บทที่ 4
งานและพลังงาน

เค้าโครงเรื่อง

4.1 งานโดยแรงคงตัว
งานที่กระทำโดยแรงคงตัวต่าง ๆ
4.2 งานเป็นปริมาณสเกลาร์
คำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์
4.3 งานโดยแรงไม่คงตัวในหนึ่งมิติ
การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวในสปริง
4.4 งานโดยแรงไม่คงตัวในสองมิติ
การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวในระบบลูกตุ้มอย่างง่าย
4.5 งานและพลังงาน
ทฤษฎีงาน-พลังงาน
4.6 กำลังงาน
กำลังงานเฉลี่ยและกำลังม้า
4.7 กฎการคงตัวของพลังงาน
การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ พลังงานศักย์และพลังงานกล
4.8 แรงอนุรักษ์และพลังงานศักย์
การหาแรงอนุรักษ์จากพลังงานศักย์

สาระสำคัญ

1. งานที่เกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุ คือ ผลคูณของขนาดของแรงกับการกระจัด
(ก) ในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงคงตัว

$$\text{งาน } (W) = \mathbf{F}.\mathbf{s} = Fs\cos\theta$$

(ข) ในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงไม่คงตัว

$$W = \int_i^f \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

2. พลังงานจลน์ของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v (ในกรณีที่ v<<c นั่นคือ v มีค่าน้อยกว่าความเร็วแสงในสุญญากาศ) คือ ผลคูณระหว่างครึ่งหนึ่งของมวลกับกำลังสองของอัตราเร็วของวัตถุ

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2$$

3. "ทฤษฎีงาน-พลังงาน" กล่าวว่า งานโดยแรงคงตัวที่กระทำต่อวัตถุทำให้เกิดการเคลื่อนที่จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุ

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

4. กำลังงาน คือ อัตราการทำงานในช่วงเวลาหนึ่ง ๆซึ่งหมายถึงอัตราการถ่ายโอนพลังงานด้วย

$$P = \frac{dw}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

5. กฎการทรงตัวของพลังงานกลกล่าวว่า "พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว"

$$E \equiv K + U$$

หรือ $K_i + U_i = K_f + U_f$

โดยอีกนัยหนึ่งอาจกล่าวได้ว่า "การเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในปริมาณที่เท่ากัน แต่เป็นไปในทางตรงข้ามกัน"

$$\Delta K = -\Delta U$$

หรือ "พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว"

6. แรงอนุรักษ์ หมายถึง "แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งและก่อให้เกิดงานซึ่งไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุดทั้งสอง"

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx$$

และจะหาแรงอนุรักษ์ได้จากอัตราการลดลงของพลังงานศักย์ต่อระยะกระจัดที่เพิ่มขึ้น

$$F_x = -\frac{du}{dx}$$

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. ให้คำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์ได้และบอกได้ว่าในกรณีใดจะมีงานกระทำหรือไม่
2. อธิบายความหมายของแรงอนุรักษ์และแรงไม่อนุรักษ์ได้
3. คำนวณหางาน กำลังงาน และพลังงานในรูปต่างๆ โดยเฉพาะพลังงานจลน์และพลังงานศักย์สำหรับระบบลูกตุ้มอย่างง่าย และระบบมวลกับสปริงได้

โดยทั่วไปการออกแรงกระทำสิ่งใดย่อมจะก่อให้เกิดผลของการกระทำนั้นอย่างใดอย่างหนึ่งเสมอ และเรียกผู้ที่ดำเนินการว่าผู้ปฏิบัติงานนั้น จึงหมายความว่าผลของแรงกระทำที่ได้รับคืองาน แต่ในบางครั้งการออกแรงกระทำอาจจะไม่ก่อให้เกิดผลลัพธ์ตามที่ต้องการ ดังนั้น ผู้ออกแรงกระทำในกรณีนี้จึงไม่มีผลงาน เช่นการออกแรงผลักผนังกำแพงแต่ไม่สามารถทำให้ผนังนั้นเคลื่อนที่ไปตามแรงผลัก จึงถือว่าการออกแรงกระทำในกรณีนี้ไม่ก่อให้เกิดงาน แม้ว่าผู้ออกแรงจะสูญเสียพลังงานของตนไปสักเท่าใดก็ตาม นอกจากนี้ ยังมีการออกแรงกระทำสิ่งอื่น ๆ ซึ่งไม่ก่อให้เกิดงานอีกมาก ในทางฟิสิกส์จึงพิจารณางานและพลังงานที่เป็นผลของแรงกระทำตามความหมายที่กำหนดไว้อย่างชัดเจน เพื่อไม่ให้เกิดความสับสน เนื่องจากงานและพลังงานมีความสำคัญทั้งในทางวิทยาศาสตร์และในการนำไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน โดยเฉพาะในปัจจุบันเราต้องอาศัยพลังงานหลายรูปแบบ ได้แก่ พลังงานกล พลังงานความร้อน พลังงานไฟฟ้า พลังงานเคมี พลังงานนิวเคลียร์และอื่น ๆ โดยพลังงานรูปหนึ่งจะเปลี่ยนไปเป็นอีกรูปหนึ่ง ดังเช่นการเปลี่ยนพลังงานไฟฟ้าให้เป็นพลังงานกลในการใช้กระแสไฟฟ้าทำให้พัดลมหมุน ซึ่งกล่าวได้ว่าพลังงานไม่สูญหายไปไหนหรือกล่าวได้ว่า **พลังงานไม่สามารถสร้างขึ้นได้และไม่สามารถทำลายได้ตามกฎการคงตัวของพลังงาน** โดยที่กฎนี้เป็นกฎที่สำคัญกฎหนึ่งในทางฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยาตลอดจนวิศวกรรมศาสตร์ ดาราศาสตร์ และธรณีวิทยา

ในบทนี้จะศึกษางานและพลังงานในเชิงกลศาสตร์เท่านั้น โดยเมื่อวัตถุได้รับแรงกระทำจนทำให้วัตถุเคลื่อนที่ออกไปจากตำแหน่งเดิม ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันดังกล่าวแล้วในบทก่อนแรงกระทำต่อวัตถุจะก่อให้เกิดงานในทางฟิสิกส์ โดยเฉพาะเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปตามทิศทางที่แรงกระทำในกรณีที่แรงกระทำเป็นแรงคงตัว แต่ถ้าหากวัตถุเคลื่อนที่ไปตามทิศทางอื่นซึ่งไม่ใช่ทิศของแรงกระทำ หรือถ้าหากแรงกระทำไม่ใช่แรงคงตัว จึงต้องกำหนดคำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์และพลังงานให้ชัดเจนดังกล่าวแล้ว โดยที่งานและพลังงานคือปริมาณเดียวกัน แต่จะพิจารณาในกรณีที่ต่างกัน จึงจะศึกษาโดยละเอียดในบทนี้ต่อไปตามลำดับ

4.1 งานโดยแรงคงตัว

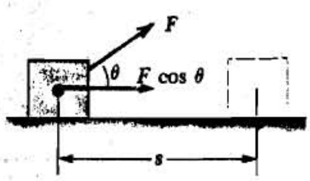
เพื่อให้การศึกษา "งาน" ซึ่งเกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุง่ายขึ้น จะพิจารณาแรงกระทำที่เป็น "แรงคงตัว" ทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงตามทิศทางที่แรงกระทำ ในกรณีนี้กล่าวได้ว่าแรงกระทำต่อวัตถุก่อให้เกิดงาน ตามความสัมพันธ์ดังนี้

$$\text{งาน } (W) = \text{แรง } (F) \times \text{การกระจัด } (s) \qquad \text{.......4.1}$$

โดยความสัมพันธ์ข้างต้นจะกำหนดคำจำกัดความของงานที่เกิดจากการออกแรงกระทำต่อวัตถุคือ ผลคูณของขนาดของแรง (F) กับระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ซึ่งเรียกว่าการกระจัด (s)

แต่ถ้าหากวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศทางอื่นซึ่งไม่ใช่ทิศทางที่แรงกระทำ ในกรณีนี้งานที่ได้รับจะต้องเป็นไปตามคำจำกัดความของงานที่กล่าวแล้วข้างต้นนี้เช่นเดียวกันโดยจะต้องพิจารณางานจากแรงกระทำต่อวัตถุคือ ผลคูณของแรงซึ่งแตกออกตามแนวเส้นตรงที่วัตถุเคลื่อนที่กับระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ ตามรูปที่ 4.1 ดังนี้

$$W = (F \cos \theta)s \qquad \text{........4.2}$$



รูปที่ 4.1 แรง F กระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัด s ในทิศทำมุม θ กับแรงกระทำ งานที่เกิดจากแรงกระทำต่อวัตถุจึงต้องพิจารณาจากแรงกระทำในทิศทางที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามคำจำกัดความของงานในทางฟิสิกส์ นั่นคือ งาน = $(F \cos \theta)s$

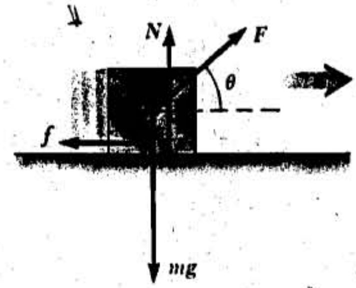
ขอให้สังเกตว่าความสัมพันธ์ตามสมการ 4.2 เหมือนกับสมการ 4.1 ในกรณีที่ θ เป็นศูนย์ จะได้ว่างานที่กระทำโดยแรง **F** คือ Fs ดังนั้นความสัมพันธ์ตามสมการ 4.1 จึงนับได้ว่าเป็นกรณีโดยเฉพาะเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกับแรงกระทำ ส่วนความสัมพันธ์ตามสมการ 4.2 เป็นกรณีทั่วไป ซึ่งวัตถุเคลื่อนที่ไปในทิศอื่นที่ไม่มีทิศของแรงกระทำ และถ้าหาก θ เป็น 90° จะไม่มีแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางของการกระจัด จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้นต่อวัตถุ เช่น การออกแรงถือสิ่งของใด ๆ จากสถานที่หนึ่งไปยังอีกสถานที่หนึ่ง เนื่องจากแรงกระทำอยู่ในทิศทางตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ แม้ว่าแรงกระทำนั้นจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปในแนวระนาบก็ตาม และแม้ว่าผู้ออกแรงจะรู้สึกเมื่อยล้าสักเท่าใดก็ตาม ในกรณีนี้จะไม่เกิดงานทางฟิสิกส์แต่ประการใด

ตามคำจำกัดความสำหรับงานดังกล่าวข้างต้น จึงสรุปได้ว่าจะมีงานกระทำโดยแรง **F** ต่อวัตถุในกรณีดังต่อไปนี้

1. วัตถุเคลื่อนที่โดยมีการกระจัด s ไม่เป็นศูนย์
2. แรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่ ไม่เป็นศูนย์

โดยในกรณีแรก จะเห็นได้ว่าถ้าหากแรงกระทำต่อวัตถุไม่สามารถทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปจากตำแหน่งเดิม โดยที่ $s = 0$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.1 หรือ 4.2 จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ นั่นคือไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้น ดังเช่น การออกแรงผลักสิ่งของใด ๆ แต่สิ่งนั้นยังติดตรึงอยู่ที่เดิม แม้ว่าผู้ออกแรงกระทำนั้นจะสูญเสียพลังงานภายในของตนไปสักเท่าใดก็ตาม แต่กล่าวได้ว่าไม่มีงานใด ๆ เกิดขึ้นจากการออกแรงกระทำเช่นนี้ในทางฟิสิกส์ ซึ่งนับว่าไม่แตกต่างจากการพิจารณาถึงงานในการปฏิบัติงานโดยทั่วไปแต่อย่างใด เนื่องจากหากผู้ใดได้รับมอบหมายให้กระทำกิจการหนึ่ง ๆ แต่ไม่สามารถกระทำกิจการนั้นให้ลุล่วงไปได้ตามแนวทางที่ได้รับมา ก็นับได้ว่าผู้นั้นไม่มีผลงานของตนและจะไม่สมควรได้รับความดีความชอบเป็นการตอบแทนด้วย

สำหรับกรณีที่สองถ้าหากแรงกระทำต่อวัตถุตั้งฉากกับทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่โดยที่ $\theta = 90^\circ$ จะได้ว่า $\cos 90^\circ = 0$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.2 จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์ ดังนั้น จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงนั้น ดังเช่น การออกแรงถือสิ่งของให้เคลื่อนที่ไปในแนวตั้งฉากกับแรงกระทำดังกล่าวข้างต้น นอกจากนี้ ยังมีแรงกระทำต่อวัตถุในการพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุทางฟิสิกส์ซึ่งตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ของวัตถุเสมอ คือ แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก (N) ดังที่ได้ศึกษาแล้วในบทก่อนและแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก กระทำต่อวัตถุซึ่งอยู่บนพื้นระนาบ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.2 จะเห็นว่าทั้งงานโดยแรงปฏิกิริยาตั้งฉากและงานโดยแรงโน้มถ่วงกระทำต่อวัตถุจะเป็นศูนย์ เนื่องจากแรงทั้งสองกระทำต่อวัตถุในทิศตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ของวัตถุ และเมื่อแตกแรงกระทำต่อวัตถุนี้ไปในทิศทางที่วัตถุเคลื่อนที่จะเป็นศูนย์



