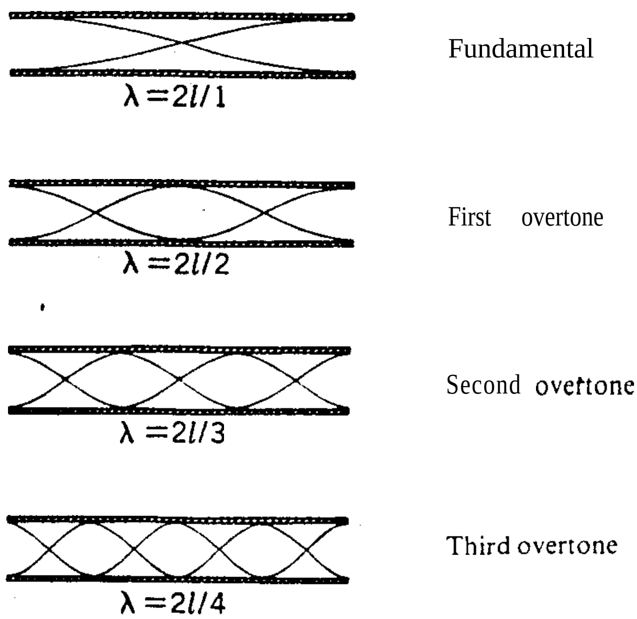
$$\lambda_n = \frac{4\ell}{n} \; ; \; n = 1, \; 3, \; 5, \; . \; . \; . \qquad ......10.46$$

และ $f'' = \frac{n}{46} \cdot v$

$$= \frac{n}{46} \left[\frac{B}{\rho_0}\right]^{1/2} ; n = 1, 3, 5, \ldots \qquad ......10.47$$

ความถี่ของคลื่นที่เกิดขึ้นในท่อปลายเปิดข้างเดียวจะมีเฉพาะฮาร์มอนิกคี่ คือ ฮาร์มอนิกที่ 1, 3, 5, ...

ค. คลื่นนิ่งในท่อปลายเปิด 2 ข้าง ที่ปลายเปิดทั้งสองข้างจะเป็นปฏิบัพของคลื่น กราฟรูปไซน์ที่มีเขียนในท่อปลายเปิดทั้งสองข้าง แสดงไว้ดังรูปที่ 10.23



รูปที่ 10.23 คลื่นนิ่งในท่อปลายเปิดสองข้าง

ความสัมพันธ์ระหว่างความยาวคลื่นและความยาวของท่อ ℓ คิดได้เป็น

$$n\lambda_n = 2\ell \qquad ......10.48$$

การหาสมการ 10.48 โดยใช้เงื่อนไขขอบเขตนั้น พิจารณาได้ดังนี้

ถ้าให้จุดกำเนิดที่ปลายข้างซ้ายของท่อ จากรูปจะเห็นว่ากราฟของคลื่นในท่อปลายเปิดทั้งสองข้างเกิดจากฟังก์ชันโคไซน์ ดังนั้น เงื่อนไขขอบเขตที่ $x = 0$ และ $x = \ell$ ในกรณีนี้ คือ

$$\cos k_n (0) = 1 \qquad ......10.49$$

และ

$$\cos k_n \ell = \pm 1 \qquad ......10.50$$

หรือ

$$k_n \ell = n\pi \;;n = 1, 2, 3, ... \qquad ......10.51$$

จากสมการ 10.51 จะเห็นว่า ถ้า n เป็นเลขคี่ เช่น 1, 3, 5 จะตรงกับใช้เครื่องหมายลบในสมการ 10.50 หมายความว่าเส้นกราฟเส้นเดียวกัน ถ้าปลายข้างหนึ่งของกราฟชิดปากด้านบนของท่อ ปลายอีกด้านหนึ่งของกราฟจะชิดขอบด้านล่างของปากท่อ แต่ถ้า n เป็นเลขคู่ เช่น 2, 4 ,6, ... ปลายของเส้นกราฟจะชิดขอบด้านเดียวกันของปากท่อ เช่น ด้านบนทั้งสองปลาย หรือด้านล่างทั้งสองปลาย (ดูรูปที่ 10.23 ประกอบ)

จากสมการ 10.48 สามารถหา λ_n ได้เป็น

$$\lambda_n = \frac{2\ell}{n} \;;\; n = 1, 2, 3, \ldots \qquad ......10.52$$

และ

$$f'' = \frac{n}{2\ell} \cdot v$$

$$= \frac{n}{26} \left[\frac{B}{\rho_o}\right]^{1/2}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad ......10.53$$

จะเห็นว่าความถี่ของคลื่นนิ่งที่เกิดในท่อปลายเปิดสองข้าง มีฮาร์มอนิกครบเช่นเดียวกับคลื่นนิ่งของเส้นเชือกตรึงสองข้าง

ตัวอย่าง 10.8 จากการทดลองของเมลด์ ถ้าเครื่องสั่นมีความถี่ 100 เฮิรตซ์ เชือกยาว 2 เมตร มีมวลต่อหน่วยความยาว 0.3×10^{-4} กิโลกรัม-เมตร$^{-1}$ ถ้าต้องการให้เกิดการสั่นพ้องโดยเกิดคลื่นสถิตในเชือก 1, 2 และ 3 จะต้องใช้แรงตึงในเชือกเท่าใด

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ

$$f = \frac{n}{2\ell}\left[\frac{T}{\mu}\right]^{1/2}$$

จะได้

$$T = \frac{4\ell^2 f^2 \mu}{n^2}$$

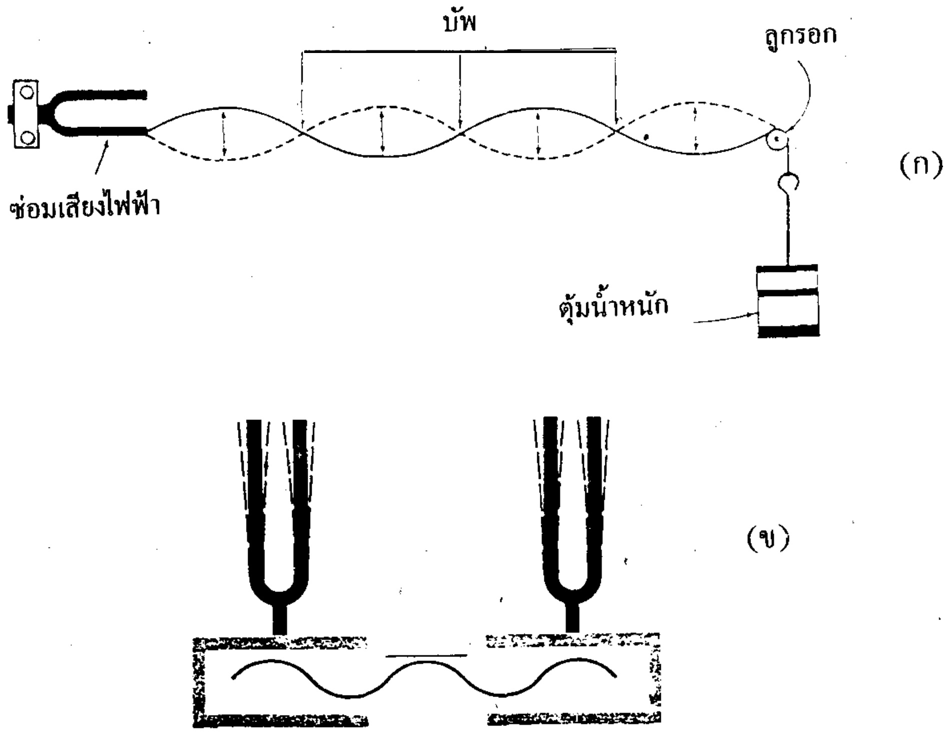
เมื่อ $n = 1$ ได้ $T_1 = \frac{4 \times 2^2 \times (100)^2 \times 0.3 \times 10^{-4}}{1^2} = 4.8$ นิวตัน

$n = 2$ ได้ $T_2 = \frac{4 \times 2^2 \times (100)^2 \times 0.3 \times 10^{-4}}{2^2} = 1.2$ นิวตัน

$n = 3$ ได้ $T_3 = \frac{4 \times 2^2 \times (100)^2 \times 0.3 \times 10^{-4}}{3^2} = 0.53$ นิวตัน

ในกรณีทั่วไปเมื่อวัตถุที่สามารถแกว่งได้ ถูกกระทำด้วยแรงกระตุ้นเป็นระยะ ๆ หรือเป็นจังหวะ โดยมีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของการแกว่งของวัตถุนั้น วัตถุจะแกว่งด้วยแอมปลิจูดกว้างมากขึ้น ๆ ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า **การสั่นพ้อง** (resonance) การแกว่งชิงช้าเป็นตัวอย่างในเรื่องการสั่นพ้อง ชิงช้ามีลักษณะเป็นลูกตุ้มที่มีความถี่ธรรมชาติเพียงค่าเดียว ซึ่งขึ้นอยู่กับความยาวของสายเชือก ถ้าออกแรงผลักด้วยจังหวะ (ความถี่) เท่ากับความถี่ธรรมชาติของชิงช้า ชิงช้าจะแกว่งไปไกลและสูงมากทีเดียว ถ้าความถี่ของการผลักแตกต่างจากความถี่ธรรมชาติของการแกว่งหรือผลักไม่เป็นจังหวะสม่ำเสมอ การแกว่งของชิงช้าจะน้อยหรือเกือบไม่แกว่งเลย

