บทที่ 1
บทนำ

เค้าโครงเรื่อง

1.1 เวกเตอร์
    1.1.1 สเกลาร์และเวกเตอร์
    1.1.2 ระบบพิกัดฉากและองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก
    1.1.3 ระบบแกนโพลาร์
    1.1.4 การบวก ลบ และคูณเวกเตอร์
1.2 ระบบหน่วยเอสไอ
1.3 เลขนัยสำคัญ

สาระสำคัญ

1. เวกเตอร์คือปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง ส่วนสเกลาร์คือปริมาณที่มีแต่ขนาดเท่านั้น การบวกลบเวกเตอร์อาจกระทำได้หลายวิธี โดยอาศัยการเขียนรูปหลายเหลี่ยมหรืออาศัยวิธีตรีโกณมิติ หรือวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ การคูณเวกเตอร์จะได้ผลลัพธ์ 2 ประเภท คือ ผลคูณสเกลาร์และผลคูณเวกเตอร์

2. หน่วยของปริมาณทางวิทยาศาสตร์ที่นิยมใช้กันในปัจจุบัน โดยเฉพาะในเชิงวิชาการ คือ ระบบหน่วยเอสไอ ประกอบด้วยหน่วยมูลฐาน 7 หน่วย นอกจากนี้ยังมีหน่วยอนุพัทธ์ ซึ่งเป็นหน่วยผสมระหว่างหน่วยมูลฐานต่าง ๆ

3. ตัวเลขแสดงปริมาณในทางฟิสิกส์ทุกจำนวนอาจบ่งบอกถึงความเคลื่อนคลาดรวมอยู่ด้วยโดยการกำหนดเลขนัยสำคัญ ซึ่งหมายถึงเลขที่เชื่อถือได้และสามารถสื่อความหมายเพื่อแสดงถึงความแม่นยำและความเคลื่อนคลาดของจำนวนเลขนั้น

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาจบบทนี้แล้ว นักศึกษาควรมีความสามารถต่อไปนี้

1. บอกได้ว่าปริมาณใดเป็นสเกลาร์หรือปริมาณเวกเตอร์

2. นำระบบพิกัดฉากและระบบแกนโพลาร์มาใช้ในการแสดงปริมาณเวกเตอร์ได้

3. เขียนหน่วยของปริมาณทางฟิสิกส์ในระบบหน่วยเอสไอ โดยเฉพาะหน่วยมูลฐานทั้งหมดและหน่วยอนุพัทธ์บางหน่วยได้

4. บอกปริมาณในทางฟิสิกส์ด้วยเลขนัยสำคัญ และคำนวณหาผลลัพธ์โดยคำนึงถึงเลขนัยสำคัญได้

ฟิสิกส์ คือการศึกษาเชิงกายภาพ ซึ่งสัมพันธ์กับมวลและพลังงานที่เปลี่ยนแปลงไปในกระบวนการทางธรรมชาติ จึงจำเป็นต้องทราบปริมาณที่แน่นอนเกี่ยวกับมวลและพลังงานดังกล่าว การวัด (measurement) จึงมีความสำคัญในวิชาฟิสิกส์ เนื่องจากการศึกษาค้นคว้าทดลองในทางฟิสิกส์ต้องอาศัยการวัดปริมาณต่าง ๆ ด้วยเครื่องมือสำหรับวัดโดยตรง เช่น ระยะทาง เวลา อุณหภูมิและกระแสไฟฟ้า แต่บางปริมาณไม่อาจวัดได้โดยตรงจากเครื่องมือจึงต้องอาศัยการคำนวณจากสูตรทางคณิตศาสตร์ ด้วยการแทนค่าที่วัดได้ลงในสูตร เช่น พลังงานจลน์ และโมเมนตัม ฯลฯ

ในการวัดโดยใช้เครื่องมือชนิดใดชนิดหนึ่งหลาย ๆ ครั้ง จะให้ผลใกล้เคียงกันเสมอ แต่ถ้าเปลี่ยนไปใช้เครื่องมือชนิดใหม่อาจให้ผลแตกต่างไปได้ เช่น การวัดไส้ดินสอแท่งหนึ่งด้วยเวอร์เนียร์ อาจจะได้ค่าต่างไปจากการวัดด้วยไมโครมิเตอร์ ความไม่แน่นอน (uncertainty) ในการวัดขึ้นอยู่กับสาเหตุหลายประการ ได้แก่ ความละเอียดและความถูกต้องของเครื่องมือที่ใช้ ความสามารถในการใช้เครื่องมือของผู้วัด กรรมวิธีการวัดและอาจขึ้นกับธรรมชาติของปริมาณที่ต้องการวัด ดังนั้น ในการวัดจะต้องกำหนดค่าที่ยอมรับได้และระดับของความถูกต้องด้วย

เครื่องมืออีกชนิดหนึ่งที่จะช่วยในการศึกษาวิชาฟิสิกส์ ซึ่งไม่ใช่เครื่องมือสำหรับวัดโดยตรงแต่จะช่วยในการคำนวณหาปริมาณต่าง ๆ ได้ผลเป็นอย่างดี คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เช่น **การวิเคราะห์เวกเตอร์** (vector analysis) สำหรับช่วยในการเขียนสมการแสดงปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ ในการศึกษาหลักเกณฑ์ต่าง ๆ ทางธรรมชาติ ด้วยรูปแบบของการแจกแจงปริมาณของตัวแปร ตามกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ทางฟิสิกส์ที่เกี่ยวกับแรง ความเร็ว ความหนาแน่น อุณหภูมิและอื่น ๆ โดยอาศัยการวิเคราะห์เวกเตอร์นี้จะช่วยให้การเขียนสมการแสดงปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ได้กะทัดรัด และช่วยให้การมองเห็นภาพพจน์ของความคิดทางฟิสิกส์ได้ง่ายขึ้นและกระจ่างชัดเจนยิ่งขึ้น

1.1 เวกเตอร์

1.1.1 สเกลาร์และเวกเตอร์ (scalar and vector)

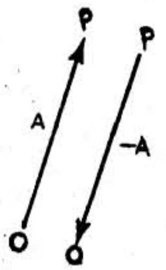
ปริมาณที่กำหนดแต่เพียงขนาด (magnitude) ประการเดียวเท่านั้น เรียกว่า ปริมาณ**สเกลาร์** (scalar) เมื่อกล่าวถึงปริมาณสเกลาร์หากเพียงแต่ระบุค่าหรือขนาดรวมทั้งหน่วยของปริมาณนั้น ๆ ก็ได้ใจความสมบูรณ์และเข้าใจได้ เช่น มวล ความยาว ความหนาแน่น เวลา อุณหภูมิและปริมาตร นิยมเขียนแทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษ หรือกรีก เช่น m l ρ t T และ V ปริมาณเหล่านี้เป็นการกำหนดเฉพาะขนาดเท่านั้นก็มีความหมายชัดเจน สามารถนำไปรวมกันทางคณิตศาสตร์ได้

ปริมาณอีกอย่างหนึ่งที่ต้องกำหนดทั้งขนาดและทิศทาง (direction) จึงจะมีความหมายถูกต้องสมบูรณ์และเข้าใจได้ เช่น แรง ความเร็ว ความเร่ง และสนามแม่เหล็ก เราเรียก **ปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางนี้ว่า เวกเตอร์** (vector)

เนื่องจากเวกเตอร์เป็นปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทาง รูปที่ใช้แทนเวกเตอร์จะต้องมีความหมายครอบคลุมได้ทั้งสองกรณี โดยทั่วไปจะใช้เส้นตรงที่มีลูกศรกำกับแทนเวกเตอร์ โดยมีความยาวของเส้นตรงแทนขนาด ส่วนหัวลูกศรจะบอกทิศทางของเวกเตอร์นั้น นอกจากนั้นปริมาณเวกเตอร์เขียนแทนได้ด้วยอักษรภาษาอังกฤษหรือกรีกเช่นเดียวกับ ปริมาณสเกลาร์ โดยเขียนเป็นอักษรตัวบางซึ่งมีลูกศร หรือเครื่องหมาย ^ กำกับไว้ข้างบน เช่น $\vec{A}$ $\vec{V}$ $\overrightarrow{OP}$ $\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$ แต่บางครั้งก็ใช้การเขียนตัวอักษรให้หนากว่าตัวอักษรอื่น ๆ เช่น **A V OP**