รูปที่ 4.2 เมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัดบนพื้นระนาบซึ่งขรุขระด้วยแรง F ทำมุม θ กับทิศของการเคลื่อนที่ โดยมีแรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N กระทำต่อวัตถุตรงผิวสัมผัสและแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกต่อวัตถุ mg ในทิศตั้งฉากกับทิศของการเคลื่อนที่ ทั้งสองแรงนี้จะไม่ก่อให้เกิดงานในทางฟิสิกส์ นอกจากนี้ยังมีแรงเสียดทาน f กระทำต่อวัตถุในทิศตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุจึงมีงานเนื่องจากแรงเสียดทาน $= -fs$ และงานเนื่องจากแรง $F = (F \cos \theta)s$

ข้อสังเกตอีกประการหนึ่งในการศึกษางานตามคำจำกัดความข้างต้น จะพบว่างานอาจมีเครื่องหมายเป็นบวกหรือลบอย่างใดอย่างหนึ่ง ทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับทิศทางของแรง F เมื่อเทียบกับการกระจัด s โดยถ้าหากแรงกระทำที่แตกออกไปในทิศของการเคลื่อนที่ อยู่ในทิศทางเดียวกันกับทิศของการเคลื่อนที่ จะได้งานโดยแรงนั้นเป็นบวก ดังเช่น การออกแรงยกวัตถุขึ้นจากพื้นเนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับแรงกระทำ จึงได้ว่างานโดยแรงยกวัตถุเป็นบวก แต่งานโดยแรงโน้มถ่วงจะเป็นลบเนื่องจากแรงดึงดูดของโลกกระทำในทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุในขณะเดียวกันกับที่วัตถุถูกยกขึ้นจากพื้นนี้ โดยที่มุม $\theta = 180^\circ$ ในกรณีที่แรงกระทำในทิศตรงข้ามกับทิศของการเคลื่อนที่ ดังนั้น $\cos\theta = -1$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.2 จะเป็นลบเสมอ เนื่องจากแรงเสียดทาน f กระทำในทิศทางซึ่งต้านทานการเคลื่อนที่ของวัตถุ จึงอยู่ในแนวตรงข้ามกับทิศของการเคลื่อนที่เช่นเดียวกัน ดังนั้น งานกระทำโดยแรงเสียดทาน คือ

$$W_f = -fs \qquad \text{........4.3}$$

สำหรับงานโดยแรงกระทำต่อวัตถุในทิศทางเดียวกันกับการเคลื่อนที่ของวัตถุนั้นคือ $\theta = 0$ ดังนั้น $\cos\theta = 1$ จึงได้ความสัมพันธ์ ดังสมการ 4.1 คือ

$$W = Fs \qquad \text{........4.4}$$

ในการคำนวณหาปริมาณงานใด ๆ ในระบบเอสไอ จะมีหน่วยเป็นนิวตัน.เมตร (N.m) หรือเรียกว่า จูล (J) เนื่องจากแรงในระบบเอสไอมีหน่วยเป็นนิวตัน และการกระจัดมีหน่วยเป็นเมตร ดังตัวอย่างการหางานโดยแรงกระทำต่อวัตถุต่อไปนี้

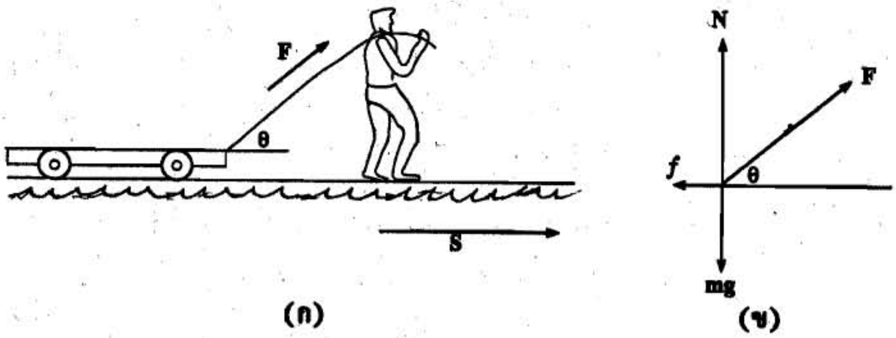
ตัวอย่าง 4.1 ชายคนหนึ่งลากล้อเลื่อนไปตามพื้นถนนขรุขระ ด้วยแรงคงตัวในขนาด 50 นิวตัน ซึ่งทำมุม 37° กับพื้นราบ โดยมีแรงเสียดทาน 10 นิวตัน ต้านทานการเคลื่อนที่ของล้อเลื่อน ถ้าเขาลากล้อเลื่อนไปได้ระยะทาง 3 เมตร จงหา

ก. งานที่ชายกระทำ

ข. งานที่กระทำโดยแรงเสียดทาน

ค. งานสุทธิที่กระทำโดยแรงทั้งหมด

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.3 (ก) และแทนค่าต่าง ๆ ลงในสมการ 4.2



รูปที่ 4.3 ตามข้อมูลในตัวอย่าง 4.1
(ก) ชายคนหนึ่งลากล้อเลื่อนไปเป็นระยะทาง s ด้วยแรง F ตามแนวเชือกซึ่งทำมุม θ กับพื้นระนาบ
(ข) แสดงแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อล้อเลื่อนทั้งขนาดและทิศทาง

โดยการแทนค่า $F = 50$ N, $\theta = 37°$ และ $s = 3$ m ลงในสมการ 4.2 จะได้งานที่ชายนั้นกระทำ

$$W_F = (F\cos\theta)\,s = (50\text{N})(\cos 37°)(3\text{ m})$$
$$= 120\text{ N.m} = 120\text{ J}$$

ข. โดยการแทนค่า $f = 10$ N และ $s = 3$ m ลงในสมการ 4.3 จะได้งานที่กระทำโดยแรงเสียดทาน

$$W_f = -fs = (-10\text{ N})(3\text{ m}) = -30\text{ N.m} = -30\text{ J}$$

ค. พิจารณารูปที่ 4.3 (ข) จะเห็นว่า แรงปฏิกิริยาตั้งฉาก N และแรงโน้มถ่วง mg ตั้งฉากกับการเคลื่อนที่ จึงไม่มีงานกระทำโดยแรงทั้งสองนี้ ดังนั้น งานสุทธิที่กระทำต่อล้อเลื่อนคือผลรวมของผลลัพธ์ในข้อ ก. และ ข. ดังนี้

$$W_{\text{สุทธิ}} = W_F + W_f = 120\text{ J} - 30\text{ J} = 90\text{ J}$$

4.2 งานเป็นปริมาณสเกลาร์

งานตามคำจำกัดความดังกล่าวแล้วในตอนก่อน โดยเฉพาะตามความสัมพันธ์ในสมการ 4.2 อาจเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$W = \mathbf{F}.\mathbf{s} = Fs\cos\theta \qquad \text{........4.5}$$

ซึ่งจะเห็นว่า งานเป็นปริมาณสเกลาร์ แม้ว่าทั้ง **F** และ **s** จะเป็นปริมาณเวกเตอร์แต่เนื่องจากเรากำหนดให้งานเป็นผลคูณของแรงกับการกระจัดในทิศทางที่แตกแรงออกมาในทิศการกระจัด ดังนั้นจึงเป็นการคูณแบบสเกลาร์ และผลคูณที่ได้เป็นปริมาณสเกลาร์

ข้อที่ควรสังเกตในการหาปริมาณงานที่กระทำโดยแรงใด ๆ จากสมการ 4.2 หรือ 4.5 จะเห็นว่า เราอาจเขียน $(F\cos\theta)\,s$ หรือ $F(s\cos\theta)$ โดยไม่ทำให้ผลลัพธ์แตกต่างกัน นั่นคือ เราสามารถหางานได้ 2 วิธีด้วยกัน วิธีหนึ่งจะพิจารณาจากผลคูณของแรงกระทำในทิศของการเคลื่อนที่กับการกระจัด และอีกวิธีหนึ่งจะเป็นผลคูณของแรงกับการกระจัดในทิศของแรง ทั้งนี้เนื่องมาจากลักษณะเฉพาะของการคูณแบบสเกลาร์ ดังนี้

1. การคูณแบบสเกลาร์สามารถสลับตัวคูณได้ นั่นคือ

$$\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = \mathbf{B}\,.\,\mathbf{A} \qquad \text{........4.6}$$

2. การคูณแบบสเกลาร์สามารถแยกองค์ประกอบได้ นั่นคือ

$$\mathbf{A}\,.\,(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} + \mathbf{A}\,.\,\mathbf{C} \qquad \text{........4.7}$$

และ $$m\,(\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B}) = (m\mathbf{A})\,.\,\mathbf{B} \qquad \text{........4.8}$$

โดยที่ m เป็นปริมาณสเกลาร์

3. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองตั้งฉากกัน นั่นคือ

   เมื่อ $\theta = 90^\circ$ จะได้ว่า $\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = 0$ 4.9

4. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นลบ เมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางตรงกันข้าม

   นั่นคือ เมื่อ $\theta = 180^\circ$ จะได้ว่า $\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = -AB$ 4.10

5. การคูณแบบสเกลาร์จะได้ผลลัพธ์เป็นบวกเมื่อเวกเตอร์ทั้งสองมีทิศทางเดียวกัน

   นั่นคือ เมื่อ $\theta = 0^\circ$ จะได้ว่า $\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = AB$ 4.11

ในการพิจารณาเวกเตอร์ตามแกนพิกัดฉาก 3 มิติ ซึ่งประกอบด้วยแกน x, y และ z โดยมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ในแต่ละแกนตามลำดับ จะได้ผลคูณสเกลาร์สำหรับเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทำนองเดียวกัน ดังนี้

$$\hat{i}\cdot\hat{i} = \hat{j}\cdot\hat{j} = \hat{k}\cdot\hat{k} = 1 \qquad ......4.12$$

$$\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{i}\cdot\hat{k} = \hat{j}\cdot\hat{k} = 0 \qquad ......4.13$$

โดยที่

$$\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} \qquad ......4.14$$

$$\mathbf{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k} \qquad ......4.15$$

จะได้

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad ......4.16$$

และในกรณีที่ **A** = **B** จะได้

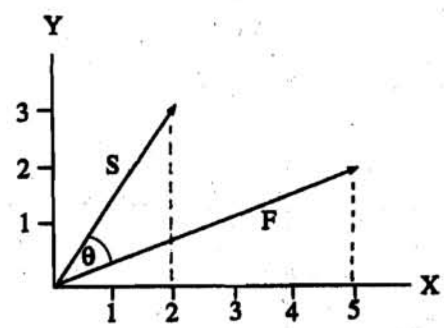
$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2 \qquad ......4.17$$

ตัวอย่าง 4.2 วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ในระนาบ xy ด้วยการกระจัด $s = 2\hat{i} + 3\hat{j}$ เมตร โดยมีแรงกระทำ $F = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ นิวตัน จงหา

ก. ปริมาณการกระจัด ขนาดของแรงและมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

ข. งานที่กระทำโดยแรง F

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.4 และแทนค่าลงในสมการ 4.17 จะได้



รูปที่ 4.4 ตามตัวอย่าง 4.2 การกระจัด s และแรง F ทำมุม θ อยู่ในระนาบ xy

ปริมาณการกระจัด, $s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13} = 3.16$ เมตร

ขนาดของแรง, $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = \sqrt{29} = 5.39$ นิวตัน

และโดยการแทนค่าลงในสมการ 4.5 จะได้

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{F}\cdot\mathbf{s}}{Fs} = \frac{(5\hat{i} + 2\hat{j})\cdot(2\hat{i} + 3\hat{j})}{\sqrt{29}\ \sqrt{13}}$$

$$= \frac{5\hat{i}\cdot 2\hat{i} + 5\hat{i}\cdot 3\hat{j} + 2\hat{j}\cdot 2\hat{i} + 2\hat{j}\cdot 3\hat{j}}{\sqrt{377}}$$

$$= \frac{10 + 0 + 0 + 6}{19.42} = \frac{16}{19.42} = 0.82$$

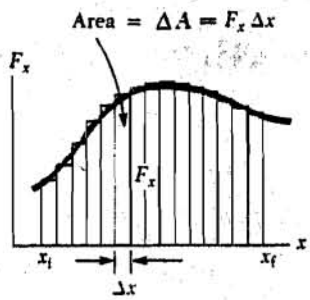
มุมระหว่าง s และ F คือ $\theta = \cos^{-1} 0.82 = 34.9$