ในกรณีของเส้นเชือกที่ขึงไว้นั้น เส้นเชือกมีความถี่ธรรมชาติหลายความถี่ สมมติว่าปลายหนึ่งของเชือกตรึงไว้กับที่ ส่วนอีกปลายหนึ่งมีแรงมาทำให้เคลื่อนที่ขึ้นลงได้ด้วยแอมปลิจูดคงที่ผูกติดกันกับเครื่องซึ่งสั่นด้วยความถี่ใดความถี่หนึ่ง ถ้าความถี่ดังกล่าวไม่เท่ากับความถี่ธรรมชาติอันใดอันหนึ่งของเชือก แอมปลิจูดที่ปฏิบัพจะค่อนข้างแคบ แต่ถ้าความถี่นั้นเท่ากับความถี่ธรรมชาติอันใดอันหนึ่งจะเกิดสั่นพ้องซึ่งแอมปลิจูดจะกว้างกว่าที่ปลายเชือกที่ติดเครื่องสั่น ดังรูปที่ 10.24 (ก)



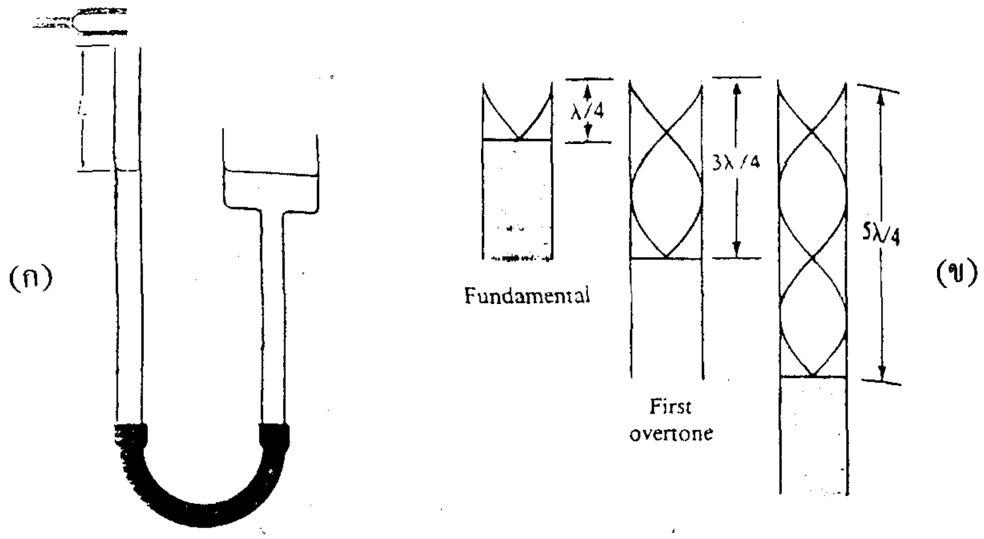
รูปที่ 10.24 (ก) คลื่นนิ่งในเส้นเชือก ถ้าความถี่ธรรมชาติของเส้นเชือกเท่ากับความถี่ของส้อมเสียงแอมปลิจูดของคลื่นจะสูงมาก

(ข) การเกิดสั่นพ้องของส้อมเสียงสองชุดที่มีความถี่เท่ากัน

ในรูปที่ 10.24 (ข) ส้อมเสียง 2 ชุด ความถี่เท่ากัน วางอยู่ใกล้ ๆ กัน ถ้าเคาะให้ส้อมเสียงอันหนึ่งสั่น จะเกิดการส่งถ่ายพลังงานผ่านอากาศไปยังส้อมเสียงอันที่ 2 แล้วส้อมเสียงก็จะสั่นด้วย ทั้ง ๆ ที่เราไม่ได้เคาะส้อมเสียงอันที่ 2 เลย รูปที่ 10.23 (ข) จึงเป็นตัวอย่างง่าย ๆ ที่ใช้สาธิตการเกิดการสั่นพ้อง

ในห้องปฏิบัติการเครื่องมือทดลอง การเกิดการสั่นพ้องมีลักษณะดังรูป 10.25 (ก) ระดับน้ำในท่อแก้ว สามารถปรับได้โดยเลื่อนกระป๋องน้ำทางด้านซ้ายซึ่งต่อด้วยสายยางกับท่อเลื่อนขึ้น-ลงได้ ซึ่งก็คือ การเปลี่ยนความยาวของท่ออากาศซึ่งเป็นท่อปลายปิดทางหนึ่งนั่นเอง

เคาะส้อมเสียงความถี่ f แล้วนำไปจ่อหรือปากท่ออากาศ ลดระดับน้ำจากสูงมาต่ำ จนได้ยินเสียงดังที่สุด



รูปที่ 10.25 (ก) หลอดการสั่นพ้อง (ข) การเกิดการสั่นพ้องครั้งที่ 1, 2 และ 3 ในหลอดการสั่นพ้อง

สมมติว่าระดับน้ำต่ำกว่าปากหลอดเท่ากับ a ตำแหน่งนี้คือ ตำแหน่งที่เกิดการสั่นพ้องครั้งแรก ซึ่งความถี่ของส้อมเสียงเท่ากับความถี่ของลำอากาศในหลอดแก้ว เมื่อเลื่อนระดับน้ำต่ำลงไปเสียงจะเบาจนไม่ได้ยิน จะเกิดเสียงดังอีกครั้งหนึ่งเมื่อเกิดการสั่นพ้องครั้งที่ 2 สมมติว่าขณะนี้ระดับน้ำอยู่ต่ำกว่าปากหลอด b เมื่อเลื่อนระดับน้ำต่ำกว่า b ไป เสียงจะเบาลง และดังอีกครั้งหนึ่งเมื่อเกิดการสั่นพ้องครั้งที่ 3 เป็นเช่นนี้เรื่อยไป ถ้าไม่พิจารณาปรากฏการณ์ขอบ (end or edge effect) การเกิดการสั่นพ้องครั้งแรกและครั้งที่สอง จะได้

$$a = \frac{\lambda}{4} \quad \text{และ} \quad b = \frac{3\lambda}{4}$$

อย่างไรก็ดี ความสัมพันธ์จะได้ค่าถูกต้อง คือ

$$(b - a) = \lambda$$

หรือ

$$\lambda = 2(b - a) \qquad \text{......10.54}$$

เนื่องจากความถี่ของลำอากาศในท่อมีค่าเท่ากับความถี่ของส้อมเสียงเมื่อเกิดการสั่นพ้อง และจาก $v = \lambda f$ เราจะได้

$$v = 2(b - a)f \qquad \text{......10.55}$$

โดยอาศัยความรู้เรื่องการสั่นพ้อง ซึ่งทดลองได้ง่าย ๆ ในห้องทดลองปฏิบัติการ เราจึงสามารถหาอัตราเร็วของเสียงในอากาศขณะทำการทดลอง ,ถ้าเรารู้ความถี่ของส้อมเสียง หรือสามารถหาความถี่ของส้อมเสียงที่ไม่ทราบค่าได้ ถ้าเรารู้อัตราเร็วของคลื่นขณะทดลอง

กิจกรรม 10.3

ให้นักศึกษาแสดงตัวอย่างการสั่นพ้องที่พบได้ในชีวิตประจำวันอย่างน้อย 1 ตัวอย่าง

10.7 คลื่นเสียง

ในการศึกษาคลื่นเสียงจะพิจารณาการหาอัตราเร็วของเสียงในอากาศและปรากฏการณ์ต่าง ๆ ตามลำดับต่อไปนี้

1. อัตราเร็วของเสียงในตัวกลางต่าง ๆ

สำหรับอากาศ $M = 29.0 \text{ g/mole}$

$= 29.0 \times 10^{-3} \text{ kg/mole}$ ที่อุณหภูมิ $0^\circ C$ หรือ 273 K

อัตราเร็วของเสียงที่ $0^\circ C$ ตามสมการ10.20 โดยกระบวนการแอเดียเบติก คือ

$$v = \left[\frac{\gamma RT}{M}\right]^{1/2}$$

จะได้

$$v_0 = \left[\frac{(1.4)\ (8.314\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\ (273\ \text{K})}{29 \times 10^{-3}\ \text{kg/mol}}\right]^{1/2}$$

$$= 331 \text{ m/s} \qquad \text{......10.56}$$

ถ้าจะประมาณค่าอัตราเร็วของเสียงที่อุณหภูมิ $t^\circ C$ ใด ๆ หาได้จากสมการข้างต้น โดยให้

$$T_0 = (273 + 0)\ \text{K} \quad \text{และ} \quad T = (273 + t)\ \text{K}$$

$$v = \left[\frac{\gamma RT}{M}\right]^{1/2} = \left[\frac{\gamma RT_0}{M}\frac{T}{T_0}\right]^{1/2}$$

$$= \left[\frac{\gamma RT_0}{M}\right]^{1/2}\left[\frac{T}{T_0}\right]^{1/2} = v_0 \left|\frac{273 + t}{273}\right|^{\frac{1}{2}}$$

$$= \quad v_0 \, 1 + \frac{t}{273}^{\frac{1}{2}} \qquad \ldots\ldots 10.57$$

ถ้า t มีค่าไม่สูงนัก (เช่น ที่อุณหภูมิห้อง t มีค่าประมาณ 2ôC-30$^{\circ}C$) เราสามารถประมาณค่าพจน์ $\left|1 + \frac{t}{273}\right|^{\frac{1}{2}}$ ได้ โดยใช้ทฤษฎีบททวินาม ซึ่งจะได้เป็น

$$\left|1 + \frac{t}{273}\right|^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{t}{273}$$

$$= \left|1 + \frac{t}{546}\right| \qquad \ldots\ldots 10.58$$

แทนค่าสมการ **10.61** และ v_0 = **331** m/s ในสมการ 10.60 จะได้

$$v = v_0 + \frac{v_0 t}{546}$$

$$= v_0 + 0.6\, t \qquad \ldots\ldots 10.59$$

(ข้อควรระวัง t ในสมการ 10.59 คือ อุณหภูมิในหน่วยเซลเซียส ไม่ใช่เวลา)

