# บทที่ 8
## กลศาสตร์ของของไหล

### เค้าโครงเรื่อง

8.1 สถิตศาสตร์ของของไหล
- 8.1.1 ความหนาแน่นและความดัน
- 8.1.2 หลักของอาร์คิมีดีส
- 8.1.3 หลักของปาสกาล
- 8.1.4 แรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติด
- 8.1.5 ความตึงผิว
- 8.1.6 มุมสัมผัส
- 8.1.7 สภาพคะปิลลารี

8.2 พลศาสตร์ของของไหล
- 8.2.1 สมการแห่งการต่อเนื่อง
- 8.2.2 สมการของเบอร์นูลลี
- 8.2.3 เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหล
- 8.2.4 ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี
- 8.2.5 ความหนืด

### สาระสำคัญ

1. คำนิยามสำหรับความหนาแน่นของสารเอกพันธ์ คือ มวลต่อปริมาตร

$$\rho = m/v$$

โดยในระบบเอสไอมีหน่วยเป็น กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

ความถ่วงจำเพาะ คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารต่อความหนาแน่นของน้ำซึ่งไม่มีหน่วย

ความดัน คือ แรงต่อพื้นที่

$$P = F/A$$

ในระบบเอสไอมีหน่วยเป็น นิวตัน/เมตร$^2$ โดย $1\ N/m^2 = 1$ pascal (Pa)

ความดันในของไหลแปรผันตามความลึก h

$$P = P_a + \rho gh$$

เมื่อ $P_a$ คือความดันบรรยากาศ และ $\rho$ เป็นความหนาแน่นของของไหล

เมื่อส่วนหนึ่งส่วนใดของวัตถุหรือวัตถุทั้งก้อนจมในของเหลว จะมีแรงลอยตัวกระทำต่อวัตถุเท่ากัน น้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ ตาม**หลักของอาร์คิมีดีส** โดยขนาดของแรงลอยตัวจะเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ ดังนี้

$$\beta = \rho gV$$

โดย v คือ ปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่

ถ้าให้ความดันแก่ของเหลวภายในภาชนะปิดใด ๆ ความดันนี้จะถูกส่งไปทั่วทุกส่วนของของเหลว และที่ผนังของภาชนะบรรจุ ด้วยขนาดเท่ากันตลอด ตาม**หลักของปาสกาล** ซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของการสร้างระบบไฮดรอลิก

สภาพคะปิลลารีเกิดจากแรงเชื่อมแน่นระหว่างโมเลกุลของสารชนิดเดียวกันมากหรือน้อยกว่าแรงยึดติดระหว่างโมเลกุลของสารต่างชนิดซึ่งนำมาทำเป็นหลอดรูเล็กสำหรับบรรจุของเหลว ทำให้ระดับของของเหลวในหลอดต่ำหรือสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่างซึ่งหลอดรูเล็กจุ่มอยู่

2. กฎเกณฑ์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของของไหล โดยพิจารณาจากของไหลในอุดมคติซึ่งไม่มีความหนืดและอัดตัวไม่ได้ เป็นการไหลแบบคงตัว และไม่หมุน จะมีอัตราการไหลคงตัว ดังนี้

$$A_1v_1 = A_2v_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

เมื่อ $A_1$ และ $A_2$ คือ พื้นที่ภาคตัดขวางของท่อการไหล ซึ่งถ้าหากมีขนาดเล็กจะทำให้ความเร็วของของไหลมีค่าสูงกว่าท่อขนาดใหญ่ ตาม**สมการแห่งการต่อเนื่อง**

โดยผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์และพลังงานศักย์) ของของไหลผ่านท่อ มีค่าคงตัวเสมอ ตาม**สมการเบอร์นูลลี**

$$P + \rho gy + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{ค่าคงตัว}$$

การประยุกต์สมการของเบอร์นูลลี จะนำไปคำนวณหาอัตราเร็วของของเหลวจากปากท่อในระดับต่าง ๆ ได้ ตาม**ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี**

เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในของไหล จะเกิดแรงต้านทานเนื่องจากความหนืดของของไหลแปรผันโดยตรงกับอัตราเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหล **ตามกฎของสโตกส์**

$$F = kv$$

โดย $k = 6\pi\eta r$ สำหรับวัตถุสัณฐานทรงกลม และ $\eta$ คือ สัมประสิทธิ์ความหนืด

## วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. อธิบายหลักการและกฎเกี่ยวกับของไหลที่สำคัญ ได้แก่ หลักของอาร์คิมีดีส หลักของปาสกาล สมการของเบอร์นูลลี ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี และกฎของสโตกส์ได้
2. ชี้แจงการทำงานของระบบอุปกรณ์เครื่องมือเครื่องใช้ตามการประยุกต์กฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์เกี่ยวกับของไหล เช่น ระบบไฮดรอลิก ปีกเครื่องบิน และกาลักน้ำ
3. แสดงความแตกต่างระหว่างความดันสมบูรณ์และความดันเกจได้ และระบุได้ว่าความดันที่อ่านจากบารอมิเตอร์ ความดันที่อ่านจากเครื่องมือวัดลมยางรถยนต์ และความดันภายในถังก๊าซหุงต้มเป็นความดันประเภทใด
4. คำนวณหาปริมาณทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวกับการไหลของของไหลในบทนี้ได้อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง

ของไหล (fluid) หมายถึง สสารที่ไหลไปมาได้ สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างไปตามสภาพตามภาชนะหรือบริเวณ ของไหลจึงหมายถึงของเหลวหรือก๊าซ กลศาสตร์ของของไหล คือ การศึกษาเกี่ยวกับของไหล แบ่งเป็นสองส่วน ได้แก่ สถิตศาสตร์ของของไหล และพลศาสตร์ของของไหล

## 8.1 สถิตศาสตร์ของของไหล

สถิตศาสตร์ของของไหลเป็นการศึกษาสมบัติของของเหลวและก๊าซที่อยู่นิ่ง ณ อุณหภูมิปกติ โดยศึกษาเกี่ยวกับความดัน หลักของอาร์คิมีดีส ความตึงผิว

### 8.1.1 ความหนาแน่นและความดัน

**ความหนาแน่น** (Density) ความหนาแน่นของสารเอกพันธ์ มีนิยามว่า **เป็นมวลต่อปริมาตร** นั่นคือ สารที่มีมวล m ปริมาตร V จะมีความหนาแน่น $\rho$ (อ่านว่า rho) เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\rho = m/V \qquad \text{........8.1}$$

$$m = \rho V \qquad \text{........8.2}$$

ในระบบเอสไอ ความหนาแน่น มีหน่วย กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

ในหน่วยซีจีเอส ความหนาแน่น มีหน่วย กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

ความหนาแน่นของสารต่าง ๆ อยู่ในตารางที่ 8.1

ตาราง 8.1 ความหนาแน่น

| Substance | Density, g/cm$^3$ |
|---|---|
| **Solids** | |
| aluminium | 2.70 |
| copper | 8.93 |
| tin | 7.29 |
| brass | 8.44 |
| zinc | 7.14 |
| nickel | 8.93 |
| magnesium | 1.75 |
| iron | 7.86 |
| lead | 11.3 |

ตาราง 8.1 (ต่อ)

| Substance | Density, $g/cm^3$ |
|---|---|
| gold | 19.3 |
| uranium | 18.7 |
| wood | 0.35-0.9 |
| concrete | 2.7 |
| ice | 0.917 |
| limestone | 2.7 |
| bone | 1.7-2.0 |
| diamond | 3.51 |
| cork | 0.22-0.26 |
| steel | 7.8 |
| **Liquids** | |
| water | 1.00 |
| gasoline | 0.66-0.69 |
| glycerin | 1.26 |
| mercury | 13.6 |
| alcohol (ethyl) | 0.791 |
| sea water | 1.025 |
| carbon tetrachloride | 1.595 |
| olive oil | 0.918 |
| blood | 1.1 |
| **Gases** (ที่ $0^\circ$ C และความดัน 1 บรรยากาศ) | |
| air | $1.293 \times 10^{-3}$ |
| hydrogen | $0.0899 \times 10^{-3}$ |
| oxygen | $1.429 \times 10^{-3}$ |
| helium | $0.1785 \times 10^{-3}$ |
| carbon dioxide | $1.977 \times 10^{-3}$ |
| tungsten hexafluoride | $12.9 \times 10^{-3}$ |
| methane | $0.717 \times 10^{-3}$ |

**ความถ่วงจำเพาะ (Specific gravity) ของสารใด คือ อัตราส่วนระหว่างความหนาแน่นของสารนั้นต่อความหนาแน่นของน้ำ** ดังนั้น ความถ่วงจำเพาะจึงไม่มีหน่วย ปัจจุบันนิยมเรียกความถ่วงจำเพาะว่า **ความหนาแน่นสัมพัทธ์ (relative density)**

| |
|---|
| **กิจกรรม 8.1**<br>ให้นักศึกษาแสดงตารางค่าความถ่วงจำเพาะสำหรับสารต่าง ๆ ในตาราง 8.1 |

**ความดัน** (pressure) นิยามว่า **แรงต่อพื้นที่หนึ่งหน่วย**
เมื่อแรง F เป็นแรงที่กระทำในทิศตั้งฉากกับพื้นที่ A จะได้

$$P = F/A$$

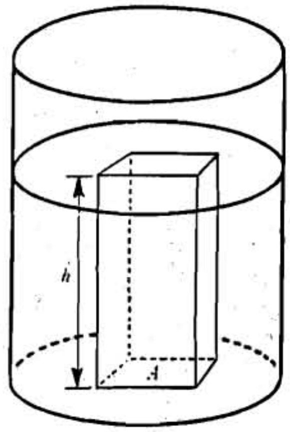
หน่วยของความดันคือ นิวตันต่อตารางเมตร ($N.m^{-2}$) หรืออาจบอกเป็นบรรยากาศ (atm = atmosphere) ปาสกาล (Pa) บาร์ (bar) หรือ มิลลิเมตรของปรอท

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 บรรยากาศ | = | $1.01325 \times 10^5$ | นิวตันต่อตารางเมตร |
| | = | 760 | มิลลิเมตรของปรอท |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ความดัน 1 | $N.m^{-2}$ | = | 1 | Pa |
| ความดัน $1 \times 10^5$ | $N.m^{-2}$ | = | 1 | bar |

หน่วยของความดันในระบบอังกฤษ ใช้ปอนด์ต่อตารางนิ้ว ($lb/in^2$ หรือ psi)

**ความดันเนื่องจากของไหล** สามารถหาได้ดังนี้ พิจารณาภาชนะทรงกระบอกบรรจุของไหลความสูง h ตามรูปที่ 8.1




**รูปที่ 8.1 ภาชนะทรงกระบอก**

ความดันที่ตำแหน่งต่ำสุดหาได้โดยพิจารณาแท่งของเหลว (แท่งสมมติ) ที่มีพื้นที่หน้าตัด A สูง h แรงที่กดลงบนพื้นที่ A ที่ก้นภาชนะ คือ น้ำหนักของแท่งของเหลว ซึ่ง

$$W = mg = V\rho g = Ah\rho g$$

ความดัน จะได้

$$P = W/A = mg/A = \frac{Ah\rho g}{A} = \rho gh \qquad \text{........8.4}$$

จะเห็นว่า ความดันขึ้นกับความลึกหรือความสูง (h) และขึ้นกับชนิดของของไหล ($\rho$) ด้วย

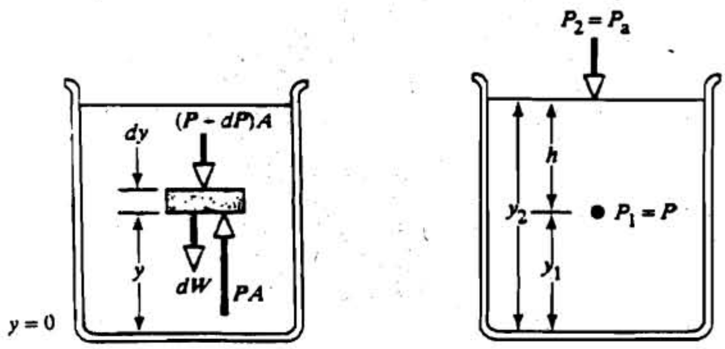
ความดันของของไหลและความหนาแน่น อาจให้นิยามในรูปเชิงอนุพันธ์ได้เป็น

$$\rho = \lim_{\Delta v \to 0} \Delta m/\Delta V = dm/dV \qquad \text{........8.5}$$

$$P = \lim_{\Delta v \to 0} \Delta F/\Delta A = dF/dA \qquad \text{........8.6}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างความดัน P ณ จุดใด ๆ ในของไหลกับความสูง y จากระดับอ้างอิง ถ้าพิจารณาว่าของไหลอยู่ในสมดุล ทุกส่วนภายในของไหลก็จะอยู่ในสมดุลด้วย

พิจารณาของไหลที่มีปริมาตรเล็ก ๆ dV มีพื้นที่ A ความหนา dy ของไหลมีความหนาแน่น $\rho$ มวลของไหลส่วนเล็ก ๆ คือ $\rho Ady$ น้ำหนัก $dW = \rho gAdy$ แรงกระทำต่อชั้นของไหลอัน เนื่องมาจากของไหลที่ล้อมรอบย่อมตั้งฉากกับผิวชั้นของไหลทุกจุด แรงลัพธ์ในแนวระนาบที่กระทำต่อชั้นของไหลย่อมเท่ากับศูนย์ แรงดันขึ้นตรงผิวล่าง คือ PA แรงดันลงบนผิวบน คือ (P + dP)A ดูรูปที่ 8.2 (ก)