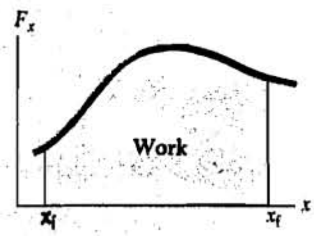
ข. แทนค่า F และ s ลงในสมการ 4.5 จะได้

$$\text{งาน, } W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = (5\hat{i} + 2\hat{j}) \cdot (2\hat{i} + 3\hat{j}) = 16 \text{ N.m} = 16 \text{ J}$$

4.3 งานโดยแรงไม่คงตัวในหนึ่งมิติ

ในตอนนี้จะพิจารณางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัว ซึ่งมีขนาดเปลี่ยนแปลงไปดังรูปที่ 4.5 ขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ไปในแกน x จากจุดเริ่มต้น x_i ไปสู่จุดสุดท้าย x_f จะเห็นว่า F มีขนาดเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่ง x ดังนั้น F จึงเป็นฟังก์ชันของ x หรือเขียนได้ว่า $F = F(x)$ ในกรณีนี้เราไม่สามารถอาศัยสมการ 4.2 หรือ 4.5 คือ $W = (F \cos \theta)s = F(s \cos \theta)$ เนื่องจากสมการนี้ใช้ได้เฉพาะกรณีที่ F คงตัว (ดูคำจำกัดความของงานในตอน 4.1)





รูปที่ 4.5 เพื่อให้สามารถคำนวณหางานโดยแรงไม่คงตัวดังกล่าวข้างต้น จึงต้องพิจารณาแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทางในช่วงสั้น ๆ ดังรูปที่ 4.5 (ก) จะเห็นว่า F_x มีขนาดเกือบคงตัวในช่วงสั้น ๆ นี้ ดังนั้น งานโดยแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยการกระจัด Δx คือ $F_x \Delta x$ และจะหางานทั้งหมดได้จากผลรวมของ $F_x \Delta x$ ตลอดระยะทางจาก x_i ถึง x_f ซึ่งคือพื้นที่ใต้เส้นโค้งในรูปที่ 4.5 (ข)

การหางานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวข้างต้นนี้ จะต้องพิจารณาแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปด้วยการกระจัดช่วงสั้น ๆ Δx ดังรูปที่ 4.5 (ก) เพื่อที่จะได้ว่าแรงกระทำต่อวัตถุในทิศการเคลื่อนที่ x คือ F_x มีขนาดเกือบคงตัวในช่วงสั้น ๆ Δx จึงสามารถหางานได้จากสมการ 4.2 หรือ 4.5 เป็นปริมาณงานที่ F_x กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไป Δx ดังนี้

$$\Delta W = F_x \Delta x \qquad \text{......4.18}$$

จะเห็นว่าความสัมพันธ์ในสมการ 4.7 คือ พื้นที่ใต้เส้นโค้งในช่วงซึ่งแรเงาไว้ในรูปที่ 4.5 (ก) เมื่อนำพื้นที่ใต้เส้นโค้งในช่วงอื่น ๆ ซึ่งแบ่งไว้เท่า ๆ กันเป็นระยะ Δx มารวมกันตั้งแต่วัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากจุดเริ่มต้น x_i ไปจนถึงจุดสุดท้าย x_f จะได้ว่าพื้นที่ใต้เส้นโค้งทั้งหมดจาก x_i ถึง x_f ในรูปที่ 4.5 (ข) มีค่าใกล้เคียงกับงานที่กระทำโดยแรงไม่คงตัวนี้ นั่นคือ

$$W \cong \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x \qquad \text{......4.19}$$

ถ้าหากจะพิจารณาการกระจัดในช่วงสั้นมาก ๆ เกือบเป็นศูนย์ จะได้ว่างานที่กระทำทั้งหมดคือพื้นที่ใต้เส้นโค้งอย่างแท้จริง และจะเขียนสมการ 4.18 เสียใหม่ในรูปอินทิกรัลได้ดังนี้

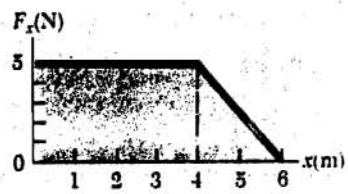
$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

นั่นคือ

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad \text{......4.20}$$

โดยในที่นี้ใช้เครื่องหมาย ∫ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์แทนอักษร S เป็นอักษรย่อมาจาก summation = การรวมกัน ในการอินทิเกรตตามหลักแคลคูลัส และจะได้ว่า W = พื้นที่ใต้เส้นโค้งระหว่าง x_i ถึง x_f

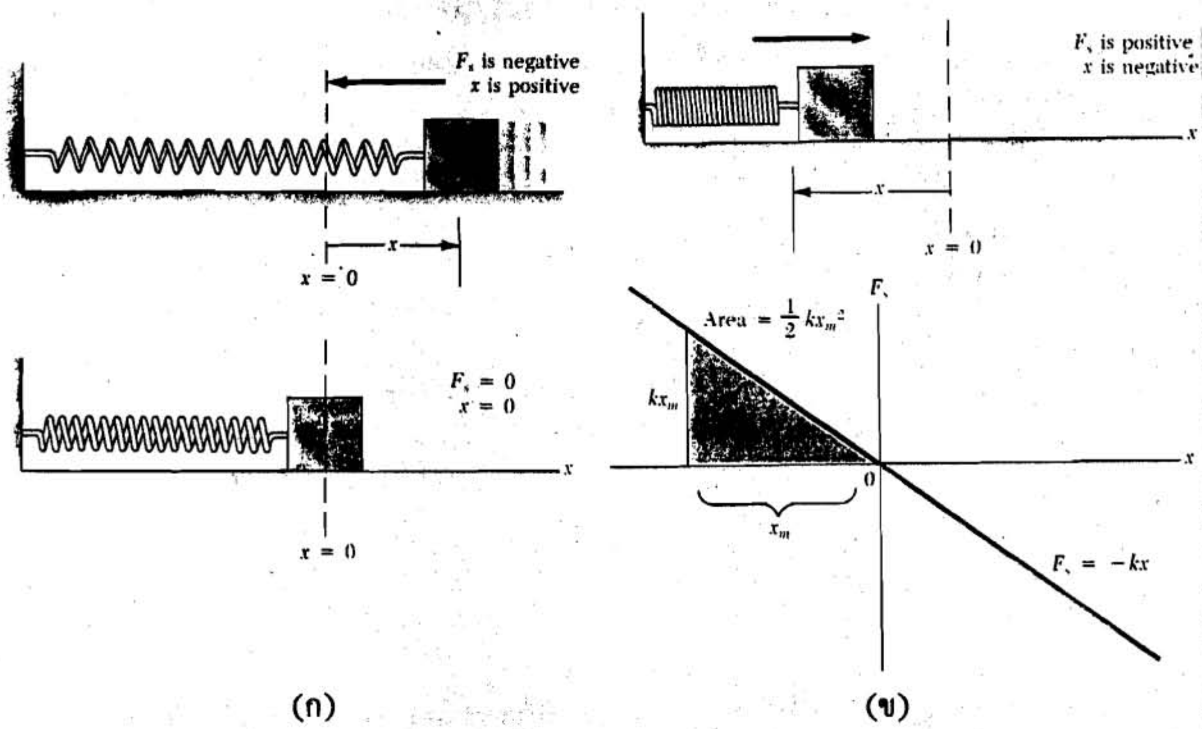
ตัวอย่าง 4.3 วัตถุหนึ่งได้รับแรงกระทำซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามการเคลื่อนที่ของวัตถุในแกน x ดังรูปที่ 4.6 จงหางานที่แรงนี้กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่จาก x = 0 ไปยัง x = 6 เมตร



รูปที่ 4.6 ตามตัวอย่าง 4.3 จะหางานที่กระทำทั้งหมดได้จากพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.6 และหาพื้นที่ใต้เส้นกราฟตามสมการ 4.20 จะได้ว่าพื้นที่ใต้เส้นกราฟจาก x = 0 ถึง x = 4 เมตร = (4)(5) N.m = 20 J พื้นที่ใต้เส้นกราฟจาก x = 4 ถึง x = 6 เมตร = 1/2 (2) (5) N.m = 5 J ดังนั้น งานทั้งหมด = 25 J

ตัวอย่าง 4.4 วัตถุหนึ่งเคลื่อนที่ไปบนพื้นระนาบโดยยึดติดกับสปริง ซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง, k = 80 นิวตัน. เมตร ถ้าสปริงถูกอัดจากตำแหน่งสมดุลไป 3.0 เซนติเมตร ดังรูปที่ 4.7 จงหางานที่กระทำโดยแรงคืนตัวของสปริง F = - kx ซึ่งทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล



รูปที่ 4.7 แรงคืนตัวของสปริงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล x = 0
(ก) เมื่อสปริงถูกอัดทำให้วัตถุเคลื่อนที่ไปทาง x เป็น - จะมีแรงคืนตัวของสปริง F = kx ทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล และ
(ข) งานที่ทำโดยแรงคืนตัวของสปริงใน (ก) คือพื้นที่ใต้เส้นกราฟ

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.7 และแทนค่าลงในสมการ 4.20 จะได้

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F\,dx = \int_{-3\times10^{-2}}^{x_f} (kx)\,dx = \left.\frac{kx^2}{2}\right|_{-3\times10^{-2}}^{0}$$

$$= \frac{80}{2}[0^2 - (-3\times10^{-2})^2] = 3.6\times10^{-2}\ \text{J}$$

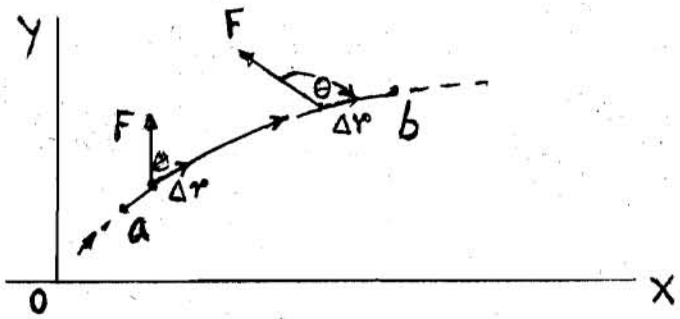
กิจกรรม 4.1

ให้นักศึกษาแสดงการหางานในตัวอย่าง 4.3 โดยวิธีอินทิเกรต

4.4 งานโดยแรงไม่คงตัวในสองมิติ

โดยทั่วไปแรงที่กระทำต่อวัตถุนอกจากจะเปลี่ยนแปลงขนาดดังกล่าวแล้วในตอนก่อนยังอาจเปลี่ยนทิศทางด้วย ซึ่งจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามแนวโค้งแทนที่จะเป็นแนวตรงในทิศทางเดียวดังที่ได้พิจารณาแล้วในหนึ่งมิติ จึงพิจารณางานโดยแรงไม่คงตัวซึ่งเปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางในสองมิติ ดังรูปที่ 4.8 ด้วยการคำนวณหางานที่กระทำโดยแรง **F** ในช่วงการกระจัดสั้น ๆ $\Delta \mathbf{r}$ ซึ่งมีทิศทางตามทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุจะได้

$$\Delta W = \mathbf{F} \cdot \Delta \mathbf{r} = F \cos\theta \, \Delta r \qquad \text{......4.21}$$



รูปที่ 4.8 แรงที่กระทำต่อวัตถุ **F** เปลี่ยนแปลงทั้งขนาดและทิศทางจึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้งด้วยการกระจัด $\Delta \mathbf{r}$ ซึ่งมีทิศทางเดียวกันกับความเร็วของวัตถุเนื่องจาก $\mathbf{v} = \Delta \mathbf{r}/\Delta t$

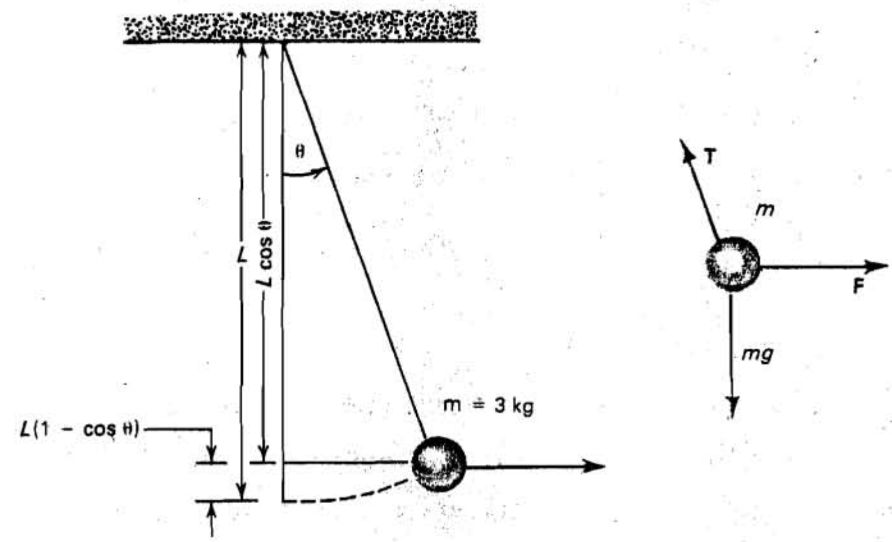
โดยการรวมงานทั้งหมดที่แรงกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จาก a ไป b ในช่วงการกระจัด $\Delta r \rightarrow 0$ จะเขียนสมการ 4.21 เสียใหม่ได้ดังนี้

$$W_{ab} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b F \cos\theta \, dr \qquad \text{......4.22}$$