ถ้าเปรียบเทียบสมการอัตราเร็วของเสียงในอากาศ สมการ 10.20 กับสมการอัตราเร็วรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของโมเลกุลของก๊าซ

$$v_{rms} = \left[\frac{3RT}{M}\right]^{1/2}$$

จะเห็นว่า อัตราเร็วทั้งสองแบบขึ้นอยู่กับอุณหภูมิเช่นกัน จะต่างกันก็ตรงค่าคงตัว 3 และ γ

การหาอัตราเร็วของเสียง ซึ่งเป็นคลื่นตามยาวในตัวกลางที่เป็นของแข็งนั้น จะแตกต่างจากการหาอัตราเร็วในของไหลอยู่บ้าง คือ เมื่อแท่งของแข็งถูกอัดที่ปลายข้างหนึ่ง (อีกปลายข้างหนึ่งอยู่กับที่) ผลที่เกิดขึ้นไม่เหมือนกับเมื่อตอนอัดของไหลที่บรรจุอยู่ในหลอดที่มีพื้นที่หน้าตัดคงตัว เพราะว่าแท่งของแข็งจะพองโตใหญ่ขึ้นเล็กน้อย อย่างไรก็ดี เราอาจคำนวณในทำนองเดียวกันได้ว่า อัตราเร็วของคลื่นตามยาวในแท่งของแข็งต่าง ๆ คือ

$$v = \left[\frac{Y}{P_0}\right]^{1/2} \qquad \ldots\ldots 10.60$$

เมื่อ Y คือ มอดุลัสของญัง

และในของไหลต่าง ๆ จะได้ $v = \sqrt{B/\rho_0}$ เมื่อ B คือ มอดุลัสเชิงปริมาตร อัตราเร็วของเสียงในก๊าซ ของเหลว ของแข็ง แสดงไว้ดังตาราง 10.1

ตาราง 10.1 อัตราเร็วของเสียงในตัวกลางต่าง ๆ

MEDIUM	v (m/s)
Gases	
Air (0° C)	331
Air (100° C)	336
Hydrogen (0° C)	1286
Oxygen (0° C)	317
Helivm (0° C)	972
Liqvids at 25° C	
Water	1493
Methyl alcohol	1143
Sea water	1533
Solids	
Aluminum	5100
Copper	3560
Iron	5130
Lead	1322
Vulcanized rubber	54

ตัวอย่าง 10.9 **จงหา**

ก. อัตราเร็วของเสียงในน้ำ

ข. อัตราเร็วของเสียงในอะลูมินัม

วิธีทำ ก. (แทนค่า) B จากตารางสภาพอัดได้

$$= \frac{1}{4.9 \times 10^{-10}\ (N \cdot m^{-2})^{-1}}$$

$$= 2 \times 10^{9}\ N/m^{2}$$

และ $\rho_o = 10^{3}\ kg/m^{3}$

ในสมการ $v = \left[\frac{B}{\rho_o}\right]^{1/2}$

จะได้ $v = \left[\frac{2 \times 10^{9}\ N/m^{2}}{1 \times 10^{3}\ kg/m^{3}}\right]^{1/2} = 1{,}414\ m/s\ (\approx 1{,}500\ m/s)$

ข. แทนค่า y จากตารางบทที่ 7 = $7 \times 10^{10}\ N/m^{2}$ และ $\rho_o = 2.7 \times 10^{3}\ kg/m^{3}$

ในสมการ $v = \left[\frac{y}{\rho_o}\right]^{1/2}$ จะได้ $v = \left[\frac{7 \times 10^{10}\ N/m^{2}}{2.7 \times 10^{3}\ kg/m^{2}}\right]^{1/2} = 5{,}092\ m/s$

ตัวอย่าง 10.10 ส้อมเสียงความถี่ f = 865 Hz นำไปทดลองเรื่องการสั่นพ้อง ดังรูปที่ 10.25 ปรากฏว่าตำแหน่งที่เกิดการสั่นพ้องครั้งแรกกับครั้งที่สองห่างกัน 20 cm จงประมาณค่าอุณหภูมิขณะทำการทดลอง

วิธีทำ แทนค่า $f = 865\ Hz$

และ $b - a = 20cm = 0.20\ m$

ในสมการ $v = \lambda f = 2\ (b - a)\ f$

และ $v = 331 + 0.6\ t\ m/s$

โดยที่ $t = \frac{v - 331}{0.6}$

$$= \frac{2\ (b - a)\ f - 331}{0.6}$$

จะได้ $t = \frac{2\ (0.20\ m)\ 865\ Hz - 331\ m/s}{0.6}$

$$= 25^{\circ}C$$

กิจกรรม 10.4

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 10.1 ว่าอัตราเร็วของเสียงในตัวกลางใดสูงสุดเรียงตามลำดับ และอธิบายด้วยว่าเป็นเพราะเหตุใด

2. บีตส์ (Beats)

บีตส์เกิดจากการรวมกันของคลื่น 2 กระบวนเคลื่อนที่ไปในทิศเดียวกัน มีความถี่ต่างกันเล็กน้อย ถ้าให้คลื่นสองกระบวนนี้มีแอมปลิจูดเท่ากัน และเราสามารถจะแทนระยะกระจัดที่จุดจุดหนึ่งของคลื่นสองกระบวนนี้ด้วย

$y_1 = A_0 \cos 2\pi f_1 t$ และ $y_2 = A_0 \cos 2\pi f_2 t$

และคลื่นรวมคือ

$$y = y_1 + y_2 = A_0 [\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t] \qquad \text{......10.61}$$

ใช้เอกลักษณ์ทางตรีโกณมิติ

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a-b}{2}\right) \cos \left(\frac{a+b}{2}\right)$$

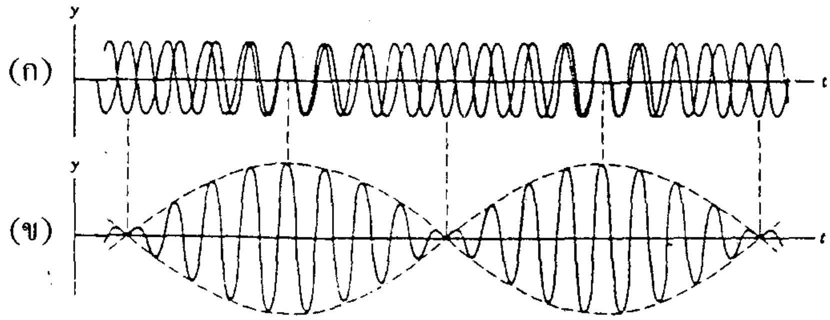
โดยให้ $a = 2\pi f_1 t$ และ $b = 2\pi f_2 t$ สมการ 10.61 จะกลายเป็น

$$y = 2 A_0 \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t \cos 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) t \qquad \text{......10.62}$$

รูปที่ 10.26 (ก) แสดงภาพของ y_1 และ y_2 รูป 10.26 (ข) เป็นภาพของคลื่นรวม สมการ 10.62 ซึ่งจากสมการนี้จะเห็นว่า ความถี่ของคลื่นรวมมีความถี่ยังผล (effective frequency) เท่ากับความถี่เฉลี่ย $\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)$ และแอมปลิจูด คือ

$$A = 2 A_0 \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t \qquad \text{......10.63}$$

ซึ่งเป็นแอมปลิจูดที่แปรผันตามเวลาด้วยความถี่ $\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)$ เมื่อ f_1 มีค่าใกล้เคียงกับ f_2 การแปรผันของแอมปลิจูดจะเชื่องช้า ดังที่แสดงได้ด้วยซอง (เส้นประ) ของลูกคลื่นรวมในรูปที่ 10.26 (ข)



รูปที่ 10.26 การรวมคลื่นสองคลื่นซึ่งมีความถี่ต่างกันเล็กน้อย
(ก) แสดงคลื่นสองกระบวน
(ข) แสดงผลบวกของคลื่นเกิดเป็นบีตส์

เนื่องจากฟังก์ชันโคไซน์มีค่าสูงสุดต่ำสุดเท่ากับ ± 1 คือ

$$\cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) = \pm 1$$

นั่นคือ ในแต่ละรอบจะมีแอมปลิจูดสูงสุดหนึ่งครั้ง (เกิด 1 บีตส์) และต่ำสุดหนึ่งครั้ง (เกิด 1 บีตส์) ดังนั้น จึงเกิดบีตส์ 2 ครั้งในหนึ่งรอบ ความถี่บีตส์ (beat frequency, f_b) ซึ่งหมายถึงจำนวนบีตส์ต่อวินาที จึงเขียนได้เป็น

$$f_b = 2\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)$$

$$= f_1 - f_2 \qquad \ldots\ldots 10.64$$

จากสมการ 10.63 ถ้าเราเปลี่ยน $f_1 - f_2$ เป็น $f_2 - f_1$ แอมปลิจูดของคลื่นรวมมีค่าคงเดิม เพราะว่า $\cos(-\theta) = \cos\theta$ ดังนั้น เพื่อให้ความถี่บีตส์มีเครื่องหมายเป็นบวกเสมอ เราจึงนิยามความถี่บีตส์เป็น

$$f_b = |f_1 - f_2| \qquad \ldots\ldots 10.65$$

โดยทั่วไปหูมนุษย์จะทราบได้ว่าเป็นบีตส์เมื่อ $|f_1 - f_2|$ ไม่เกิน 10 เฮิรตซ์ ถ้าเกินกว่านี้จะไม่สามารถแยกออกว่าเป็นเสียงเดียวหรือบีตส์ นักดนตรีอาจจะอาศัยความชำนาญในการฟังแล้วทราบได้ว่าเป็นบีตส์ได้ดีกว่าคนทั่วไป การเทียบเสียงเครื่องดนตรีประเภทเครื่องสายก็ใช้วิธีฟังเสียงบีตส์ เช่น เทียบเสียงไวโอลิน 2 ตัว โดยดีดพร้อมกัน ถ้าไม่เกิดบีตส์ก็แสดงว่ามีความถี่เดียวกัน

