

## บทที่ 3

# แอกติวิตีรังสี กฎการสลายตัว ครึ่งชีวิตและสถิติทางรังสี

ดังได้กล่าวแล้วนิวไคลด์รังสีไม่มีความคงตัว และสลายตัวกลายเป็นนิวไคลด์อื่นตามขบวนการต่าง ๆ สิ่งที่น่าสนใจคือ อัตราการสลายตัวของแต่ละนิวไคลด์รังสีมีค่าเท่าใด? แต่ละนิวไคลด์รังสีจะสลายตัวในอัตราเดียวกันหรือไม่? และหลังจากนั้นจะมีอะตอมกัมมันตภาพรังสีเหลืออยู่มากน้อยเพียงใดในช่วงเวลาหนึ่ง การตอบคำถามตลอดจนความกระจ่างในส่วนที่เกี่ยวข้องจะได้อธิบายในรายละเอียดต่อไป

### คำจำกัดความของแอกติวิตีรังสีและหน่วยที่ใช้ในการวัด

ปริมาณการสลายตัวของกัมมันตภาพรังสีต่อหน่วยเวลา กำหนดเป็นอัตราการสลายตัวของกัมมันตภาพของนิวไคลด์รังสี ตัวอย่างเช่น ในช่วงเวลาที่กำหนดช่วงหนึ่ง เก็บอะตอมของนิวไคลด์รังสีไว้ 1,000 อะตอม และภายในระยะเวลา 5 วินาทีต่อมา มีการสลายตัวของอะตอมไป 50 อะตอม ดังนั้น แอกติวิตีของตัวอย่างนี้คือ  $50/5 = 10$  การสลายตัวต่อวินาที (disintegration/second) หรือเขียนย่อเป็น dis/sec เพื่อที่จะเขียนอธิบายในพจน์ทางคณิตศาสตร์ มีการกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

$N_t$  = จำนวนอะตอมแอกติวิตีรังสี ณ เวลา  $t$  ใด ๆ

$dN_t$  = จำนวนอะตอมกัมมันตภาพรังสีที่สลายตัวในช่วงเวลาสั้น ๆ  $dt$

$R_t$  = กัมมันตภาพรังสีของสารตัวอย่าง

$$R_t = -\frac{dN_t}{dt} \quad (1)$$

เครื่องหมายลบในสมการ (1) หมายถึงอะตอมกัมมันตภาพรังสีลดปริมาณลงเรื่อย ๆ ตามระยะเวลาที่ผ่านไป

ปัจจุบันหน่วยที่ใช้ในการกำหนดปริมาณแอกติวิตีรังสีคือ คูรี (curie) หรือเขียนย่อเป็น Ci เพื่อเป็นเกียรติแก่มาดามคูรี ซึ่งเป็นผู้บุกเบิกงานด้านนี้ และได้กำหนดให้ 1 คูรี เป็นจำนวนกัมมันตภาพรังสีซึ่งสลายตัวในอัตรา  $3.7 \times 10^{10}$  dis/sec เนื่องจากคูรีเป็นหน่วยใหญ่ จึงได้มีการกำหนดหน่วยย่อยของคูรีดังนี้

คูรี (Ci) =  $3.7 \times 10^{10}$  dis/sec

มิลลิคูรี (mCi) =  $10^{-3} \times Ci = 3.7 \times 10^7$  dis/sec

ไมโครคูรี ( $\mu Ci$ ) =  $10^{-6} \times Ci = 3.7 \times 10^4$  dis/sec

นาโนคูรี (nCi) =  $10^{-9} \times Ci = 3.7 \times 10$  dis/sec

พิโกคูรี (pCi) =  $10^{-12} \times Ci = 3.7 \times 10^{-2}$  dis/sec

อย่างไรก็ตามได้มีการกำหนดหน่วยที่เล็กกว่าคูรีอีกคือ เบกเคอเรล (Becquerel) หรือ Bq โดย 1 เบกเคอเรล เป็นแอกติวิตีรังสีของสารตัวอย่างซึ่งสลายตัวในอัตรา 1 dis/sec ความสัมพันธ์ของคูรีและเบกเคอเรลเขียนได้ดังนี้

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ dis/sec} = 27.03 \times 10^{-12} \text{ Ci} = 27.03 \text{ pCi}$$

ซึ่งเบกเคอเรลเป็นหน่วยที่เล็กมาก ในงานเวชศาสตร์นิวเคลียร์มักต้องใช้หน่วยเป็นกิโลเบกเคอเรล (KBq) เมกะเบกเคอเรล (MBq) และอาจเป็นจิกะเบกเคอเรล (GBq)  
ความสัมพันธ์ของหน่วยแอกติวิตีรังสีทั้งสองมีดังนี้

$$\text{กิโลเบกเคอเรล (KBq)} = 10^3 \text{ Bq} = 27.03 \text{ nCi}$$

$$\text{เมกะเบกเคอเรล (MBq)} = 10^6 \text{ Bq} = 27.03 \text{ } \mu\text{Ci}$$

$$\text{จิกะเบกเคอเรล (GBq)} = 10^9 \text{ Bq} = 27.03 \text{ mCi}$$

เบกเคอเรลเป็นหน่วยระบบสากล หรือ หน่วย SI ซึ่งปัจจุบันได้มีการใช้หน่วยนี้แทนหน่วยเดิม (คูรี)

## กฎการสลายตัว

แอกติวิตีรังสีของสารตัวอย่าง ( $R_t$ ) ณ เวลา  $t$  ขึ้นอยู่กับ

1. จำนวนอะตอมกัมมันตภาพ ( $N_t$ ) ที่มีอยู่ขณะนั้น
2. ค่าคงที่ของการสลายตัว ( $\lambda$ ) ซึ่งเป็นลักษณะสมบัติของนิวไคลด์รังสี