เวกเตอร์ที่มีขนาดเป็นศูนย์ เรียกว่า เวกเตอร์ศูนย์ (zero vector) เขียนแทนด้วย o ซึ่งเวกเตอร์ศูนย์นี้มีขนาดเป็นศูนย์ และไม่มีทิศทางที่แน่นอน

เวกเตอร์ **A** จะมี o เป็นจุดเริ่มต้น และ P เป็นจุดปลาย ส่วนเวกเตอร์ (-**A**) จะมี P เป็นจุดเริ่มต้น และ o เป็นจุดปลาย



จะเห็นว่า เวกเตอร์ (-**A**) มีขนาดเท่ากับ เวกเตอร์ **A** แต่มีทิศทางตรงข้าม

รูปที่ 1.1 การเขียนแทนเวกเตอร์ด้วยเส้นตรงที่มีลูกศรชี้

เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) คือ เวกเตอร์ที่มีขนาดหนึ่งหน่วย ถ้า **A** เป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ A เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศทางเดียวกับ **A** คือ â ดังนี้

$$\hat{a} = \mathbf{A}/A \qquad ....1.1$$

หรือ

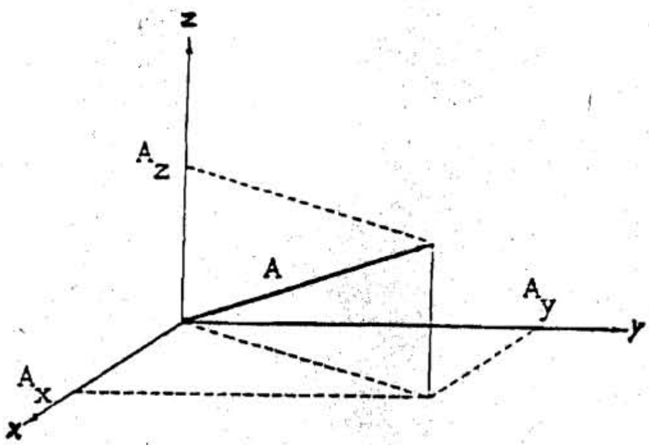
$$\mathbf{A} = A\hat{a}$$

เวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่สำคัญ คือ เวกเตอร์ชุด $\hat{i}$ $\hat{j}$ $\hat{k}$ ซึ่งมีคุณสมบัติคือ ต้องตั้งฉากซึ่งกันและกัน เป็นเวกเตอร์คงที่ (constant vector) โดยมีทิศทางและขนาดคงที่ด้วย และเวกเตอร์ชุด

นี้นิยมเรียงตามลำดับตามกฎมือขวา กล่าวคือ กำมือขวารอบแกน k ให้หัวแม่มือชี้ไปตามแกน k แล้วหมุน i วนไปตามนิ้วมือที่กำเป็นมุมไม่เกิน 180 องศา แกน i จะไปบรรจบกับแกน j ได้

1.1.2 ระบบพิกัดฉากและองค์ประกอบของเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate System and Rectangular Components of Vectors)

ระบบพิกัดฉากหรือระบบแกนโคออร์ดิเนตคาร์เตเซียน เป็นระบบที่ประกอบด้วยแกน 3 แกน คือ X, Y และ Z ซึ่งตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยมีเวกเตอร์หนึ่งหน่วย คือ $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{k}$ ชี้ในทิศทางบวกของแกน X, Y และ Z ตามลำดับ



รูปที่ 1.2 เวกเตอร์ A ในระบบพิกัดฉาก

เวกเตอร์ **A** ใด ๆ ในระบบ 3 มิติที่มีขนาด A และมีเวกเตอร์ย่อยของ **A** ตามแกน X, Y และ Z เป็น $\mathbf{A}_x$, $\mathbf{A}_y$ และ $\mathbf{A}_z$ ตามลำดับ ดังรูปที่ 1.2 เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y + \mathbf{A}_z \qquad ....1.2$$

เมื่อ A_x, A_y และ A_z เป็นองค์ประกอบสเกลาร์ของ **A** สำหรับเวกเตอร์ตำแหน่ง (position vector) นั้น ซึ่งเริ่มต้นที่จุดกำเนิด (x, y, z) ใด ๆ เขียนเป็นสมการได้ ดังนี้

$$\mathbf{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \qquad ....1.3$$

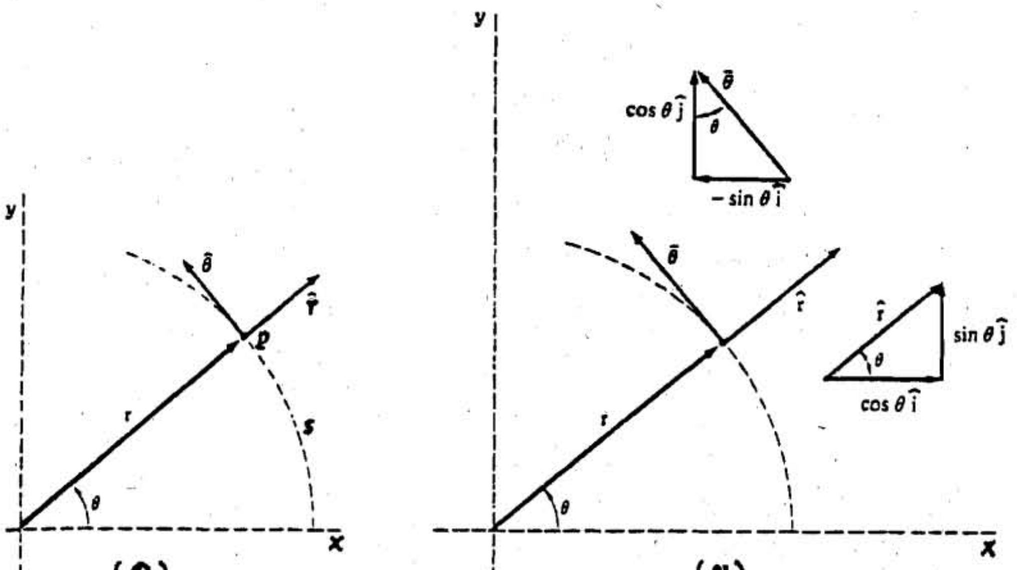
ขนาดของเวกเตอร์ ขนาดของเวกเตอร์ คือ ค่าสัมบูรณ์ (absolute value) ของเวกเตอร์ ขนาดของเวกเตอร์จะมีค่าเป็นบวกเสมอ เช่น

ขนาดของ A = A = |A| = $(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$ .....1.3 a

ขนาดของ r = r = |r| = $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ .....1.3 b

1.1.3 ระบบแกนโพลาร์ (Polar Coordinare System)

การเคลื่อนที่ของวัตถุในระนาบใดระนาบหนึ่งจะเป็นการเคลื่อนที่ในสองมิติ ระบบแกนโพลาร์มีตัวแปร r และ θ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับ x, y ในระบบพิกัดฉากสองมิติ ดังรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 (ก) แสดงเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{r}$ และ $\hat{\theta}$ ในระบบโพลาร์
(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ กับ $\hat{i}$, $\hat{j}$

$x = r\cos\theta,\qquad y = r\sin\theta$

$r = (x^2 + y^2)^{1/2}\qquad \tan\theta = y/x$

ความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $\hat{i}$, $\hat{j}$ และ $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ คือ

$\hat{r} = \cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}$ 1.4

และ $\hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{i} + \cos\theta\,\hat{j}$ 1.5