ตัวอย่าง 10.11 เมื่อนำกีตาร์ A และ B ไปเทียบเสียงกับกีตาร์มาตรฐาน ซึ่งมีความถี่ f = 500 เฮิรตซ์ ปรากฏว่าเกิด 5 บีตส์ต่อวินาที และเมื่อนำกีตาร์ 2 ตัว ไปทดลองกับหลอดกำทอน ปรากฏว่าตำแหน่งเกิดสั่นพ้องครั้งแรกของกีตาร์ A ต่ำกว่าของกีตาร์ B จงหาความถี่ของกีตาร์ A และ B

วิธีทำ แทนค่า : $f_b = 5$ Hz

โดยที่ $\frac{\lambda_A}{4} > \frac{\lambda_B}{4}$

หรือ $f_A < f_B$

ในสมการ: $f_b = | f_1 - f_2 |$

สำหรับ f_A : $f_A = f - f_b$

สำหรับ f_B : $f_B = f + f_b$

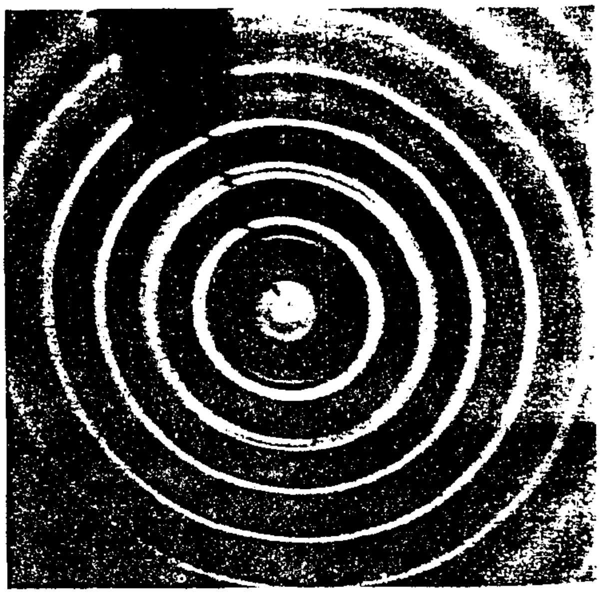
จะได้ $f_A = 500 \text{ Hz} - 5 \text{ Hz} = 495 \text{ Hz}$

$f_B = 500 \text{ Hz} + 5 \text{ Hz} = 505 \text{ Hz}$

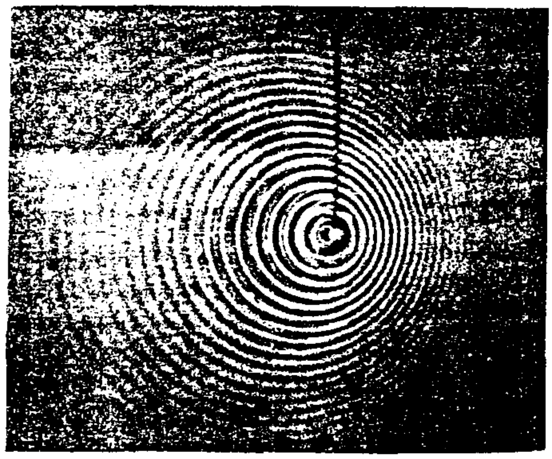
3. ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์

เมื่อแหล่งกำเนิดเสียง หรือผู้ฟังเคลื่อนที่ หรือทั้งสองอย่างเคลื่อนที่ ระดับเสียงที่ปรากฏแก่ผู้ฟังนั้น โดยทั่ว ๆ ไปแล้วจะมีค่าไม่เหมือนกัน เมื่อแหล่งกำเนิดเสียงและผู้ฟังอยู่นิ่ง ตัวอย่างง่าย ๆ ที่เห็นได้ชัดคือ ระดับเสียงของแตรรถยนต์หรือหวูดรถไฟ ระดับเสียงระหว่างตอนที่รถยนต์หรือรถไฟวิ่งเข้ามาหาผู้ฟัง และตอนที่แล่นจากผู้ฟังไปจะแตกต่างกัน เราเรียกว่าปรากฏการณ์นี้ว่า **ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์** (Doppler's effect) เราพิจารณากรณีที่ตัวกลาง (อากาศ) อยู่กับที่ความเร็วมีทิศทางตามแนวเส้นตรงระหว่างผู้ฟังกับแหล่งกำเนิดเสียง

โดยทั่วไปเมื่อแหล่งกำเนิดคลื่นให้กำเนิดคลื่น แล้วคลื่นจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงตัว ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของตัวกลาง ไม่ว่าแหล่งกำเนิดจะเคลื่อนที่หรือไม่ รูปที่ 10.27 (ก) แสดงหน้าคลื่นที่เคลื่อนออกจากแหล่งกำเนิดเมื่อแหล่งกำเนิดอยู่นิ่ง รูปที่ 10.27 (ข) แสดงหน้าคลื่นเมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าอัตราเร็วของคลื่น



(ก)



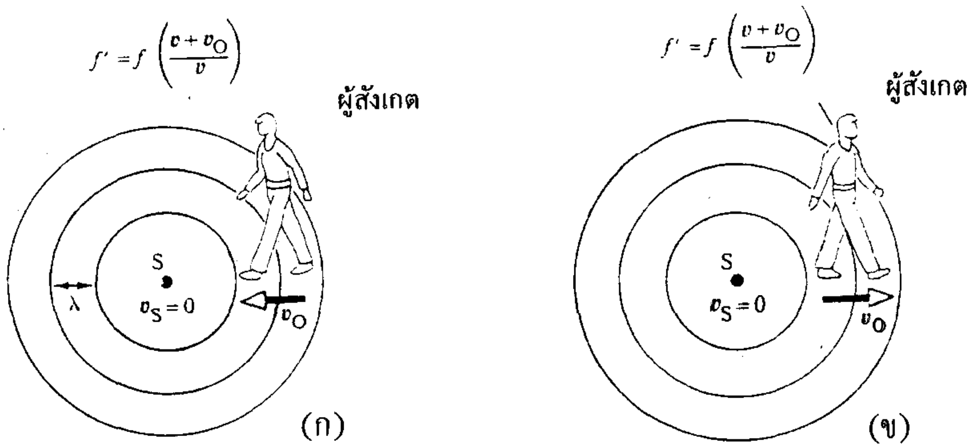
(ข)

รูปที่ 10.27 (ก) คลื่นในถังคลื่นเมื่อแหล่งกำเนิดอยู่นิ่ง
(ข) คลื่นในถังคลื่นเมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็วน้อยกว่าอัตราเร็วของคลื่น

เพื่อให้เข้าใจได้ง่ายขึ้นจะพิจารณาปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของเสียงโดยจำแนกเป็น 2 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 ผู้ฟังหรือผู้สังเกตเคลื่อนที่

พิจารณากรณีผู้สังเกตเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วเข้าหาแหล่งกำเนิดซึ่งอยู่กับที่ $v_s = 0$ ให้กำเนิดความถี่ f, ความยาวคลื่น λ ดังรูปที่ 10.28 (ก)



รูปที่ 10.28 (ก) ผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาแหล่งกำเนิด (f' > f)
(ข) ผู้สังเกตเคลื่อนที่ไปจากแหล่งกำเนิด (f' < f)

ให้อัตราเร็วของเสียงในอากาศเท่ากับ $v = f\lambda$ เมื่อเวลาผ่านไป t ผู้สังเกตเดินเข้าหาแหล่งกำเนิดได้ระยะทาง v_0t และในช่วงเวลานี้เขาจะผ่านหน้าคลื่นได้มากขึ้น (กว่าตอนเขาอยู่นิ่ง) เท่ากับ $\frac{v_0t}{\lambda}$ หน้าคลื่น นั่นคือ เขาจะรับฟังคลื่นเสียงที่มีความถี่มากขึ้น ความถี่ที่เขาได้ยิน f' คือ

$$f' = f + \Delta f = f + \frac{v_0}{\lambda}$$

$$= \frac{v}{\lambda} + \frac{v_0}{\lambda}$$

$$= \frac{v}{\lambda} \quad \frac{v + v_0}{v}$$

$$= \frac{v + v_0}{v} f \qquad \ldots\ldots 10.66$$

แต่ถ้าผู้สังเกตเคลื่อนที่จากแหล่งกำเนิด ดังรูปที่ 10.28 (ข) เขาจะได้ยินเสียงซึ่งมีความถี่น้อยลง ซึ่ง f' เขียนได้เป็น

$$f' = \left(\frac{v - v_0}{v}\right) f \qquad \ldots\ldots 10.67$$

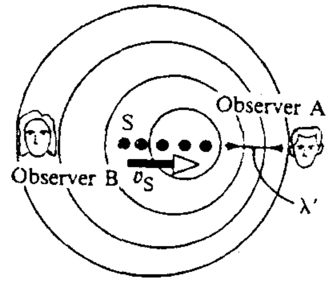
สูตรโดยทั่วไป เมื่อผู้สังเกตมีการเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับแหล่งกำเนิดที่อยู่นิ่ง ด้วยอัตราเร็ว v_0 คือ

$$f_1 = \left(\frac{v \pm v_0}{v}\right) \qquad \ldots\ldots 10.68$$

เมื่อเครื่องหมายบวกใช้เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่เข้าหาแหล่งกำเนิด และเครื่องหมายลบใช้เมื่อผู้สังเกตเคลื่อนที่ออกจากแหล่งกำเนิด