และเนื่องจากสามารถแตกเวกเตอร์ของแรงและการกระจัดออกเป็นองค์ประกอบใน 2 มิติคือในแกน x และ y ดังรูปที่ 4.8 โดยที่ $\mathbf{F} = \hat{\imath} F_x + \hat{\jmath} F_y$ และ $d\mathbf{r} = \hat{\imath}\, dx + \hat{\jmath}\, dy$ โดยอาศัยความสัมพันธ์ในสมการ 4.12 และ 4.13 จะได้

$$W_{ab} = \int_a^b (F_x \, dx + F_y \, dy) \qquad \text{......4.23}$$

ตัวอย่าง 4.5 ระบบลูกตุ้มอย่างง่ายประกอบด้วยลูกตุ้มมวล m แขวนด้วยเชือกเบา (ไม่คิดน้ำหนักเชือก) ยาว L แกว่งตามเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี L จาก $\theta = 0$ ถึง $\theta = \theta_0$ ด้วยแรงกระทำในแนวระดับ **F** เพื่อดึงให้ลูกตุ้มแกว่งทำมุม $\theta = \theta_0$ ไปยังตำแหน่งซึ่งสูงกว่าเมื่อทำมุม $\theta = 0$ เป็นระยะ h ดังรูปที่ 4.9 จึงมีแรงกระทำต่อลูกตุ้มนอกจาก **F** คือแรงตึงในเส้นเชือก **T** และแรงโน้มถ่วงเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก mg จงหางานที่กระทำโดยแรง **F**



รูปที่ 4.9 (ก) ระบบลูกตุ้มอย่างง่ายประกอบด้วยลูกตุ้มมวล m (ไม่คิดขนาด) แขวนด้วยเชือกเบา (ไม่คิดน้ำหนักเชือก) ยาว L แกว่งด้วยการกระจัดมากที่สุดเมื่อทำมุม θ_0 กับแนวดิ่ง

(ข) แผนภาพแรงกระทำต่อลูกตุ้ม **F** ในแนวระนาบและแรงดึงในเส้นเชือก **T** และแรงโน้มถ่วง mg

วิธีทำ พิจารณาตามรูปที่ 4.9 (ก) ลูกตุ้มจะแกว่งด้วยการกระจัด ตามเส้นรอบวงของวงกลมรัศมี L และแทนค่าลงในสมการ 4.22 จะได้งานที่กระทำโดยแรง **F** คือ

$$W = \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} F \cos\theta \, dr \qquad \text{......4.22}$$

หรือแทนค่าลงในสมการ 4.23 จะได้

$$W = \int_{x=0,\, y=0}^{x=(L-h)\tan\theta_0,\, y=h} (F_x\, dx + F_y\, dy) \qquad \text{......4.23}$$

โดยอาศัยกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อที่ 1 แรงกระทำ F จะเปลี่ยนแปลงขนาดเพื่อให้สมดุลกับแรงตึงในเส้นเชือกตามแนวระนาบเสมอ (ดูรูปที่ 4.9 (ข)) นั่นคือ

$$F_x = T \sin\theta \qquad \text{......4.24}$$

และ

$$mg = T \cos\theta \qquad \text{......4.25}$$

เมื่อแทนค่า $T = mg/\cos\theta$ จากสมการ (4.25) ลงในสมการ 4.24 จะได้

$$F_x = mg\tan\theta \qquad \text{......4.26}$$

เนื่องจาก $F_y = 0$ โดยการแทนค่า F_x และ F_y ลงในสมการ 4.23 จะได้

$$W = \int_{x=0,\,y=0}^{x=(L-h)\tan\theta_0,\,y=h} mg\tan\theta\,dx \qquad \text{......4.27}$$

พิจารณารูปที่ 4.9 (ก) จะเห็นว่า

$$\tan\theta = dy/dx \quad \text{หรือ} \quad \tan\theta\,dx = dy \qquad \text{......4.28}$$

แทนค่า 4.28 ลงใน 4.27 จะเห็นว่างานที่กระทำโดยแรง F ขึ้นอยู่กับตัวแปร Y เท่านั้น ดังนี้

$$W = \int_{y=0}^{y=h} mg\,dy = mg\int_0^h dy = mgh \qquad \text{......4.29}$$

4.5 งานและพลังงาน

ในกรณีที่วัตถุได้รับแรงกระทำคงตัว ซึ่งเป็นกรณีที่ง่ายต่อการพิจารณาดังกล่าวข้างต้นแล้วนั้น ตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตันข้อ 2 แรงกระทำต่อวัตถุจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร่งคงตัวด้วย ดังนั้น ถ้าวัตถุเคลื่อนที่จาก $x_i = 0$ ไปยัง $x_f = s$ ด้วยแรง F_x จะได้งานกระทำโดยแรงนี้คือ

$$W = F_x s = (ma_x)s \qquad \text{......4.30}$$

โดยที่ $s = \frac{1}{2}(v_i + v_f)t$ และ $a_x = \frac{v_f - v_i}{t}$ 4.31

เมื่อแทนค่าความสัมพันธ์ในสมการ 4.31 ลงใน 4.30 จะได้

$$W = m\frac{(v_f - v_i)}{t}\frac{1}{2}(v_i - v_f)t$$

$$= \frac{1}{2}m\,v_f^2 - \frac{1}{2}m\,v_i^2 \qquad \text{......4.32}$$

โดยผลคูณระหว่างครึ่งหนึ่งของมวลกับกำลังสองของอัตราเร็วของวัตถุ คือ "พลังงานจลน์ (Kinetic energy)" ดังนี้

$$K = \frac{1}{2}m\,v^2 \qquad \text{......4.33}$$

จะเห็นว่า งานที่แรงกระทำต่อวัตถุในสมการ 4.32 เท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุที่เปลี่ยนแปลงไป นั่นคือ

$$W = K_f - K_i = \Delta K \qquad \text{..... 4.34}$$

จึงเรียกความสัมพันธ์ข้างต้นนี้ว่า "ทฤษฎีงาน-พลังงาน (Work-Energy Theorem) ซึ่งกล่าวว่า "งานโดยแรงคงตัวซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้เกิดการเคลื่อนที่จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น"

ในกรณีทั่วไปแรงกระทำต่อวัตถุไม่คงตัว แต่จะเป็นไปตามทฤษฎีงาน-พลังงานเช่นเดียวกัน ดังจะแสดงให้เห็นจริงได้ต่อไปนี้ โดยพิจารณาแรงทั้งหมดกระทำต่อวัตถุในแกน x คือ ΣF_x และตามกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้ $\Sigma F_x = ma$ เมื่อแทนค่าลงในสมการ 4.20 จะได้

$$W_{\text{สุทธิ}} = \int_{x_i}^{x_f} (\Sigma F_x) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx \qquad \text{......4.35}$$

เนื่องจาก F_x เปลี่ยนแปลงตาม x ดังนั้น ทั้งอัตราเร่ง a และอัตราเร็ว v จึงขึ้นอยู่กับ x ตามความสัมพันธ์ ดังนี้

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx} \qquad \text{......4.36}$$

โดยการแทนค่า 4.36 ลงใน 4.35 จะได้

$$W_{\text{สุทธิ}} = \int_{x_i}^{x_f} mv\frac{dv}{dx} dx = \int_{v_i}^{v_f} mv\, dv = \tfrac{1}{2} m v_f^2 - \tfrac{1}{2} m v_i^2 \qquad \text{......4.37}$$

นอกจากนั้น ถ้าหากวัตถุได้รับแรงกระทำไม่คงตัวทั้งขนาดและทิศทาง ซึ่งจะทำให้วัตถุเคลื่อนที่เป็นเส้นโค้ง ดังที่ได้ศึกษาแล้วในตอนที่ 4.3 และ 4.4 จะเป็นไปตามทฤษฎีงาน-พลังงานด้วย ซึ่งจะสรุปตามทฤษฎีงาน-พลังงานได้ว่า

1. งานโดยแรงใด ๆ กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น

2. ถ้างานสุทธิเป็นบวกจะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุเพิ่มขึ้น ($K_f > K_i$) นั่นคืออัตราเร็วของวัตถุจะมากขึ้น

3. ถ้างานสุทธิเป็นลบ จะเท่ากับพลังงานจลน์ของวัตถุลดลง ($K_f < K_i$) นั่นคืออัตราเร็วของวัตถุจะลดลง

4. งานที่ทำให้วัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วลดลงจนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง คือ พลังงานจลน์ของวัตถุ (จากบทสรุปข้อ 3)

ตัวอย่าง 4.6 แท่งวัตถุมวล 6 กิโลกรัม ถูกลากไปบนพื้นเรียบด้วยแรงคงตัวในแนวระนาบ 12 นิวตัน ทำให้วัตถุซึ่งอยู่นิ่งบนพื้นนั้นเคลื่อนที่ไปทางขวา เป็นระยะทาง 3 เมตร จงหาอัตราเร็วของวัตถุในตอนสุดท้ายในกรณีดังนี้

ก. ไม่คิดแรงเสียดทาน ($\mu_k = 0$)

ข. พื้นขรุขระ ($\mu_k = 0.15$)

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.10 (ก) และแทนค่าลงในสมการ 4.1 และ 4.34 จะได้

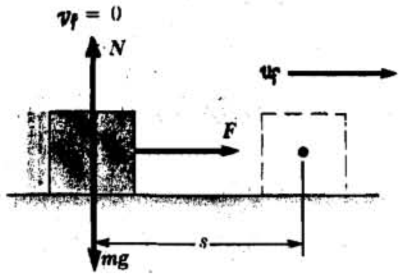
$$W_F = Fs = (12\ \text{N})(3\ \text{m}) = 36\ \text{N.m} = 36\ \text{J}$$

และ

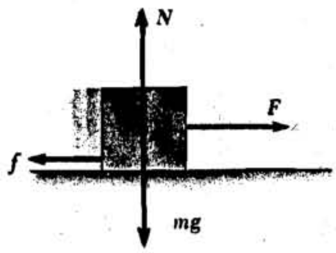
$$W_F = K_f - k_i = \tfrac{1}{2} m v_f^2 - 0 = 36\ \text{J}$$

$$v_f^2 = \frac{2(36\ \text{J})}{6\ \text{kg}} = 12\ \text{m}^2 . \text{s}^{-2}$$

$$v_f = 3.46\ \text{m.s}^{-1}$$



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.10 ตามข้อมูลในตัวอย่าง 4.6

(ก) วัตถุถูกลากไปบนพื้นเรียบด้วยแรงในแนวระนาบไปทางขวา

(ข) วัตถุถูกลากไปบนพื้นขรุขระ

ข. พิจารณารูปที่ 4.10 (ข) และแทนค่าลงในสมการ 4.3 และ 4.34 จะได้

$$W_f = -fs = -\mu\, mgs = (-0.15)(6\ \text{kg})(9.8\ \text{m.s}^{-2})(3\ \text{m})$$

$$= 26.5\ \text{J}$$

และ

$$W_{\text{สุทธิ}} = W_F + W_f = 36.0\ \text{J} - 26.5\ \text{J} = 9.50\ \text{J} = \tfrac{1}{2} m v_f^2$$

$$v_f^2 = \frac{2W_{\text{สุทธิ}}}{m} = \tfrac{19}{6}\text{m}^2 . \text{s}^{-2}$$

$$v_f = 1.78\ \text{m.s}^{-1}$$

ตัวอย่าง 4.7 จงหาอัตราเร่งของวัตถุในตัวอย่าง 4.6 ทั้งสองกรณี

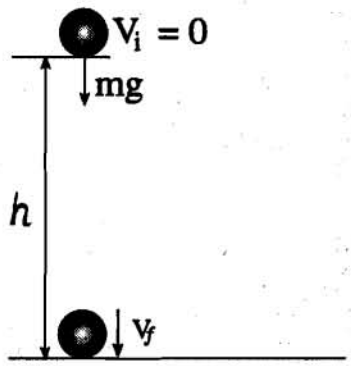
วิธีทำ โดยอาศัยกฎข้อที่สองของนิวตัน และแทนค่าลงในสมการดังต่อไปนี้