ความสัมพันธ์ระหว่างมุม θ รัศมี r และเส้นโค้งของวงกลม s คือ

$\theta = s/r$ 1.6

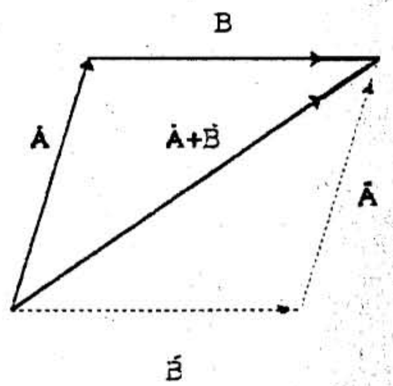
เมื่อ θ มีหน่วยเป็นเรเดียน

1 เรเดียน $\cong$ 57.3°

1.1.4 การบวกและการลบเวกเตอร์ (Vector Addition and Subtraction)

การบวกเวกเตอร์ ให้ทำดังนี้ กำหนดจุดเริ่มต้น เขียนเวกเตอร์ตัวแรกโดยให้หางลูกศรอยู่ที่จุดเริ่มต้น แล้วเขียนเวกเตอร์ต่อไป โดยให้หางลูกศรของเวกเตอร์ตัวใหม่ต่อกับหัวลูกศรของตัวที่แล้ว ถ้ามีมากกว่าสองเวกเตอร์ ก็ทำเช่นเดียวกันนี้ จนเขียนเวกเตอร์ทุก ๆ ตัวหมดแล้ว จึงลากลูกศรพุ่งจากจุดเริ่มต้นเข้าหาหัวลูกศรของเวกเตอร์สุดท้าย เวกเตอร์ที่ลากขึ้นใหม่เป็นเวกเตอร์ลัพธ์ของเวกเตอร์ทั้งหมด

ผลบวก **A** + **B** ของสองเวกเตอร์ อาจจะนิยามได้ดังนี้ ให้เวกเตอร์ทั้งสองแทนด้วยส่วนของเส้นตรงที่กำหนดทิศทาง และให้จุดเริ่มต้นของ **B** เริ่มต้นที่จุดปลายของ **A** แล้ว **A** + **B** ก็จะแทนด้วยลูกศรที่เริ่มต้นจากจุดเริ่มต้นของ **A** ไปยังจุดปลายของ **B** ดังรูปที่ 1.4 เมื่อด้านตรงกันข้ามของสี่เหลี่ยมด้านขนานเท่ากันในขนาดและมีทิศทางเดียวกัน (ตามรูป) ดังนั้น

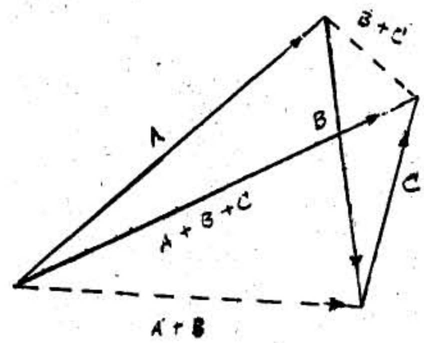


รูปที่ 1.4 การบวกเวกเตอร์

จึงกล่าวได้ว่า การบวกของเวกเตอร์นั้นสลับที่ (commutative) **A** + **B** = **B** + **A** นอกจากนี้ การบวกเวกเตอร์ยังเป็นไปตามกฎเปลี่ยนกลุ่มได้ (associative law)

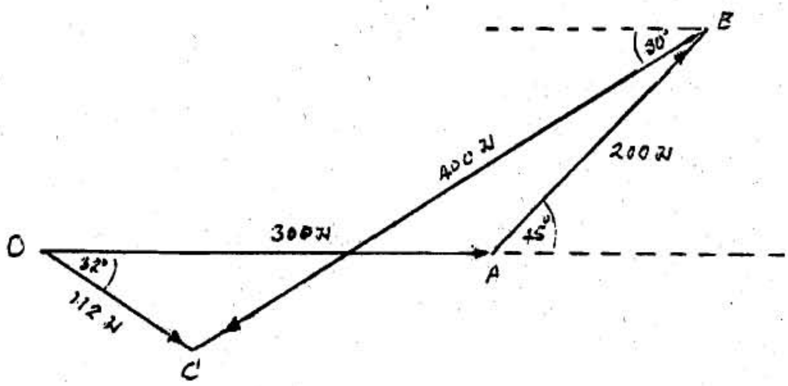
$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$$

ดังนั้น จึงเขียนผลบวกของ **A** + **B** + **C** โดยไม่มีวงเล็บได้ ดังรูปที่ 1.5



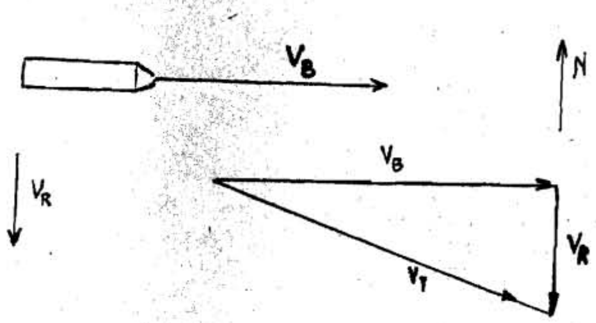
รูปที่ 1.5 การหาผลบวก **A + B + C**

ตัวอย่าง 1.1 ชายคนหนึ่งเดินไปทางทิศตะวันออก 300 เมตร และ 200 เมตรทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ (45° ทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ) และสุดท้ายเดินไปทางตะวันตกเฉียงใต้ 400 เมตร จงหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์รวม



วิธีทำ จากรูป OA จะแทนเวกเตอร์ระยะขจัดซึ่งมีขนาด 300 เมตรไปทางทิศตะวันออก AB และ BC จะแทนระยะขจัดทั้งสอง เส้น OC จะแทนผลรวมของเวกเตอร์ทั้งสาม ชายคนนี้จะอยู่ที่ระยะ 112 เมตร และทำมุม 32° ตะวันออกเฉียงใต้ ขนาดและมุมหาได้ด้วยการวัดความยาวและมุมของเส้น OC

ตัวอย่าง 1.2 เรือลำหนึ่งแล่นด้วยความเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมงตรงไปทางทิศตะวันออก ในแม่น้ำมีกระแสน้ำไหลไปทางทิศใต้ด้วยความเร็ว 3 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงหาความเร็วที่แท้จริงของเรือลำนี้



วิธีทำ จากรูปของเวกเตอร์ หาความยาวของด้านที่ปิด ได้ดังนี้

$$V_T^2 = V_B^2 + V_R^2$$

$$\therefore \quad V_T = (V_B^2 + V_R^2)^{1/2}$$

$$= (10^2 + 3^2)^{1/2}$$

∴ ความเร็วของเรือที่แท้จริง = 10.4 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ทิศทางของเรือ หาได้จาก

$$\tan\theta = V_R/V_B$$

$$= 3/10$$

$$= \tan^{-1} 0.3$$

$$= 17^{\circ}$$

∴ ทิศทางของเรือที่แท้จริง คือ วิ่งไปทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ 17°

กิจกรรม 1.1

ให้นักศึกษาแสดงแผนภาพประกอบการรวมเวกเตอร์ตามตัวอย่าง 1.1 โดยใช้มาตราส่วน 1 เซนติเมตร ต่อ 100 เมตร

การลบเวกเตอร์ โดยการเขียนรูป ใช้หลักการเดียวกับการบวกเวกเตอร์ เพียงแต่กลับทิศเวกเตอร์ด้วยเครื่องหมายลบ

ถ้า **B** เป็นเวกเตอร์ **-B** ก็นิยามได้ว่าเป็นเวกเตอร์ที่มีขนาดเดียวกันกับ **B** แต่มีทิศทางตรงกันข้าม ดังรูปที่ 1.6 การลบของเวกเตอร์นิยามโดยการบวกของจำนวนลบ