ได้มีการให้คำจำกัดความของค่าคงที่ของการสลายตัวว่า คือโอกาสของการสลายตัวในหน่วยเวลาของอะตอมเดียว ดังนั้น ถ้าเป็นเวลา  $t$  และปรากฏมีอะตอมกัมมันตภาพรังสีจำนวน  $N_t$  สามารถเขียนความสัมพันธ์ตามข้อสมมุติฐานทั้งสองดังกล่าว (ข้อ 1. และ 2.) ได้ดังนี้

$$R_t = \lambda \cdot N_t \quad (2)$$

จากสมการ (2) เห็นได้ว่า อะตอมกัมมันตภาพรังสีที่มีค่า  $\lambda$  ต่างกัน จะต้องแปรค่า  $N_t$  เพื่อให้ได้  $R_t$  ค่าเดิม ตัวอย่างเช่น  $^{99m}\text{Tc}$  มีความแรงแอกติวิตีรังสี 1 mCi จะมีปริมาณอะตอมรังสีต่างจากของ  $^{131}\text{I}$  ที่มีความแรงขนาดเดียวกัน (คือ 1 mCi) ดังกล่าวนี้นี้เป็นจริงเนื่องจากผลการศึกษารายงานว่า  $^{99m}\text{Tc}$  มีค่า  $\lambda = 3.2 \times 10^{-5}/\text{sec}$  และ  $^{131}\text{I}$  มีค่า  $\lambda = 10^{-6}/\text{sec}$  ซึ่งสามารถคำนวณหาจำนวนอะตอมรังสีของแต่ละนิวไคลด์ได้โดยใช้สมการที่ (2) ดังนี้

สำหรับ  $^{99m}\text{Tc}$

$$R_t = 1 \text{ mCi} = 3.7 \times 10^7 \text{ dis/sec} \text{ และ } \lambda = 3.2 \times 10^{-5}/\text{sec}$$

อาศัยสมการที่ (2) คำนวณค่า  $N_t = \frac{R_t}{\lambda} = \frac{3.7 \times 10^7}{3.2 \times 10^{-5}} = 1.15 \times 10^{12}$  อะตอมรังสี

สำหรับ  $^{131}\text{I}$

$R_t = 1 \text{ mCi}$  และ  $\lambda = 10^{-6} / \text{sec}$

ดังนั้น  $N_t = \frac{3.7 \times 10^7}{10^{-6}} = 3.7 \times 10^{13}$   
 $= 32 \times N_t(^{99\text{m}}\text{Tc})$  อะตอมรังสี

กล่าวได้ว่า  $^{131}\text{I}$  มีอะตอมรังสีใน 1 mCi มากกว่าของ  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  ถึง 32 เท่า

### การคำนวณมวลของสารตัวอย่างกัมมันตภาพรังสี

ถ้าทราบจำนวนอะตอมรังสี  $N_t$  ในสารตัวอย่าง 1 mCi ซึ่งเป็นนิวไคลด์รังสีมีมวล  $A$  ดังนั้นสามารถคำนวณหามวลของนิวไคลด์รังสีในสารตัวอย่างดังกล่าวได้ โดยถือว่าตัวอย่างกัมมันตภาพรังสีมีเพียงนิวไคลด์รังสีเท่านั้น

จากสมการ (2) ในสารตัวอย่าง 1 mCi ประกอบด้วย  $N_t = \frac{3.7 \times 10^7}{\lambda}$

และจากสมมุติฐานของ อะโวกาโดร (Avogadro) 1 กรัมของนิวไคลด์รังสีประกอบด้วย  $6 \times 10^{23}$  อะตอมรังสี ดังนั้น

มวลของ 1 อะตอมรังสี  $= \frac{A}{6 \times 10^{23}}$  กรัม

หรือมวล  $M$  ของอะตอมรังสี  $N_t$   $= \frac{N_t \cdot A}{6 \times 10^{23}}$  กรัม

แทนค่าของ  $N_t$  ได้ค่ามวล ( $M$ )  $= \frac{3.7 \times 10^7 \times A}{6 \times 10^{23} \times \lambda}$  กรัม/mCi

นั่นคือ มวล  $M = 6 \times 10^{-17} \cdot \frac{A}{\lambda}$  กรัม/mCi

### ตัวอย่าง

จงหาค่ามวลของ  $^{99\text{m}}\text{Tc}$  ปริมาณ 1 mCi โดยนิวไคลด์รังสีมีมวล 99 และค่าคงที่ของการสลายตัวคือ  $3.2 \times 10^{-5} / \text{sec}$  ?

### การคำนวณ

$M = 6 \times 10^{-17} \times \frac{99}{3.2 \times 10^{-5}}$   
 $= 1.8 \times 10^{-10}$  กรัม/mCi

## แอกติวิตีจำเพาะ

จากการคำนวณตัวอย่างที่แล้วได้หาค่ามวลของสารตัวอย่าง 1 mCi แต่เนื่องจากสารรังสีมีการสลายตัวตลอดเวลา ดังนั้น ค่าที่สนใจคือความแรงกัมมันตภาพรังสีต่อมวล 1 หน่วย เรียกปริมาณดังกล่าวว่า แอกติวิตีจำเพาะ หรือทับศัพท์เป็น “สเปซิฟิคแอกติวิตี” หน่วยทั่วไปคือ mCi/mg หรือ dis/min/mg และจากตัวอย่างได้กล่าวแล้วว่าของ  $^{99m}\text{Tc}$  จะมีค่าเป็นส่วนกลับของค่า M คือเท่ากับ  $1/(1.8 \times 10^{-10})$  mCi/mg หรือเท่ากับ  $5.5 \times 10^9$  mCi/gm โดยถือว่าอะตอมของเทคนิคนี้เชื่อมเป็นกัมมันตภาพรังสีล้วน และไม่ปรากฏอะตอมเทคนิคนี้เชื่อมที่มีอายุนานหรือเป็นอะตอมคงตัวใด ๆ ในสารตัวอย่าง เรียกสารตัวอย่างเช่นนี้ว่า “สารตัวอย่างปราศจากพาหะ” (carrier free sample) ดังนั้น การคำนวณกัมมันตภาพจำเพาะตามตัวอย่างข้างต้น จึงใช้ได้กับสารตัวอย่างปราศจากพาหะเท่านั้น ส่วนสารตัวอย่างที่มีพาหะจะต้องอาศัยปริมาณของพาหะที่ปะปนอยู่ในสารตัวอย่างด้วย