(ก) (ข)

รูปที่ 8.2 ความดันขึ้นกับความลึก

เนื่องจากชั้นของไหลอยู่ในสมดุล จะได้

$$\Sigma F_y = 0$$

$$PA - (P + dP)A - \rho gAdy = 0$$

$$dP/dy = -\rho g \qquad \text{........8.7}$$

เนื่องจาก $\rho$ และ g เป็นบวก และมีค่าคงที่ เมื่อความสูงเพิ่มขึ้น (dy เป็นบวก) ความดันจะลดลง (dP เป็นลบ) ถ้า $P_1$ และ $P_2$ เป็นความดันที่ความสูง $y_1$ และ $y_2$ วัดจากตำแหน่งอ้างอิง ดังรูปที่ 8.2 (ข) ผลต่างของความดันหาได้จากการอินทิเกรต สมการ (8.7)

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{y_1}^{y_2} dy$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g\,(y_2 - y_1) \qquad \text{........8.8}$$

ถ้าภาชนะเป็นภาชนะเปิดรับความดันบรรยากาศ $P_2 = P_a$ และใช้ $h = y_2 - y_1$ ดังนั้นความดัน ณ ตำแหน่งความลึก h ใต้ผิวของไหล $P_1 = P$ จากสมการ (8.8) จะได้

$$P = P_a + \rho gh \qquad \text{........8.9}$$

ถ้าความดัน $P_a$ เพิ่มขึ้น จะทำให้ความดัน P ที่ความลึกใด ๆ เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนเท่ากับความดันที่เพิ่มขึ้นนี้

สมการ (8.9) เรียกว่า **ความดันสัมบูรณ์ (absolute pressure)** แต่ถ้าไม่นำความดันบรรยากาศมาพิจารณา จะได้ความดันเกจ $P_G$ (gauge pressure)

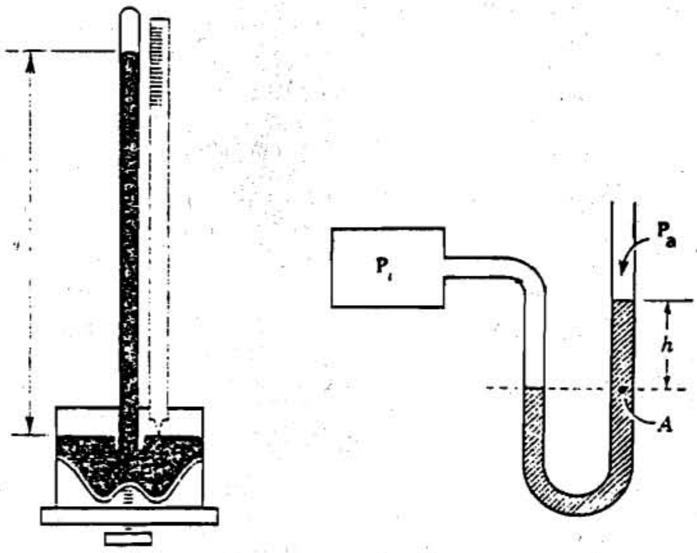
$$P_G = P - Pa = \rho gh \qquad \text{......8.10}$$

**เครื่องมือวัดความดัน** เครื่องมือวัดความดัน เรียกว่า **บารอมิเตอร์** (barometer) บารอมิเตอร์แบบง่าย คือ บารอมิเตอร์ปรอท ซึ่งประกอบด้วยหลอดแก้วยาวมีรูเล็ก บรรจุปรอทเต็มแล้วคว่ำลงในอ่าง ดังรูปที่ 8.3 (ก) ความดันที่ช่วงเหนือปรอทมีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าน้อยมาก และความดันที่ผิวปรอทในอ่าง คือ ความดันของบรรยากาศ ซึ่งปรากฏว่า

h = 76 เซนติเมตร = 760 มิลลิเมตร

ดังนั้น

$$\begin{aligned} Pa &= \rho gh \\ &= (13.6 \times 10^3\ kg/m^3)(9.8\ m/s^2)(0.760\ m) \\ &= 1.013 \times 10^5\ N/m^2 \\ &= 1\ atm \end{aligned}$$




รูปที่ 8.3 (ก) บารอมิเตอร์ปรอท (ข) มานอมิเตอร์

บารอมิเตอร์ปรอท ทอร์ริเซลลีประสบความสำเร็จในการวัดความดันบรรยากาศ สำหรับ**การวัดค่าความดันเกจ ใช้เครื่องมือที่เรียกว่า มานอมิเตอร์** (manometer) มีหลายแบบ ในรูปที่ 8.3 (ข) เป็นมานอมิเตอร์แบบปลายเปิด (open tube manometer)

$P_i$ คือ ความดันที่ต้องการวัด ความดันที่วัดได้ คือ ความดันเกจโดยอ่านจากความสูง h

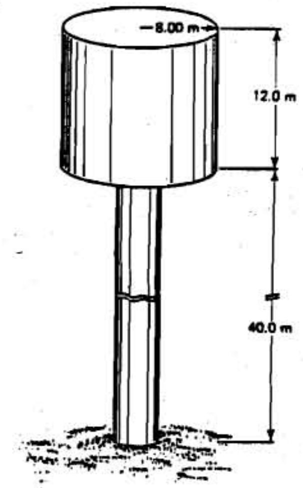
**ตัวอย่าง 8.1** แท้งค์น้ำหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งเป็นรูปทรงกระบอกมีรัศมี 8.0 เมตร ความสูง 12.0 เมตร ใส่น้ำเต็มแท้งค์ และตั้งสูงจากพื้นดิน 40 เมตร ดังรูป จงหา

ก. แรงทั้งหมดที่ก้นแท้งค์

ข. แรงทั้งหมดที่ดันข้างแท้งค์

ค. ความดันที่ก้นแท้งค์

ง. ความดันที่ระดับพื้นดิน



$\rho$ = 1,000 kg/m$^3$ = $10^3$ kg/m$^3$ , h = 120 m

r = 8.0 m , A = $\pi r^2 = \pi(8.0)^2$

g = 9.80 m/s$^2$ , F = ?

ก. $F = mg = (Ah\rho)g$

$= \pi(8.0)^2(12)(10^3)(9.8)$

แรงทั้งหมดที่ก้นแท้งค์ $= 2.36 \times 10^7$ N

ข. พื้นที่ด้านข้างของแท้งค์ $A = 2\pi rh$

$F = PA$

$= P_{\text{เฉลี่ย}} A$

$= [(1/2)\rho gh](2\pi rh)$

$= \pi r\rho gh^2$

$= \pi(8.0)(10^3)(9.8)(12.0)^2$

แรงทั้งหมดที่ด้านข้างแท้งค์ $= 3.55 \times 10^7$ N

ค. ใช้ F จากข้อ ก. และ $A = \pi r^2$

$P = F/A = F/(\pi r^2)$

$$= \frac{2.36 \times 10^7}{\pi(8)^2}$$

$= 1.17 \times 10^5$ N/m$^2$

ความดันที่ก้นแท้งค์ = 117 kPa

ง. h = 12.0 m + 40.0 m = 52.0 m

$P = \rho gh$

$= (10^3)(9.8)(52.0)$

$= 5.10 \times 10^5$ N/m$^2$

ความดันที่ระดับพื้นดิน = 510 kPa

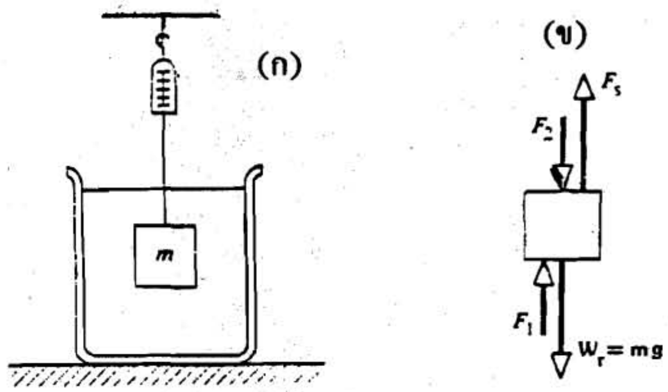
**กิจกรรม 8.2**

ให้นักศึกษาเปรียบเทียบความดันของน้ำในตัวอย่าง 8.1 กับความดันบรรยากาศ

**8.1.2 หลักของอาร์คิมีดีส** (Archimedes Principle) เมื่อวัตถุจมในของเหลว น้ำหนักจะลดลง และบางครั้งวัตถุสามารถลอยบนของเหลวได้ แสดงว่ามีแรงยกขึ้นกระทำต่อวัตถุ

อาร์คิมีดีสเป็นผู้พบความจริงข้อนี้ และได้แถลงเป็นกฎ ซึ่งมีใจความว่า **เมื่อส่วนหนึ่งส่วนใดของวัตถุหรือวัตถุทั้งก้อนจมในของเหลว จะมีแรงลอยตัวกระทำต่อวัตถุนั้นเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่**

พิจารณาวัตถุก้อนหนึ่งมีน้ำหนักในอากาศ เป็น**น้ำหนักจริง** $W_r$ (real = r) เมื่อนำไปแขวนในเครื่องชั่งสปริง โดยให้วัตถุทั้งก้อนจมอยู่ในของเหลว ปรากฏว่าน้ำหนักของวัตถุที่อ่านได้จากเครื่องชั่งสปริง มีค่าน้อยกว่า $W_r$ จะเรียกว่าเป็น **น้ำหนักปรากฏ** $W_a$ (apparent = a) การที่ $W_a$ น้อยกว่า $W_r$ เนื่องจากของเหลวออกแรงลัพธ์ต่อวัตถุในทิศทางขึ้น เรียกแรงนี้ว่า **แรงลอยตัว** (Buoyant force หรือ Buoyancy) แทนด้วย B **ขนาดของแรงลอยตัวเท่ากับน้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่ด้วยวัตถุ** ซึ่งจะเป็นไปตามหลักของอาร์คิมีดีส




**รูปที่ 8.4** (ก) เครื่องชั่งอ่านน้ำหนักของวัตถุเมื่ออยู่ในของเหลวได้น้อยกว่าน้ำหนักจริง
(ข) ภาพของแรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุ

พิจารณาแรงภายนอกทุกแรงที่กระทำกับวัตถุที่จมอยู่ในของเหลว ดังในรูปที่ 8.4 (ก) ซึ่งประกอบด้วย $F_s$ แรงเนื่องจากเครื่องชั่งสปริง (ซึ่งก็คือน้ำหนักปรากฏ $W_a$ นั่นเอง) กระทำในทิศขึ้น น้ำหนักจริง $W_r$ กระทำในทิศทางลง $F_1$ เป็นแรงของของเหลวที่กระทำกับส่วนล่างของวัตถุมีทิศขึ้น และ $F_2$ เป็นแรงที่ของเหลวกระทำกับส่วนบนของวัตถุมีทิศลง ดังรูปที่ 8.4 (ข) ในกรณีนี้สเกลของเครื่องชั่งจะอ่านน้ำหนักน้อยกว่าน้ำหนักจริง (ถ้าไม่มีของเหลว) เครื่องชั่งจะอ่านน้ำหนักจริง $F_s = W_r$) นั่นคือ ขนาดของ $F_1$ ที่ส่วนล่างต้องมากกว่า $F_2$ ที่ส่วนบน ผลต่างของแรง คือแรงลอยตัวนั่นเอง

$$B = F_1 - F_2 \qquad ......8.11$$

ถ้าจะเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง $W_r$ , $W_a$ และ B จะได้ดังนี้

$$W_a = W_r - B \qquad ......8.12$$

ค่าของแรงลอยตัว B หาได้จากสมการ (8.11) โดยสมมติว่า วัตถุมีพื้นที่หน้าตัด A มีความหนา h ดังนั้น ปริมาตรของวัตถุ คือ V และเท่ากับปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่ $V_f$ ($V = V_f$) ของเหลวมีความหนาแน่น $\rho_f$

จาก

$$\begin{aligned} B &= F_1 - F_2 \\ &= (P_1 - P_2)A \\ &= \rho_f gh.A \\ &= \rho_f V_f g \\ B &= m_f g \qquad ......8.13 \end{aligned}$$

$m_f$ คือ มวลของของเหลวที่ถูกแทนที่ $m_f g$ คือ น้ำหนักของของเหลวที่ถูกแทนที่

แรงลอยตัวของวัตถุในของเหลว มี 2 กรณี

1. วัตถุจมในของเหลว ถ้าให้ $\rho_x$ และ $V_x$ เป็นความหนาแน่นและปริมาตรของวัตถุ

$$W_r = \rho_x V_x g \qquad \text{ในกรณีนี้ } V_x = V_f$$

สมการ (8.12) และ (8.13) เขียนใหม่ได้ว่า

$$\left.\begin{aligned} W_a &= (\rho_x - \rho_f)V_x g \\ B &= \rho_f V_x g \end{aligned}\right\} \qquad ......8.14$$

$(\rho_x > \rho_f)$

2. วัตถุลอยในของเหลว ในกรณีนี้ $W_a = 0$ สมการ (8.12)

เขียนได้ว่า

$$W_r = B \qquad ......8.15$$

ในกรณีนี้ปริมาตรของวัตถุที่แทนที่ของเหลวเป็นเพียงบางส่วนเท่านั้น คือ เฉพาะ $V_1$($V_f = V_1$) ปริมาตรของวัตถุทั้งหมด $V_x = V_1 + V_2$ ดังนั้นสมการ (8.15) เขียนใหม่ได้ว่า

$$\begin{aligned} \rho_x V_x g &= \rho_f V_1 g \\ \rho_x/\rho_f &= V_1/V_x \qquad ......8.16 \end{aligned}$$