กรณีที่ 2 แหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่

เมื่อแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่จากผู้สังเกต B ไปยังผู้สังเกต A ด้วยอัตราเร็ว v_s, ผู้สังเกต A และ B อยู่กับที่ ดังรูปที่ 10.29



รูปที่ 10.29 แหล่งกำเนิดคลื่นที่จากผู้สังเกต B เข้าหาผู้สังเกต A

ระยะทางระหว่างหน้าคลื่น (λ') ที่รับฟังโดย A จะมีค่าสั้นกว่าระยะทางระหว่างหน้าคลื่นปกติที่แหล่งกำเนิดอยู่ดับที่ (λ) ซึ่งจะสั้นไป เท่ากับ v_sT (T คือคาบ) ซึ่งเท่ากับ v_s/f นั่นคือ

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - \frac{v_s}{f} = \left(\frac{v}{f} - \frac{v_s}{f}\right)$$

$$= (v - v_s)\frac{1}{f}$$

ความถี่ที่ผู้สังเกต A ได้ยิน คือ

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) f \qquad \text{......10.69}$$

จะเห็นว่า f' มากกว่า f

ในกรณีตรงข้าม ความถี่ที่ผู้สังเกต B ได้ยิน จะน้อยกว่า f คือ

$$f' = \left(\frac{v}{v + v_s}\right) f \qquad \text{......10.70}$$

จึงสรุปได้ว่า ความถี่ที่ผู้สังเกตที่อยู่กับที่ได้ยิน ในกรณีที่แหล่งกำเนิดเคลื่อนที่สัมพัทธ์กับผู้สังเกตด้วยอัตราเร็ว v_s คือ

$$f' = \frac{v}{(v \mp v_s)} f \qquad \text{......10.71}$$

เครื่องหมายลบหมายถึง กรณีแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกต และเครื่องหมายบวกหมายถึง กรณีที่แหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ไปจากผู้สังเกต

ถ้าทั้งแหล่งกำเนิดและผู้สังเกตเคลื่อนที่ จากสมการ 10.68 และ 10.71 เราสามารถเขียนสมการทั่วไปของปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ได้เป็น

$$f' = \left(\frac{v \pm v_0}{v \mp v_s}\right) f \qquad .....10.72$$

เมื่อเครื่องหมายข้างบน ($+v_0$ และ $-v_s$) ใช้ในกรณีผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่เข้าหากัน และเครื่องหมายข้างล่าง ($-v_0$ และ $+v_s$) ใช้ในกรณีที่ผู้สังเกตและแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่จากกัน

เราทดลองทำให้เกิดปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ได้ โดยใช้ส้อมเสียงซึ่งตั้งบนหีบสั่นพ้อง เคาะให้สั่นแล้วเคลื่อนที่เข้าหากำแพงโดยเร็ว ผู้สังเกตจะได้ยินเสียง 2 ความถี่ เป็นความถี่โดยตรงจากส้อมเสียงที่กำลังเคลื่อนที่ห่างออกไปซึ่งทำให้ระดับเสียงลดลง และอีกความถี่หนึ่งซึ่งเกิดจากคลื่นสะท้อนจากกำแพงเข้าหาผู้สังเกต ซึ่งมีระดับเสียงสูงขึ้น กระบวนคลื่นทั้งสองซ้อนกันเกิดเป็นบีตส์

ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ไม่ได้เกิดเฉพาะเสียงเท่านั้น ในกรณีของแสงก็มีตัวอย่างที่น่าสนใจ ได้แก่ ปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ทางดาราศาสตร์ เพราะอัตราเร็วของแสงมีค่ามากเมื่อเทียบกับอัตราเร็วของต้นกำเนิดของแสง ทำให้เกิดปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ได้อย่างเด่นชัด กล่าวคือ เมื่อเราตรวจสอบดูสเปกตรัมของแสงจากธาตุในดาวบางดวง แล้วนำมาเปรียบเทียบกับสเปกตรัมที่ได้จากธาตุชนิดเดียวกันบนโลก จะพบว่าเส้นสเปกตรัมจะเลื่อนไปทางช่วงแสงสีแดง (red shift) ซึ่งอาจอธิบายว่ามีสาเหตุมาจากการที่ ดาวดวงนั้นกำลังเคลื่อนที่ห่างออกไปจากโลก แต่ถ้าพบว่าแสงจากดาวบางดวงมีความยาวคลื่นสั้นลง ก็แสดงว่าดาวดวงนั้นกำลังเคลื่อนที่เข้าหาโลก

การสะท้อนของคลื่นเรดาร์จากวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่ เช่น เครื่อบินหรือรถยนต์ ความยาวคลื่นของคลื่นสะท้อนจะเพิ่มขึ้น ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ออกไปจากต้นกำเนิดคลื่น ปรากฏการณ์เช่นเดียวกันเกิดขึ้นเมื่อคลื่นเสียงใต้น้ำหรือโซนาร์ (sonar) ไปสะท้อนที่เรือใต้น้ำซึ่งกำลังแล่นอยู่

สูตรสำหรับปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของแสงและเสียงย่อมต่างกัน เพราะว่าในกรณีของเสียงการเปลี่ยนความถี่เกิดจากเสียงต้องอาศัยตัวกลาง แต่สำหรับแสงไม่ต้องใช้ตัวกลางในการเคลื่อนที่และอัตราเร็วของแสงมีค่าเท่ากันเสมอ ไม่ขึ้นกับการเคลื่อนที่ของต้นกำเนิดหรือผู้สังเกต

ตัวอย่าง 10.12 รถไฟขบวนหนึ่งกำลังแล่นเข้าใกล้อุโมงค์ ซึ่งมีหน้าผาตั้งได้ฉากกับรางรถไฟ เปิดหวูดด้วยความถี่ 120 เฮิรตซ์ ถ้าอัตราเร็วของรถไฟขณะนั้นเท่ากับ 12 เมตร/วินาที และกำหนดให้อัตราเร็วของเสียงในอากาศเท่ากับ 330 m/s จงหา

ก. ความถี่ของเสียงที่สะท้อนที่หน้าผา

ข. ความถี่ของเสียงที่พนักงานขับรถไฟได้ยิน

ค. ความถี่บีตส์ที่พนักงานรถไฟได้ยินจากเสียงหวูดโดยตรงและเสียงสะท้อนจากหน้าผา

วิธีทำ แทนค่า $v = 330$ m/s

$v_{\text{รถไฟ}} = 12$ เมตร/วินาที

$f = 120$ Hz

ในสมการ $f_1 = \dfrac{v \pm v_0}{v \mp v_s} f$

$f_b = |f_1 - f_2|$

โดยต้องแบ่งปัญหาเป็น 2 ขั้น คือ

ก. หาความถี่ที่สะท้อนที่หน้าผาในกรณีนี้ หน้าผาจะเป็นผู้สังเกต $v_0 = 0$ และแหล่งกำเนิดเป็นผู้เคลื่อนที่เข้าหา ผู้สังเกต (ใช้ $-v_s$)

$$v_s = 12 \text{ m/s}$$

ดังนั้น $f'(\text{ก}) = \dfrac{v}{v - v_{\text{รถไฟ}}} f$

ข. คลื่นออกจากแหล่งกำเนิด คือหน้าผาซึ่งอยู่นิ่ง $v_s = 0$ ส่งคลื่นเสียงความถี่ $f(\text{ข}) = f(\text{ก})$ มายังพนักงานขับรถไฟ ซึ่งเคลื่อนที่เข้าหาหน้าผา (ใช้ $+ v_0$)

$$v_0 = 12 \text{ m/s}$$

ดังนั้น $f'(\text{ข}) = \dfrac{v + v_{\text{รถไฟ}}}{v} f(\text{ข})$

$= \dfrac{v + v_{\text{รถไฟ}}}{v} f'(\text{ก})$

และข้อ ค. คือ $f_b = |f - f'(\text{ข})|$

แทนค่า : $f'(\text{ก}) = \dfrac{330 \text{ m/s}}{330 \text{ m/s} - 12 \text{ m/s}} \cdot 120 \text{ Hz}$

$= 124.6$ Hz

$$f'(\text{ข}) = \frac{(330\ m/s + 12\ m/s)}{330\ m/s} \cdot (124.6\ Hz)$$

$$= 129\ Hz$$

$$f_b = |120 - 129| = 9\ Hz$$

ตัวอย่าง 10.13 รถพยาบาลกำลังแล่นบนทางด่วนด้วยอัตราเร็ว 75 ไมล์/ชั่วโมง เปิดไซเรนความถี่ 400 เฮิรตซ์ จงหาความถี่ของเสียงที่ผู้โดยสารในรถคันหนึ่งซึ่งวิ่งบนทางด่วนเดียวกันด้วยความเร็ว 55 ไมล์/ชั่วโมง จะได้ยิน (กำหนดให้อัตราเสียงในอากาศเท่ากับ 343 เมตร/วินาที)