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B})$$

รูปที่ 1.6 การลบเวกเตอร์

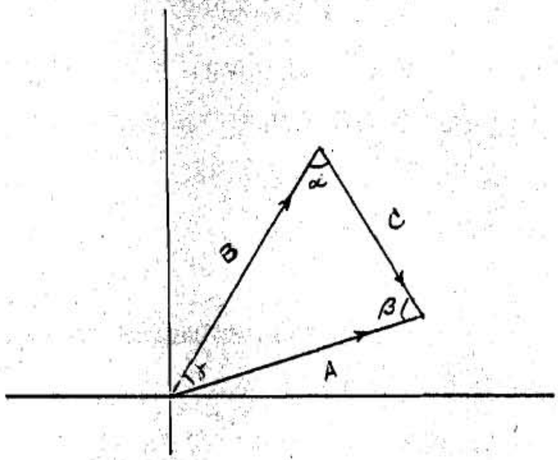
สำหรับเวกเตอร์ $\mathbf{0}$ นั้นจะได้ว่า $\mathbf{0} = -\mathbf{0}$, $\mathbf{A} - \mathbf{A} = \mathbf{0}$, $\mathbf{A} + \mathbf{0} = \mathbf{A}$, $\mathbf{0} + \mathbf{A} = \mathbf{A}$ สำหรับทุก ๆ เวกเตอร์ **A**

สมบัติพื้นฐานของเวกเตอร์

ให้ **A, B, C** เป็นเวกเตอร์ และ m, n เป็นสเกลาร์ สำหรับการบวก การลบ และการคูณเวกเตอร์ด้วยสเกลาร์ จะได้ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์กับสเกลาร์ ดังนี้

1. $\mathbf{A} + \mathbf{B} \quad = \quad \mathbf{B} + \mathbf{A}$
2. $\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) \quad = \quad (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$
3. $m\mathbf{A} \quad = \quad \mathbf{A}m$
4. $m(n\mathbf{A}) \quad = \quad (mn)\mathbf{A}$
5. $(m + n)\mathbf{A} \quad = \quad m\mathbf{A} + n\mathbf{A}$
6. $m(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \quad = \quad m\mathbf{A} + m\mathbf{B}$

พิจารณาสามเหลี่ยมที่มีด้านยาว A, B และ C โดยทำมุม α, β และ γ ตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้



รูปที่ 1.7 สามเหลี่ยมที่มีด้าน A, B และ C

กฎของไซน์ (Law of sines) คือ

$$A/\sin\alpha = B/\sin\beta = C/\sin\gamma \qquad \text{........1.7}$$

กฎของโคไซน์ (Law of cosines) คือ

$$\begin{aligned} A^2 &= B^2 + C^2 - 2BC\cos\alpha \\ B^2 &= A^2 + C^2 - 2AC\cos\beta \qquad \text{........1.8} \\ C^2 &= A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma \end{aligned}$$

การคูณเวกเตอร์

การคูณเวกเตอร์แบ่งเป็น 3 ชนิด คือ

1. การคูณเวกเตอร์ด้วยปริมาณสเกลาร์
2. การคูณเวกเตอร์แบบสเกลาร์หรือแบบด็อต
3. การคูณเวกเตอร์แบบเวกเตอร์หรือแบบครอส

1. **การคูณเวกเตอร์ด้วยปริมาณสเกลาร์** ถ้าเอาปริมาณสเกลาร์ใดๆ เช่น K มาคูณกับปริมาณเวกเตอร์ A จะได้ผลเป็นเวกเตอร์เท่ากับ KA

$$K \times A = KA$$

เวกเตอร์ตัวใหม่ KA มีขนาดเป็น K เท่าของเวกเตอร์ A และมีทิศทางเช่นเดียวกับของเวกเตอร์ A เดิม

$(-K) \times A \quad = \quad -KA$

เวกเตอร์ตัวใหม่ -KA มีขนาดเป็น K เท่าของเวกเตอร์เดิม A แต่มีทิศทางตรงข้ามกับทิศทางเวกเตอร์ A เดิม ดังนั้น ถ้าจะกลับทิศทางของเวกเตอร์ใด ๆ ทำได้โดยเอา (-1) คูณกับเวกเตอร์นั้น

$(-1) \times A \quad = \quad -A$

2. **การคูณเวกเตอร์แบบสเกลาร์หรือการคูณแบบด๊อต (scalar or dot product)** คือผลคูณของเวกเตอร์ที่ให้ผลลัพธ์เป็นปริมาณสเกลาร์

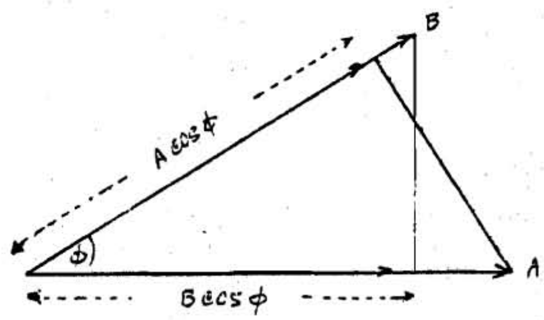
การคูณเวกเตอร์ A กับเวกเตอร์ B แบบสเกลาร์หรือแบบด๊อต ผลลัพธ์จะได้เป็นปริมาณสเกลาร์

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\phi \qquad \text{........1.9}$$

สัญลักษณ์ **A · B** อ่านว่า vector **A** dot vector **B** จะเห็นได้ว่าเป็นผลคูณของเวกเตอร์ตัวหนึ่งกับโปรเจคชั่นของเวกเตอร์อีกตัวหนึ่งบนเวกเตอร์ตัวแรก ดังนั้นผลคูณที่ได้จะเป็น A คูณกับ $B\cos\phi$ หรือจาก $A\cos\phi$ คูณกับ B จะได้เท่ากับ $AB\cos\phi$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\phi$$

เมื่อ ϕ เป็นมุมที่เล็กกว่า 180° $(0 \leq \phi \leq \pi)$



รูปที่ 1.8 การคูณเวกเตอร์แบบด๊อต

เขียนเป็นนิยามได้ว่า ผลคูณแบบสเกลาร์หรือผลคูณแบบด๊อตของเวกเตอร์ทั้งสอง มีค่าเท่ากับผลคูณของขนาดเวกเตอร์ทั้งสองกับโคไซน์ของมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสองนั้น

ตัวอย่าง 1.3 ให้ $\mathbf{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ และ $\mathbf{B} = 4\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ เวกเตอร์ทั้งสองทำมุมเท่าใด

วิธีทำ

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\phi$$

$$\cos\phi = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})/(AB)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot (4\hat{i} - 4\hat{j} - 2\hat{k})$$

$$= 4 + 8 - 4$$

$$= 8$$

$$A = (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$$

$$= [1^2 + 2^2 + (-2^2)]^{1/2}$$

$$= 3$$

$$B = (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)^{1/2}$$

$$= [4^2 + 4^2 + 2^2]^{1/2}$$

$$= 6$$

$$\therefore \cos\phi = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})/(AB)$$

$$= 8/[(3)(6)]$$

$$= 4/9$$

$$\phi = \cos^{-1} 4/9$$

$$= 63.6^{\circ}$$

กิจกรรม 1.2

ให้นักศึกษาแสดงแผนภาพประกอบผลคูณแบบสเกลาร์ตามตัวอย่าง 1.3 โดยใช้มาตราส่วนที่เหมาะสม

กฎต่าง ๆ ของการคูณแบบสเกลาร์ มีดังนี้

1. $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ (กฎการสลับที่)
2. $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$ (กฎการกระจาย)
3. $m(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = (m\mathbf{A}) \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A} \cdot (m\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})m$ เมื่อ m เป็นสเกลาร์
4. $\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$

   $\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k} = 0$

5. ถ้า $\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

และ $\mathbf{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$ แล้ว

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$$

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{B} = B^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2$$

6. ถ้า $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$ โดยที่ $\mathbf{A} \neq 0$ และ $\mathbf{B} \neq 0$ แล้ว **A** ตั้งได้ฉากกับ **B**

7. ถ้า $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ แสดงว่าเวกเตอร์ทั้งสองเหมือนกันทุกประการ ดังนั้น $\cos \phi = 1$ กล่าวคือ เวกเตอร์ **A** และเวกเตอร์ **B** ขนานกัน หรือทำมุมเท่ากับ 0 องศาต่อกัน ทำให้ได้ $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2$

3. การคูณเวกเตอร์แบบเวกเตอร์หรือการคูณแบบไขว้ (vector or cross product) คือ ผลคูณของเวกเตอร์ที่ได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์