สำหรับกรณีทีนิวไคลด์รังสีไม่อยู่ในรูปของธาตุของมัน แต่กลับเป็นส่วนหนึ่งของโมเลกุล ดังนั้นต้องแปลงค่ามวลของธาตุเป็นของโมเลกุล ตัวอย่าง สืบเนื่องจากตัวอย่างข้างต้น ถ้าเทคนิคนี้เชื่อมกัมมันตภาพรังสีอยู่ในรูปของเปอร์เทคนีเทท (pertechnetate) หรือ  $^{99m}\text{TcO}_4^-$  (ซึ่งตามความเป็นจริงอาจมี  $^{99m}\text{Tc}$  เดี่ยว ๆ ปนอยู่ในปริมาณเล็กน้อยก็ได้) ดังนั้น แอกติวิตีจำเพาะต้องเป็นกัมมันตภาพรังสีของสารตัวอย่างต่อหน่วยมวลของเปอร์เทคนีเทท แต่ถ้าสารตัวอย่างเป็นประเภทปราศจากพาหะ (กล่าวคือไม่มีโมเลกุลของ  $^{99m}\text{Tc}$  อยู่ในสารตัวอย่างของ  $^{99m}\text{TcO}_4^-$ ) สามารถคำนวณ แอกติวิตีจำเพาะของสาร  $^{99m}\text{TcO}_4^-$  ตามวิธีการที่ได้กล่าวแล้วข้างต้น โดยการหาส่วนกลับของค่า M จากนั้นแทน น้ำหนักโมเลกุลของ  $^{99m}\text{TcO}_4^-$  ในพจน์ A (ตามสูตรข้างต้น) โดยทั่วไปใช้ค่าน้ำหนักโมเลกุล 163 (ค่าโดยประมาณ) ดังนั้น ค่าแอกติวิตีจำเพาะของสาร  $^{99m}\text{TcO}_4^-$  1 mCi คือ

$$\begin{aligned}\frac{1}{M} &= \frac{\lambda}{A \times 6 \times 10^{-17}} \\ &= \frac{3.2 \times 10^{-5}}{163 \times 6 \times 10^{-17}} \\ &= 3.4 \times 10^9 \text{ mCi/gm}\end{aligned}$$

แต่ถ้าเป็นกรณีสารตัวอย่างไม่ปราศจากพาหะ แอกติวิตีจำเพาะจะมีค่าต่ำกว่าสารตัวอย่างปราศจากพาหะ ทั้งยังขึ้นกับปริมาณพาหะที่ปะปนอยู่ ในงานเวชศาสตร์นิวเคลียร์ ค่าของแอกติวิตีจำเพาะมีความสำคัญมากเนื่องจาก

1. ลักษณะการเป็นสารพิษของสารเคมีหรือตัวยา ขึ้นกับปริมาณที่คนไข้ได้รับเข้าไป ดังนั้นจึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องทราบปริมาณแน่นอนของสารเคมีหรือตัวยาที่ปะปนอยู่ในสารกัมมันตภาพรังสี
2. โดยทั่วไปคุณสมบัติการแพร่กระจายของสารเคมีรังสีภายในระบบชีวภาพ ขึ้นกับปริมาณพาหะที่ปรากฏในสารนั้น
3. ประสิทธิภาพของการติดฉลาก (labeling efficiency) นิวไคลด์รังสี บางครั้งขึ้นกับแอกติวิตี

จำเพาะของมันด้วย

### การสลายตัวตามกฎเอกซ์โพเนนเชียล

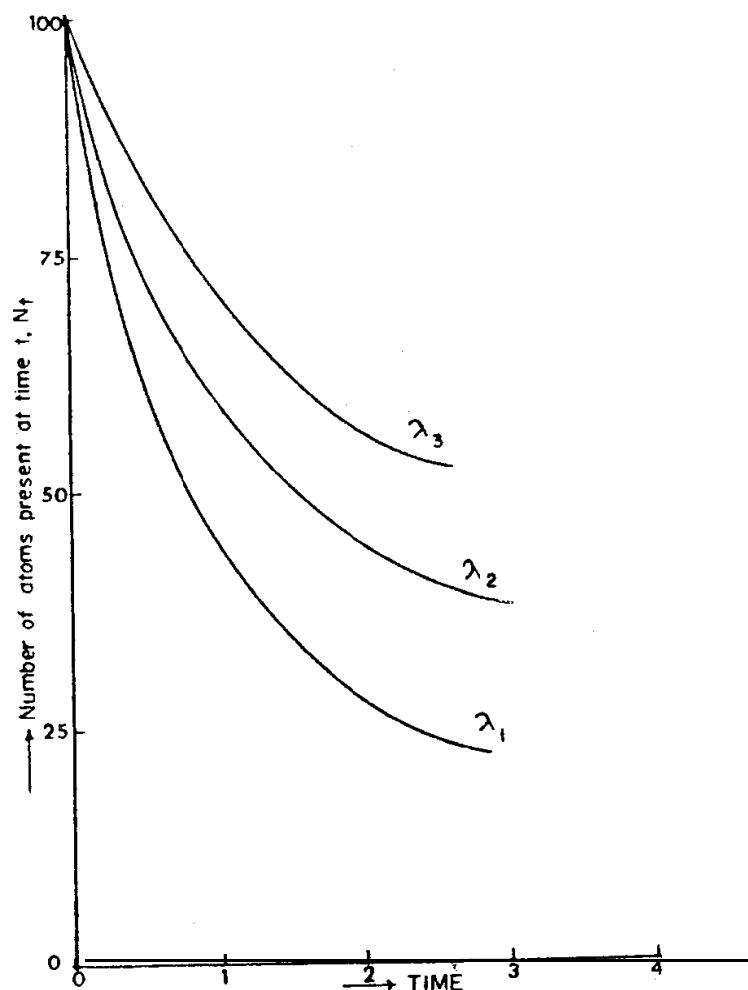
ถ้ารวมสมการ (1) และ (2) ด้วยกันจะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\frac{-dN_t}{dt} = \lambda \cdot N_t$$

สมการ (3) เป็นสมการอนุพันธ์ (differential) แสดงได้ดังนี้

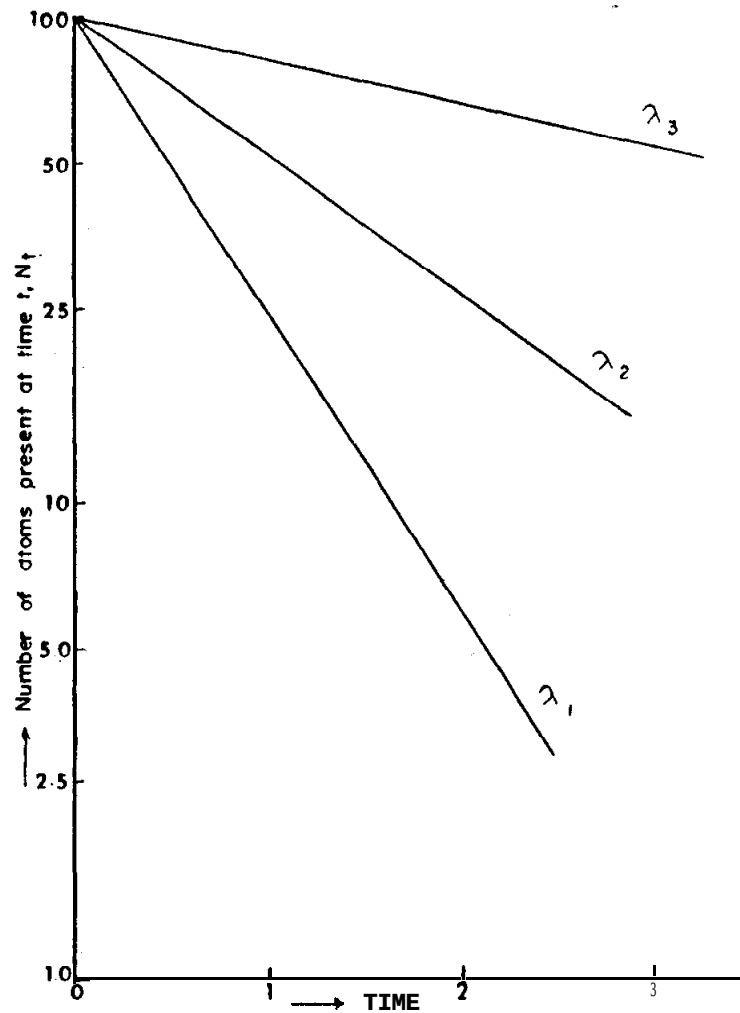
$$N_t = N_0 e^{-(\lambda \cdot t)} \quad (3)$$