ก. ขณะที่รถทั้งสองกำลังจะสวนทางกัน

ข. หลังจากรถทั้งสองสวนทางกันแล้ว

วิธีทำ แทนค่า

$$v_0 = 55\ miles/h = 24.6\ m/s$$

$$v_s = 75\ miles/h = 33.5\ m/s$$

$$v = 343\ m/s$$

$$f = 400\ Hz$$

ในสมการ :

ก. $f' = \left(\frac{v + v_0}{v - v_s}\right) f$

ข. $f' = \left(\frac{v - v_0}{v + v_s}\right) f$

จะได้

ก. $f' = \left(\frac{343\ m/s + 24.6\ m/s}{343\ m/s - 33.5\ m/s}\right)(400\ Hz)$

$= 475\ Hz$

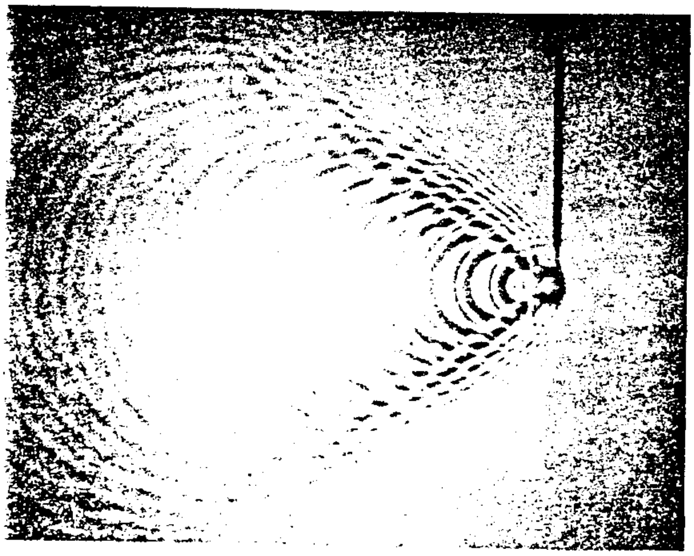
ข. $f' = \left(\frac{343\ m/s - 24.6\ m/s}{343\ m/s + 33.5\ m/s}\right)(400\ Hz)$

$= 338\ Hz$

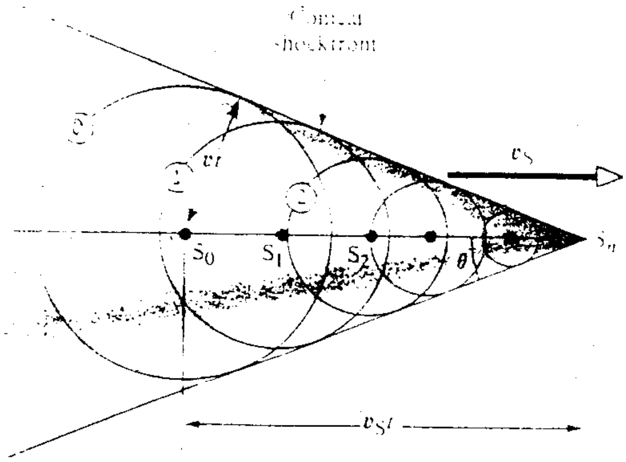
จะเห็นว่าความถี่แตกต่างกัน 475 - 338 = 137 Hz ซึ่งมากกว่า 30% ของความถี่ที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดเสียง

4. คลื่นกระแทกและซอนิกบูม (Shock Wave & Sonic Boom)

ในการศึกษาปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ในตอนก่อนนั้น เราพิจารณาแหล่งกำเนิดเสียงมีความเร็วของการเคลื่อนที่น้อยกว่าอัตราเร็วของคลื่นในตัวกลาง ปัญหาต่อไปที่เราจะพิจารณาก็คือ อะไรจะเกิดขึ้น ถ้าอัตราเร็วของแหล่งกำเนิดมากกว่าอัตราเร็วของคลื่นในตัวกลาง



(ก)



(ข)

รูปที่ 10.30 (ก) คลื่นในถังคลื่นเมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็วสูงกว่าอัตราเร็วของคลื่น

(ข) แผนภาพการเกิดคลื่นกระแทกเนื่องจากแหล่งกำเนิดเคลื่อนที่จาก s_0 ไป s_n

จากการทดลองในอ่างคลื่น (ripple tank) จะได้หน้าคลื่น ดังแสดงในรูป 10.30 (ก) ซึ่งเขียนเป็นแผนภาพได้ดังรูป 10.30 (ข) ที่เวลา $t = 0$ แหล่งกำเนิดอยู่ที่ S_0 และในเวลา t ต่อมาแหล่งกำเนิดอยู่ที่ S_n ซึ่งในช่วงเวลาเดียวกันนี้ หน้าคลื่นเคลื่อนที่จาก S_0 ไปทาง S_n ได้เพียง vtขณะที่แหล่งกำเนิดเคลื่อนที่ได้ $v_s t$ ในขณะที่แหล่งกำเนิดอยู่ที่ S_n นี้คลื่นบนตำแหน่งนี้ เพิ่งจะเกิด ดังนั้นวงกลมหน้าคลื่นที่ S_n มีรัศมีเท่ากับศูนย์ ถ้าลากเส้นจาก S_n สัมผัสกับหน้าคลื่นที่มีศูนย์กลางที่ S_0, S_1, S_2, ... จะได้ซองของคลื่นเป็นรูปกรวย ซึ่งทำมุม θ กับแกนกลางเมื่อ

$$\sin\theta = \frac{v}{v_s} \qquad ......10.73$$

เรียก $\frac{v_s}{v}$ ว่า เลขมัค (Mach number) ซึ่งตั้งเป็นเกียรติแก่ **เอรินสต์ มัค** (Ernst Mach) จรวดที่มีขนาดมัค 5 คือ มีอัตราเร็ว 5 เท่าของอัตราเร็วเสียง การเกิดคลื่นกระแทกเริ่มต้นที่มัค 1 เครื่องบินที่บินเร็วกว่าเสียงจะทำให้เกิดเสียงดังสนั่นซึ่งเรียกว่า ซอนิกบูม ซึ่งมีพลังงานมากอาจจะทำลายบ้านเรือนที่อยู่อาศัยได้

5. คลื่นใต้เสียงและคลื่นเหนือเสียง (Infrasound & Ultrasound)

คลื่นใต้เสียง ได้แก่ คลื่นกลที่มีความถี่ระหว่าง 0.1 ถึง 20 Hz ซึ่งประสาทหูของคนทั่วไปไม่สามารถรับรู้ได้ เกิดจากต้นกำเนิดที่มีขนาดใหญ่ เช่น คลื่นแผ่นดินไหว คลื่นสั่นสะเทือนจากการก่อสร้าง จากโรงงานอุตสาหกรรม จากการจราจรบนถนน จากรถไฟ จึงเป็นคลื่นที่มีความยาวคลื่นยาว

คลื่นเหนือเสียง ได้แก่ คลื่นที่มีความถี่สูงกว่า 20,000 เฮิรตซ์ หรือ 20 กิโลเฮิรตซ์ ซึ่งเป็นขีดจำกัดของการได้ยินทางด้านความถี่สูง สุนัขและค้างคาวสามารถรับฟังเสียงในช่วงอัลตราซาวนด์ได้ เนื่องจากอัลตราซาวนด์เป็นคลื่นความยาวคลื่นสั้น จึงมีผลต่อสสารน้อย เนื้อเยื่อในร่างกายมนุษย์จะสะท้อนและดูดกลืนคลื่นอัลตราซาวนด์ไม่เท่ากันด้วย นักวิทยาศาสตร์ได้นำความรู้นี้มาประยุกต์ใช้ในการวินิจฉัยทางการแพทย์ ดังรูปที่ 10.31

รูปที่ 10.31 ภาพที่ได้จากการใช้อัลตราซาวนด์ความถี่ 2.25 MHz แสดงให้เห็นทารกในครรภ์ช่วง 20 วันก่อนคลอด

6. ความเข้ม ความดัง คุณภาพและระดับเสียง

เมื่อคลื่นเสียงเคลื่อนที่เข้ามาสู่ช่องหู อนุภาคของอากาศในหูจะสั่นสะเทือนด้วยความถี่และแอมปลิจูดจำกัดค่าหนึ่ง การสั่นนี้อาจอธิบายในพจน์ของการแปรผันของความดัน ณ จุดเดียวกันนั้นได้ความดันอากาศดังกล่าวจะขึ้นสูงกว่าความดันบรรยากาศ และจะลดลงต่ำกว่าความดันบรรยากาศในลักษณะการเคลื่อนที่ฮาร์มอนิกอย่างง่ายและมีความถี่เดียวกันกับอนุภาคอากาศ ความแตกต่างสูงสุดจากความดันของอากาศเรียกว่า แอมปลิจูดความดัน ซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับแอมปลิจูดการกระจัด

โดยการวัดคลื่นเสียงปรากฏว่า การแปรผันของความดันที่มากที่สุดของเสียงดังที่สุดเท่าที่หูของคนเราจะทนได้มีค่า = 28 $N \cdot m^{-2}$ (สูงกว่าหรือต่ำกว่าความดันบรรยากาศ ซึ่งมีค่าประมาณ 10^5 $N \cdot m^{-2}$)

ความเข้ม (intensity)