**ตัวอย่าง 8.2** อยากทราบว่าภูเขาน้ำแข็งลอยโผล่เหนือผิวน้ำทะเลร้อยละเท่าไรของปริมาตรทั้งก้อน กำหนดให้ความหนาแน่นของน้ำแข็งและน้ำทะเลเท่ากับ $0.92 \times 10^3$ และ $1.03 \times 10^3$ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ตามลำดับ

วิธีทำ

$\rho_i$ = ความหนาแน่นของน้ำแข็ง = $0.92 \times 10^3$ $kg/m^3$

$\rho_W$ = ความหนาแน่นของน้ำทะเล = $1.03 \times 10^3$ $kg/m^3$

$V_i$ = ปริมาตรน้ำแข็ง

$V_W$ = ปริมาตรน้ำทะเล


น้ำหนักของน้ำแข็ง $W_i = \rho_i V_i g$

น้ำหนักของน้ำทะเลปริมาตร $V_W$ ที่ถูกแทนที่ คือ

แรงลอยตัว $B = \rho_W V_W g$

แต่ $B = W_i$ เพราะน้ำแข็งอยู่ในสมดุล

ดังนั้น

$$\rho_W V_W g = \rho_i V_i g$$

$$V_W/V_i = \rho_i/\rho_w = \frac{0.92 \times 10^3}{1.03 \times 10^3}$$

$$= 0.89$$

ปริมาตรของน้ำที่ถูกแทนที่ $V_W$ คือ ปริมาตรของน้ำแข็งส่วนที่จมมีค่าเท่ากับ 89% ดังนั้น ปริมาตรของน้ำแข็งที่โผล่เหนือผิวน้ำ เท่ากับ 11%

**ตัวอย่าง 8.3** อะลูมิเนียมแผ่นหนึ่งมีมวล 1 กิโลกรัม ความหนาแน่น $2.7 \times 10^3$ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร แขวนจากเครื่องชั่งสปริง จงหาว่าเครื่องชั่งสปริงจะอ่านค่าเท่าไร ถ้าหย่อนอะลูมิเนียมทั้งแผ่นลงในน้ำ

วิธีทำ $m_x = 1$ kg , $\rho_x = 2.7 \times 10^3$ $kg/m^3$

$\rho_W = 1 \times 10^3$ $kg/m^3$, $W_a$ = ?

$$V_x = m_x/\rho_x$$

$$W_a = W_r - B$$

$$= (\rho_x - \rho_W) V_x g$$

$$= (\rho_x - \rho_W)(m_x/\rho_x)g$$

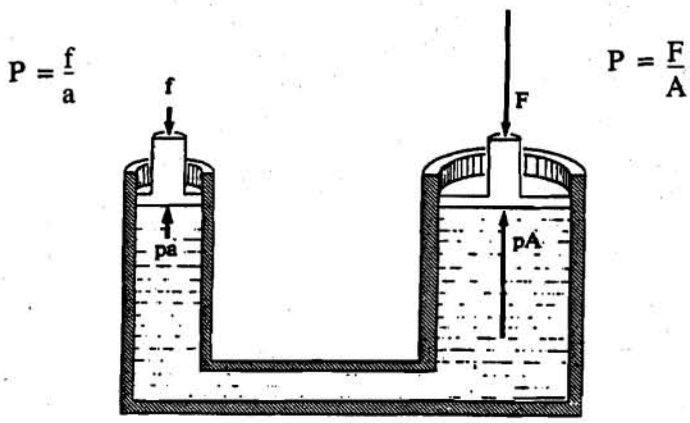
$$= (1 - \rho_W/\rho_x)m_x g$$

$$= [1 - 10^3/(2.7 \times 10^3)](1)(9.8)$$

$$= 6.2 \quad N$$

**8.1.3 หลักของปาสกาล (Pascal's principle)** พิจารณารูปที่ 8.2 (ข) อีกครั้งหนึ่ง ถ้าทำให้ความดัน Pa เพิ่มขึ้นโดยวิธีใดก็ตาม เช่น อาจจะใส่ลูกสูบอัดของเหลว ความดัน P ที่ระดับความลึกใด ๆ ก็จะเพิ่มขึ้นด้วยค่าเท่ากันด้วย นักวิทยาศาสตร์ชาวฝรั่งเศส ชื่อ เบลส ปาสกาล (Blaise Pascal) ได้พิสูจน์ความจริงข้อนี้ในปี ค.ศ. 1653 และได้ชื่อว่าหลักของปาสกาล ซึ่งกล่าวว่า **ถ้าให้ความดันแก่ของเหลวที่อยู่ในภาชนะปิดใด ๆ ความดันนั้นจะส่งไปทั่วทุก ๆ ส่วนของของเหลว และที่ผนังของภาชนะซึ่งบรรจุของเหลวนั้นด้วยขนาดเท่ากันตลอด**

หลักของปาสกาลเป็นหลักการพื้นฐานที่นำมาสร้างเครื่องอัดไฮดรอลิก (hydraulic press) ซึ่งมีหลักการง่าย ๆ ดังนี้ แสดงในรูปที่ 8.5




**รูปที่ 8.5** เครื่องอัดไฮดรอลิก

ให้แรงขนาด f กดบนลูกสูบเล็ก ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด a อัดของเหลว เช่น น้ำมัน จะเกิดความดัน p

$$p = f/a$$

ความดัน p นี้ จะส่งต่อไปทั่วทุกส่วนของของเหลวจนถึงลูกสูบใหญ่ ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด A ด้วย ซึ่งมีแรงกระทำเท่ากับ F (แรง F นี้เป็นน้ำหนักที่ต้องการยก) จะได้

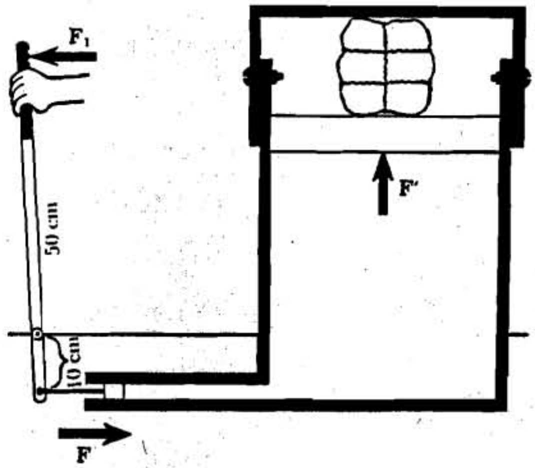
$$p = F/A = f/a$$

เราสามารถหาปริมาณแรง F ที่แรง f สามารถต้านได้ (เครื่องไฮดรอลิก) ดังนี้

$$F = (A/a)f \qquad \text{......8.17}$$

เครื่องอัดไฮดรอลิกเป็นเครื่องผ่อนแรงอย่างดี และมีใช้ในเครื่องต่าง ๆ เช่น เครื่องยกรถ เก้าอี้สำหรับนั่งทำฟัน แม่แรงต่าง ๆ และห้ามล้อไฮดรอลิก

**ตัวอย่าง 8.4** เครื่องอัดไฮดรอลิก ดังรูป ลูกสูบเล็กรัศมี 1.25 ซม ลูกสูบใหญ่รัศมี 20 ซม คนงานออกแรงกดที่คานห่างจากจุดหมุน 50 ซม ด้วยแรง 100 นิวตัน จงหาแรงอัดที่ฟ่อนกระดาษหนังสือพิมพ์ (สมมติว่าประสิทธิภาพ 100%)




**วิธีทำ** $F_1 = 100 \text{ N}$ , $r_1 = 0.50 \text{ m}$ , $r = 1.25\text{cm}$ , $r_2 = 0.10 \text{ m}$

$R = 20 \text{ cm}$ , $f = ?$

$a = \pi r^2 = \pi(1.25\text{cm})^2$

$A = \pi R^2 = \pi(20 \text{ cm})^2$

$F = ?$

$$fr_2 = F_1 r_1 \qquad \text{........(1)}$$

$$F = (A/a)f \qquad \text{........(2)}$$

จาก (1)

$$f = \frac{F_1 r_1}{r_2} = \frac{(100 \text{ N})(0.50 \text{ m})}{(0.10 \text{ m})} = 500 \text{ N}$$

จาก (2)

$$F = \frac{\pi(20 \text{ cm})^2}{\pi(1.25 \text{ cm})^2}(500 \text{ N}) = 1.28 \times 10^5 \text{ N}$$

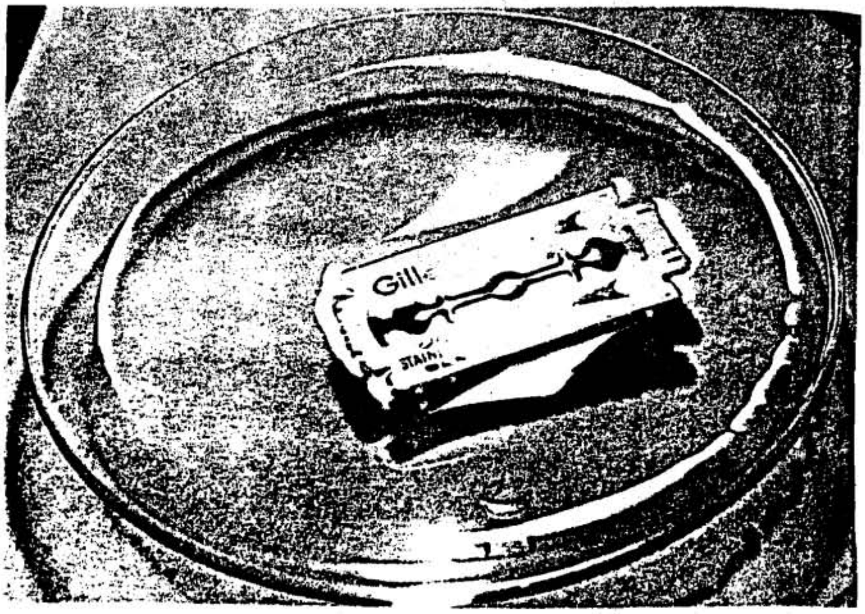
**8.1.4 แรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติด** สสารในสถานะของเหลวนั้น โมเลกุลอยู่ใกล้ชิดติดกัน แต่ยังมีอิสระที่จะสลับกันได้ โมเลกุลถูกยึดด้วยแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุล ซึ่งสามารถแยกแรงออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. **แรงเชื่อมแน่น** (cohesion หรือ cohesive force) คือ แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารชนิดเดียวกัน เช่น โมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของน้ำ โมเลกุลของปรอทกับโมเลกุลของปรอท เป็นต้น

2. **แรงยึดติด** (ashesion หรือ ashesive force) คือ แรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของสารต่างชนิดกัน เช่น โมเลกุลของกาวกับโมเลกุลของไม้ โมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้ว เป็นต้น

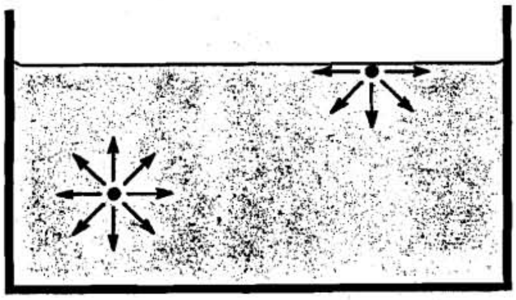
ถ้านำของแข็งไปสัมผัสกับของเหลว ของเหลวจะเกาะติดของแข็ง หรือทำให้ของแข็งเปียก ถ้าแรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น เช่น หยดน้ำเปียกหนังสือพิมพ์ หยดน้ำเปียกแก้ว น้ำสบู่เปียกเสื้อผ้า แต่ของเหลวจะไม่เกาะของแข็งหรือทำให้ของแข็งเปียก ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด เช่น หยดปรอทลงบนกระดาษหนังสือพิมพ์ ไม่ทำให้หนังสือพิมพ์เปียก เป็นต้น

**8.1.5 ความตึงผิว** (Surface Tension) เราทราบแล้วว่าวัตถุที่มีความหนาแน่นมากกว่าของเหลว จะจมในของเหลว เราคงเคยเห็นเข็มเย็บผ้าที่แห้งหรือใบมีดโกนเช็ดแห้ง ค่อย ๆ จับวางบนผิวน้ำอย่างบรรจง จะสามารถลอยนิ่งอยู่บนผิวน้ำได้ ดังรูปที่ 8.6 แม้ว่าเข็มหรือใบมีดโกนจะมีความหนาแน่นมากกว่าน้ำหลายเท่า แมลงบางชนิดสามารถเดินบนผิวน้ำได้ ปรากฏการณ์เหล่านี้เป็นผลเนื่องมาจากความตึงผิว ซึ่งเป็นผลของแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของของเหลวช่วยยึดให้โมเลกุลอยู่ใกล้กัน