กล่าวได้ว่า สมการที่ (3) เป็นความสัมพันธ์ของจำนวนอะตอมรังสี ( $N_t$ ) ที่เหลืออยู่ ณ เวลา  $t$  โดยถือว่าอะตอมรังสีเริ่มแรกมีค่า  $N_0$  (เป็นค่า ณ เวลา  $t = 0$ ) และจัดเป็นสมการเอกซ์โพเนนเชียลของการสลายตัว ภาพพจน์



รูป 3-1 แสดงการพล็อตจำนวนอะตอมรังสีที่คงสภาพอยู่ที่เวลา  $t$  โดยให้อยู่ในฟังก์ชันของเวลา โดยใช้ นิวไคลด์รังสีซึ่งมีค่าคงที่การสลายตัวเป็น  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  ตามลำดับ

ในความสัมพันธ์ของอะตอมรังสี  $N_t$  กับเวลา  $t$  เป็นไปดังแสดงในรูป 3-1 โดยใช้ค่าของหลาย ๆ นิวไคลด์รังสี (มีค่า  $\lambda$  แตกต่างกันไป) ซึ่งพล็อตค่าลงบนกระดาษกราฟธรรมดา แต่ถ้าใช้กราฟลักษณะกึ่งล็อกจะได้เส้นตรง ดังแสดงในรูป 3-2 แต่ละเส้นกราฟของแต่ละค่า  $\lambda$  จะมีความชันต่างกัน



รูป 3-2 ข้อมูลชุดเดียวกับรูป 3-1 แต่พล็อตบนกราฟกึ่งล็อกฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ถ้าพล็อตในกระดาษกราฟกึ่งล็อกจะได้เส้นตรง ความชันของเส้นตรงหาได้จากค่าคงที่การสลายตัวหรือค่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์รังสี

กฎเอกซ์โพเนนเชียลของการสลายตัวยังคงใช้ได้กับปริมาณกัมมันตภาพรังสี  $R_t$  โดยอาศัยคำอธิบายทำนองเดียวกัน และให้  $R_0$  เป็นกัมมันตภาพรังสีเริ่มต้น สามารถเขียนความสัมพันธ์ลักษณะเดียวกับสมการ (3) หรืออีกวิธีหนึ่ง เขียนโดยแทนค่า  $N_t$  จากสมการ (3) ลงในสมการ (2) นั่นคือ

$$\begin{aligned} R_t &= \lambda \cdot N_t = \lambda \cdot N_0 e^{-(\lambda \cdot t)} \\ &= R_0 e^{-(\lambda \cdot t)} \end{aligned} \quad (4)$$

ซึ่ง  $R_0 = \lambda \cdot N_0$

ความสัมพันธ์ของ  $R_t$  ณ เวลาต่าง ๆ จะนำไปแสดงในรูป 3-1 และ 3-2

### ค่าครึ่งชีวิต

คำจำกัดความของ “ค่าครึ่งชีวิต” คือช่วงเวลาที่ นิวคลีไอ (nuclei) หรือกัมมันตภาพรังสีจะสลายตัวเหลือปริมาณเพียงครึ่งหนึ่งของปริมาณเริ่มต้น ใช้สัญลักษณ์  $T_{1/2}$  ตัวอย่างเช่น ในนิวไคลด์รังสีประกอบด้วยปริมาณ 10,000 นิวคลีไอ และครึ่งหนึ่งของปริมาณนี้ (5,000) จะสลายตัวในเวลา 5 วัน นั่นคือนิวไคลด์รังสีนี้มีค่าครึ่งชีวิต 5 วัน พิจารณาสมการ (3) เมื่อ  $N_t = N_0/2$  และ  $t = T_{1/2}$  แทนค่าลงในสมการดังกล่าว

$$\begin{aligned}\frac{N_0}{2} &= N_0 e^{-(\lambda \cdot T_{1/2})} \\ \frac{1}{2} &= e^{-(\lambda \cdot T_{1/2})}\end{aligned}$$

### หาค่าโดยวิธี

(1) จากตาราง Appendix C ค่า  $e^{-(\lambda \cdot T_{1/2})} = \frac{1}{2}$

และจะทำให้ได้ค่า  $\lambda \cdot T_{1/2} = 0.693$  (5)

(2) ใส่ค่า natural log ทั้งสมการ จะได้

$$\ln(1) - \ln(2) = -(\lambda \cdot T_{1/2})$$

$$\ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\lambda \cdot T_{1/2} = 0.693$$

(โดยแทนค่า  $\ln 1 = 0$ )

สมการ (5) เป็นความสัมพันธ์ของค่าคงที่การสลายตัวและค่าครึ่งชีวิตของนิวไคลด์รังสี เห็นได้ว่าสามารถคำนวณค่าคงที่การสลายตัวได้ถ้าสามารถทราบค่าครึ่งชีวิต (หรือในทางกลับกัน)

ตัวอย่าง  $^{131}\text{I}$  มีค่าครึ่งชีวิต 8 วัน จงคำนวณค่าคงที่การสลายตัวของ  $^{131}\text{I}$