ความเข้ม I ของคลื่นที่เคลื่อนที่ คืออัตราเวลาเฉลี่ยของพลังงานที่คลื่นพามาต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ในแนวตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ของคลื่น หรือกล่าวว่าความเข้มคือกำลังเฉลี่ยเฉลี่ยที่คลื่นพามาต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่

เราเคยเรียนมาแล้วว่า กำลังเท่ากับแรงคูณความเร็ว เพราะฉะนั้นกำลังต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ในคลื่นเสียงจึงเท่ากับความดันที่สูงหรือต่ำกว่าบรรยากาศ (แรงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่) คูณกับความเร็วของอนุภาค คิดถัวเฉลี่ยใน 1 รอบ เราอาจพิสูจน์ได้ว่า

$$I = \frac{P^2}{2\rho v} \qquad \ldots\ldots 10.74$$

เมื่อ P = แอมปลิจูดความดัน, ρ = ความหนาแน่นเฉลี่ยของอากาศ และ v = ความเร็วของคลื่นเสียง อาจกล่าวได้ว่า ความเข้มเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสองของความดัน และผลอันนี้ใช้ได้กับคลื่นทุกชนิด (ไม่เฉพาะคลื่นเสียง) ความเข้มมีหน่วยเป็นวัตต์ต่อตารางเมตร

ความเข้มของคลื่นเสียงที่มีแอมปลิจูดความดัน (pressure amplitude) $P = 28\ N{\cdot}m^{-2}$ (เสียงดังที่สุดที่เชื่อว่าคนเรายังทนไหว) คือ

$$I = \frac{(28\ N \cdot m^{-2})^2}{2 \times 1.29\ kg \cdot m^{-3} \times 345\ m \cdot s^{-1}} = 0.88\ J.s^{-1} . m^{-2}$$

$$= 0.88\ W{\cdot}m^{-2} \cong 1\ W\ m^{-2}$$

ในวิชาสวนศาสตร์ (acoustics) ยังนิยมใช้หน่วย $W \cdot cm^{-2}$ ซึ่งเป็นหน่วยผสมคือไม่ใช่ทั้ง cgs และ MKS

แอมปลิจูดความดันของเสียงแผ่วเบาที่หูของคนเรายังได้ยินประมาณเท่ากับ $0.00003\ N \cdot m^{-2}$ ซึ่งคำนวณตามสมการ 10.74 ได้ความเข้มประมาณเท่ากับ $10^{-12} W \cdot m^{-2}$

พิจารณากำลังของเสียงที่ออกมาจากลำโพงของห้องประชุมใหญ่ได้ดังนี้คือ

สมมติว่า ความเข้มของเสียงทั่วผิวครึ่งทรงกลมรัศมี 20 เมตร คือ $1\ W.\ m^{-2}$

$$\text{พื้นที่ผิวครึ่งทรงกลมนี้} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2 \times 20 \times 20\ m^2 \approx 25 \times 10^2\ m^2$$

กำลังของเสียงที่ออกมาจากลำโพงที่จุดกึ่งกลางของทรงกลม คือ

$$1\ W \cdot m^{-2} \times 25 \times 10^2\ m^2 = 2{,}500\ W$$

ระดับความเข้มและความดัง (Intensity level and loudness)

เนื่องจากพิสัยของความเข้มที่หูของคนเราได้ยินเสียงได้นั้นค่อนข้างมาก จึงนิยมใช้สเกลความเข้มเป็น logarithms มากกว่าที่จะใช้แบบสเกลเลขคณิตธรรมดา ระดับความเข้ม β ของคลื่นเสียงจึงมีนิยามตามสมการ

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

เมื่อ I_0 = ความเข้มที่เลือกกำหนดขึ้นซึ่งเท่ากับ 10^{-12} W · m^{-2} ประมาณเท่ากับความเข้มของเสียงแผ่วเบาที่ยังพอได้ยิน หน่วยของระดับความเข้มเรียกว่า **เดซิเบล** (decibel) เขียนย่อ db

ตาราง 10.2 ระดับเสียงในแหล่งต่าง ๆ

แหล่งกำเนิดของเสียง	ระดับเสียง db
เสียงตะโกนของความเจ็บปวด	120
เสียงตอกหมุด	9 5
เสียงรถไฟขึ้นเขา	90
เสียงรถพลุกพล่าน	70
เสียงคุยตามปกติ	65
เสียงรถยนต์ติดเครื่อง	50
เสียงวิทยุในบ้าน	40
เสียงถอนหายใจ	20
เสียงใบไม้ไหว	10
เสียงแผ่วเบา	0

ถ้าความเข้มของคลื่นเสียงเท่ากับ I_0 เท่ากับ 10^{-12} W · m^{-2} ระดับความเข้มจะเท่ากับศูนย์ ถ้าความเข้มสูงสุดที่คนเราพอทนได้ประมาณ 1 W · m^{-2} ระดับความเข้มจะเท่ากับ 120 db ตาราง 10.2 แสดงถึงระดับความเข้มเป็นเดซิเบลของระดับเสียงต่าง ๆ ในหมู่มวลมนุษย์

คำว่า **ความดัง** หมายถึง ความรู้สึกได้ยินของมวลมนุษย์ว่าดังมากดังน้อย เป็นปริมาณที่ไม่อาจวัดด้วยเครื่องมือใด ๆ ได้โดยตรง ความดังเพิ่มขึ้นตามความเข้ม แต่ไม่เป็นในรูปความสัมพันธ์เชิงเส้นอย่างง่าย น้ำเสียงบริสุทธิ์ (pure tone) ที่มีความเข้มเท่ากัน แต่ความถี่ต่างกันไม่จำเป็นต้องมีความดังเท่ากันเสมอไป

คุณภาพและระดับเสียง (quality and pitch)

คุณภาพของเสียง หมายถึง ลักษณะของเสียงที่เราได้ยิน เมื่อเราฟังเพลงจากวงดนตรีวงหนึ่ง เครื่องดนตรีทุกชิ้นจะเล่นเพลงเดียวกัน แต่เราสามารถแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินนั้นมาจาก

ดนตรีประเภทไหน จากไวโอลิน หรือเปียนโน หรือแตร เป็นต้น การที่เราแยกลักษณะของต้นเสียงได้นั้นเพราะคุณภาพของเสียงต่างกัน คุณภาพของเสียงนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนโอเวอร์โทนที่เกิดขึ้นจากต้นเสียงนั้น ๆ และแสดงออกมาเด่นจึงฟังไพเราะต่างกัน นอกจากนี้คุณภาพของเสียงยังขึ้นอยู่กับความเข้มของเสียงด้วย เช่น สเปกตรัมของเสียงหนึ่ง ประกอบด้วยความถี่หลักมูล 200 เฮิรตซ์ กับฮาร์มอนิก 2, 3, 4 และ 5 ซึ่งทั้งหมดมีความเข้มต่างกันกับสเปกตรัมของอีกเสียงหนึ่ง ซึ่งมีความถี่เท่ากัน แต่มีความเข้มแตกต่างกัน เสียงทั้งสองนี้เราฟังออกได้ว่าเป็นคนละเสียง จึงเรียกว่ามีคุณภาพต่างกัน

ระดับเสียง (pitch) หมายถึง ความสูงต่ำของเสียง พวกเสียงสูง เช่น ข. ฉ, ฐ พวกเสียงต่ำ เช่น ค, ฆ, ง หรือโน้ตดนตรี โด, เร, มี, ฟา, ซอล, ลา, ซี นั้น แสดงระดับเสียงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า โด มีเสียงต่ำ ซี มีเสียงสูงกว่า เป็นต้น ระดับเสียงขึ้นอยู่กับความถี่เสียงสูงหรือเสียงที่มีระดับสูงนั้นมีความถี่สูง เสียงต่ำนั้นมีความถี่ต่ำ นอกจากนี้ระดับเสียงยังขึ้นกับความเข้มของเสียงอีกด้วย

ระดับเสียง (pitch) เช่นเดียวกับความดัง (loudness) คือ เป็นปริมาณที่ไม่อาจวัดด้วยเครื่องมือใด ๆ ได้โดยตรง

กิจกรรม 10.5

ให้นักศึกษาพิจารณาความเหมือนกันหรือแตกต่างกันระหว่างปรากฏการณ์เกี่ยวกับคลื่น เช่น คลื่นนิ่งกับบีตส์ และปรากฏการณ์ดอปเปลอร์กับคลื่นกระแทก และอธิบายสาเหตุของแต่ละกรณีที่ทำให้เหมือนหรือแตกต่างกัน

สรุป

ในบทนี้ได้ศึกษาสมบัติของคลื่นและปรากฏการณ์ของคลื่นโดยเฉพาะอย่างยิ่งคลื่นกล เช่น การแทรกสอด การสั่นพ้อง บีตส์ และปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ นอกจากนั้นยังได้กล่าวถึง ชนิดของคลื่น ความเร็วของคลื่น คลื่นนิ่ง ฟังก์ชันและสมการคลื่น ความเข้ม ความดัง คุณภาพและระดับเสียง เป็นต้น

แบบฝึกหัดที่ 10

10.1 ลวดเหล็กยาว 6 เมตร มีมวล 60 กรัม ถูกขึงให้ตึง 1,000 นิวตัน จงหาอัตราเร็วของคลื่นตามขวางในลวดเหล็กนี้

ตอบ 316 $m \cdot s^{-1}$

10.2 ปลายข้างหนึ่งของเส้นเชือกผูกไว้กับซ่อมเสียงซึ่งสั่นด้วยความถี่ 240 เฮิรตซ์ อีกปลายหนึ่งขึงผ่านลูกรอกแล้วถ่วงด้วยตุ้มน้ำหนัก 2 กิโลกรัม ความหนาแน่นเชิงเส้นของเชือก = 0.021 กิโลกรัม/เมตร จงหา