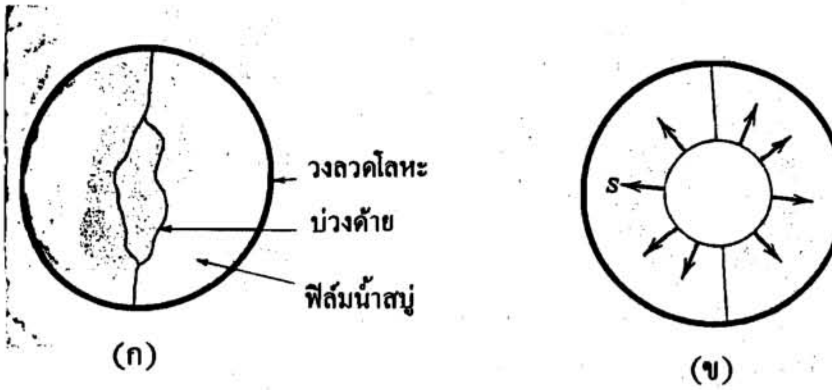
รูปที่ 8.6 ใบมีดโกนลอยอยู่บนผิวของเหลว

พิจารณาโมเลกุลของของเหลว ดูรูปที่ 8.7 ด้านล่างซ้ายในภาชนะ จะเห็นโมเลกุลถูกห้อมล้อมด้วยโมเลกุลชนิดเดียวกัน เกิดแรงเชื่อมแน่นกับโมเลกุลรอบข้างทุกทิศทุกทางเท่ากันหมด แรงลัพธ์จึงเป็นศูนย์ ส่วนโมเลกุลที่อยู่ด้านบนขวาติดกับผิวของเหลว ซึ่งอยู่ระหว่างตัวกลางสองชนิด คือ อากาศกับของเหลว จึงมีแรงเชื่อมแน่นระหว่างโมเลกุลของของเหลวด้วยกันและแรงยึดติดระหว่างโมเลกุลนี้กับโมเลกุลของอากาศ ในกรณีนี้แรงยึดติดจะมีค่าน้อยกว่าแรงเชื่อมแน่น เนื่องจากโมเลกุลของอากาศมีจำนวนน้อยกว่าโมเลกุลของของเหลวที่อยู่ใกล้กัน ทำให้เกิดแรงลัพธ์ในทิศทางลงสู่ของเหลว ดังรูปที่ 8.7 ทุกโมเลกุลที่อยู่ที่ผิวหรือใกล้ผิวของเหลวจะอยู่ในสภาพนี้ ผลก็คือทำให้เกิดความเค้นบนผิวของของเหลว เรียกว่า ความตึงผิว



รูปที่ 8.7 แรงที่กระทำกับโมเลกุลภายในและที่ผิวของของเหลว

ปรากฏการณ์ต่าง ๆ ที่ยกมากล่าวล้วนแต่มีความเกี่ยวข้องกับสมบัติของของเหลวที่ว่า ระหว่างของเหลวกับสารอื่นใดก็ตาม จะมีผิวขอบเขตเป็นฟิล์มบาง ๆ กั้นอยู่ ฟิล์มบาง ๆ นี้จะอยู่ในสภาพขึงตึง หรือกล่าวว่าอยู่ในสถานะที่มีความเค้น คือ มีแรงตึงอยู่ในระบบฟิล์มนี้ แรงดึงจะกระทำในทิศที่ตั้งฉากต่อเส้นใด ๆ ในฟิล์มและเส้นรอบ ๆ ฟิล์ม ดังจะแสดงให้เห็นได้ง่าย ๆ โดยใช้ลวดขดให้เป็นวงไม่โตนัก และมีด้ายเส้นเล็ก ๆ ผูกเป็นบ่วงอยู่ตรงกลาง นำวงลวดนี้ไปจุ่มลงในน้ำสบู่แล้วยกขึ้น จะได้ฟิล์มสบู่บาง ๆ ในวงลวดโดยที่บ่วงด้ายลอยอยู่อย่างอิสระ ดังรูปที่ 8.8 (ก) ถ้าทำให้ฟิล์มภายในบ่วงด้ายขาด บ่วงด้ายจะขยายตัวออกเป็นวงกลม เนื่องจากฟิล์มดึงออกรอบตัวตามแนวรัศมี ดังรูปที่ 8.8 (ข) และแรงลัพธ์ทั้งหมดที่กระทำต่อทุก ๆ ส่วนของเส้นด้ายจะเท่ากับศูนย์




**รูปที่ 8.8** (ก) ฟิล์มน้ำสบู่บนวงลวดโดยมีบ่วงด้ายอยู่อย่างอิสระ
(ข) เมื่อทำให้ฟิล์มภายในบ่วงด้ายขาด บ่วงจะถูกแรงดึงออกรอบตัวเป็นวงกลม

ถ้าให้ $\gamma$ [อ่านว่า แกมมา (gamma)] คือ ความตึงผิว ซึ่งมีหน่วยเป็นนิวตันต่อเมตร ($N.m^{-1}$) จึงมีนิยามความตึงผิว ว่า **อัตราส่วนของแรงที่กระทำไปตามผิวของของเหลวต่อความยาวของผิวที่ถูกกระทำ ความยาวนี้ต้องตั้งฉากกับแรงด้วย** เขียนเป็นสมการได้ว่า

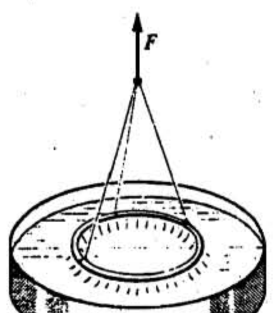
$$\gamma = E/l \qquad ......8.18$$

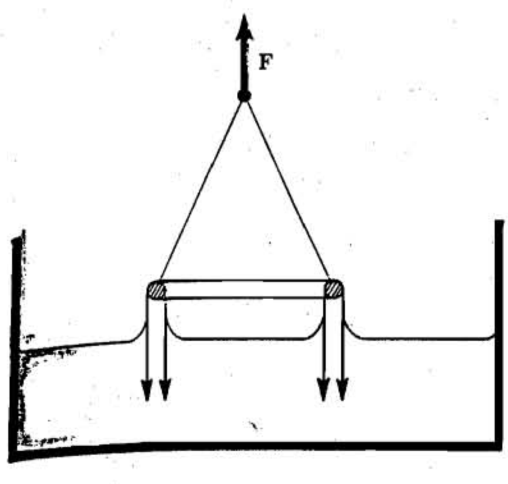
ความตึงผิวขึ้นกับอุณหภูมิ โดยปกติความตึงผิวจะลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ตารางที่ 8.2 เป็นค่าความตึงผิวของของเหลวที่อุณหภูมิต่าง ๆ

ตาราง 8.2 ค่าความตึงผิวของของเหลวชนิดต่าง ๆ ที่ได้จากการทดลอง

| ของเหลวเมื่อสัมผัสกับอากาศ | อุณหภูมิ องศาเซลเซียส | ความตึงผิว ($\times 10^{-3}$ นิวตันต่อเมตร) |
|---|---|---|
| อะซีโตน | 20 | 23.7 |
| แอมโมเนีย | 34 | 18.1 |
| เบนซีน | 20 | 28.9 |
| เอทิล อัลกอฮอล์ | 20 | 22.8 |
| เมทิล อัลกอฮอล์ | 20 | 22.6 |
| กลีเซอรีน | 20 | 63.4 |
| น้ำ | 0 | 75.6 |
| น้ำ | 20 | 72.8 |
| น้ำสบู่ | 20 | 25.0 |
| ปรอท | 20 | 46.5 |
| คาร์บอนเตตระคลอไรด์ | 20 | 26.8 |

**ตัวอย่าง** 8.5 ในการหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ โดยใช้ลวดวงแหวนผูกห้อยเป็นสาแหรก ดังรูปข้างล่างนี้ ลวดมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร เมื่อวงแหวนแตะน้ำมันแล้วปรากฏว่า ต้องใช้แรง $8.62 \times 10^{-3}$ นิวตัน ดึงขึ้นจากผิวน้ำมัน จงหาความตึงผิวของน้ำมันดิบ



**วิธีทำ** เมื่อดึงวงลวดขึ้นจากผิวน้ำมันดิบ เยื่อน้ำมันจะเกาะทั้งด้านในและด้านนอกเป็น 2 ผิวด้วยกัน เส้นรอบวงของผิวเยื่อของของเหลวทั้ง 2 นี้เป็นวงกลมร่วมจุดศูนย์กลาง ประมาณเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดวงกลม

เส้นรอบวงของขดลวด = $\pi$ x เส้นผ่านศูนย์กลาง

$= \pi \times (75 \times 10^{-3})$ m

$= 0.236$ m

ความตึงผิวของน้ำมันดิบ $= F/(2l)$

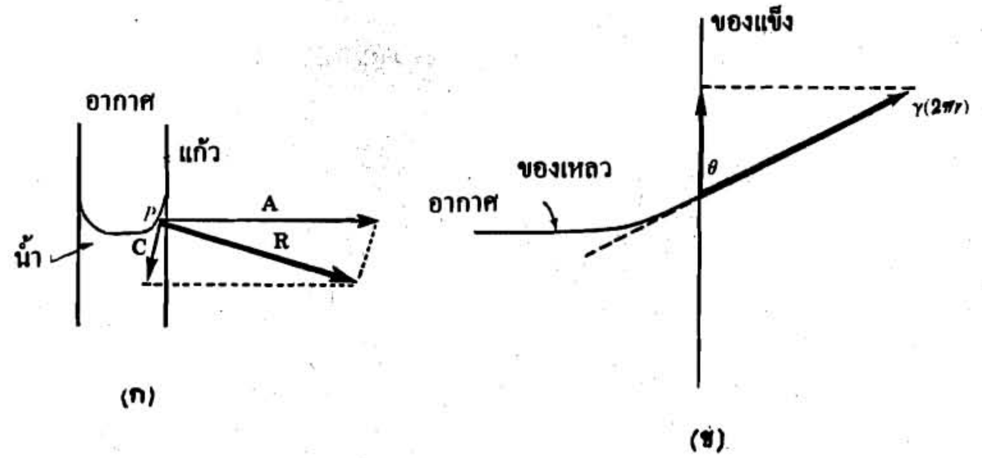
$$= \frac{8.62 \times 10^{-3} \text{ N}}{2 \times 0.236 \text{ m}}$$

$= 0.0166$ N/m

$= 16.6 \times 10^{-3}$ N/m

**8.1.6 มุมสัมผัส** (Contact Angle) พิจารณาน้ำกับแก้ว โมเลกุลที่ผิวติดกับของภาชนะ (ของแข็ง) จากรูปที่ 8.9 (ก) โมเลกุลของน้ำที่จุด P ถูกกระทำด้วยแรง คือ **แรงเชื่อมแน่น C** จากโมเลกุลของน้ำที่อยู่ใกล้ชิดติดกัน **แรงยึดติด A** ระหว่างโมเลกุล P กับโมเลกุลของแก้ว และแรงยึดติดระหว่างโมเลกุล P กับโมเลกุลของอากาศซึ่งมีค่าน้อย ไม่นำมาคิด **แรงยึดติด** ระหว่างโมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้ว **มีค่ามากกว่าแรงเชื่อมแน่น**ระหว่างโมเลกุลของน้ำกับโมเลกุลของแก้วมาก ซึ่งเป็นเหตุผลที่ว่า ทำไมแก้วจึงเปียกน้ำ ดังนั้น R เป็นแรงลัพธ์ น้ำหรือของเหลวจะต้องอัดตัวจนกว่าผิวของมันจะตั้งได้ฉากกับแรงลัพธ์ เพราะถ้ามีแรงขนานกับผิวของของเหลว ของเหลวนั้นก็จะไหล ดังนั้นน้ำที่ใกล้ขอบแก้วจะเพิ่มระดับจนกระทั่งผิวของมันตั้งได้ฉากกับแรง R มุมที่เกิดจากเส้นสัมผัสกับผิวของของเหลวที่ขอบติดกับของแข็ง ตัดกับเส้นสัมผัสกับขอบของของแข็ง เรียกว่า **มุมสัมผัส** แทนด้วย θ จากรูปที่ 8.9 (ข) จะเห็นว่าของเหลวกับของแข็งคู่ใด ถ้าแรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น มุมสัมผัสมีค่าดังนี้

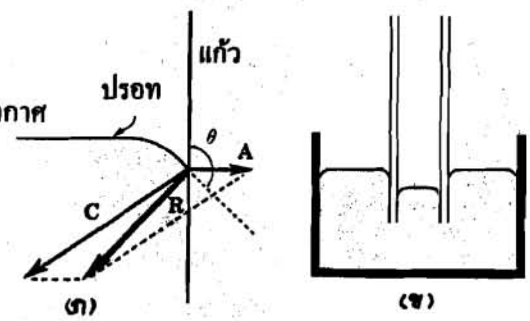
$$0 \leq \theta \leq \pi/2 \qquad \text{......8.19}$$




**รูปที่ 8.9** (ก) แรงลัพธ์ R ในกรณีที่แรงยึดติดมากกว่าแรงเชื่อมแน่น
(ข) มุมสัมผัสมีค่าน้อยกว่า 90°

ในทำนองตรงกันข้าม พิจารณาปรอทกับแก้ว ตามรูปที่ 8.10 ซึ่งกรณีนี้ แรงเชื่อมแน่น C มีค่ามากกว่าแรงยึดติด A มาก แรงลัพธ์ R มีทิศตามรูป ผิวของปรอทที่ขอบติดกับแก้วจะต้องโค้งลง เพื่อให้ตั้งได้ฉากกับแรงลัพธ์ R ในกรณีนี้จะเห็นว่า มุมสัมผัส θ มากกว่า 90° นั่นคือ ของเหลวและของแข็งคู่ใด ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด

$$\pi/2 \le \theta \le \pi \qquad ......8.20$$

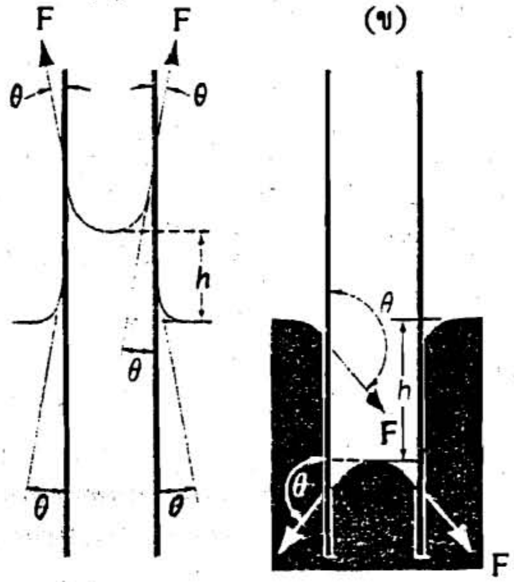



**รูปที่ 8.10** (ก) แรงลัพธ์ R กรณีที่แรงเชื่อมแน่นมากกว่าแรงยึดติด
(ข) ระดับของของไหลจาก (ก)

**8.1.7 สภาพคะปิลลารี** (Capillarity) ปรากฏการณ์อันเป็นผลเนื่องมาจากความตึงผิวของของเหลวที่น่าสนใจ คือ เมื่อจุ่มหลอดแก้วรูเล็กมาก (capillary tube) ปลายเปิดลงในของเหลวในแนวดิ่ง ของเหลวไต่สูงขึ้นไปในหลอดรูเล็ก ๆ ได้ เรียกว่า **สภาพคะปิลลารี** เกิดได้ 2 อย่างคือ