A และ **B** เป็นปริมาณเวกเตอร์ 2 ปริมาณ ผลคูณแบบไขว้หรือผลคูณแบบเวกเตอร์ของ **A** และ **B** จะได้ผลลัพธ์เป็นเวกเตอร์ใหม่ ซึ่งมีทิศทางตั้งฉากกับระนาบของ **A** และ **B** เราให้ผลลัพธ์ของเวกเตอร์ใหม่เป็น **C** จะหาทิศทางของ **C** ได้โดยใช้กฎมือขวา ดังนั้นนิยามของผลคูณแบบเวกเตอร์ มีค่าเท่ากับผลคูณของขนาดของเวกเตอร์ **A** กับ **B** กับ sine ของมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสองนั้น

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \mathbf{C} \qquad \text{......1.10}$$

$$C = AB \sin \phi \qquad \text{......1.11}$$

เมื่อ $0 \leq \phi \leq \pi$

A เป็นขนาดของเวกเตอร์ **A**

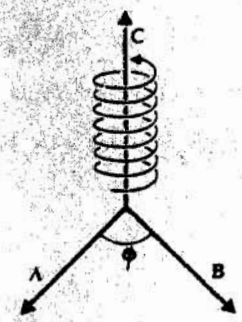
B เป็นขนาดของเวกเตอร์ **B**

C เป็นขนาดของเวกเตอร์ **C**

มุม ϕ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ **A** กับเวกเตอร์ **B** ทิศทางของเวกเตอร์ **C** เรียกว่า เกลียวหมุนขวา

A x B อ่านว่า **A** cross **B**

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$$



รูปที่ 1.9 การคูณเวกเตอร์แบบไขว้

กฎต่าง ๆ ของการคูณเวกเตอร์ มีดังนี้

1. $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$

2. $m(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = (m\mathbf{A}) \times \mathbf{B} = \mathbf{A} \times (m\mathbf{B}) = (\mathbf{A} \times \mathbf{B})m$

เมื่อ m เป็นสเกลาร์

3. $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$, $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$

$\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$, $\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$, $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$

4. ขนาดของผลคูณเวกเตอร์ $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ มีค่าเท่ากับพื้นที่ของสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มีด้านคู่ขนานยาว A และ B

5. ถ้า $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = 0$ และ $\mathbf{A} \neq 0$, $\mathbf{B} \neq 0$ แล้ว A กับ B มีทิศทางในแนวเดียวกัน (parallel หรือ anti-parallel) นั่นคือเวกเตอร์ทั้งสองนี้ต้องขนานกัน

6. ถ้ามีเวกเตอร์ 3 อัน คือ A, B และ C จะมีความสัมพันธ์ต่าง ๆ กัน

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$$

$$(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{C} = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{C})\mathbf{B} - (\mathbf{B} \cdot \mathbf{C})\mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B} \cdot (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C}$$

ถ้าเวกเตอร์ **A** และเวกเตอร์ **B** อยู่ในระนาบ 3 มิติ เราสามารถพิจารณาผลลัพธ์ของ **A** และ **B** ได้ดังนี้

ให้ $\mathbf{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$

$\mathbf{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

$$\therefore \mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k})(B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$

$$= A_xB_x(\hat{i} \times \hat{i}) + A_xB_y(\hat{i} \times \hat{j}) + A_xB_z(\hat{i} \times \hat{k})$$
$$+A_yB_x(\hat{j} \times \hat{i}) + A_yB_y(\hat{j} \times \hat{j}) + A_yB_z(\hat{j} \times \hat{k})$$
$$+A_zB_x(\hat{k} \times \hat{i}) + A_zB_y(\hat{j} \times \hat{k}) + A_zB_z(\hat{k} \times \hat{k}) \qquad ......1.12$$

จากกฎของผลคูณแบบเวกเตอร์ จะได้ว่า

$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$
$$\hat{i} \times \hat{j} = -(\hat{j} \times \hat{i}) = \hat{k}$$
$$\hat{j} \times \hat{k} = -(\hat{k} \times \hat{j}) = \hat{i}$$
$$\hat{k} \times \hat{i} = -(\hat{i} \times \hat{k}) = \hat{j}$$

$$\therefore \quad \mathbf{A} \times \mathbf{B} = 0 + A_xB_y\hat{k} - A_xB_z\hat{j} - A_yB_x\hat{k} + 0 + A_yB_z\hat{i} + A_zB_x\hat{j} - A_zB_y\hat{i} + 0$$
$$= \hat{i}(A_yB_z - A_zB_y) + \hat{j}(A_zB_x - A_xB_z) + \hat{k}(A_xB_y - A_yB_x) \qquad ......1.13$$

เราสามารถหาผลคูณแบบนี้ในรูปของดีเทอร์มิแนนท์ (determinant) ดังนี้

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \qquad ......1.14$$

เมื่อต้องการหาค่าก็คิดได้โดยง่าย คือ เขียนดีเทอร์มิแนนท์สองชุดต่อกัน

$$\left|\begin{array}{ccc|ccc} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} & \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z & A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z & B_x & B_y & B_z \end{array}\right|$$

โดยที่คูณลงคิดเครื่องหมายบวก และคูณขึ้นคิดเครื่องหมายลบ จะได้ดังนี้

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = A_yB_z\hat{i} + A_zB_x\hat{j} + A_xB_y\hat{k} - B_yA_z\hat{i} - B_zA_x\hat{j} - B_xA_y\hat{k}$$
$$= \hat{i}(A_yB_z - B_yA_z) + \hat{j}(A_zB_x - B_zA_x) + \hat{k}(A_xB_y - B_xA_y) \qquad ......1.15$$

ซึ่งจะเท่ากับสมการ (1.13) นั่นเอง

ตัวอย่าง 1.14 ให้ $\mathbf{A} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ และ $\mathbf{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ จงคำนวณหา $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ และ $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ และเปรียบเทียบคำตอบที่ได้

วิธีทำ $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (-\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

$$\mathbf{B} \times \mathbf{A} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) \times (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

$$\therefore -(\mathbf{B} \times \mathbf{A}) = -4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$$

ดังนั้น $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = -(\mathbf{B} \times \mathbf{A})$

1.2 ระบบหน่วยเอสไอ

ปริมาณต่าง ๆ ที่วัดจะต้องมีหน่วยที่เหมาะสมกำกับ ปัจจุบันมีระบบหน่วยซึ่งประเทศต่าง ๆ ได้ตกลงที่จะใช้ร่วมกันเป็นมาตรฐานสากล เรียกว่า **ระบบหน่วยนานาชาติ** (International System of Units หรือ Système International d'Unités') ซึ่งมีอักษรย่อว่า **หน่วยเอสไอ** (SI units) ซึ่งเป็นระบบที่ยอมรับให้ใช้โดยที่ประชุมนานาชาติว่าด้วยมาตราชั่งตวง วัด (General Conference on Weights and Measures) หน่วยเอสไอนี้เป็นระบบของหน่วยซึ่งเดิมเรียกว่า **ระบบ เอ็ม เค เอส** (meter-kilogram-second (mks) system)

ระบบนี้แบ่งหน่วยออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

ก. หน่วยมูลฐานหรือหน่วยรากฐาน (base units)

ข. หน่วยเสริม (supplementary units)

ค. หน่วยอนุพัทธ์ (derived units)

หน่วยเหล่านี้ประกอบขึ้นเป็นระบบที่สอดคล้องสัมพันธ์กัน และยังมีคำอุปสรรค (prefixes) ซึ่งใช้แทนค่าพหุคูณในหน่วยต่าง ๆ