ก. $a = \frac{F}{m} = \frac{12\ N}{6\ kg} = 2\ m.s^{-2}$

ข. $a = \frac{F-f}{m} = \frac{(12-8.82)N}{6} = 0.53\ m.s^{-2}$

ตัวอย่าง 4.8 วัตถุหนึ่งถูกปล่อยให้ตกจากระดับความสูง h เหนือพื้นดิน จงหาพลังงานจลน์ขณะที่วัตถุจวนจะกระทบพื้นพอดี สมมติว่าแรงโน้มถ่วงเป็นแรงคงตัว

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.11 และแทนค่าลงในสมการ 4.1 และ 4.34 จะได้



งานโดยแรงโน้มถ่วง $W = Fs = mgh$

และ $W = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 = mgh$

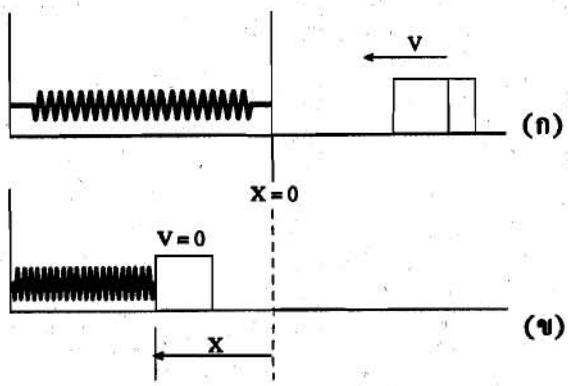
$v_f^2 = 2gh$

$v = \sqrt{2gh}$

รูปที่ 4.11 ตามตัวอย่าง 4.8

ตัวอย่าง 4.9 แท่งวัตถุหนัก 3.63 กิโลกรัม เลื่อนไถลไปบนพื้นเรียบด้วยอัตราเร็ว 1.22 เมตร.วินาที$^{-1}$ ภายหลังจากชนกับสปริงซึ่งขวางทางอยู่จึงหยุด จงหาระยะการอัดของสปริงซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง = 3.67 นิวตัน.เมตร$^{-1}$

วิธีทำ พิจารณารูปที่ 4.12 และแทนค่าลงในสมการ 4.33 และงานในการอัดสปริงตามตัวอย่าง 4.4 คือ $W = \frac{1}{2}kx^2$ จะได้



รูปที่ 4.12 (ก) วัตถุเลื่อนไถลไปบนพื้นเรียบด้วยอัตราเร็วคงตัว
(ข) วัตถุอัดสปริง จนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง

พลังงานจลน์ของวัตถุ $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(w/g)\,v^2$ 4.38

งานโดยวัตถุกระทำต่อสปริง $W = \frac{1}{2}kx^2$ 4.39

โดยอาศัยบทสรุปข้อ 4 จากทฤษฎีงาน-พลังงานดังกล่าวข้างต้น ดังนั้น

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(w/g)\,v^2$$

หรือ

$$x = v\sqrt{\frac{w}{gk}} = 1.22\sqrt{\frac{3.63}{(9.8)(3.67)}}$$

$$= 0.39 \text{ เมตร}$$

กิจกรรม 4.2

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 4.6, 4.7, 4.8 และ 4.9 ว่าเป็นไปตามทฤษฎีงานพลังงานอย่างไร

4.6 กำลังงาน

นอกจากจะพิจารณางานที่กระทำโดยแรงใด ๆ ต่อวัตถุทั้งหมดแล้ว ในบางกรณีจำเป็นที่จะต้องคำนึงถึงอัตราการทำงานในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ซึ่งเรียกว่า "กำลังงาน" โดยหมายถึง อัตราการถ่ายโอนพลังงานด้วย จึงจะได้พิจารณาโดยละเอียดต่อไปนี้

เมื่อวัตถุได้รับแรงกระทำ จะหางานที่กระทำโดยแรงนี้ในช่วงเวลาใด ๆ คิดเป็นอัตราส่วนของงานต่อเวลา จะได้ "กำลังงานเฉลี่ย"

$$P_{\text{เฉลี่ย}} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad \text{......4.40}$$

และ "กำลังงานในขณะใด ๆ"

$$P = \frac{dW}{dt} \qquad \text{......4.41}$$

โดยอาศัยสมการ 4.5 แทนค่าลงในสมการข้างต้นนี้ จะได้

$$P = \frac{dW}{dt} = F.\frac{ds}{dt} = F \cdot v \qquad \text{......4.42}$$

ในกรณีที่กำลังงานคงตัวในช่วงเวลาหนึ่ง นั่นคือ

$$P = \overline{P} \qquad \text{......4.43}$$

ดังนั้น

$$W = Pt \qquad \text{......4.44}$$

นอกจากนี้ ตามบทสรุปทฤษฎีงาน-พลังงาน ข้อ 2 กล่าวว่า "งานโดยแรงใด ๆ กระทำต่อวัตถุ (งานสุทธิเป็นบวก) จะทำให้พลังงานของวัตถุเพิ่มขึ้น" ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่า กำลังงาน คือ **อัตราการถ่ายโอนพลังงาน** ดังกล่าวแล้วข้างต้น

ตามความสัมพันธ์ข้างต้นสำหรับกำลังงาน จะเห็นว่ากำลังงานมีหน่วยเป็นจูล.วินาที$^{-1}$ ในระบบเอสไอซึ่งเรียกว่า "วัตต์ (watt)" เพื่อเป็นเกียรติแก่ **เจมส์ วัตต์** ผู้ประดิษฐ์เครื่องยนต์ไอน้ำ ซึ่งก่อให้เกิดการพัฒนาการประดิษฐ์เครื่องยนต์ต่าง ๆ มาจนกระทั่งปัจจุบันนี้ แต่เขาเองกำหนดกำลังงานของเครื่องยนต์โดยเปรียบเทียบกับกำลังม้า โดยที่ **1 กำลังม้า = 746 วัตต์** และยังคงใช้อยู่นับแต่นั้นเป็นต้นมา

หน่วยของกำลังงานในระบบเอสไอดังกล่าวข้างต้นจึงเขียนได้ดังนี้

1 วัตต์ = 1 จูล.วินาที$^{-1}$

= 1 กิโลกรัม.เมตร^2.วินาที$^{-3}$

ในการคำนวณหาพลังงานหรืองานอาจหาจากกำลังงานในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งนิยมใช้หน่วย "กิโลวัตต์-ชั่วโมง (Kilowatt-hour, kwh)" โดยหมายถึงพลังงานหรืองานซึ่งเปลี่ยนไปหรือใช้ไปใน 1 ชั่วโมง ด้วยอัตรา 1 กิโลวัตต์ เทียบเท่ากับปริมาณในหน่วยจูล ดังนี้

$$1 \text{ กิโลวัตต์-ชั่วโมง} = (10^3 \text{ วัตต์})(3600 \text{ วินาที}) = 3.6 \times 10^6 \text{ จูล}$$

ตัวอย่าง 4.10 รถยนต์คันหนึ่งใช้กำลังงาน 100 กำลังม้า แล่นด้วยอัตราเร็ว 60 กิโลเมตร.ชั่วโมง$^{-1}$ จงหาขนาดของแรงกระทำโดยเครื่องยนต์ซึ่งทำให้รถยนต์นี้เคลื่อนที่ไป

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ 4.42 จะได้

$$F = \frac{p}{v} = \frac{100 \times 746}{60 \times 10^3 \div 3600} = 4476 \text{ N}$$

ตัวอย่าง 4.11 รถยนต์นั่งขนาดจิ๋วคันหนึ่งมีมวล 800 กิโลกรัม และมีประสิทธิภาพร้อยละ 14 จงหาปริมาณน้ำมันที่ต้องใช้ในการเร่งเครื่องยนต์ให้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 27 เมตร.วินาที$^{-1}$ จากการจอดนิ่งอยู่กับที่ โดยพิจารณาจากการเทียบพลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร เท่ากับ 3.43×10^7 จูล

วิธีทำ พิจารณาพลังงานที่ใช้ในการเร่งเครื่องยนต์จากการจอดนิ่งอยู่กับที่ เพื่อให้เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v คือ พลังงานจลน์, $\frac{1}{2}mv^2$ ตามสมการ 4.27 และแทนค่า จะได้

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(800 \text{ kg})(27\text{ms}^{-1})^2 = 2.9 \times 10^5 \text{ J}$$

เนื่องจากประสิทธิภาพของรถยนต์มีเพียงร้อยละ 14 ดังนั้น พลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร จะไม่เท่ากับ 3.43×10^7 จูล แต่จะได้เพียงร้อยละ 14 ของค่านี้คือ $(0.14)(3.43 \times 10^7\text{J}) = 4.8 \times 10^6\text{J}$ ดังนั้น ในการเร่งเครื่องยนต์โดยใช้พลังงานจลน์ 2.9×10^5 จูล จึงต้องใช้น้ำมันเป็นปริมาณ ดังนี้

$$\text{ปริมาณน้ำมัน} = \frac{2.9 \times 10^5\text{J}}{4.8 \times 10^6 \text{ J.l}^{-1}} = 0.06 \text{ l}$$

นั่นคือ การเร่งเครื่องยนต์เพื่อขับเคลื่อนออกจากตำแหน่งที่จอดอยู่แต่ละครั้งจะต้องใช้น้ำมันประมาณไม่ต่ำกว่า 0.06 ลิตร จึงสิ้นเปลืองน้ำมันไปไม่น้อยในการหยุดรถและออกรถใหม่ทุกครั้ง และถ้าหากเร่งเครื่องยนต์มากเท่าใดเพื่อเคลื่อนรถออกไปจะสูญเสียน้ำมันมากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะในกรณีนี้การขับเคลื่อนออกไปบ่อยครั้งถึง 16 ครั้ง จะทำให้น้ำมันหมดไปได้ 1 ลิตร จึงเห็นได้ว่าการเดินทางในสภาพจราจรติดขัดจนต้องหยุดรถหลายครั้งกว่าจะถึงจุดหมายปลายทาง

ทำให้สูญเสียพลังงานไปโดยเปล่าประโยชน์เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้าหากผู้ขับขี่เร่งเครื่องยนต์มากเท่าใดในการขับเคลื่อน จะยิ่งทำให้สิ้นเปลืองน้ำมันมากขึ้นด้วยนั้น ด้วยเหตุนี้ จึงควรชะลอรถให้เคลื่อนไปอย่างช้า ๆ ในที่คับขันดีกว่าที่จะเร่งเครื่องยนต์ให้แล่นอย่างรีบร้อนขณะที่เห็นว่ามีช่องทางให้เคลื่อนไปได้บ้าง แต่แล้วต้องจอดอย่างกะทันหันเมื่อไม่มีทางไป และในที่สุดจะต้องเริ่มขับเคลื่อนออกไปใหม่เรื่อยไปตลอดทาง

ตัวอย่าง 4.12 จงหากำลังงานของรถยนต์ในตัวอย่าง 4.11 ซึ่งมีอัตราการใช้น้ำมัน 15 กิโลเมตรต่อลิตร เมื่อแล่นด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตร.ชั่วโมง$^{-1}$

วิธีทำ พิจารณาอัตราการใช้น้ำมันของรถยนต์ข้างต้น จะเห็นว่าสิ้นเปลืองน้ำมันในอัตรา 90/15=6 ลิตรต่อชั่วโมง และเนื่องจากน้ำมัน 1 ลิตรเทียบเท่ากับ 3.43 x 10^7 จูล ดังนั้น รถยนต์จะใช้กำลังงานทั้งหมด

$$P_{\text{ทั้งหมด}} = \frac{(6\ \text{l.hr}^{-1})(3.43 \times 10^7\ \text{J. l}^{-1})}{3.6 \times 10^3\ \text{s.hr}^{-1}}$$

$$= \frac{2.06 \times 10^8\ \text{J}}{3.6 \times 10^3\ \text{s}} = 5.7 \times 10^4\ \text{W} = 57\ \text{kW}$$