1. ระดับของของเหลวในหลอดแก้วรูเล็กจะสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง เช่น น้ำกับหลอดแก้ว ดังรูปที่ 8.11 (ก)

2. ระดับของของเหลวในหลอดแก้วรูเล็กต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง เช่นปรอทกับหลอดแก้ว ดังรูปที่ 8.11 (ข)



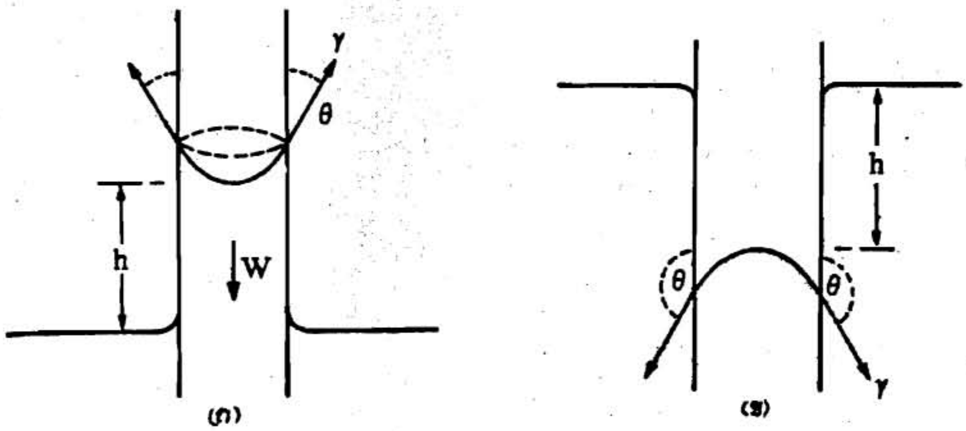

**รูปที่ 8.11** (ก) สภาพคะปิลลารีเมื่อระดับของของเหลวในหลอดสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง
(ข) สภาพคะปิลลารีเมื่อระดับของของเหลวในหลอดต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง

จากหัวข้อ 8.1.4 ถึง 8.1.6 สรุปได้ว่า

สำหรับของแข็งของเหลวคู่ใด ๆ จะได้ว่า

ถ้าแรงยึดติดมีค่ามากกว่าแรงเชื่อมแน่น มุมสัมผัสมีค่า $0 < \theta < 90^\circ$ ระดับของของเหลวในหลอดคะปิลลารีจะสูงกว่าระดับของของเหลวในอ่าง

ถ้าแรงเชื่อมแน่นมีค่ามากกว่าแรงยึดติด มุมสัมผัสมีค่า $90 < \theta < 180^\circ$ ระดับของของเหลวในหลอดคะปิลลารีจะต่ำกว่าระดับของของเหลวในอ่าง




**รูปที่ 8.12** ความสัมพันธ์ระหว่าง h (ความสูง) กับ θ (มุมสัมผัส)

(ก) เมื่อ $0 < \theta < 90^\circ$ (ข) $90^\circ < \theta < 180^\circ$

ความสัมพันธ์ระหว่างความสูง (h) หรือความลึกของของเหลวในหลอดคะปิลลารีและมุมสัมผัส (θ) อาจหาได้ดังนี้

$$\gamma = F/l$$

γ มีทิศตามรูป

$$\therefore \quad F = l\gamma = 2\pi r\gamma$$

แรงดึงขึ้น $F_{up} = F\cos\theta$

$$= 2\pi r\gamma\cos\theta$$

แรงดึงลง คือ น้ำหนัก W ของของเหลวในหลอด มีค่า

$$W = mg$$

$$= V\rho g$$

$$= \pi r^2 h\rho g$$

ในสภาพสมดุล $F_{up} = F_{down}$

$$2\pi r\gamma\cos\theta = \pi r^2 h\rho g$$

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g r} \qquad \text{......8.21}$$

จากสมการ (8.21) จะเห็นว่า ถ้า $0 < \theta < 90^\circ$ แล้ว $\cos\theta > 0$ h จะมีค่าเป็นบวกตามรูปที่ 8.12 (ก)

ถ้า $90^\circ < \theta < 180^\circ$ แล้ว $\cos\theta < 0$ h จะมีค่าเป็นลบตามรูปที่ 8.12 (ข)

**ตัวอย่าง 8.6** เมื่อจุ่มหลอดดูดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 8 มิลลิเมตรลงในแก้วน้ำหวานซึ่งมีความหนาแน่น $1.1 \times 10^3$ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ปรากฏว่าระดับน้ำหวานภายในหลอดดูดอยู่สูงกว่าระดับภายนอก 3 มิลลิเมตร มุมที่แนวความตึงผิวของน้ำหวานทำกับแนวดิ่งเท่ากับ $45^\circ$ จงหาความตึงผิว

**วิธีทำ** จาก

$$h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r}$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{\rho g h r}{2\cos\theta}$$

$$= \frac{(1.1 \times 10^3)(3 \times 10^{-3})(9.8)(8/2 \times 10^{-3})}{2\cos 45^\circ}$$

$$= \frac{(1.1 \times 10^3)(3 \times 10^{-3})(9.8)(4 \times 10^{-3})}{2 \times 0.708}$$

ความตึงผิว $= 9.13 \times 10^{-2}$ N/m

**กิจกรรม 8.3**

ให้นักศึกษานำของเหลวอย่างน้อย 3-4 ชนิดดังกล่าวในตาราง 8.2 มาจุ่มด้วยหลอดรูเล็ก และบันทึกผลว่าของเหลวชนิดใดมีแรงเชื่อมแน่นและแรงยึดติดมากน้อยกว่ากัน

## 8.2 พลศาสตร์ของของไหล

พลศาสตร์ของของไหล เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของวัตถุผ่านของไหลหรือการเคลื่อนที่ของของไหลผ่านวัตถุ เพื่อนำไปประยุกต์ในการออกแบบเครื่องจักรที่ใช้พลังงานน้ำ พลังงานไอน้ำ ตลอดจนการออกแบบเครื่องยนต์พาหนะ เช่น รถ เครื่องบิน เรือ ให้มีประสิทธิภาพมากที่สุด และได้รับแรงต้านจากของไหลน้อยที่สุด

จะได้ศึกษากฎเกณฑ์เกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของของไหล โดยพิจารณาจาก**ของไหลแบบที่เป็นอุดมคติ** (ideal fluid) เป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้และไม่มีความหนืด ซึ่งจะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1. ไม่มีแรงเสียดทานภายในระหว่างชั้นของของไหล **หรือไม่มีความหนืด (non-viscous flow)** มอดุลัสเกือบเท่าศูนย์

2. แบบที่อัดไม่ได้ (incompressible flow) หมายความว่าความหนาแน่นของของไหล ณ จุดต่าง ๆ มีค่าคงตัว

3. การไหลของของไหลเป็นการไหลแบบคงตัว (steady flow) การไหลแบบคงตัว หมายถึง ความเร็ว ความหนาแน่น และความดันที่จุดหนึ่งจุดใดในของไหลไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

4. การไหลต้องเป็นการไหลแบบไม่หมุน (irrotational flow) หมายความว่า ที่ตำแหน่งใด ๆ จะต้องไม่มีความเร็วเชิงมุมของของไหล

การไหลที่มีการหมุนจะเกิดการไหลอย่างปั่นป่วน (turbulent flow) ดังรูปที่ 8.13

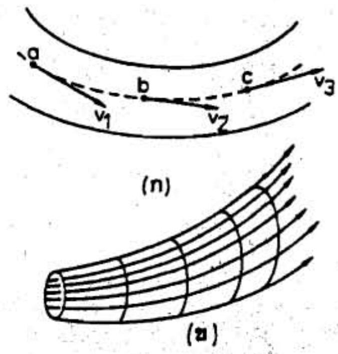

**รูปที่ 8.13** สายกระแสและการไหลอย่างปั่นป่วนรอบปีกเครื่องบิน

***สายกระแส*** (stream line) คือ เส้นโค้งซึ่งเส้นสัมผัส ณ จุดใด ๆ ของเส้นโค้ง จะอยู่ในทิศของความเร็วของการไหล ณ จุดนั้น ถ้าการไหลเป็นการไหลอย่างมีระเบียบ เส้นกระแสซ้อนกันกับเส้นแห่งการไหล

พิจารณาการเคลื่อนที่ของของไหล จากรูปที่ 8.14 (ก) เมื่อส่วนของไหลเคลื่อนที่ในท่อด้วยความเร็ว $v_1$, $v_2$, $v_3$ ที่จุด a, b, c ตามลำดับ และเรื่อยไป ถ้าทุกส่วนของของไหลที่ผ่านจุด a มีความเร็ว $v_1$ เมื่อผ่านจุด b มีความเร็ว $v_2$ และต่อ ๆ ไป การไหลแบบนี้ เรียกว่า การไหลอย่างคงที่หรือการไหลอย่างสม่ำเสมอ เส้นประ abc ซึ่งแสดงทางเคลื่อนที่ของของไหล เรียกว่า สายกระแส

ถ้าเขียนสายกระแสหลาย ๆ เส้นให้ผ่านเส้นรอบรูปอันหนึ่ง ดังรูปที่ 8.14 (ข) เรียกว่า ท่อของการไหล (tube of flow) สายกระแสจะขนานกับทิศทางของความเร็วของของไหล

ของไหลไม่ควรไหลขวางท่อของการไหลได้ และทำตัวคล้ายกับท่อที่มีขนาดเดียวตลอด การไหลจะไหลจากปลายข้างหนึ่งไปยังอีกปลายข้างหนึ่ง




**รูปที่ 8.14** (ก) แสดงการไหลอย่างสม่ำเสมอ
(ข) ท่อของการไหลห้อมล้อมด้วยสายกระแส

**8.2.1 สมการแห่งการต่อเนื่อง** (equation of continuity) พิจารณาท่อของการไหล ซึ่งของไหลไหลเข้าผ่านพื้นที่หน้าตัด $A_1$ ด้วยความเร็ว $v_1$ และไหลออกผ่านพื้นที่หน้าตัด $A_2$ ด้วยความเร็ว $v_2$ ตามรูปที่ 8.15 ปริมาตรของของไหลที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด $A_1$ ในช่วงเวลา dt คือ $A_1v_1dt$ ถ้าของไหลมีความหนาแน่น $\rho$ มวลของของไหลที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด $A_1$ ในเวลา dt คือ $\rho A_1v_1dt$ ในทำนองเดียวกัน มวลของของไหลที่ไหลผ่านพื้นที่หน้าตัด $A_2$ ในช่วงเวลา dt คือ $\rho A_2v_2dt$ ถ้าเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ มวลที่ไหลเข้าเท่ากับมวลที่ไหลออก

$$\therefore \quad \rho A_1v_1dt = \rho A_2v_2dt$$

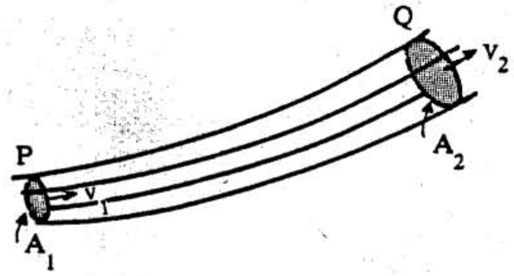
$$A_1v_1 = A_2v_2 \qquad \text{......8.22}$$

สมการ (8.22) เรียกว่า **สมการแห่งการต่อเนื่อง** ผลคูณ Av เรียกว่า **อัตราการไหล** (rate of flow) มีค่าคงตัว

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

$$v_1/v_2 = A_2/A_1 \qquad \text{......8.23}$$

สมการ (8.23) แสดงให้เห็นว่า ความเร็วของของไหลในท่อแปรผกผันกับขนาดพื้นที่หน้าตัดของท่อ คือ ขนาดความเร็วจะสูงเมื่อท่อเล็กหรือหลอดแคบ และขนาดความเร็วจะต่ำเมื่อท่อใหญ่หรือหลอดกว้าง




**รูปที่ 8.15 ท่อของการไหลที่ใช้ในการหาสมการแห่งการต่อเนื่อง**

**ตัวอย่าง 8.7** ความเร็วของน้ำในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตรเท่ากับ 1.5 เมตร/วินาที ท่อนี้ต่อกับท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 มิลลิเมตร สมมติว่าน้ำไหลเต็มท่อทั้งสอง จงหา