1.2.1 หน่วยมูลฐาน

ระบบหน่วยระหว่างประเทศกำหนดขึ้นจากหน่วยมูลฐาน 7 หน่วย ตามตารางที่ 1.1

ตาราง 1.1 หน่วยมูลฐาน

ปริมาณ	ชื่อหน่วยมูลฐานเอสไอ	สัญลักษณ์
ความยาว (length)	เมตร (meter)	m
มวล (mass)	กิโลกรัม (kilogram)	kg
เวลา (time)	วินาที (second)	s
กระแสไฟฟ้า (electric current)	แอมแปร์ (ampere)	A
อุณหภูมิทางอุณหพลศาสตร์ (thermodynamic temperature)	เคลวิน (kelvin)	K
ปริมาณสาร (amount of substance)	โมล (mole)	mol
ความเข้มแห่งการส่องสว่าง (luminous intensity)	แคนเดลา (candela)	cd

นิยามของหน่วยมูลฐาน

เมตร (m)

เมตร คือ หน่วยของความยาวที่เท่ากับ 1,650,763.73 เท่าของความยาวคลื่นในสุญญากาศของการแผ่รังสีที่สมนัยกับการเปลี่ยนแปลงระหว่างระดับ $2p_{10}$ กับ $5d_5$ ของอะตอมคริปตอน -86

กิโลกรัม (kg)

กิโลกรัม คือ หน่วยของมวล ซึ่งเท่ากับมวลมูลฐานสำหรับนานาชาติของกิโลกรัม ทำด้วยโลหะผสมแพลทตินัมและอิริเดียม และเก็บไว้ที่สถาบันมาตรฐานชั่งตวงวัดที่เมืองแซฟเรอ (Sèvres) ประเทศฝรั่งเศส

วินาที (s)

วินาที คือ หน่วยของระยะเวลาเท่ากับ 9,192,631.770 เท่าของคาบของการแผ่รังสีที่สมนัยกับการเปลี่ยนระดับไฮเปอร์ไฟน์สองระดับของอะตอมซีเซียม-133 ในสถานะพื้นฐาน

แอมแปร์ (A)

แอมแปร์ คือ หน่วยของกระแสไฟฟ้าซึ่งถ้ารักษาให้คงที่อยู่ในตัวนำ 2 เส้นที่มีความยาวอนันต์ มีพื้นที่ภาคตัดขวางเล็กมากจนไม่จำเป็นต้องคำนึงถึง และวางอยู่คู่ขนานห่างกัน 1 เมตร ในสุญญากาศแล้วจะทำให้เกิดแรงระหว่างตัวนำทั้งสองเท่ากับ 2×10^{-7} นิวตันต่อความยาว 1 เมตร

เคลวิน (K)

เคลวิน คือ หน่วยของอุณหภูมิทางอุณหพลศาสตร์ ซึ่งเท่ากับ 1/273.16 ของอุณหภูมิทางอุณหพลศาสตร์ของจุดร่วมสามสภาวะของน้ำ

โมล (mol)

โมล คือ ปริมาณสารของระบบที่ประกอบด้วยองค์ประกอบมูลฐาน ซึ่งมีจำนวนเท่ากับจำนวนอะตอมใน 0.012 กิโลกรัมของคาร์บอน-12 เมื่อใช้โมล ต้องระบุองค์ประกอบมูลฐาน ซึ่งอาจเป็นอะตอม โมเลกุล ไอออน อิเล็กตรอน อนุภาคอื่น ๆ หรือกลุ่มของอนุภาคตามที่กำหนด

แคนเดลา (cd)

แคนเดลา คือ หน่วยของความเข้มแห่งการส่องสว่างในทิศทางที่กำหนดให้ของแหล่งกำเนิดซึ่งแผ่รังสีเอกรงค์ด้วยความถี่ 540×10^{12} เฮิรตซ์ และมีความเข้มการแผ่รังสีในทิศทางนั้นเท่ากับ 1/683 วัตต์ต่อสเตอเรเดียน

1.2.2 หน่วยเสริม

หน่วยเสริม มี 2 หน่วย ดังแสดงในตารางที่ 1.2

ตาราง 1.2 หน่วยเสริม

ปริมาณ	ชื่อหน่วยเสริมเอสไอ	สัญลักษณ์
มุมเชิงระนาบ (plane angle)	เรเดียน (radian)	rad
มุมเชิงของแข็ง (solid angle)	สเตอเรเดียน (steradian)	sr

นิยามของหน่วยเสริม

เรเดียน (rad)

เรเดียน คือ มุมเชิงระนาบระหว่างเส้นรัศมีสองเส้นซึ่งตัดเส้นรอบวงของวงกลมออกเป็นส่วนโค้ง และมีความยาวเท่ากับรัศมีนั้น

สเตอเรเดียน (sr)

สเตอเรเดียน คือ มุมเชิงของแข็ง ซึ่งเมื่อยอดแหลมอยู่ ณ จุดศูนย์กลางทรงกลมจะตัดพื้นผิวรูปทรงกลมออกเป็นปริมาณเท่ากับพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาวเท่ากับรัศมีของรูปทรงกลมนั้น

1.2.3 หน่วยอนุพัทธ์

หน่วยอนุพัทธ์ แสดงในรูปของหน่วยมูลฐาน และ/หรือหน่วยเสริม เช่น ความเร็ว (velocity) มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที (m/s) ความเร็วเชิงมุม (angular velocity) มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที (rad/s) หน่วยอนุพัทธ์บางหน่วยมีชื่อและสัญลักษณ์เป็นพิเศษ ดังแสดงในตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 หน่วยอนุพัทธ์ที่มีชื่อและสัญลักษณ์เฉพาะ

ปริมาณ	ชื่อหน่วยอนุพัทธ์เอสไอ	สัญลักษณ์
พื้นที่	ตารางเมตร	m^2
ปริมาตร	ลูกบาศก์เมตร	m^3
ความถี่	เฮิรตซ์	Hz
ความหนาแน่น	กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร	kgm^{-3}
อัตราเร็ว ความเร็ว	เมตรต่อวินาที	ms^{-1}
ความเร็วเชิงมุม	เรเดียนต่อวินาที	$rads^{-1}$
แรง	นิวตัน	N
ความดัน	ปาสคัล, นิวตันต่อตารางเมตร	Pa, Nm^{-2}
ความหนืดจลนศาสตร์	ตารางเมตรต่อวินาที	m^2s^{-1}
ความหนืดพลศาสตร์	นิวตัน-วินาทีต่อตารางเมตร	Nsm^{-2}
งาน พลังงาน ปริมาณความร้อน	จูล	J
กำลัง	วัตต์	W
ปริมาณไฟฟ้า ประจุไฟฟ้า	คูลอมบ์	C
ศักย์ไฟฟ้า ความต่างศักย์ แรงดันไฟฟ้า แรงเคลื่อนไฟฟ้า	โวลต์	V
ความจุไฟฟ้า	ฟารัด	F
ความต้านทานไฟฟ้า	โอห์ม	Ω
ความนำไฟฟ้า	ซีเมนต์	S
ฟลักซ์แม่เหล็ก ฟลักซ์การเหนี่ยวนำแม่เหล็ก	เวเบอร์	Wb
ความหนาแน่นฟลักซ์แม่เหล็ก	เทสลา	T

ปริมาณ	ชื่อหน่วยอนุพัทธ์เอสไอ	สัญลักษณ์
ความเหนี่ยวนำ	เฮนรี	H
อุณหภูมิเซลเซียส	องศาเซลเซียส	$^{\circ}C$
ฟลักซ์การส่องสว่าง	ลูเมน	lm
ความสว่าง	ลักซ์	lx
เอนโทรปี	จูลต่อเคลวิน	JK^{-1}
ความจุความร้อนจำเพาะ	จูลต่อกิโลกรัม, เคลวิน	$Jkg^{-1}K^{-1}$
สภาพนำความร้อน	วัตต์ต่อเมตร, เคลวิน	$Wm^{-1}K^{-1}$
ความเข้มการแผ่รังสี	วัตต์ต่อสเตอเรเดียน	Wsr^{-1}
กัมมันตภาพ	ต่อวินาที	s^{-1}

กิจกรรม 1.3

ให้นักศึกษาแสดงหน่วยมูลฐานตามระบบเอสไอ จากตาราง 1.3 โดยระบุให้ชัดเจนว่าเป็นหน่วยมูลฐานใด