วิธีการคำนวณ

แทนค่าครึ่งชีวิตในสมการ (5) จากนั้นคำนวณค่า  $\lambda$

$$\lambda \cdot T_{1/2} = 0.693$$

$$\lambda \cdot (8 \text{ วัน}) = 0.693$$

$$\lambda = \frac{0.693}{8 \times 24 \times 60 \times 60} \text{ วินาที}$$

$$= 10^{-6} / \text{วินาที}$$

## ปัญหาที่เกิดจากการสลายตัวของสารกัมมันตรังสี

สมการ (1) ถึง (5) เป็นสมการพื้นฐานที่จำเป็นต่อปัญหาในงานประจำของเวชศาสตร์นิวเคลียร์ โดยทั่วไปใช้ตารางเอกซ์โพเนนเชียล (ใน Appendix C) แต่ปัญหาคือถ้าเป็นกรณีมีค่าครึ่งชีวิตหลายค่า การใช้ตารางดังกล่าวจะไม่เป็นการสะดวก มักคำนวณโดยการแทนค่า  $\lambda$  จากสมการ (5) ลงในสมการ (3) ดังนี้

$$\begin{aligned}N_t &= N_0 e^{-(0.693t)/(T_{1/2})} \\&= N_0 (e^{-0.693})^{t/(T_{1/2})} \\&= N_0 (1/2)^{t/(T_{1/2})}\end{aligned}\quad (6a)$$

เมื่อ  $t$  เป็นค่าที่คูณของ  $T_{1/2}$

ถ้าต้องการหาค่าอะตอมที่เหลืออยู่หลังจากช่วงเวลา  $t = 3 \times T_{1/2}$  ของนิวไคลด์รังสี สามารถแทนค่านี้ลงในความสัมพันธ์ดังกล่าว

$$\begin{aligned}N_t &= N_0 \cdot (1/2)^{(3 \times T_{1/2})/(T_{1/2})} \\&= N_0 \cdot (1/2)^3 \\&= N_0/8\end{aligned}$$

ดังนั้น จะมีปริมาณกัมมันตรังสีเหลืออยู่ 1/8 เท่าของปริมาณเริ่มต้น  
ทำนองเดียวกันสามารถหาค่ากัมมันตรังสีตามความสัมพันธ์

$$R_t = R_0 (1/2)^{t/(T_{1/2})} \quad (6b)$$

**ตัวอย่าง 1.** ในสารตัวอย่างกัมมันตภาพรังสีของ  $^{99m}\text{Tc}$  มีกัมมันตรังสี 10 mCi ณ เวลา 9.00 น. (ช่วงเช้า) จงหาค่ากัมมันตรังสีนี้ ณ เวลา 15.00 น. ของวันเดียวกัน (ครึ่งชีวิตของ  $^{99m}\text{Tc}$  คือ 6 ชม.)

**วิธีคำนวณ**

$$\begin{aligned}\text{จากโจทย์บอกค่า } R_0 &= 10 \text{ mCi} \\T_{1/2} &= 6 \text{ ชม.} \\t &= 9.00 \text{ น. ถึง } 15.00 \text{ น.} = 6 \text{ ชม.}\end{aligned}$$

โดยอาศัยสมการ (6b) หาค่า  $R_t$  ดังนี้

$$\begin{aligned}R_t &= 10 \cdot (1/2)^{(6/6)} \\&= 5 \text{ mCi}\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 2. ในการเตรียม  $^{99m}\text{Tc}$  ได้ทำการเทียบค่ากัมมันตรังสีเมื่อ 7.00 น. ปรากฏว่ามีค่า 15 mCi/ml จึงคำนวณหาปริมาณที่ต้องเตรียมเพื่อฉีดให้ผู้ป่วย ณ เวลา 10.00 น. ถ้าต้องการฉีดกัมมันตภาพรังสีให้แก่ผู้ป่วย 15 mCi

### วิธีคำนวณ

$$\begin{aligned} \text{ค่าจากจอทย์ } R_0 &= 15 \text{ mCi/ml} \\ T_{1/2} &= 6 \text{ ชม.} \quad \text{ดังนั้น} \quad \lambda = \frac{0.693}{6} \text{ /ชม.} \\ t &= 7.00 \text{ น. ถึง } 10.00 \text{ น.} = 3 \text{ ชม.} \end{aligned}$$

อาศัยสมการที่ (4) และ (5) ณ เวลา 10.00 น.

$$\begin{aligned} R_t &= 15(e^{-(0.693 \times 3)/6}) \\ &= 15e^{-0.346} \\ &= 15 \times 0.707 \text{ (หาค่าจาก Appendix C)} \\ &= 10.5 \text{ mCi/ml} \end{aligned}$$

แต่เอกติวติยรังสีที่ต้องการคือ 15 mCi

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นต้องเตรียมให้มีปริมาณ} &= \frac{15 \text{ mCi}}{10.5 \text{ mCi/ml}} \\ &= 1.43 \text{ ml} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3 ถ้า  $^{131}\text{I}$  ในรูปแคปซูล มีกัมมันตรังสี 100  $\mu\text{Ci}$  ณ 12.00 น. และยานี้ได้ให้แก่ผู้ป่วย เมื่อเวลาเช้า 9.00 น. จึงคำนวณหาปริมาณกัมมันตรังสีที่ผู้ป่วยได้รับเข้าไปครึ่งชีวิตของ  $^{131}\text{I}$  คือ 13 ชม.

### วิธีคำนวณ

ให้กัมมันตรังสี เมื่อเวลา 9.00 น. คือ  $R_0$  จากนั้นค่า ณ เวลา 12.00 น. (เป็นเวลา 3 ชม.ต่อมา)

$R_t = 100 \mu\text{Ci}$  อาศัยสมการ (4) และ (5) คำนวณค่าดังนี้

$$\begin{aligned} 100 &= R_0 e^{-(0.693 \times 3)/13} \\ &= R_0 e^{-0.16} \\ &= R_0 \times 0.85 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad R_0 = 100/0.85 = 117.6 \mu\text{Ci}$$

บางครั้ง ค่า  $e^{-\lambda \cdot t}$  จะมีบอกไว้ในแต่ละช่วงเวลาซึ่งถึพอสมควร เรียกค่าดังกล่าวเป็น decay factors ตามตัวอย่างที่ 3 แฟกเตอร์ของการสลายตัวสำหรับ  $^{131}\text{I}$  ในเวลาการสลายตัว 3 ชม. คือ 0.85 และถ้ามีตารางแฟกเตอร์