ก. อัตราการไหล ข. ความเร็วของน้ำในท่อที่สอง

**วิธีทำ** $A_1 = \pi(150/2\ \text{mm})^2$ , $v_1 = 1.5\ \text{m/s}$

$A_2 = \pi(75/2\ \text{mm})^2$ , $v_2 = ?$

อัตราการไหล $A_1v_1 = A_2v_2$

$$v_2 = (A_1/A_2).v_1$$

$$= \frac{\pi(150/2)^2}{\pi(75/2)^2} \cdot 1.5$$

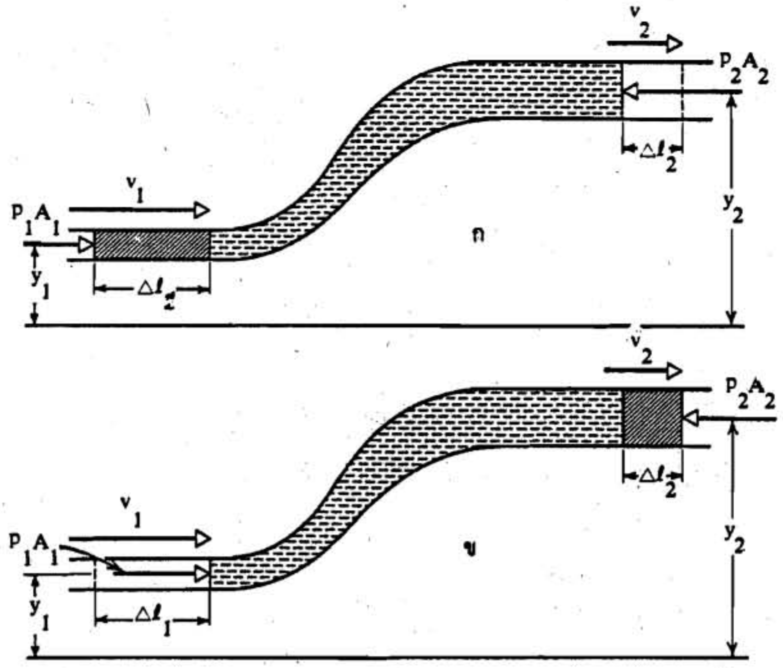
$$= (150/75)^2 \cdot 1.5$$

ข) ความเร็วของน้ำในท่อที่สอง $= 6$ m/s

ก) อัตราการไหล $A_1v_1 = \pi(150/2 \times 10^{-3})^2 \cdot 1.5$

$$= 26.5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3/\text{s}$$

**8.2.2 สมการของเบอร์นูลลี (Bernoulli's Equation)** หลักเกี่ยวกับของไหลที่อยู่นิ่งคือหลักของอาร์คิมีดีสและหลักของปาสกาล ส่วนหลักที่เกี่ยวกับของไหลที่เคลื่อนที่ คือ สมการของเบอร์นูลลี ซึ่งเบอร์นูลลี (Daniel Bernoulli) เป็นผู้คิดขึ้นมา สมการของเบอร์นูลลี หาได้ง่ายจากทฤษฎีบทของงานและพลังงาน




**รูปที่ 8.16 การไหลแบบคงตัวผ่านท่อจากรูป ก และ ข**

เริ่มต้นจากรูปที่ 8.16 (ก) ที่ปลายล่างของท่อ (ซ้ายมือ) ความดันในของไหลเป็น $P_1$ ความเร็ว $v_1$ พื้นที่หน้าตัดของท่อเป็น $A_1$ ที่ปลายบนของท่อ (ขวามือ) ความดันเป็น $P_2$ ความเร็ว $v_2$ พื้นที่หน้าตัดของท่อเป็น $A_2$ เมื่อเวลาผ่านไป $\Delta t$ ของไหลที่ปลายล่างเคลื่อนที่ไปได้ $\Delta l_1$ และของไหลที่ปลายบนเคลื่อนที่ได้ $\Delta l_2$

แรงที่ปลายล่าง $F_1 = P_1A_1$

ทำงาน $W_1 = F_1\Delta l_1 = P_1A_1\Delta l_1 = P_1\Delta V_1$

$A_1\Delta l_1$ = ปริมาตร $\Delta V_1$

ในเวลาเดียวกัน แรง $F_2 = P_2A_2$ แรงนี้ทำงานเป็นลบ (แรงกระทำในทิศที่ต้านการเคลื่อนที่)

ทำงาน $W_2 = -F_2\Delta l_2 = -P_2A_2\Delta l_2 = -P_2\Delta V_2$

เนื่องจากการไหลที่ไม่มีความหนืด อัดไม่ได้และไหลแบบคงตัว

ดังนั้น $\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

และ $\Delta m_1 = \Delta m_2 = \Delta m$

งานสุทธิที่กระทำโดยแรง $F_1$ และ $F_2$ คือ

$$W = F_1 - F_2 \doteq P_1\Delta V - P_2\Delta V$$

$$= (P_1 - P_2)\,\Delta V \qquad \text{......8.24}$$

งานสุทธิเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์แห่งความโน้มถ่วงของการไหล เราพิจารณาดังนี้

$$\Delta E_p = \Delta mgy_2 - \Delta mgy_1 \qquad \text{......8.25}$$

และ $$\Delta E_k = (1/2)\Delta mv_2^2 - (1/2)\Delta mv_1^2 \qquad \text{......8.26}$$

จากทฤษฎีบทงาน-พลังงาน

$$\therefore \quad W = \Delta E_p + \Delta E_k$$

$$(P_1 - P_2)\Delta V = [\Delta mgy_2 - \Delta mgy_1] + [(1/2)\Delta mv_2^2 - (1/2)\Delta mv_1^2] \qquad \text{......8.27}$$

ถ้าหารสมการ (8.27) ด้วย $\Delta V$ และใช้ความสัมพันธ์ $\rho = \Delta m/\Delta V$ สมการ (8.27) จะกลายเป็น

$$(P_1 - P_2) = \rho gy_2 - \rho gy_1 + (1/2)\rho v_2^2 - (1/2)\rho v_1^2 \qquad \text{......8.28}$$

$$P_1 + \rho gy_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + (1/2)\rho v_2^2 \qquad \text{......8.29}$$

จะเห็นว่า $$P + \rho gy + (1/2)\rho v^2 = \text{ค่าคงตัว} \qquad \text{......8.30}$$

เราเรียกสมการ (8.30) ว่า **สมการของเบอร์นูลลี** หมายความว่า ผลรวมของความดันและความหนาแน่นพลังงาน (พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์) ของของไหลผ่านท่อ มีค่าคงตัวเสมอ

สมการของเบอร์นูลลีใช้ได้กับของไหลที่ไม่หนืด อัดไม่ได้ ไม่หมุน และไหลอย่างสม่ำเสมอ

**ตัวอย่าง 8.8** จากรูปที่ 8.16 ถ้ามีน้ำไหลในท่อด้วยอัตรา 8 ลูกบาศก์เมตรต่อนาที เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อล่างและท่อบนมีขนาด 15 และ 30 เซนติเมตรตามลำดับ ท่อบนสูงกว่าท่อล่าง 60 เซนติเมตร ถ้าท่อบนมีความดัน $10^5$ นิวตันต่อตารางเมตร จงหาความดันที่ท่อล่าง

**วิธีทำ** อัตราการไหล $$A_1v_1 = A_2v_2$$

$$(8/60)\ \mathrm{m^3/s} = (\pi/4)(0.15)^2 v_1 = (\pi/4)(0.30)^2 v_2$$

$$\therefore \quad v_1 = \frac{4 \times 8}{60\pi \times (0.15)^2} = 7.546 \ \mathrm{m/s}$$

$$v_2 = \frac{4 \times 8}{60\pi \times (0.30)^2} = 1.886 \ \mathrm{m/s}$$

จากสมการของเบอร์นูลลี

$$P_1 + \rho gy_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + \rho gy_2 + (1/2)\rho v_2^2$$

$$P_1 = P_2 + \rho g(y_2 - y_1) + (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= 10^5 + (10^3)(9.8)(0.6) + (1/2)(10^3)(1.886^2 - 7.545^2)$$

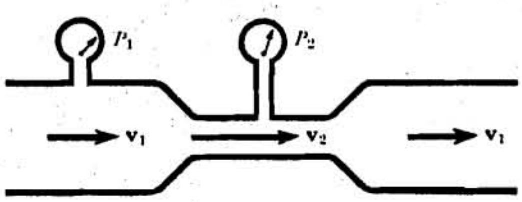
ความดันที่ท่อล่าง $$= 7.92 \times 10^4 \quad \mathrm{N/m^2}$$

**กิจกรรม 8.4**

ให้นักศึกษาคำนวณหาความดันในตัวอย่าง 8.8 ในหน่วยของปาสกาล (Pa)

**8.2.3 เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหล** เราสามารถใช้ประโยชน์ของสมการของเบอร์นูลลีเพื่อหาอัตราการไหลของของไหลโดยวิธีการวัดความดัน เครื่องมือที่ใช้เพื่อจุดประสงค์นี้มีหลักการทั่ว ๆ ไปเหมือนกัน คือ อัตราเร็วของของไหลตรงบริเวณท่อเล็กสูงกว่าตรงบริเวณท่อใหญ่โดยได้จากสมการแห่งการต่อเนื่อง และถ้าท่ออยู่ในแนวระดับ ความดันตรงบริเวณท่อเล็กจะต้องต่ำกว่าตรงบริเวณท่อใหญ่ ซึ่งจะใช้สมการเบอร์นูลลี เครื่องมือวัดอัตราการไหลของของไหลมีดังนี้

**1. มาตรเวนทูริ** (Venturi Meter) เป็นเครื่องมือวัดอัตราเร็วของของเหลวในท่อดังรูปที่ 8.17 ของเหลวมีความหนาแน่น ρ




**รูปที่ 8.17** มาตรเวนทูริ

ให้ $v_1$ และ $v_2$ เป็นความเร็วของของเหลวที่มีพื้นที่ภาคตัด $A_1$ และ $A_2$ ซึ่งมีความดัน $P_1$ และ $P_2$ ตามลำดับ

เราหาความเร็วของของเหลวจากสมการแห่งการต่อเนื่อง

$$A_1v_1 = A_2v_2$$

$$\therefore \quad v_2 = (A_1/A2)\text{-}v1$$

เนื่องจากท่อทั้งสองอยู่ในแนวระนาบ จะใช้สมการของเบอร์นูลลี

$$P_1 + (1/2)\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

$$\because \quad y_1 = y_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

ของเหลวที่ไหลผ่านมาตรเวนทูริ จะมีความสูงจากระดับอ้างอิงเท่ากัน

ดังนั้น

$$P_1 + (1/2)\rho v_1^2 = P_2 + (1/2)\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2) \qquad \text{......8.31}$$

$$= (1/2)\rho[A_1/A_2 . v_1)^2 - v_1^2]$$

$$= (1/2)\rho v_1^2[(A_1/A_2)^2 - 1]$$

$$\therefore \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}} \qquad ......8.32$$

หรือ

$$v_1 = A_2\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}} \qquad ......8.33$$

อัตราการไหลของของไหล (ของเหลว) $= A_1v_1 = A_1A_2\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$ ......8.34

**ตัวอย่าง 8.9** น้ำมันมีความหนาแน่น 0.85 x $10^3$ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตรไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 3 เซนติเมตร มีความดัน 1.6 x $10^5$ นิวตันต่อตารางเมตร และไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร มีความดัน $10^5$ นิวตันต่อตารางเมตร จงหาอัตราการไหลของน้ำมันในท่อ

**วิธีทำ**

ดูรูปที่ 8.17 จะเห็นว่า

$$P_1 = 1.6 \times 10^5 \ N/m^2 \quad , \quad P_2 = 10^5 \ N/m^2$$

$$\therefore \quad P_1 - P_2 = (1.6 - 1) \times 10^5 \ N/m^2$$

$$= 0.6 \times 10^5 \ N/m^2$$

$$(A_1/A_2)^2 = \left[\frac{\pi/4 \times (0.03)^2}{\pi/4 \times (0.02)^2}\right]^2$$

$$= 81/16$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2/A_2^2 - 1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(0.6 \times 10^5)}{0.85 \times 10^3 (81/16 - 1)}}$$

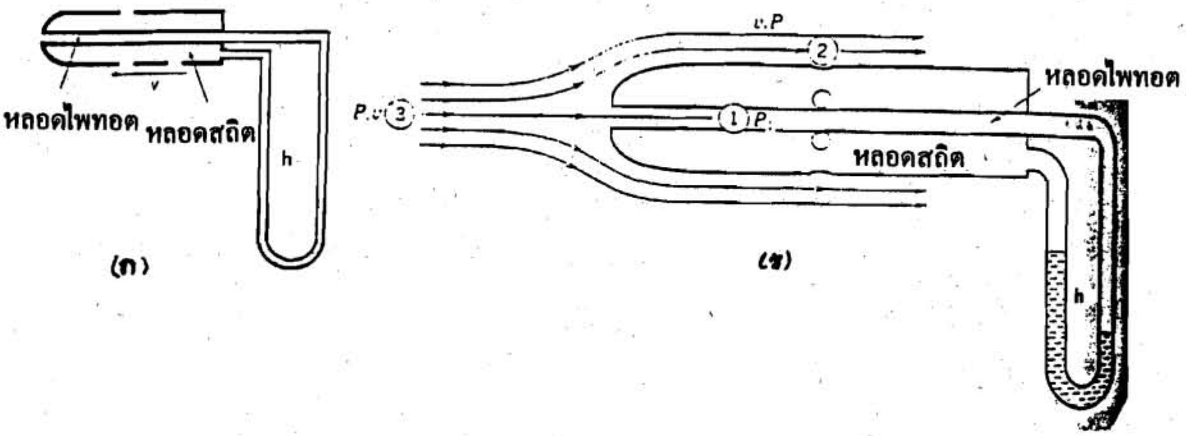
อัตราเร็วของของไหลในท่อ $= 5.89$ m/s

อัตราการไหลของน้ำมัน $= A_1v_1$

$$= (\pi/4)(0.03)^2 \times (5.89)$$

$$= 4.16 \times 10^{-3} \ m^3/s$$

**2. หลอดไพทอต** (Pitot tube) เป็นเครื่องมือวัดอัตราการไหลของก๊าซ เช่น วัดความเร็วของเครื่องบิน มีรูปร่างตามรูปที่ 8.18 อากาศเข้าทางช่องหลอดไพทอต จะดันระดับปรอทให้ต่ำลง ส่วนหลอดสถิต (static tube) เจาะรูเพื่อให้ความดันเท่ากับความดันอากาศที่ล้อมรอบ ความแตกต่างของระดับปรอทเท่ากับ h หลอดไพทอตเป็นเครื่องมือที่ประยุกต์สมการของเบอร์นูลลีมาใช้เหมือนกับมาตรเวนทูริ คือ ระดับ $y_1 = y_2$ = ค่าคงตัว