แต่จากตัวอย่าง 4.11 ระบุว่ารถยนต์มีประสิทธิภาพร้อยละ 14 นั่นคือ กำลังงานของรถยนต์ที่ใช้ในการขับเคลื่อน

$$P = (0.14)(57\ \text{กิโลวัตต์}) = 8\ \text{กิโลวัตต์}$$

4.7 กฎการคงตัวของพลังงาน

ตามที่ได้ศึกษาในตอนที่ 4.5 แล้วว่างานโดยแรงใด ๆ กระทำต่อวัตถุจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น นั่นคือ

$$W = \Delta K \qquad \text{......4.45}$$

โดยที่พลังงานจลน์ของวัตถุจะเพิ่มขึ้นเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วมากขึ้น และงานนี้เกิดจากแรงกระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ จึงเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุ แต่โดยทั่วไปยังมีแรงอื่น ๆ กระทำต่อวัตถุซึ่งก่อให้เกิดงานโดยแรงนั้น ๆ และพลังงานในรูปอื่น ๆ อีกด้วย ดังเช่นแรงคืนตัวของสปริงในตัวอย่าง 4.4 ทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับคืนสู่ตำแหน่งสมดุล เช่นเดียวกับแรงโน้มถ่วงในตัวอย่าง 4.5 ทำให้ลูกตุ้มแกว่งสู่ตำแหน่งสมดุล ซึ่งนับว่าเป็นศักยภาพของสปริงและความโน้มถ่วงของโลก จึงเกิดงานโดยแรงดังกล่าวและพลังงานแฝงเรียกว่า "พลังงานศักย์ (potential energy, U)" ดังจะเห็นว่าวัตถุที่ผูกติดกับสปริงเมื่อสปริงถูกอัดจนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง จะเริ่มเคลื่อนที่กลับคืนสู่ตำแหน่งสมดุลทำให้สปริงถูกขยายยืดออก จึงเป็นการ

เปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์เป็นพลังงานจลน์ และในทางที่กลับกันด้วย เช่นเดียวกับลูกตุ้มจะเคลื่อนที่จากตำแหน่งสูงสุดกลับสู่ตำแหน่งสมดุล โดยพลังงานศักย์จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์และพลังงานจลน์จะเปลี่ยนเป็นพลังงานศักย์สลับกันไปมา นั่นคือ เมื่อพลังงานจลน์ลดลงจะทำให้พลังงานศักย์เพิ่มขึ้น และในทางตรงกันข้ามเช่นเดียวกัน ดังนั้น จึงกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพลังงานทั้งสองรวมกันเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad \text{......4.46}$$

โดยอีกนัยหนึ่ง อาจกล่าวได้ว่าการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในปริมาณที่เท่ากันแต่เป็นไปในทางตรงข้ามกัน ซึ่งจะทำให้ผลรวมของปริมาณทั้งสองในขณะใด ๆ มีค่าคงตัว ฉะนั้น จากสมการ 4.46 จะได้

$$\Delta K = -\Delta U$$

หรือ $$\Delta K + \Delta U = \Delta(K + U) = 0 \qquad \text{......4.47}$$

และ $$K_i + U_i = K_f + U_f \qquad \text{......4.48}$$

ความสัมพันธ์ตามสมการ 4.48 คือ "กฎการคงตัวของพลังงานเชิงกล (law of conservation of mechanical energy)" ซึ่งอาจเขียนเสียใหม่ได้ดังนี้

$$E_i = E_f \qquad \text{......4.49}$$

โดยที่ $$E \equiv K + U \qquad \text{......4.50}$$

ทั้งนี้ กฎการคงตัวของพลังงานกลกล่าวว่า

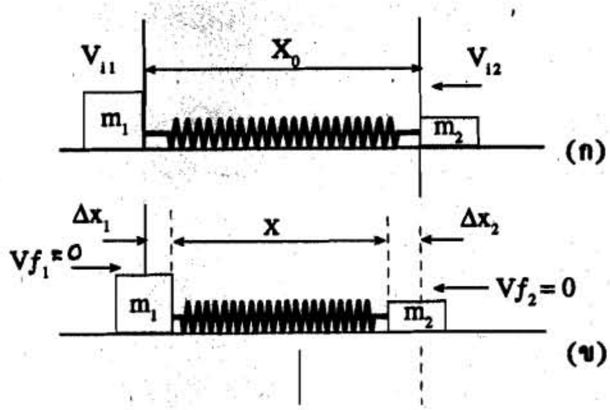
"พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว"

ตัวอย่าง 4.13 วัตถุมวล 10 กิโลกรัม เลื่อนไถลไปทางขวา ด้วยอัตราเร็ว 2 เมตร. วินาที$^{-1}$ บนพื้นเรียบและปะทะกับวัตถุมวล 4 กิโลกรัม ซึ่งเคลื่อนไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็ว 5 เมตร.วินาที$^{-1}$ ในลักษณะเดียวกัน โดยอาศัยสปริงซึ่งมีความยาวปกติ 0.5 เมตร และค่าคงตัวของสปริง $k = 1.4 \times 10^4$ นิวตัน.เมตร$^{-1}$ เป็นเครื่องกันกระแทกระหว่างวัตถุทั้งสอง จงหา

ก. การเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ในขณะที่สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่

ข. ความยาวของสปริงในข้อ ก.

วิธีทำ ก. พิจารณารูปที่ 4.13 และพิจารณาขณะที่สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่ จนกระทั่งวัตถุทั้งสอง



รูปที่ 4.13 วัตถุมวลต่างกันเลื่อนไถลชนกันบนพื้นเรียบโดยมีสปริงเบากั้นระหว่างวัตถุทั้งสอง
(ก) สปริงมีความยาวปกติ และ
(ข) สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่

หยุดนิ่งชั่วขณะก่อนที่สปริงจะยืดกลับสู่ตำแหน่งสมดุลในรูป 4.13 (ข) ดังนั้น พลังงานจลน์ของวัตถุทั้งสองเมื่อเริ่มต้นในรูป 4.13 (ก) รวมกันทั้งหมดจะกลายเป็นพลังงานศักย์ และจะหาพลังงานจลน์เริ่มต้นทั้งหมดจากการแทนค่าลงในสมการ 4.34

$$\Delta K = (\Delta K)_1 + (\Delta K)_2 = -\tfrac{1}{2}(10)(2)^2 - \tfrac{1}{2}(4)(5)^2 = -70 \text{ J}$$

ฉะนั้น พลังงานศักย์ของระบบจะเพิ่มขึ้น +70 J จากการที่สปริงถูกอัดโดยที่พลังงานศักย์ของสปริงขณะที่มีความยาวปกติเป็นศูนย์ ดังนั้น พลังงานศักย์ในขณะที่สปริงถูกอัดอย่างเต็มที่ = 70 จูล

ข. พิจารณารูปที่ 4.13 (ข) และแทนค่าลงในความสัมพันธ์สำหรับงานโดยแรงคืนตัวของสปริง ดังในตัวอย่าง 4.4 และ 4.9 คือ $W = \frac{1}{2}kx^2$ ซึ่งเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานศักย์ของสปริง นั่นคือ

$$\tfrac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2}(1.4 \times 10^4)(\Delta x)^2 = 70 \text{ J}$$

จะได้
$$\Delta x = \sqrt{\frac{2 \times 70}{1.4 \times 10^4}} = 0.1 \text{ m}$$

ดังนั้น ความยาวของสปริงขณะที่ถูกอัดอย่างเต็มที่ คือ

$$x = x_0 - \Delta x = 0.5 - 0.1 = 0.4 \text{ m}$$

ตัวอย่าง 4.14 วัตถุมวล 8 กิโลกรัม 2 ชิ้น ซึ่งเหมือนกันทุกประการเลื่อนไถลด้วยอัตราเร็ว 3 เมตร.วินาที$^{-1}$ ทั้งคู่ไปบนพื้นเรียบในทิศทางสวนทางกันและพุ่งชนกันอย่างเต็มที่ โดยอาศัยสปริงความยาวปกติ 0.25 เมตร และค่าคงตัวของสปริง $k = 3.2 \times 10^4$ นิวตัน.เมตร$^{-1}$ สำหรับเป็นเครื่องกันกระแทกระหว่างวัตถุทั้งสอง จงหาอัตราเร็วของแต่ละวัตถุในขณะที่สปริงถูกอัดจนมีความยาวเหลือเพียง 0.2 เมตร

วิธีทำ แทนค่าลงในสมการ 4.46 โดยพลังงานจลน์ทั้งหมดของระบบเมื่อเริ่มต้นคือ

$$\Delta K_i = 2\left(\tfrac{1}{2}mv_i\right)^2 = 2\left(\tfrac{1}{2}\right)(8\text{ kg})(3\text{ m.s}^{-1})^2 = 72\text{ J}$$

และพลังงานศักย์ของสปริงขณะที่ถูกอัดไป 0.05 เมตร คือ

$$\Delta u = \tfrac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \tfrac{1}{2}(3.2 \times 10^4)(0.05)^2 = 40\text{ J}$$

เนื่องจาก $\Delta K + \Delta U = 0$

ดังนั้น $$\left[2\left(\tfrac{1}{2}mv_f^2\right) - 2\left(\tfrac{1}{2}mv_i^2\right)\right] + \left[\tfrac{1}{2}k(\Delta x)^2 - 0\right] = 0$$

$$(8v_f^2 - 72) + (40 - 0) = 0$$

จะได้ อัตราเร็วของแต่ละวัตถุในขณะนั้น $v_f = 2$ เมตร.วินาที$^{-1}$

ตัวอย่าง 4.15 วัตถุมวล 2 กิโลกรัม ถูกยิงขึ้นไปในแนวดิ่งจากชายคาตึกด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น 12 เมตร.วินาที$^{-1}$ จงหาพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปของระบบซึ่งประกอบด้วยโลกและวัตถุ และอัตราเร็วของวัตถุ เมื่อ

ก. วัตถุลอยอยู่เหนือตึกขึ้นไป 5 เมตร

ข. วัตถุตกลงไปต่ำกว่าหลังคาตึก 5 เมตร

วิธีทำ ก. พิจารณาพลังงานจลน์ของวัตถุขณะที่พุ่งขึ้นไปจะลดลงตามลำดับจนเป็นศูนย์เมื่อขึ้นไปได้สูงสุดก่อนที่จะตกลงมา โดยพลังงานจลน์จะลดลงแต่พลังงานศักย์จะเพิ่มขึ้น ตามกฎการคงตัวของพลังงาน ดังนี้

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 = -mg\Delta h$$

$$\tfrac{1}{2}(2)v_f^2 - \tfrac{1}{2}(2)(12)^2 = -(2)(9.8)(5)$$

$$v_f^2 = -98 + 144 = 46$$

$$v_f = \sqrt{46} = 6.8\text{ m.s}^{-1}$$

ดังนั้น พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป = 98 จูล

และ อัตราเร็วของวัตถุ = 6.8 เมตร.วินาที$^{-1}$

ข. พิจารณาตามกฎการคงตัวของพลังงาน จะได้ว่าพลังงานจลน์และพลังงานศักย์จะเปลี่ยนไปเท่ากันกับในข้อ ก. แต่เปลี่ยนไปในทางตรงกันข้าม เนื่องจากระยะทางขึ้นไปและตกลงมาเท่ากัน ดังนั้น

พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป = -98 จูล

และจาก $\Delta K = -\Delta U$

จะได้ $\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -mg\Delta h$

$$\frac{1}{2}(2)v_f^2 - \frac{1}{2}(2)(12)^2 = -(-9.8)$$

อัตราเร็วของวัตถุ $v_f = \sqrt{98 + 144} = 15.5 \text{ m.s}^{-1}$

ในกรณีที่มีแรงกระทำต่อวัตถุหลายแรงด้วยกันทำให้เกิดงานจากแรงแต่ละแรงจะเขียนสมการ 4.45 เสียใหม่ได้ดังนี้

$$W_1 + W_2 + \ldots\ldots\ldots + W_n = \Delta K \qquad \ldots\ldots 4.51$$

เนื่องจากงานที่เกิดจากแรงทั้งหมดอาจจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท คือ

1. งานเนื่องจาก**แรงอนุรักษ์** (conservative forces), ΣW_c โดยที่แรงอนุรักษ์หมายถึงแรงซึ่งกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ระหว่าง 2 จุด จะก่อให้เกิดงานซึ่งไม่ขึ้นกับเส้นทางระหว่างจุดทั้งสอง

2. งานเนื่องจาก**แรงไม่อนุรักษ์** (nonconservative forces), ΣW_{nc} โดยที่แรงไม่อนุรักษ์หมายถึง แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่ระหว่าง 2 จุด จะก่อให้เกิดงานซึ่งขึ้นกับเส้นทางระหว่างจุดทั้งสอง

3. งานเนื่องจาก**แรงเสียดทาน** (friction), W_f โดยที่แรงเสียดทานจะเกิดขึ้นระหว่างผิวสัมผัสของวัตถุขณะเคลื่อนที่ ทำให้เกิดความต้านทานการเคลื่อนที่ในทิศตรงข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของวัตถุ

จึงเขียนสมการ 4.51 ได้ว่า

$$\Sigma W_c + W_f + \Sigma W_{nc} = \Delta K \qquad \ldots\ldots 4.52$$

โดยที่แรงอนุรักษ์เกี่ยวข้องกับพลังงานศักย์ ดังจะได้พิจารณาในตอนต่อไป และความเสียดทานเกี่ยวข้องกับความร้อน ดังจะเห็นได้ว่าเมื่อเกิดความเสียดทานจะทำให้เกิดพลังงานความร้อนขึ้นด้วย นั่นคือ

$$\Sigma W_c = -\Sigma\Delta U$$

และ $W_f = -Q$

จะได้ว่าสมการ 4.52 คือ

$$\Sigma W_{nc} = \Delta K + \Sigma\Delta U + Q \qquad \ldots\ldots 4.53$$

แต่เนื่องจากแรงไม่อนุรักษ์จะก่อให้เกิดพลังงานรูปอื่นๆ จึงจะเขียนสมการ 4.53 ได้ดังนี้

$$\Delta K + \Sigma\Delta U + Q + (\text{การเปลี่ยนแปลงพลังงานรูปอื่นๆ}) = 0 \qquad ......4.54$$

ความสัมพันธ์ในสมการ 4.54 จึงเป็นไปตาม**กฎการคงตัวของพลังงาน** ซึ่งกล่าวโดยทั่วไปได้ว่า

"พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว"

กิจกรรม 4.3

ให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่าง 4.13, 4.14, และ 4.15 ว่าเป็นไปตามกฎการคงตัวของพลังงานอย่างไร

4.8 แรงอนุรักษ์และพลังงานศักย์

ตามความหมายของแรงอนุรักษ์คือ แรงซึ่งกระทำต่อวัตถุทำให้วัตถุเคลื่อนที่จากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่งแล้วก่อให้เกิดงานไม่ขึ้นกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุระหว่างจุดทั้งสอง ดังกล่าวแล้วในตอนก่อนนั้น งานในที่นี้จึงขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวัตถุเมื่อเริ่มต้นกับในตอนสุดท้าย โดยการพิจารณาสมการ 4.45 และ 4.46 จะได้

$$W = \Delta K = -\Delta U \qquad ......4.55$$

ดังนั้น $$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U = U_i - U_f \qquad ......4.56$$

นั่นคือ **"งานโดยแรงอนุรักษ์เท่ากับค่าลบของพลังงานศักย์ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากแรงนั้น"**

ในกรณีที่ระบบเกิดการกระจัดแต่เพียงเล็กน้อยเป็นระยะ dx จะเขียนพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนแปลงไปเสียใหม่ ดังนี้

$$dU = -F_x\,dx \qquad ......4.57$$

ดังนั้น แรงอนุรักษ์จึงเกี่ยวข้องกับพลังงานศักย์ตามความสัมพันธ์ ดังนี้

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad ......4.58$$

ตามความสัมพันธ์ข้างต้นนี้จะเห็นว่า ***"แรงอนุรักษ์เท่ากับอัตราการลดลงของพลังงานศักย์ต่อระยะกระจัดที่เพิ่มขึ้น"*** และจะหาแรงอนุรักษ์ใดๆได้จากความสัมพันธ์นี้ เมื่อทราบว่าพลังงานศักย์ที่เกี่ยวข้องกับแรงอนุรักษ์นั้นเป็นฟังก์ชันของการกระจัดหรือปริมาณอย่างใด ตัวอย่างเช่น

พลังงานศักย์ของสปริงดังที่ได้พิจารณาแล้วคือ

$$U_{\text{สปริง}} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad ......4.59$$

โดยการแทนค่าลงในสมการ 4.58 จะได้

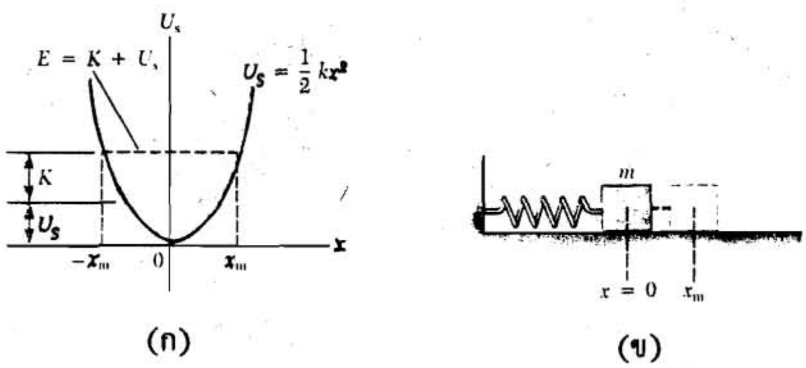
$$F_{\text{สปริง}} = \frac{-d(\frac{1}{2}kx^2)}{dx} = -kx \qquad ......4.60$$

และสำหรับพลังงานศักย์เนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก คือ

$$U_{\text{โน้มถ่วง}} = mgh \qquad ......4.61$$

ดังนั้น $$F_{\text{โน้มถ่วง}} = -mg \qquad ......4.62$$

นอกจากพลังงานศักย์จะมีความสำคัญในการหาแรงอนุรักษ์ดังกล่าวแล้วข้างต้น การศึกษาพลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไปในระบบหนึ่ง ๆ จะช่วยให้สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ของระบบนั้น ๆ ได้โดยง่าย ตัวอย่างเช่น ระบบวัตถุกับสปริงจะเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด ดังรูปที่ 4.14 ตามความสัมพันธ์ในสมการ 4.59 จะได้กราฟเป็นเส้นพาราโบลา ซึ่งมีความชันเท่ากับแรงคืนตัวของสปริง จะเห็นว่า เมื่อวัตถุหยุดนิ่งที่จุดสมดุล ($x = 0$) โดย $F = 0$ วัตถุจะอยู่ที่จุดนี้ถ้าหากไม่มีแรงกระทำจากภายนอก แต่เมื่อมีแรงกระทำต่อสปริงให้ยืดออกไปจากตำแหน่งสมดุลไปทางที่ x เป็นบวก จะได้ว่าความชัน dU/dx เป็นบวก ดังนั้น F เป็นลบ จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับไปสู่ตำแหน่งสมดุลด้วยอัตราเร่ง ในทางตรงกันข้าม ถ้าหากสปริงถูก



รูปที่ 4.14 (ก) กราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด x สำหรับระบบวัตถุกับสปริงใน (ข) โดยวัตถุจะแกว่งกลับไปกลับมาระหว่างจุดย้อนกลับ ซึ่งมีพิกัด $x = \pm X_m$

อัดไปทางที่ x เป็นลบ และความชันเป็นลบ ดังนั้น $F_{\text{สปริง}}$ เป็นบวก จึงทำให้วัตถุเคลื่อนที่กลับไปสู่ตำแหน่งสมดุลด้วยอัตราเร่งเช่นเดียวกัน โดยที่พลังงานศักย์และพลังงานจลน์ของระบบรวมกันจะมีค่าคงที่ ดังจะเห็นว่า ขณะที่วัตถุอยู่ที่ตำแหน่งสมดุลจะมีพลังงานศักย์เป็นศูนย์ แต่จะมีพลังงานจลน์สูงสุด และเมื่อสปริงถูกอัดหรือยืดออกอย่างเต็มที่จะมีพลังงานศักย์สูงสุดแต่พลังงานจลน์เป็นศูนย์

การที่วัตถุเคลื่อนที่กลับสู่ตำแหน่งสมดุล x = 0 เนื่องจากแรงคืนตัวของสปริงหรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า การเคลื่อนที่ออกไปจากตำแหน่งสมดุลนี้ก่อให้เกิดแรงกระทำให้วัตถุกลับสู่ x = 0 เสมอ จึงเรียกตำแหน่งนี้ว่า "สภาวะสมดุลเสถียร" ซึ่งโดยทั่วไปสภาวะสมดุลนี้จะตรงกันเมื่อพลังงานศักย์มีค่าต่ำสุด

กิจกรรม 4.4

ให้นักศึกษาแสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานศักย์กับการกระจัด สำหรับระบบลูกตุ้มอย่างง่าย

สรุป

งานคือผลคูณของแรงกับระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ในทิศของแรงนั้น

โดยแรงกระทำคงตัว จะได้ว่า $W \equiv Fs\cos\theta$ **4.2**

โดยแรงไม่คงตัว จะได้ว่า $W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx$ (ในหนึ่งมิติ) **4.20**

งานเป็นปริมาณสเกลาร์เมื่อมีหลายแรงกระทำต่อวัตถุ งานสุทธิจะเท่ากับผลรวมของงานโดยแต่ละแรงนั้น

งานโดยแรงกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จะเท่ากับ**พลังงานจลน์**ของวัตถุ

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad 4.33$$

ทฤษฎีงาน-พลังงาน กล่าวว่า งานโดยแรงคงตัวกระทำต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์ของวัตถุนั้น

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad 4.37$$

กำลังงานในขณะใด ๆ หมายถึงอัตราการทำงานในช่วงเวลาสั้น ๆ

$$P \equiv \frac{dw}{dt} = F.v \qquad 4.42$$

กฎการคงตัวของพลังงานเชิงกลกล่าวว่า พลังงานเชิงกลทั้งหมดของระบบมีค่าคงตัว

$$E \equiv K + U \qquad 4.50$$

กฎการคงตัวของพลังงานโดยทั่วไป กล่าวว่า พลังงานอาจเปลี่ยนรูปได้ แต่ไม่สามารถสร้างขึ้นหรือทำลายได้ โดยพลังงานทั้งหมดมีค่าคงตัว

งานโดยแรงอนุรักษ์เท่ากับค่าลบของพลังงานศักย์ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากแรงนั้น

$$\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx = -\Delta U \qquad 4.56$$

หรือ $$U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx$$

พลังงานศักย์ของสปริงซึ่งมีค่าคงตัวของสปริง = k คือ

$$U_{\text{สปริง}} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad 4.59$$

พลังงานศักย์โน้มถ่วงของวัตถุมวล m อยู่เหนือระดับพื้นโลก = h คือ

$$U_{\text{โน้มถ่วง}} = mgh \qquad 4.61$$

แบบฝึกหัดที่ 4

4.1 วัตถุมวล 10 กิโลกรัมถูกดึงขึ้นไปในแนวดิ่งด้วยเชือก ซึ่งมีแรงดึงในเส้นเชือก 200 นิวตัน เป็นระยะทาง 3.2 เมตร จากตำแหน่งที่วัตถุหยุดนิ่งอยู่กับที่ จงหางานที่กระทำโดย

(ก) แรงดึงในเส้นเชือก และ

(ข) โดยน้ำหนักของวัตถุ

(ค) จงหางานสุทธิ

(ง) จงหาความเร็วของวัตถุเมื่อขึ้นไปถึงจุดสูงสุดของระยะ 3.2 เมตร

ตอบ ก. +640 N-m ข. -320 N-m ค. +320 N-m ง. 8 ms^{-1}

4.2 แรงกระทำต่อวัตถุในทิศตามแนวแกน x โดยแปรผกผันกับกำลังสองของระยะทางจากจุดเริ่มต้น $F_x = (40\ N\text{-}m^2)/x^2$ จงหางานที่กระทำโดยแรงนี้ต่อวัตถุให้เคลื่อนที่จาก x = 8 เมตร ไปยัง x = 2 เมตร ตามแกน x

ตอบ -15 N-m

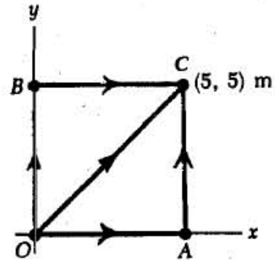
4.3 วัตถุเคลื่อนที่บนระนาบ xy ด้วยแรง $F = (2\,y\hat{i} + x^2\hat{j})$ นิวตัน โดยที่ x และ y มีหน่วยเป็นเมตร จากจุดเริ่มต้นไปยังตำแหน่ง x = 5 เมตร และ y = 5 เมตร ดังรูปที่ 4.15 จงหางานโดยแรง F กระทำให้วัตถุเคลื่อนที่ตามเส้นทาง

(ก) OAC

(ข) OBC

(ค) OC

(ง) แรง F เป็นแรงอนุรักษ์หรือไม่เพราะเหตุใด จงอธิบาย



รูปที่ 4.15 แบบฝึกหัด 4.3

ตอบ ก. 125 J ข. 50 J ค. 66.7 J ง. ไม่อนุรักษ์เนื่องจากงานไม่เท่ากันในแต่ละเส้นทาง ซึ่งแสดงว่างานขึ้นอยู่กับเส้นทาง

4.4 แรงในแนวระนาบขนาด 150 นิวตัน กระทำต่อวัตถุมวล 40 กิโลกรัม เพื่อลากวัตถุไปบนพื้นขรุขระในแนวระนาบเป็นระยะทาง 6 เมตร ด้วยอัตราเร็วคงตัว จงหา