นิยามของหน่วยอนุพัทธ์

โดยปกตินิยามของหน่วยอนุพัทธ์ มักจะกล่าวไว้ในบทต่าง ๆ ที่กล่าวถึงหน่วยเหล่านั้น ในบทนี้จะได้นิยามแต่เพียงบางหน่วยเท่านั้น เช่น

นิวตัน (N)

นิวตัน เป็นหน่วยของแรง แรง 1 นิวตัน คือ แรงที่ทำให้มวล 1 กิโลกรัมเกิดความเร่ง 1 เมตรต่อวินาทีกำลังสอง

จูล (J)

จูล คือ หน่วยของงาน พลังงาน และปริมาณความร้อน งาน 1 จูล คือ งานที่ทำเมื่อจุดกระทำของแรง 1 นิวตันเคลื่อนที่ไป 1 เมตรในทิศทางของแรง

วัตต์ (W)

วัตต์ คือ หน่วยของกำลัง กำลัง 1 วัตต์ คืองานที่ทำได้ในอัตรา 1 จูลต่อวินาที

คำอุปสรรค

คำอุปสรรคเป็นคำที่ใช้เป็นชื่อและสัญลักษณ์ของพหุคูณ (ทำให้ใหญ่ขึ้นหรือเล็กลงโดยทศนิยม) ของหน่วยเอสไอ สัญลักษณ์ของคำอุปสรรคคำหนึ่ง ๆ นั้นใช้ผสมกับสัญลักษณ์ของหน่วยโดยตรง จะทำให้เกิดเป็นสัญลักษณ์ของหน่วยใหม่ ซึ่งสามารถยกกำลังเป็นบวกหรือลบ ดังแสดงในตารางที่ 1.4

ตาราง 1.4 คำอุปสรรค

คำพหุคูณ	คำอุปสรรค	สัญลักษณ์
10^{18}	เอกซะ (exa)	E
10^{15}	เพทะ (peta)	P
10^{12}	เทระ (tera)	T
10^{9}	จิกะ (giga)	G
10^{6}	เมกะ (mega)	M
10^{3}	กิโล (kilo)	k
10^{2}	เฮกโต (hecto)	h
10	เดคา (deca)	da
10^{-1}	เดซิ (deci)	d
10^{-2}	เซนติ (centi)	c
10^{-3}	มิลลิ (milli)	m
10^{-6}	ไมโคร (micro)	μ
10^{-9}	นาโน (nano)	n
10^{-12}	พิโค (pico)	p
10^{-15}	เฟมโต (femto)	f
10^{-18}	อัตโต (atto)	a

นอกจากนี้ยังสามารถใช้คำอุปสรรคผสมกับสัญลักษณ์ของหน่วยอื่น ๆ กลายเป็นสัญลักษณ์ของหน่วยเชิงประกอบ (compound unit) ขึ้นได้ เช่น

$1\ cm^3 = (10^{-2}\ m)^3 = 10^{-6}\ m^3$

$1\ \mu s^{-1} = (10^{-6}\ s)^{-1} = 10^{6}\ s^{-1}$

และ 1.2×10^4 N อาจเขียนเป็น 12 kN

1401 Pa อาจเขียนเป็น 1.401 kPa

3.1×10^{-8} s อาจเขียนเป็น 31 ns

สัญลักษณ์ของหน่วย ควรเขียนด้วยอักษรตัวเล็ก นอกจากหน่วยที่ได้จากวิสามานยนาม ให้เขียนตัวแรกด้วยอักษรตัวใหญ่ เช่น

m เมตร

s วินาที

A แอมแปร์

J จูล

Wb เวเบอร์

หน่วยเชิงประกอบที่ได้จากการคูณระหว่างหน่วย อาจเขียนแสดงได้โดยวิธีใดวิธีหนึ่ง ดังนี้

N.m $\quad$ N · m $\quad$ Nm

หน่วยเชิงประกอบที่ได้จากการหารระหว่างหน่วย อาจเขียนแสดงได้โดยวิธีใดวิธีหนึ่งดังนี้

$\frac{m}{s}$ $\quad$ m/s $\quad$ m.s^{-1}

1.3 เลขนัยสำคัญ (significant figures)

เลขนัยสำคัญ หมายถึงเลขที่เชื่อถือได้ และสามารถสื่อความหมายในลักษณะที่บ่งบอกถึงความแม่นยำและความเคลื่อนคลาดของจำนวนเลขดังกล่าว การพิจารณาเลขนัยสำคัญของตัวเลขจำนวนหนึ่งไม่ว่าจะเป็นข้อมูลจากการวัด หรือผลการทดลองที่ได้จากการบวก ลบ คูณ หาร ข้อมูลเหล่านั้น มีกฎเกณฑ์ที่ควรปฏิบัติดังต่อไปนี้

1. ตัวเลขที่มีนัยสำคัญมากที่สุด คือ ตัวเลขซ้ายสุดที่ไม่เป็นศูนย์

2. กรณีที่ไม่มีจุดทศนิยมในเลขจำนวนนั้น ตัวเลขที่มีนัยสำคัญน้อยที่สุด คือ ตัวเลขขวาสุดที่ไม่เป็นศูนย์

3. กรณีที่มีจุดทศนิยมในเลขจำนวนนั้น เลขนัยสำคัญน้อยที่สุด คือ ตัวเลขขวาสุดรวมถึงเลขศูนย์ที่เขียนไว้ด้วย

4. จำนวนหลักของเลขนัยสำคัญ ให้นับจากเลขนัยสำคัญมากที่สุด ถึงเลขนัยสำคัญน้อยที่สุด

เลขจำนวนใด ๆ ก็ตามเมื่อปฏิบัติตามกฎทั้ง 4 ข้อเหล่านี้ นอกจากจะบ่งบอกถึงปริมาณหรือขนาดแล้วยังบอกถึงความไม่แน่นอนหรือความเคลื่อนคลาดไว้ด้วย กล่าวคือ เลขนัยสำคัญน้อยที่สุดตามข้อ 2 และข้อ 3 จะเป็นตัวเลขที่มีความคลาดเคลื่อนรวมอยู่ด้วย นอกนั้นจะถือว่าเป็นตัวเลขที่ค่อนข้างแน่นอน

ตัวอย่าง 1.5 การวัดความยาวของผ้าผืนหนึ่งโดยไม้บรรทัดที่แบ่งสเกลละเอียดเป็นมิลลิเมตรจะได้ 15.7 ซม. ค่าความยาวที่แน่นอนของผ้ามีขนาดอยู่ระหว่าง 15.65 ถึง 15.75 ซม. ถ้าการวัดนี้ให้ใกล้เคียงหนึ่งในร้อยของเซนติเมตร ควรจะเขียนความยาวเป็น 15.70 ซม. ขนาดความยาวที่วัดได้ 15.7 ซม. เป็นจำนวนที่มีตัวเลขนัยสำคัญ 3 ตัว คือ 1, 5, 7 ขณะที่ความยาว 15.70 ซม. เป็นจำนวนที่มีตัวเลขนัยสำคัญ 4 ตัว คือ 1, 5, 7, 0

การนำเสนอตัวเลขจำนวนหนึ่งในทางฟิสิกส์ เลขนัยสำคัญมีความหมายที่ได้รวมความเคลื่อนคลาดที่อาจเป็นไปได้ไว้ด้วย

ตัวอย่างเลขนัยสำคัญ

ข้อมูลหรือคำตอบ	ตัวเลขนัยสำคัญ (ตัว)
4	1
4.0	2
4.00	3
3.14	3
3.14159	6
254	3
250	2 หรือ 3
2.50×10^2	3
2.5×10^2	3

จำนวนเลขในตัวอย่างเหล่านี้ ทุกจำนวนอาจมีความเคลื่อนคลาดรวมอยู่ ยกเว้นในกรณีที่เป็นค่าคงที่ ตามตัวอย่างในลำดับแรก เลข 4 ถ้าเป็นค่าคงที่จะมีความหมายอย่างหนึ่ง ถ้าเป็น