ของการสลายตัวอยู่พร้อม สามารถเขียนความสัมพันธ์ของ  $R_t$  และ  $R_0$  ดังนี้

$$R_t = R_0 \times (\text{แฟกเตอร์ของการสลายตัว})$$

ตารางที่ 3-1 ค่าแฟกเตอร์ของการสลายตัวของ  $^{99m}\text{Tc}$

| Elapsed Time (h) | Decay Factor | Elapsed Time (h) | Decay Factor |
|------------------|--------------|------------------|--------------|
| 0.5              | 0.94         | 3.5              | 0.67         |
| 1.0              | 0.89         | 4.0              | 0.63         |
| 1.5              | 0.84         | 4.5              | 0.59         |
| 2.0              | 0.79         | 5.0              | 0.56         |
| 2.5              | 0.74         | 5.5              | 0.53         |
| 3.0              | 0.71         | 6.0              | 0.50         |

ในทางปฏิบัติ วิธีการง่าย ๆ คือจดจำว่ากัมมันตรังสีจะลดลงหลังจาก 10 ครึ่งชีวิตผ่านไปคือประมาณ  $10^{-3}$  ของค่ากัมมันตรังสีเริ่มต้น (กล่าวคือ ถ้าเริ่มต้นมีปริมาณในหน่วยมิลลิลีทรี จะลดค่าลงเหลือในหน่วยไมโครทรี) เนื่องจาก  $(1/2)^{10} = 1/1000$

### อายุเฉลี่ย ( $T_{av}$ )

โดยทั่วไปมักไม่นิยมใช้ค่าอายุเฉลี่ย ความสัมพันธ์ของอายุเฉลี่ยและค่าครึ่งชีวิตคือ

$$T_{av} = 1.44 \times T_{1/2} = 1/\lambda$$

ความหมายของอายุเฉลี่ยคือค่ากลาง (mean) ของช่วงเวลาที่แต่ละอะตอมรังสีสามารถดำรงสภาพอยู่ ณ ช่วงเวลาต่าง ๆ กัน ทั้งนี้เนื่องจากการสลายตัวครั้งหนึ่ง ๆ จะไม่มีอะตอมรังสีใดที่จะสลายตัวทั้งหมดในเวลาเดียวกัน

### ค่าครึ่งชีวิตชีวภาพ

ในงานที่ต้องการใช้กัมมันตภาพรังสีเกี่ยวข้องกับมนุษย์ เช่น การวินิจฉัยหรือรักษาโรคโดยใช้กัมมันตภาพรังสี จำเป็นต้องคำนึงถึงกลไกและสัมประสิทธิ์ต่าง ๆ ที่จะอธิบายการเคลื่อนย้ายหรือถูกขับออกจากอวัยวะต่าง ๆ เช่น ต่อมธัยรอยด์ ตับ ปอด กระดูก เลือด พลาสมา หรือพวกเซลล์เรติคิวโลเอนโดทีเลียล (reticuloendothelial cells) เป็นต้น กรณีนี้การเคลื่อนย้ายของสารชีวเคมีหรือตัวยาขึ้นกับ metabolism การขับ การแพร่กระจายแบบง่าย หรืออาจเป็นกลไกทางชีวะที่ยังไม่มีการกำหนดชื่อแน่นอน จากการศึกษาพบว่าการอธิบายลักษณะการเคลื่อนย้ายดังกล่าว สามารถใช้กฎเอกซ์โพเนนเชียลเช่นเดียวกับการสลายตัวของนิวไคลด์รังสี ถ้าให้  $M_t$  แทนปริมาณสารชีวเคมีหรือตัวยาที่ปรากฏในระบบชีวภาพ ณ เวลา  $t$  สามารถใช้สมการ (4) อธิบายค่าของ  $M_t$  เช่นเดียวกับ

$R_i$  โดยถือว่าปริมาณสารชีวเคมีเริ่มต้นคือ  $M_0$  และให้  $\lambda_{\text{Bio}}$  แทนโอกาสในการเคลื่อนย้าย (ออกจากระบบ) ดังนั้น

$$M_i = M_0 e^{-(\lambda_{\text{Bio}} \cdot t)} \quad (7)$$

ความสัมพันธ์ของ  $\lambda_{\text{Bio}}$  และค่าครึ่งชีวิตชีวภาพ  $T_{1/2}(\text{Bio})$  เป็นไปตามสมการต่อไปนี้

$$\lambda_{\text{Bio}} \cdot T_{1/2}(\text{Bio}) = 0.693 \quad (8a)$$

ค่าครึ่งชีวิตชีวภาพถูกนิยามเป็นเวลาที่สารชีวเคมีหรือตัวยาในระบบชีวภาพลดปริมาณลงครึ่งหนึ่งของปริมาณเริ่มต้น ในบางกรณี สมการ (7) ไม่สามารถให้ความกระจ่างของการเคลื่อนย้ายหรือการลดปริมาณของสารชีวเคมีและตัวยา วิธีการแก้ปัญหาคือเพิ่มผลบวกของนิพจน์เอกซ์โพเนนเชียลหลาย ๆ นิพจน์เข้าด้วยกัน ดังนี้

$$M_i = M_0 (A_1 e^{-\lambda_1 \text{bio} \cdot t} + A_2 e^{-\lambda_2 \text{bio} \cdot t} + \dots) \quad (8b)$$

โดย  $A_1, A_2$  และ  $\lambda_1 \text{bio}, \lambda_2 \text{bio}, \dots$  เป็นค่าคงที่ซึ่งหาได้จากการทดลองแต่ละตัวยาในระบบชีวภาพ

## ค่าครึ่งชีวิตยังผล

ปรากฏการณ์ที่สนใจในเวชศาสตร์นิวเคลียร์คือการเคลื่อนย้ายหรือการลดปริมาณของสารรังสีหรือตัวยา เมื่อเทียบกับเวลาในระบบชีวภาพ ซึ่งตามที่ได้กล่าวแล้วข้างต้น น่าจะเนื่องจากการสลายตัวทั้งแบบกายภาพและชีวภาพ (แบบชีวภาพ เช่น metabolism, diffusion หรือ excretion เป็นต้น) ดังนั้น โอกาสในการเคลื่อนย้ายหรือลดปริมาณของเภสัชรังสีจากระบบชีวภาพ คือผลรวมของโอกาสในการลดปริมาณดังกล่าวจากสาเหตุทางกายภาพและชีวภาพ กล่าวคือ

$$\lambda + \lambda_{\text{bio}} = \lambda_{\text{eff}} \quad (9)$$

โดย  $\lambda_{\text{eff}}$  ถูกกำหนดเป็นโอกาสยังผลของการลดปริมาณเภสัชรังสี ถ้าเขียนสมการ (9) ให้อยู่ในรูปของค่าครึ่งชีวิต ผลลัพธ์ได้เป็น

$$\frac{0.693}{T_{1/2}} + \frac{0.693}{T_{1/2}(\text{Bio})} = \frac{0.693}{T_{1/2}(\text{eff})}$$