(ก) งานโดยแรง 150 นิวตัน

(ข) งานโดยแรงเสียดทาน

(ค) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์

ตอบ ก. 900 J ข. -900 kJ ค. 0.383

4.5 มวล 4 กิโลกรัม แขวนเข้ากับสปริงเบาทำให้สปริงยืดออก 2.5 เซนติเมตร

(ก) ถ้าหากนำมวล 1.5 กิโลกรัมมาแขวนแทน จะทำให้สปริงยืดออกเท่าใด

(ข) จงหางานที่กระทำให้สปริงยืดออกจากความยาวปกติ 4 เซนติเมตร

ตอบ ก. 0.938 cm. ข. 1.25 J

4.6 ถ้าหากต้องใช้งาน 4 จูลเพื่อทำให้สปริงยืดออก 10 เซนติเมตรจากความยาวปกติ จงหางานที่จะต้องใช้เพื่อทำให้สปริงนี้ยืดออกไปอีก 10 เซนติเมตร

ตอบ 12 J

4.7 ชายคนหนึ่งมีมวล 60 กิโลกรัม ปีนบันไดขึ้นไป 4 เมตรจากพื้น จงหางานที่กระทำโดยชายนี้

ตอบ 2.35 kJ

4.8 เด็กคนหนึ่งพยายามคว้าเชือกยาว 16 เมตร ซึ่งแขวนกับกิ่งไม้สูง 18.5 เมตรเหนือพื้นดิน ในขณะที่เขายืนอยู่บนหลังคาบ้านซึ่งอยู่เหนือพื้น 5 เมตร เมื่อเขาจับเชือกได้แล้วโหนตัวออกไปจากหลังคา

(ก) จงหาอัตราเร็วของเขาขณะที่อยู่ใกล้พื้นดินมากที่สุด

(ข) จงหาระยะในแนวระนาบที่เขาแกว่งตัวไปได้ไกลที่สุด

(ค) ถ้าเขาปล่อยเชือกขณะที่เชือกทำมุม 30 องศากับแนวดิ่ง หลังจากที่เขาแกว่งผ่านแนวดิ่งไปแล้ว จงหาอัตราเร็วเมื่อเขาลงสู่พื้นดิน

ตอบ ก. 7 $m.s^{-1}$ ข. 17.2 m ค. 9.9 $m.s^{-1}$

4.9 ลูกบอลมวล 0.3 กิโลกรัม เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 15 เมตร.วินาที$^{-1}$

(ก) จงหาพลังงานจลน์ของลูกบอล

(ข) ถ้าอัตราเร็วเป็นสองเท่าจะมีพลังงานจลน์เท่าใด

ตอบ ก. 33.8 J ข. 135 J

4.10 ชายคนหนึ่งเข็นรถยนต์มวล 2500 กิโลกรัมออกจากที่จอดรถ จนกระทั่งรถมีอัตราเร็ว v โดยเขาทำงาน 5000 จูล ถ้าไม่คิดแรงเสียดทานใดๆ

(ก) จงหาอัตราเร็ว v ในตอนสุดท้าย

(ข) จงหาแรงกระทำต่อรถยนต์ในแนวระนาบ

ตอบ ก. 2 m.s^{-1} ข. 200 N

4.11 กล่องใบหนึ่งมีมวล 40 กิโลกรัมถูกผลักไป 5 เมตร จากตำแหน่งนิ่งอยู่กับที่บนพื้นระนาบขรุขระ ด้วยแรงกระทำคงตัวในแนวระนาบขนาด 130 นิวตัน ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของผิวสัมผัสระหว่างกล่องกับพื้นเป็น 0.3 จงหา

(ก) งานโดยแรงกระทำ 130 นิวตัน

(ข) งานโดยแรงเสียดทาน

(ค) พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของกล่อง และ

(ง) อัตราเร็วสุดท้ายของกล่อง

ตอบ ก. 650 J ข. -588 J ค. 62 J ง. 1.76 m.s^{-1}

4.12 รถยนต์มวล 1500 กิโลกรัม ถูกเร่งความเร็วอย่างสม่ำเสมอจากการขับเคลื่อนออกจากตำแหน่งหยุดนิ่ง จนกระทั่งมีอัตราเร็ว 10 เมตร.วินาที$^{-1}$ ภายใน 3 วินาที จงหา

(ก) งานกระทำต่อรถยนต์ภายในเวลานั้น

(ข) กำลังงานเฉลี่ยของเครื่องยนต์ใน 3 วินาทีแรกนี้

(ค) กำลังงานในขณะที่เวลาผ่านไป 2 วินาที

ตอบ ก. 7.5×10^4 J ข. 2.5×10^4 W (=3.35 hp) ค. 3.33×10^4W (= 44.7 hp)

4.13 รถยนต์ขนาดเล็กมวล 900 กิโลกรัม มีประสิทธิภาพของเครื่องยนต์ ร้อยละ 15 (พลังงานที่ได้จากน้ำมันเชื้อเพลิงร้อยละ 15 จะเปลี่ยนเป็นพลังงานจลน์ของรถยนต์)

(ก) ถ้าพลังงานที่ได้จากน้ำมัน 1 ลิตร = 3.47×10^7 จูล จงหาปริมาณน้ำมันที่ใช้ไปใน

การเร่งเครื่องยนต์จากตำแหน่งหยุดนิ่ง จนมีอัตราเร็วเป็น 24.6 เมตร.วินาที$^{-1}$(88 กิโลเมตร.ชั่วโมง$^{-1}$)

(ข) จงหาจำนวนครั้งที่สามารถเร่งเครื่องยนต์ขับเคลื่อนออกไปดังกล่าวต่อน้ำมัน 1 ลิตร

(ค) ถ้ารถยนต์นี้ใช้น้ำมันในอัตรา 16 กิโลเมตรต่อลิตร เมื่อแล่นด้วยความเร็ว 88 กิโลเมตร.ชั่วโมง$^{-1}$ จงหากำลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อน (เพื่อเอาชนะความต้านทาน) ด้วยอัตราเร็วคงตัวนั้น

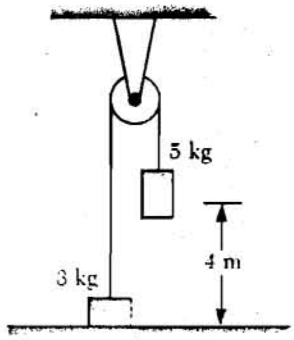
ตอบ ก. 0.05 ลิตร ข. 19 ค. 8 kW

4.14 มวล 3 กิโลกรัมและ 5 กิโลกรัม แขวนด้วยเชือกเบาคล้องเข้ากับลูกรอกเบาซึ่งไม่มีความเสียดทาน ดังรูปที่ 4.16 เมื่อปล่อยให้มวล 5 กิโลกรัมตกลงมาจากจุดนิ่งอยู่กับที่ โดยอาศัยกฎการคงตัวของพลังงาน จงหา

(ก) อัตราเร็วของมวล 3 กิโลกรัม ขณะที่มวล 5 กิโลกรัมตกกระทบสู่พื้น

(ข) ระดับสูงสุดที่มวล 3 กิโลกรัมถูกชักรอกขึ้นไป

ตอบ ก. 4.43 m.s^{-1} ข. 5 m



รูปที่ 4.16 แบบฝึกหัด 4.14

4.15 แท่งวัตถุมวล 5 กิโลกรัม ถูกทำให้เคลื่อนที่ไปบนพื้นลาดเอียงดังรูปที่ 4.17 ด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น 8 เมตร.วินาที$^{-1}$ จนกระทั่งหยุดนิ่งอยู่กับที่หลังจากเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง 3 เมตร บนพื้นลาดซึ่งทำมุม 30 องศากับพื้นระนาบ จงหา

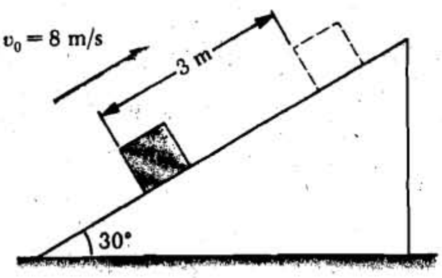
(ก) พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของวัตถุ

(ข) แรงเสียดทานที่กระทำต่อวัตถุ

(ค) สัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ของผิวสัมผัส

(ง) พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไป

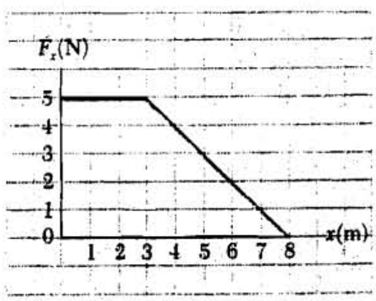
ตอบ ก. -160 J ข. 28.8 N ค. 0.679 ง. 73.5 J



รูปที่ 4.17 แบบฝึกหัด 4.15

4.16 มวล 3 กิโลกรัม ซึ่งหยุดนิ่งอยู่กับที่ผูกติดกับมวล 5 กิโลกรัม ด้วยเชือกพาดกับลูกรอก ดังรูปที่ 4.18 ถ้ามวล 5 กิโลกรัม ถูกปล่อยให้ตกลงไปจากตำแหน่งหยุดนิ่งอยู่กับที่เป็นระยะทาง 1.5 เมตร จงหาอัตราเร็วของมวล 5 กิโลกรัม ในขณะนี้

ตอบ 3.74 $m.s^{-1}$



รูปที่ 4.18 แบบฝึกหัด 4.16

4.17 มวล 2.5 กิโลกรัมผูกติดกับสปริงเบาซึ่งมีค่า k = 65 นิวตัน.เมตร$^{-1}$ เมื่อสปริงถูกยืดออกจากความยาวปกติ 10 เซนติเมตร ปรากฏว่าพลังงานจลน์ของมวลที่ผูกติดกับสปริงมีปริมาณเท่ากับพลังงานศักย์ของสปริง ถ้าระบบนี้ถูกปล่อยให้เคลื่อนที่อย่างอิสระบนพื้นระนาบเรียบ จงหาอัตราเร็วสูงสุดของมวล

ตอบ 0.72 $m.s^{-1}$

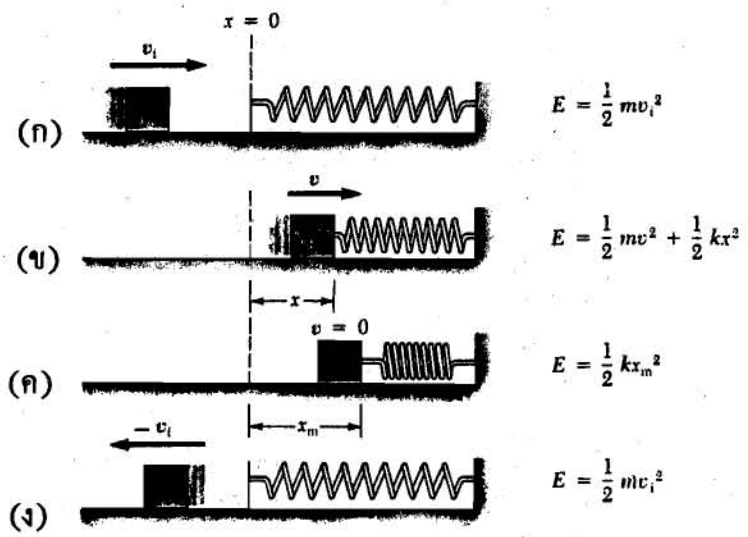
4.18 แท่งวัตถุมวล 8 กิโลกรัม เคลื่อนที่ไถลไปบนพื้นระนาบขรุขระพุ่งชนเข้ากับสปริง ดังรูปที่ 4.19 โดยอัตราเร็วทันทีทันใดก่อนชนเป็น 4 เมตร.วินาที$^{-1}$ ขณะที่แท่งวัตถุกระดอนกลับไปทางซ้ายโดยสปริงยืดออกจนมีความยาวปกติ อัตราเร็วของแท่งวัตถุเป็น 3 เมตร.

วินาที$^{-1}$ ถ้าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานจลน์ระหว่างวัตถุกับพื้นเป็น 0.4 จงหา

(ก) งานโดยความเสียดทานขณะที่แท่งวัตถุปะทะกับสปริง และ

(ข) ระยะมากสุดที่สปริงถูกอัด

ตอบ ก. -28 J   ข. 0.45 m



รูปที่ 4.19 แบบฝึกหัด 4.18

4.19 แท่งวัตถุมวล 0.25 กิโลกรัมถูกวางอยู่บนสปริงซึ่งตั้งอยู่ในแนวดิ่ง โดยมีค่าคงตัว k= 5000 นิวตัน.เมตร$^{-1}$ ทำให้สปริงถูกอัดลงไปจากความยาวปกติ 0.1 เมตร เมื่อปล่อยวัตถุจะทำให้สปริงดีดวัตถุขึ้นไป จงหาระยะสูงสุดจากตำแหน่งปล่อยวัตถุ

ตอบ 10.2 m

4.20 พลังงานศักย์ของระบบซึ่งประกอบด้วยวัตถุสองอันอยู่ห่างกันเป็นระยะ r คือ U = A/r โดยที่ A คือค่าคงตัว จงหาแรงกระทำระหว่างวัตถุ

ตอบ A/r^2