**รูปที่ 8.18** (ก) แผนภาพหลอดไพทอต
(ข) แสดงการไหลของอากาศผ่านหลอดไพทอต

ให้ $P_1$, $v_1$ เป็นความดันและอัตราเร็วของอากาศในหลอดไพทอต ซึ่ง $v_1$ มีค่าเป็นศูนย์ที่ผิวปรอท

$P_2$,$v_2$ เป็นความดันและอัตราเร็วของลมที่รูหลอดสถิต

ดังนั้น $v_2$ คือ อัตราเร็วของอากาศที่ผ่านเครื่องมือวัด ให้ $v_2 = v$ สมการ (8.31) เขียนได้เป็น

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2) = (1/2)\rho(v_2^2 - 0)$$
$$= (1/2)\rho v_2^2$$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}} \qquad ......8.35$$

เนื่องจากของไหลที่ต้องการวัดอัตราเร็ว คือ อากาศ เราอาจใช้

$$P_1 - P_2 = h\rho_0 g - h\rho_{air} g$$
$$= \rho_0 gh$$

ทั้งนี้เพราะ $\rho_0 = \rho_{ปรอท} = 13.6 \times 10^3$ kg/m$^3$

แต่ $\rho = \rho_{อากาศ} = 1$ kg/m$^3$ ซึ่งมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ $\rho_0$ จึงตัดทิ้งได้

$$\therefore \quad \text{อัตราเร็ว} \quad v = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}} \qquad \text{......8.36}$$

**ตัวอย่าง 8.10** เครื่องบินลำหนึ่งบินที่ระดับความสูง ซึ่งความหนาแน่นของอากาศมีค่า 0.8 kg/m$^3$ ค่า h ของหลอดไพทอตอ่านได้ 30 mm จงหาอัตราเร็วของเครื่องบิน (สมมติว่าไม่มีลมพัด)

**วิธีทำ** $\rho_0 = 13.6 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , $\rho = 0.8 \text{ kg/m}^3$

$h = 30 \text{ mm} = 0.03 \text{ m}$ , $v = ?$

$$v = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2(13.6 \times 10^3)(0.03)(9.8)}{0.8}}$$

อัตราเร็วของเครื่องบิน = 100 m/s

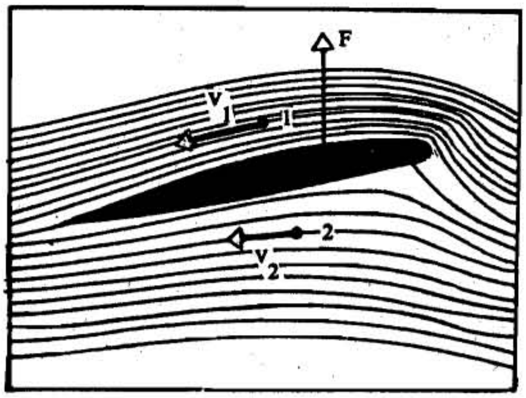
---

**กิจกรรม 8.5**

ให้นักศึกษาคำนวณหาอัตราเร็วของเครื่องบินในตัวอย่าง 8.10 ในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

---

3. **แรงยกปีกเครื่องบิน** ในการออกแบบปีกเครื่องบินเพื่อให้เกิดแรงยกที่ต้องการ จะต้องให้ปีกมีรูปร่างและมุมปะทะอากาศที่เหมาะสม รูปที่ 8.19 แสดงรูปร่างภาคตัดขวางของปีกเครื่องบิน (air foil) จะเห็นสายกระแสที่อยู่เหนือปีกอยู่ชิดกันมากกว่าสายกระแสที่อยู่ใต้ปีก หมายความว่า ความเร็วของลมเหนือปีก ($v_2$) สูงกว่าความเร็วใต้ปีก ($v_1$) จากหลักของเบอร์นูลลีแสดงว่าความดันของอากาศใต้ปีกสูงกว่าความดันเหนือปีก ดังนั้นแรงลัพธ์กระทำต่อปีกในทิศขึ้น นั่นคือ เกิดแรงยกปีกเครื่องบิน




รูปที่ 8.19 สายกระแสรอบ ๆ ปีกเครื่องบิน

ให้ $v_1$, $P_1$ และ $v_2$, $P_2$ เป็นความเร็วและความดันของอากาศเหนือและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ โดยการใช้สมการของเบอร์นูลลีและให้ปีกของเครื่องบินบางมาก ด้านบนและด้านล่างของปีกอยู่ในระดับเดียวกัน และพื้นที่ใต้ปีกเครื่องบินเป็น A เราจะได้

$$y_1 = y_2 = \text{ค่าคงตัว}$$

$$P_1 - P_2 = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

จะได้ แรงยกที่ปีกเครื่องบิน F

$$F = (P_1 - P_2)A$$

$$= (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A \qquad \text{..... 8.37}$$

**ตัวอย่าง 8.11** เครื่องบินมีมวล 6,000 กิโลกรัม และมีพื้นที่ใต้ปีก 60 ตารางเมตร ถ้าความดันใต้ปีกเท่ากับ $0.60 \times 10^5$ Pa ขณะบินในแนวระดับที่ความสูง 4,000 เมตร จงหาความดันเหนือปีกเครื่องบิน

**วิธีทำ** แรงยกของปีกเครื่องบินทั้งสองจะรับน้ำหนักของเครื่องบิน 2F

$$\therefore \quad 2F = 2[(P_1 - P_2)A] = mg$$

$$mg = 2[(P_1 - P_2)A]$$

$$6000 \times 9.8 = 2\,[P_1 - (0.6 \times 10^5)]60$$

$$P_1 = 6.12 \times 10^4 \text{ Pa}$$

**ตัวอย่าง 8.12** เครื่องบินลำหนึ่งหนัก 4,000 นิวตัน ปีกเครื่องบินมีพื้นที่ปะทะลมทั้งด้านบนและด้านล่างเท่ากับ 1.2 ตารางเมตร จงหาความแตกต่างของความดันบนปีกเครื่องบินทั้งสองด้านเพื่อทำให้เครื่องบินอยู่ในอากาศได้

**วิธีทำ** พื้นที่ปีกเครื่องบินทั้งสองข้าง $= A_1 + A_2 = 1.2 \quad m^2$

ให้ $P_1$ และ $P_2$ เป็นความดันที่เหนือปีกเครื่องบินและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ

$$F = (P_1 - P_2)A$$

$$4000\ N = (P_1 - P_2)(1.2\ m^2)$$

$$\therefore \quad P_1 - P_2 = 4000/1.2 \quad N/m^2$$

ความดันใต้ปีกและเหนือปีกเครื่องบินต่างกัน $= 3333 \quad N/m^2$

**ตัวอย่าง 8.13** ต้องการให้มีแรงยก 3,000 นิวตัน บนปีกเครื่องบินซึ่งมีพื้นที่ 2 ตารางเมตร ถ้าลมผ่านใต้ปีกมีอัตราเร็ว 250 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็วของลมเหนือปีกเครื่องบิน เพื่อให้ได้แรงยกตามต้องการ กำหนดให้อากาศมีความหนาแน่น 1.3 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

**วิธีทำ** ให้ $v_1$ และ $v_2$ เป็นความเร็วลมเหนือปีกและใต้ปีกเครื่องบินตามลำดับ

$$F = (P_1 - P_2)A = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A$$

$$F = (1/2)\rho(v_2^2 - v_1^2)A$$

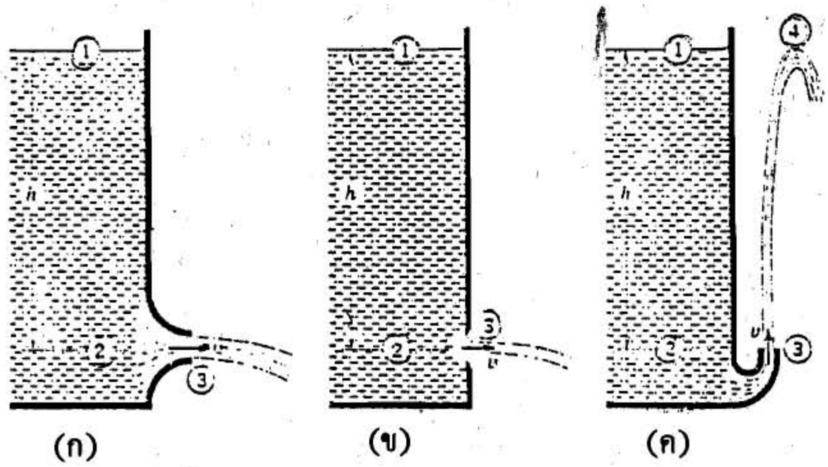
$$v_1^2 = 2F/(A\rho) + v_2^2$$

$$= (2 \times 3000)/(2 \times 1.3) + (250)^2$$

$$v_1 = 256 \quad m/s$$

ความเร็วลมเหนือปีกเครื่องบิน เท่ากับ 256 เมตร/วินาที

**8.2.4 ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี (Torricelli's Theorem)** โดยการประยุกต์สมการของเบอร์นูลลี ทำให้เราสามารถหาอัตราเร็วของของเหลวจากปากท่อที่ระดับต่าง ๆ ได้ ตามรูปที่ 8.20 จะเห็นการไหลของของเหลวผ่านปากท่อ 3 แบบจากถังบรรจุขนาดใหญ่ ที่ระดับ h วัดจากผิวของของเหลว เราประยุกต์สมการของเบอร์นูลลีกับจุดที่ (1),(2) และ (3) ได้ เพราะมีสายกระแสเชื่อมระหว่างจุด (1) กับ (3) และ (2) กับ (3) เราเลือกระดับที่ผ่านจุด (2) และปากท่อจุด (3) เป็นระดับอ้างอิง $y = 0$ ดังนั้น $y = h$



รูปที่ 8.20 การไหลของของเหลวผ่านปากท่อ
(ก) ปากท่อที่มีลักษณะกลมไปตามแนวนอน
(ข) ปากท่อที่มีลักษณะคมไปตามแนวนอน
(ค) ปากท่อกลมมีแนวขึ้น

ที่จุด (1) เนื่องจากสมการเบอร์นูลลี [สมการ (8.29)] มีความดัน ($P_1$ และ $P_2$) อยู่แต่ละข้างของสมการ และที่ผิวของของเหลวกับที่ปากท่อก็เปิดสู่บรรยากาศ (ความดันบรรยากาศที่ผิวของของเหลวและที่ปากท่อมีค่าเท่ากัน) ดังนั้นจึงเป็นการสะดวกที่จะใช้ความดันเกจแทนที่จะใช้ความดันสัมบูรณ์ P ที่ใช้จึงหมายถึงความดันเกจ

ความดันเกจที่จุด (1) ที่ผิวบนของของเหลวมีค่าเท่ากับศูนย์

ความดันเกจที่จุด (3) ในกระแสพ้นปากท่อออกมาเล็กน้อย ก็มีค่าเท่ากับศูนย์ด้วย

ความดันเกจที่จุด (2) ในถัง ที่ระดับปากท่อ มีค่าเท่ากับ P

อัตราเร็วของของไหลที่จุด (1) และ (2) สามารถให้มีค่าเป็นศูนย์ได้ ถ้าถังที่บรรจุของเหลวเป็นถังขนาดใหญ่ และอัตราเร็วที่ปากท่อจุด (3) ให้มีค่าเป็น v ใช้สมการของเบอร์นูลลี $P + (1/2)\rho v^2 + \rho gh$ = ค่าคงตัว กับจุด (1), (2) และ (3) ตามลำดับ จะได้

$$0 + 0 + \rho gh = P + 0 + 0 = 0 + (1/2)\rho v^2 + 0 \qquad ......8.38$$

$$\therefore \quad (1/2)\rho v^2 = \rho gh$$

$$v = \sqrt{2gh} \qquad ......8.39$$

และ

$$v = \sqrt{2P/\rho} \qquad ......8.40$$

v เป็นอัตราเร็วของการไหลที่ปากท่อ (speed of efflux) ของของไหล เมื่อความดันเกจในถังที่ระดับปากท่อเท่ากับ P สมการ (8.39) และ (8.40) เรียกว่า **ทฤษฎีบทของทอร์ริเชลลี**