หรือ

$$\frac{1}{T_{1/2}} + \frac{1}{T_{1/2}(\text{Bio})} = \frac{1}{T_{1/2}(\text{eff})} \quad (10)$$

ดังนั้น สามารถใช้สมการ (10) หาค่าครึ่งชีวิตยังผลของเภสัชรังสีได้ และโดยทั่วไป ค่าครึ่งชีวิตยังผลจะต่ำกว่า หรือเท่ากับค่าครึ่งชีวิตที่มีค่าน้อย (หมายถึง  $T_{1/2}$  และ  $T_{1/2}(\text{Bio})$ )

ตัวอย่าง 1 ค่าครึ่งชีวิตชีวภาพของไอโอดีนในต่อมธัยรอยด์มนุษย์ประมาณ 64 วัน และค่าครึ่งชีวิตกายภาพของ  $^{131}\text{I}$  คือ 8 วัน จงหาค่าครึ่งชีวิตยังผลของ  $^{131}\text{I}$  ในต่อมธัยรอยด์

การคำนวณ โจทย์กำหนด  $T_{1/2} = 8$  วัน

$$T_{1/2}(\text{Bio}) = 64 \text{ วัน}$$

ดังนั้น อาศัยสมการ (10)

$$\frac{1}{T_{1/2}(\text{eff})} = \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{9}{64}$$

$$T_{1/2}(\text{eff}) = 64/9$$

$$= 7.1 \text{ วัน}$$

ตัวอย่าง 2 Xenon-133 (แก๊สเฉื่อยรังสี) ซึ่งใช้ในการศึกษาการทำงานของปอด มีค่าครึ่งชีวิตกายภาพ 5.3 วัน ค่าครึ่งชีวิตชีวภาพในปอดประมาณ 0.35 นาที จงหาค่าครึ่งชีวิตยังผลของ  $^{131}\text{Xe}$  ในปอด

การคำนวณ โจทย์กำหนด ,  $T_{1/2} = 5.3$  วัน = 1632 นาที

$$T_{1/2}(\text{Bio}) = 0.35 \text{ นาที}$$

อาศัยสมการ (10)

$$\frac{1}{T_{1/2}(\text{eff})} = \frac{1}{1632} + \frac{1}{0.35}$$

$$T_{1/2}(\text{eff}) = 0.3499 \text{ นาที} = 0.35 \text{ นาที}$$

จากตัวอย่างนี้มีค่า  $T_{1/2}(\text{eff}) = T_{1/2}(\text{Bio})$  ซึ่งอาจถือเป็นกฎทั่วไปว่า ถ้า  $T_{1/2}$  หรือ  $T_{1/2}(\text{Bio})$  มีค่ามากกว่ากันมาก ๆ (เกิน 10 เท่าขึ้นไป) อาจถือได้ว่า  $T_{1/2}(\text{eff})$  มีค่าเท่ากับปริมาณน้อยกว่า หรือเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ดังนี้

$$\text{เมื่อ } T_{1/2} \gg T_{1/2}(\text{Bio}) \text{ ดังนั้น } T_{1/2}(\text{eff}) \approx T_{1/2}(\text{Bio})$$

$$\text{หรือเมื่อ } T_{1/2}(\text{Bio}) \gg T_{1/2} \text{ ดังนั้น } T_{1/2}(\text{eff}) \approx T_{1/2}$$

### สถิติการสลายตัวของกัมมันตภาพรังสี

ตามปรากฏการณ์ธรรมชาติ อะตอมรังสีมีการสลายตัวแบบสุ่ม (random) แม้มนุษย์จะพยายามสรรหาค่ากำหนดในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ขึ้นก็ตาม เช่น  $\lambda$  เพื่อใช้อธิบายหรือหาปริมาณอะตอมรังสีซึ่งสลายตัวในช่วงเวลา  $t$  แต่นิยามแท้จริงของ  $\lambda$  คือโอกาสของการสลายตัวในหน่วยเวลาของหนึ่งอะตอม คำถามที่อาจจะเกิดขึ้นคือ  $N_t$  และ  $R_t$  ในสมการต่าง ๆ ที่กล่าวในตอนที่แล้วคืออะไร? คำตอบคือ  $N_t$  และ  $R_t$  ที่แสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวแล้วเป็นเพียงค่าเฉลี่ย ซึ่งจำนวนอะตอมรังสีที่สลายตัวจะแปรค่าไปรอบ ๆ ค่าเฉลี่ยดังกล่าว (ในช่วงเวลา  $t$ )

สิ่งที่เกี่ยวข้องกับผูปฏิบัติงานด้านรังสีคือค่านับวัดทางสถิติของกัมมันตภาพรังสี ซึ่งต้องคำนึงถึงความถูกต้องและแม่นยำของการนับวัดเป็นหลัก ข้อผิดพลาดของการนับวัดอาจจำแนกได้ 2 สาเหตุดังนี้

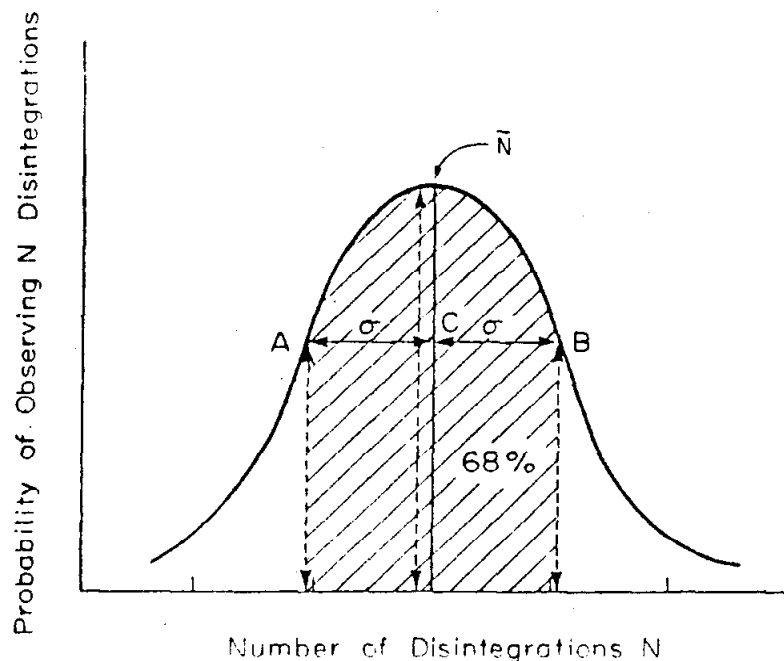
(1) เนื่องจากระบบการนับวัด เช่น การปรับตั้งเครื่องไม่ดี ผลคือค่านับวัดที่ได้อาจมากหรือน้อยกว่าความจริงที่เกิดขึ้น (ขึ้นกับการปรับค่าให้สูงหรือต่ำ)