ข้อมูลจากการทดลองที่เป็นตัวเลขนัยสำคัญ จะมีความหมายที่แสดงว่ามีความเคลื่อนคลาดรวมอยู่ด้วย ความเคลื่อนคลาดนี้จะมีขนาดมากกว่าความเคลื่อนคลาดของจำนวนเลขถัดไป คือ 4.0 และ 4.00 ตามลำดับ การกำหนดค่าสำหรับการคำนวณจะขึ้นอยู่กับความต้องการในแง่ของความแม่นยำและความถูกต้องของผลลัพธ์

กิจกรรม 1.4 ให้นักศึกษาวัดขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางของเหรียญบาท โดยใช้ไม้บรรทัดที่แบ่งสเกลละเอียดเป็นมิลลิเมตร และแสดงผลด้วยเลขนัยสำคัญตามตัวอย่าง 1.5

หลักการคำนวณเลขนัยสำคัญ

คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ถูกต้องและเหมาะสมของการคำนวณตัวเลขจำนวนหนึ่ง ถ้าคำนึงถึงเลขนัยสำคัญของตัวเลขทั้งหมด จะต้องอาศัยวิธีวิเคราะห์ความเคลื่อนคลาดด้วย โดยทั่ว ๆ ไป ในทางปฏิบัติมีวิธีการปัดเศษให้เหลือตัวเลขที่เป็นเลขนัยสำคัญที่มีความเคลื่อนคลาดสอดคล้องกับข้อมูลเดิม โดยพิจารณาได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} 58.0 \\ 0.0038 \\ 0.0001 \\ \hline 58.00381 \end{array} + \qquad\qquad \begin{array}{r} 4.20 \\ 1.6523 \\ 0.015 \\ \hline 5.8673 \end{array} +$$

ผลลัพธ์ที่เหมาะสม = 58.0   = 5.87

$$\begin{array}{r} 51.4 \\ 1.67 \\ \hline 49.73 \end{array} - \qquad\qquad \begin{array}{r} 7146 \\ 12.8 \\ \hline 7133.2 \end{array} -$$

ผลลัพธ์ที่เหมาะสม = 49.7   = 7133

ในการคูณ หาร จำนวนเลขโดยคำนึงถึงเลขนัยสำคัญ คำตอบที่เหมาะสมให้พิจารณาได้จากข้อมูลที่มีตัวเลขนัยสำคัญน้อยที่สุด ดังตัวอย่าง

$$2.7 \times 11.8 = 31.86$$

ผลลัพธ์คือ 32 ซึ่งมีตัวเลขนัยสำคัญ 2 ตัวตรงกับเลข 2.7 ซึ่งมีตัวเลขนัยสำคัญ 2 ตัว เช่นเดียวกัน

$$2.7 \div 348 = 0.0102171$$

ผลลัพธ์ คือ 0.0102 หรือ 10.2×10^{-3}

สรุป

ปริมาณต่าง ๆ ทางฟิสิกส์จำแนกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ เวกเตอร์และสเกลาร์ โดยแต่ละปริมาณมีหน่วยเฉพาะในระบบเอสไอ เช่น ความเร็วซึ่งเป็นปริมาณเวกเตอร์ที่มีทั้งขนาดและทิศทาง มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาทีในระบบเอสไอ

แบบฝึกหัดที่ 1

1.1 วัตถุก้อนหนึ่งถูกกลิ้งให้เกิดการกระจัด 7 เมตร ไปทางทิศตะวันตก และ 24 เมตรไปทางทิศเหนือ จงหาขนาดและทิศทางของการกระจัดลัพธ์

ตอบ 25 เมตร, ในทิศเฉียงไปทางเหนือทำมุม 73.7° กับทิศตะวันตก

1.2 เครื่องบินลำหนึ่งบินได้ระยะทาง 300 กิโลเมตรไปในทิศตะวันตกเฉียงใต้ทำมุม 56° กับทิศตะวันตก จงหาองค์ประกอบของการกระจัดตามทิศใต้และทิศตะวันตก

ตอบ 246 กิโลเมตร, 172 กิโลเมตร

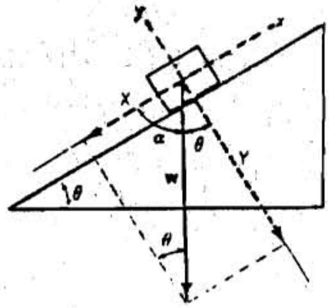
1.3 รถยนต์คันหนึ่งวิ่งระหว่างเมืองสองเมือง คือ A และ B โดยขับรถจากเมือง A ไปทางทิศตะวันออก 35 กิโลเมตร แล้วขับในทิศทำมุม 50° กับทิศตะวันออก ไปทางทิศเหนืออีก 70 กิโลเมตรก็ถึงเมือง B ถ้าให้เมือง A อยู่ที่จุดกำเนิด จงหาเวกเตอร์บอกตำแหน่งของเมือง B พร้อมทั้งระยะห่างระหว่างเมืองทั้งสอง

ตอบ $80i + 53.6j$ กิโลเมตร, 96.3 กิโลเมตร

1.4 วัตถุหนัก 50 นิวตัน วางอยู่บนระนาบเอียงที่ทำมุม 30° กับแนวราบ ดังรูปที่ 1.10 จงหาองค์ประกอบของน้ำหนักในแนวที่ขนานกับระนาบเอียง (X) และในแนวที่ตั้งฉากกับระนาบเอียง (Y)

ตอบ 25 นิวตัน, 43.3 นิวตัน

รูปที่ 1.10



1.5 จงหา (ก) $\hat{j} \cdot (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k})$

(ข) $(3\hat{i} + \hat{k}) \cdot (2\hat{i} - \hat{j})$

ตอบ (ก) -3, (ข) 6

1.6 จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ **A** และ **B** กำหนดให้ $\mathbf{A} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ และ $\mathbf{B} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

ตอบ 79°

1.7 กำหนดให้ $\mathbf{A} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ และ $\mathbf{B} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$

จงหา (ก) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ (ข) $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$

ตอบ (ก) $-10\hat{i} - 3\hat{j} - 11\hat{k}$, (ข) $10\hat{i} + 3\hat{j} + 11\hat{k}$

1.8 กำหนดให้ $\mathbf{A} = -\hat{i} + 3\hat{j}$, $\mathbf{B} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ และ $\mathbf{C} = 4\hat{i} + 4\hat{j}$

จงหา (ก) $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C})$ และ $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$

(ข) $\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{C})$ และ $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$

ตอบ (ก) $-23\hat{k}$, $4\hat{k}$ (ข) 0, 0

1.9 กำหนดให้ $\mathbf{A} + \mathbf{B} = 11\hat{i} - \hat{j} - 5\hat{k}$ และ $\mathbf{A} - \mathbf{B} = 5\hat{i} - 11\hat{j} - 9\hat{k}$

จงหา (ก) $\mathbf{A}$ และ $\mathbf{B}$ (ข) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}|$ (ค) $|\mathbf{A} - \mathbf{B}|$

ตอบ (ก) $\mathbf{A} = 8\hat{i} + 5\hat{j} + 7\hat{k}$, $\mathbf{B} = 3\hat{i} - 6\hat{j} - 2\hat{k}$

(ข) 12.12 (ค) 15.07

1.10 อัตราเร็วของเสียงในอากาศของเช้าวันหนึ่งเท่ากับ 350 เมตรต่อวินาที จงหาอัตราเร็วของเสียงในหน่วยกิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ 1,260 กิโลเมตร/ชั่วโมง

1.11 ความหนาแน่นของอะลูมิเนียมเท่ากับ 2,699 กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร จงเปลี่ยนความหนาแน่นนี้ให้อยู่ในหน่วยของกรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ 2.699 กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร

1.12 ลูกปืนลูกหนึ่งฝังอยู่ที่ผนังห้อง ณ ตำแหน่ง 2.5 เมตรจากพื้น ถ้าทิศทางของลูกปืนที่เข้าไปในผนัง ทำมุม 76° กับผนัง และตำแหน่งที่ยิงปืนสูงจากพื้น 1.2 เมตร จงหาระยะห่างของตำแหน่งที่ยิงปืนจากผนังห้อง

ตอบ 5.2 เมตร