ก. อัตราเร็วของคลื่นตามขวาง

ข. ความยาวคลื่น

ตอบ 30.5 เมตร/วินาที, 0.13 เมตร

10.3 สมการของคลื่นตามขวางขบวนหนึ่ง คือ

$$y = 0.2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{0.01} - \frac{x}{3}\right)$$

เมื่อ x และ y เป็นเมตร และ t เป็นวินาที จงหา

ก. แอมปลิจูด ข. ความยาวคลื่น

ค. ความถี่ และ ง. อัตราเร็วของคลื่นนี้

ตอบ 0.2 เมตร, 3 เมตร, 100 เฮิรตซ์, $40\pi \cos 2\pi\left(\frac{t}{0.01} - \frac{x}{3}\right)$

10.4 ปลายข้างหนึ่งของท่อยางยาว 15 เมตร หนัก 9.8 นิวตัน ผูกไว้กับเสาต้นหนึ่ง ใช้เชือกผูกปลายอีกข้างหนึ่งไปคล้องลูกรอกแล้วห้อยไว้ด้วยน้ำหนัก 98 นิวตัน สั่นปลายเชือกข้างหนึ่งให้เกิดคลื่นตามขวาง จงหาเวลาที่คลื่นเคลื่อนที่ไปถึงปลายอีกข้างหนึ่ง

ตอบ 1.2 วินาที

10.5 สายลวดโลหะมีคุณสมบัติดังนี้ : สัมประสิทธิ์ของการขยายตัวเชิงเส้น = 1.5×10^{-5} $(^\circ C)^{-1}$, ยังมอดุลัส = 2.0×10^{11} นิวตัน/เมตร, ความหนาแน่น = 9.0×10^{-3} กิโลกรัม/

เมตร^2 ปลายทั้งสองผูกอยู่กับเสามั่นคง ถ้าความตึง = 0 ณ 20°C จงหาอัตราเร็วของคลื่นตามขวาง ณ 8°C

ตอบ 63.2 เมตร/วินาที

10.6 สายเปียโนทำด้วยเหล็กยาว 0.5 เมตร, มวล 5×10^{-3} กิโลกรัม, มีความตึง 400 นิวตัน จงหา

ก. ความถี่หลักมูล

ข. จำนวนโอเวอร์โทนสูงสุด ซึ่งคน ๆ หนึ่งสามารถได้ยินความถี่ถึง 10,000 เฮิรตซ์

ตอบ 200 เฮิรตซ์, โอเวอร์โทนที่ 49

10.7 ลวดเหล็กยาว L = 1 เมตร, ความหนาแน่น 8×10^3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ถูกขึงไว้ระหว่างเสา 2 ต้น ลวดนี้สั่นด้วยความถี่หลักมูล 200 เฮิรตซ์ จงหา

ก. อัตราเร็วของคลื่นตามขวางของลวดนี้

ข. ความเข้มตามยาวของลวด

ค. ถ้าความเร่งสูงสุดที่จุดกึ่งกลางของลวด = 800 $m \cdot s^{-2}$ แอมปลิจูดจะมีจุดกึ่งกลางเท่ากับเท่าไร

ตอบ 400 $m \cdot s^{-1}$, $1.28 \times 10^3\ N \cdot m^{-2}$, 5×10^{-4} m

10.8 สายเชือกสั่นด้วยความถี่หลักมูล 30 เฮิรตซ์ เมื่อขึงยาว 60 เซนติเมตร แอมปลิจูดที่ปฏิบัพ = 3 เซนติเมตร สายเชือกมีมวล 3×10^{-2} กิโลกรัม จงหา

ก. อัตราเร็วของคลื่นตามขวางในสายเชือก

ข. ความตึงในสายเชือก

ตอบ 36 เมตร/วินาที, 64.8 นิวตัน

10.9 ความถี่หลักมูลของ A-string บนเชลโลเท่ากับ 220 เฮิรตซ์ ส่วนที่สั่นของสายลวดยาว 68 เซนติเมตร และมีมวล 1.29 กรัม จงหาความตึงในสายลวด

ตอบ 169.8 นิวตัน

10.10 แขวนก้อนอะลูมินัมไว้กับลวดเหล็ก ความถี่หลักมูลของคลื่นนิ่งตามขวางบนสายลวดเท่ากับ 300 เฮิรตซ์ ต่อมาจุ่มก้อนอะลูมินัมลงในน้ำครึ่งก้อน จงหาความถี่หลักมูลในภายหลัง

ตอบ 270 เฮิรตซ์

10.11 คลื่นนิ่งเกิดขึ้นใน Kundt's tube โดยการสั่นตามยาวของแท่งเหล็กยาว 1 เมตร ตรึงแน่นไว้ตรงกลางแท่ง ถ้าความถี่ของแท่งเหล็กเท่ากับ 2,480 เฮิรตซ์ และกลุ่มผงในหลอดห่างกัน 6.9 เซนติเมตร จงหาอัตราเร็วของคลื่น

ก. ในแท่งเหล็ก และ

ข. ในก๊าซ

ตอบ 4,960 $m \cdot s^{-1}$, 342 $m \cdot s^{-1}$

10.12 แท่งทองแดงยาว 1 เมตร ตรึงแน่นที่ระยะ 1/4 สั่นตามยาวและทำให้เกิดคลื่นนิ่งใน Kundt's tube ซึ่งมีอากาศ ณ อุณหภูมิ 300 K กลุ่มผงไม้คอร์กภายในหลอดอยู่ห่างกัน 4.95 เซนติเมตร จงหาอัตราเร็วของคลื่นตามยาวในแท่งทองแดงเป็นเท่าไร

ตอบ 3,507 $m \cdot s^{-1}$

10.13 จงหาความถี่หลักมูลและโอเวอร์โทน 4 ค่าแรกของท่อยาว 15 เซนติเมตร

ก. ถ้าท่อเปิดทั้งสองปลาย

ข. ถ้าท่อปิดปลายข้างหนึ่ง

ค. มีกี่โอเวอร์โทนซึ่งคนปกติคนหนึ่งสามารถได้ยินได้ในแต่ละกรณีข้างต้น

กำหนดให้อัตราเร็วของเสียงในอากาศ = 345 เมตร/วินาที

ตอบ ก. 1,150 Hz, 2,300 Hz, 3,450 Hz, 4,600 Hz, 5,750 Hz;

ข. 575 Hz, 1,725 Hz, 2,875 Hz, 4,025 Hz, 5,175 Hz;

ค. 16, 17

10.14 ออร์แกนปลายเปิดมีความถี่หลักมูล 300 เฮิรตซ์ โอเวอร์โทนที่หนึ่งของออร์แกนปลายเปิดมีความถี่เท่ากับโอเวอร์โทนที่หนึ่งของออร์แกนปลายเปิด จงหาอัตราส่วนความยาวของท่อออร์แกนทั้งสอง

ตอบ 4 : 3

10.15 ก. ถ้าแอมปลิจูดความดันในคลื่นเสียงเพิ่มขึ้นสามเท่า ความเข้มของคลื่นเพิ่มกี่เท่า

ข. ถ้าความเข้มเพิ่มขึ้น 16 เท่า แอมปลิจูดความดันเพิ่มขึ้นกี่เท่า

ตอบ 9, 4

10.16 ก. ให้ความเข้มมาตรฐาน = 10^{-12} W · m^{-2} จงหาระดับความเข้มเป็นเดซิเบลของคลื่นเสียงซึ่งมีความเข้ม 10^{-6} W · m^{-2}

ข. จงหาระดับความเข้มของคลื่นเสียงในอากาศซึ่งมีแอมปลิจูดความดัน 0.1 นิวตันต่อตารางเมตร

ตอบ 66 db, 77 db

10.17 หน้าต่างมีพื้นที่ 1 ตารางเมตร เปิดออกสู่ถนนจอแจซึ่งมีระดับความเข้ม 60 db วัดตรงหน้าต่าง ถามว่า "acoustic power" ผ่านหน้าต่างโดยคลื่นเสียงเป็นเท่าไร

ตอบ 10^{-6} W

10.18 สายเปียโน 2 สายที่เป็นเอกลักษณ์กันเมื่อขึงตึงเท่ากัน มีความถี่หลักมูล 400 เฮิรตซ์ ความตึงของสายหนึ่งต้องเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนเท่าไรจึงเกิด 4 บีตส์ต่อวินาที เมื่อสายทั้งสองสั่นพร้อมกัน

ตอบ 0.02 (หรือตอบ 2%)

10.19 รถยนต์คันหนึ่งแล่นเร็ว 30 เมตร/วินาที ไปทางโรงงานซึ่งกำลังเปิดสัญญาณหวูด ถ้าอัตราเร็วของเสียงในอากาศ = 340 เมตร/วินาที ระดับเสียงของหวูดที่ปรากฏแก่หูคนขับรถยนต์มีค่าเท่าไร

ตอบ 544 เฮิรตซ์

10.20 ก. อ้างถึงรูป 10.29 สมมติว่าลมพัดเร็ว 15 เมตรต่อวินาที ไปในทิศเดียวกับการเคลื่อนที่ของแหล่งกำเนิดเสียง จงหาความยาวคลื่นที่อยู่เบื้องหน้าและหลังแหล่งกำเนิด

ข. จงหาความถี่ที่คนอยู่นิ่งได้ยินเมื่อแหล่งกำเนิดเคลื่อนออกห่างจากเขา

ตอบ 0.305 m, 0.355 m, 930 Hz