อัตราการไหลหาได้จาก พื้นที่หน้าตัดคูณด้วยอัตราความเร็วของของไหล

**ตัวอย่าง 8.14** จงหาอัตราการไหลที่ปากท่อของกาลักน้ำ ถ้าของเหลวในถังคือ น้ำมัน มีความหนาแน่น 790 $kg/m^3$ กำหนดให้ $h = 0.4$ m และพื้นที่หน้าตัดของท่อ = 50 $mm^2$ และความเสียดทานของของไหล มีค่าน้อยมากจนไม่ต้องนำมาคิด

**วิธีทำ** $h = 0.4$ m , $A = 50$ $mm^2$ = $50 \times 10^{-6}$ $m^2$

จาก

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2\,(9.8)(0.4)}$$

$$= 2.8 \quad m/s$$

$$Av = (50 \times 10^{-6})(2.8)$$

อัตราการไหลที่ปากท่อของกาลักน้ำ $= 14 \times 10^{-5}$ $m^3/s$

**8.2.5 ความหนืด** (Viscosity) **ความหนืด คือ** ค่าความเสียดทานภายในของของไหล ซึ่งเป็นความเสียดทานระหว่างโมเลกุลของของไหลไป หรือระหว่างวัตถุอื่นกับของไหลขณะเคลื่อนที่ไปในของเหลวนั้น

สัมประสิทธิ์แห่งความหนืดของของไหล (coefficient of viscosity) เรียกสั้น ๆ ว่า **ความหนืด** η (η อ่านว่า eta) มีนิยามว่า คือ **อัตราส่วนระหว่างความเค้นเฉือนต่ออัตราการเปลี่ยนของความเครียดเฉือน**

$$\eta = \frac{F/A}{v/l} \qquad \text{......8.41}$$

F/A = ความเค้นเฉือนที่กระทำแก่ของเหลว

v/l = อัตราการเปลี่ยนของความเครียดเฉือน

$$\therefore \quad F = \eta A(v/l)$$

โดยทั่วไป

$$\eta = \frac{F/A}{dv/dy} \qquad \text{......8.42}$$

หน่วยของความหนืด คือ นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร

ในหน่วย cgs เรียก 1 dyne-sec-$cm^{-2}$ ว่า 1 ปัวส์ (poise)

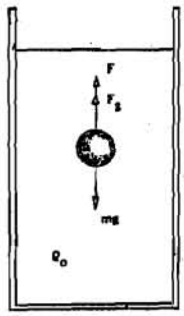
เพื่อเป็นเกียรติแก่ Poiseuille

$$1 \text{ poise} = 1 \text{ dyne-s-cm}^{-2} = 10^{-1} \quad N.s/m^2$$

กฎของสโตกส์ (Stoke's Law) เมื่อวัตถุทรงกลมตันเคลื่อนที่ในของไหลที่มีความหนืด แรงต้านเนื่องจากความหนืด (F) กระทำต่อวัตถุทรงกลมนั้นเป็นปฏิภาคโดยตรงกับอัตราเร็ว (v) ของทรงกลมเทียบกับของไหล ซึ่งเซอร์จอร์จ สโตก (Sir George Stoke) ในปี ค.ศ. 1845 ได้พิสูจน์ไว้ และตั้งเป็นกฎเรียกว่า กฎของสโตก นั่นคือ

$$F = 6\pi\eta rv \qquad \text{......8.43}$$

เมื่อ r คือ รัศมีของทรงกลม สมการของสโตก (8.43) ใช้ได้เฉพาะวัตถุทรงกลมตันเท่านั้น




รูปที่ 8.21 ทรงกลมตันตกในของเหลว

พิจารณาทรงกลมตัน มวล m รัศมี r ความหนาแน่น $\rho$ ที่ตกในของไหลที่มีความหนืด $\eta$ ความหนาแน่น $\rho_0$ เริ่มแรกทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่ง และอัตราเร่งนี้จะลดลงเรื่อย ๆ จนสุดท้ายเป็นศูนย์ ต่อจากนี้ทรงกลมจะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ เรียกว่า อัตราเร็วปลาย (terminal speed) $v_t$ ซึ่งขณะนี้แรงลัพธ์กระทำต่อทรงกลมเป็นศูนย์ นั่นเอง กล่าวคือ

ขนาดของแรงพยุง + ขนาดของแรงต้านของเหลว = ขนาดน้ำหนักของทรงกลม

$$(4/3)\pi r^3\rho_0 g + 6\pi\eta rv_t = (4/3)\pi r^3\rho g$$

$$\therefore \quad v_t = (2/9)(r^2g/\eta)(\rho - \rho_0) \qquad \text{......8.44}$$

ดังนั้นในการหาค่า $\eta$ ของของเหลว เราอาจใช้วิธีปล่อยวัตถุทรงกลมที่เหมาะสมให้ตกในของเหลวนั้น ๆ โดยเราวัดอัตราเร็วปลายได้ ก็จะสามารถหาค่า $\eta$ ของของเหลวได้ตามสมการ (8.44)

**กิจกรรม 8.6**

ให้นักศึกษาคำนวณหา ส.ป.ส. ความหนืดจากสมการ 8.41 ถ้าแรงกระทำ = 1.08 N ทำให้ของเหลวหนา 2 มิลลิเมตร เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 0.26 เมตร/วินาที ภายในท่อภาคตัดขวาง 3.8 x $10^{-2}$ ม.$^2$

## สรุป

กฎและหลักการเกี่ยวกับของไหลที่สำคัญ คือ หลักของอาร์คิมีดีส หลักของปาสกาล และสมการของเบอร์นูลลี สามารถนำไปประยุกต์ในการศึกษา การไหลของของไหลและสมบัติต่าง ๆ ของของไหล เช่น แรงตึงผิว สภาพคะปิลลารีและความหนืด รวมทั้งการใช้เครื่องมือและเครื่องทุ่นแรงหลายชนิด

# แบบฝึกหัดที่ 8

8.1 ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิก มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร จงหาความกดดันเป็นนิวตันต่อตารางเมตร เพื่อใช้ยกรถยนต์มวล 2,000 กิโลกรัม

**ตอบ** $1.3 \times 10^{6}$ นิวตันต่อตารางเมตร

8.2 ของเหลวในมานอมิเตอร์ปลายเปิดในรูปที่ 8.3 (b) คือ ปรอท และ h = 5 เซนติเมตร ความกดดันบรรยากาศ = 970 มิลลิบาร์

ก. ความกดดันสัมบูรณ์ที่ก้นหลอดตัว U เป็นเท่าใด

ข. ความกดดันสัมบูรณ์ในปลายเปิด ณ ความลึก 5 เซนติเมตรจากผิวอิสระเป็นเท่าใด

ค. ความกดดันสัมบูรณ์ของก๊าซในถังเป็นเท่าใด

ง. อ่านความกดดันของก๊าซจากเครื่องวัดได้กี่เซนติเมตรของปรอท

จ. ความกดดันที่อ่านได้นี้เท่ากับกี่เซนติเมตรของน้ำ

**ตอบ** ก. $1.077 \times 10^{5}$ นิวตันต่อตารางเมตร ข. $1.037 \times 10^{5}$ นิวตันต่อตารางเมตร

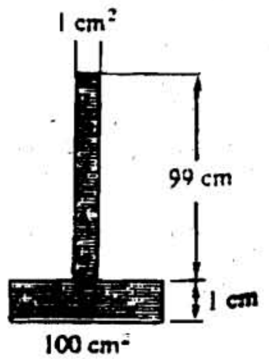
ค. $1.037 \times 10^{5}$ นิวตันต่อตารางเมตร ง. 5 เซนติเมตรของปรอท

จ. 68 เซนติเมตรของน้ำ

8.3 ความกดดันแห่งหนึ่งดันน้ำได้สูง 60 เซนติเมตร แต่ดันน้ำเกลือได้สูง 50 เซนติเมตร ถามว่าน้ำเกลือมีความหนาแน่นเท่าใด

**ตอบ** $1.2 \times 10^{3}$ กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร

8.4 หลอดแก้วปลายเปิดมีพื้นที่ภาคตัดขวาง 1 ตารางเซนติเมตร ตั้งติดอยู่กับปากอ่างสูง 1 เซนติเมตร ซึ่งอ่างนี้มีพื้นที่ภาคตัดขวาง 100 ตารางเซนติเมตร เติมน้ำลงทางหลอดจนสูง 100 เซนติเมตร จากก้นอ่าง ดังรูป



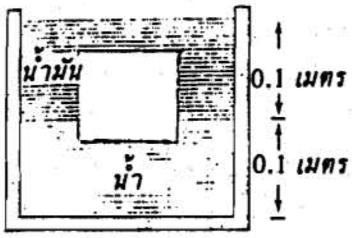

ก. แรงที่น้ำดันก้นอ่างเป็นเท่าใด

ข. น้ำทั้งหมดหนักเท่าใด

**ตอบ** ก. 98 นิวตัน

ข. 1.95 นิวตัน

8.5 ไม้รูปลูกบาศก์ยาวด้านละ 0.1 เมตร ลอยอยู่ระหว่างน้ำและน้ำมัน ดังรูป ด้านล่างอยู่ต่ำกว่าผิวสัมผัสระหว่างน้ำมันและน้ำ 0.02 เมตร น้ำมันมีความหนาแน่น 600 กิโลกรัม-เมตร$^{-3}$ จงหา



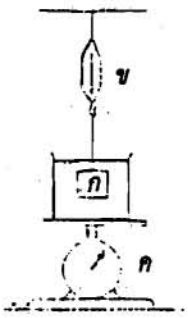

รูปตามแบบฝึกหัดที่ 8.5

ก. มวลของไม้

ข. ความดันเกจที่ด้านล่างของไม้

**ตอบ** 0.68 kg, 184 N/m$^2$

8.6 ผูกวัตถุ ก ด้วยเชือกที่แขวนติดกับตาชั่งสปริง ข และจุ่มอยู่ในของเหลวในบีกเกอร์ น้ำหนักของบีกเกอร์ 2 นิวตัน น้ำหนักของของเหลว 3 นิวตัน ตาชั่งสปริง ข อ่าน 5 นิวตัน และตาชั่ง ค อ่าน 15 นิวตัน ปริมาตรของวัตถุ $5 \times 10^{-3}$ ลูกบาศก์เมตร (ดูรูป)




รูปตามแบบฝึกหัดที่ 8.6

ก. จงหาน้ำหนักของของเหลวต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร

ข. ตาชั่งสปริง ข และตาชั่ง ค จะอ่านเท่าใด ถ้าวัตถุ ก ไม่จมอยู่ในของเหลว

**ตอบ** 3,000 N/m$^3$ ; 15 N, 5N

8.7 ลูกสูบของแม่แรงไฮดรอลิกมีรัศมี 5 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร

ก. จะต้องออกแรงที่ลูกสูบเล็กเท่าใด จึงจะได้แรงที่ลูกสูบใหญ่ 5,000 นิวตัน

ข. ความดันที่ลูกสูบใหญ่เท่ากับเท่าใด

ค. ความดันที่ลูกสูบเล็กเท่ากับเท่าใด

**ตอบ** ก. 139 N, ข. 17.7 kPa, ค. 17.7 kPa

8.8 วางลวดเหล็กเส้นรอบวงยาว 160 มิลลิลิตร หย่อนให้แตะแอลกอฮอล์ ปรากฏว่าต้องออกแรงดึง (อันเนื่องจากแรงตึงผิว) $7.72 \times 10^{-3}$ นิวตัน จึงจะดึงวงลวดออกจากของเหลวได้ จงหาความตึงผิวของแอลกอฮอล์

**ตอบ** 0.024 นิวตันต่อเมตร

8.9 หลอดคะปิลลารี ซึ่งมีรัศมีภายใน 0.3 มิลลิเมตร จุ่มลงไปในน้ำ

ก. จงหาน้ำหนักของน้ำที่ขึ้นมาในหลอดเหนือระดับปกติด้วยสภาพคะปิลลารี

ข. จงหาความสูงของน้ำในหลอด

**ตอบ** ก. $1.37 \times 10^{-4}$ นิวตัน ข. 49.5 มิลลิเมตร

8.10 กาลักน้ำ มีพื้นที่หน้าตัดของท่อเท่ากับ 50 ตารางมิลลิเมตร $h = 0.4$ เมตร

ก. จงหาความเร็วของการไหลที่ปลายล่างของท่อ

ข. จงหาปริมาตรของของไหลต่อนาทีที่ไหลออกไป

**ตอบ** ก. 2.8 เมตรต่อวินาที ข. 8.4 ลิตรต่อนาที

8.11 อัตราเร็วของน้ำในสายกระแสเท่ากับ 5 เมตรต่อวินาที ผ่านท่อช่วงแรกซึ่งมีพื้นที่หน้าตัด 480 ตารางมิลลิเมตร จากนั้นท่อลดระดับต่ำลงมา 10 เมตร และมีพื้นที่หน้าตัด 960 ตารางมิลลิเมตร ถ้าให้ความกดดันในท่อช่วงแรกเท่ากับ 180 กิโลปาสกาล จงหาอัตราเร็วของของไหลและความกดดันในท่อช่วงที่สอง

**ตอบ** 2.5 เมตรต่อวินาที, 287 กิโลปาสกาล

8.12 ปีกเครื่องบินแต่ละข้างมีพื้นที่ 25 ตารางเมตร ถ้าอัตราเร็วของอากาศเหนือปีกเครื่องบินเท่ากับ 65 เมตรต่อวินาที และใต้ปีกเครื่องบินเท่ากับ 50 เมตรต่อวินาที ความหนาแน่นของอากาศเท่ากับ 1 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร จงหาแรงยกปีกเครื่องบิน

**ตอบ** $2.16 \times 10^{4}$ นิวตัน