(2) เนื่องจากสาเหตุอื่น ๆ ลักษณะเช่นนี้จะเกิดขึ้นได้แบบสุ่ม (คือไม่คาดหวังว่าจะเกิดขึ้น) เช่น องค์ประกอบอื่น ๆ ที่ไม่สามารถควบคุมได้แน่นอน

ข้อผิดพลาดทั้งสองสาเหตุจะปรากฏเมื่อมีการย้อนการนับวัดใหม่หลาย ๆ ครั้ง ผลของการนับวัดจะกระจายค่าแบบสุ่ม นิพจน์ที่ใช้อธิบายข้อผิดพลาดจากระบบการนับวัดคือ “ความถูกต้อง” และข้อผิดพลาดแบบสุ่มจากสาเหตุอื่น ๆ อธิบายด้วยค่า “ความแม่นยำ” และนิพจน์ที่เกี่ยวข้องกับการนับวัดปริมาณกัมมันตภาพรังสีคือความแม่นยำ ซึ่งเป็นผลส่วนใหญ่จากขบวนการสลายตัวตามธรรมชาติ

### การกระจายแบบปัวส์ซง การเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ เปอร์เซนต์เบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้ากำหนด  $N$  เป็นปริมาณเฉลี่ยของการสลายตัวของอะตอมรังสี  $N$  ในช่วงเวลา  $t$  คำอธิบายต่อไปคือ “โอกาส” ของการสลายตัวเป็นเช่นไร? เป็นที่ตกลงกันว่าวิธีการหาค่า “โอกาส” ดังกล่าวทำโดยอาศัย



รูป 3-3 การกระจายค่าปัวส์ซง (Poisson) (กรณี  $N$  มีค่ามากจะได้กราฟทำนองเดียวกับการกระจายค่าแบบเกาส์เซียน (Gaussian) นั่นเอง) ในภาพแสดงธรรมชาติของกัมมันตภาพรังสีแบบสุ่ม ความกว้าง  $\sigma$  (AC หรือ BC) รู้จักทั่วไปว่าเป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ช่วง  $(N + \sigma) - (N - \sigma)$  คือ A ถึง B จะครอบคลุมประมาณ 68% ของพื้นที่ทั้งหมดของกราฟการกระจายค่า

ค่าการกระจายแบบปัวซอง (Poisson Distribution) แต่มันพจน์ทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างยุ่งยากซับซ้อน โดยทั่วไป นิยมหาค่าประมาณจาก Gaussian หรือ Standard Distribution ดังแสดงในรูปที่ 3-3 พารามิเตอร์ที่ใช้ คือค่าเฉลี่ย  $\bar{N}$  และ standard deviation ซึ่งความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

$$P(N) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(N-\bar{N})^2}{2\sigma^2}}$$

โดย  $P(N)$  แทนโอกาสที่สามารถสังเกตการสลายตัว  $N$  ครั้ง

$\bar{N}$  แทนปริมาณเฉลี่ยของการสลายตัว

$\sigma$  แทน standard deviation

สรุปได้ว่านิพจน์ standard deviation จะเป็นตัวกำหนดความกว้างของพีค Gaussian (หรือ Poisson) Distribution โดยทั่วไปจะใช้ค่านี้วัดการผิดพลาดแบบสุ่มที่เกิดขึ้น (คือค่า “ความแม่นยำ” นั่นเอง) ในการนับวัดปริมาณ กับมันดภาพรังสี

ช่วง  $(N-\sigma)$  ถึง  $(N+\sigma)$  คือ 1 S.D. กล่าวได้ว่าโอกาสของการนับวัดซึ่งอยู่ในช่วงนี้มีค่าประมาณ 68% ถ้าขยายช่วงไปเป็น 2 S.D. (คือจาก  $N-2\sigma$  ถึง  $N+2\sigma$ ) โอกาสจะเพิ่มขึ้นเป็น 95% แต่ถ้าขยายช่วงต่อไปอีก เป็น 3 S.D. (คือจาก  $N-3\sigma$  ถึง  $N+3\sigma$ ) จะเพิ่มโอกาสเป็น 99% ลักษณะสมบัติสำคัญของ Poisson Distribution คือความสัมพันธ์ของ S.D. กับปริมาณเฉลี่ยของการสลายตัว  $\bar{N}$  กล่าวคือ

$$\sigma = \sqrt{\bar{N}} \quad (11)$$

แต่ถ้า  $\bar{N}$  มีค่ามาก อาจใช้  $N$  แทน  $\bar{N}$  เพื่อหาค่าได้รวดเร็วขึ้น

กรณีนี้สำคัญในการบ่งชี้ statistic error (หรือความแม่นยำ) ของการนับวัดคือ percent standard deviation (% S.D.)

วิธีการหาคือ

$$\% \text{ S.D.} = \frac{\sigma}{N} \times 100 = \frac{\sqrt{N}}{N} \times 100 = \frac{100}{\sqrt{N}} \quad (12)$$

จากสมการ (12) กล่าวได้ว่า ความแม่นยำในการนับวัดกับมันดภาพรังสีจะเพิ่มค่า ถ้าเพิ่มจำนวน การสังเกตการสลายตัว เช่น ถ้าใน 1 นาที นับวัดได้ 100 การสลายตัว ดังนั้น %S.D. ของการนับวัดคือ 10% ( $100/\sqrt{100} = 10$ ) แต่ถ้าทำการนับวัดนานขึ้น (สมมุตินานกว่าเป็น 100 เท่า) ดังนั้นจะปรากฏ 10,000 การสลายตัวในช่วงเวลาดังกล่าว % S.D. จะมีค่าเป็น 1% ( $100/\sqrt{10000} = 1$ ) กล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ถ้าใช้เวลาการ นับวัดนานมากขึ้น จะทำให้ลดเปอร์เซ็นต์ข้อผิดพลาดได้ (ตามตัวอย่าง 10 เท่า) ในทางปฏิบัติ ผู้ทำการนับวัดต้อง ตัดสินใจกำหนดเวลาในการนับวัดเพื่อให้ได้ความแม่นยำที่ดี

## การกระจายค่าของข้อผิดพลาดเชิงสถิติ

ในการประยุกต์สาขานิวเคลียร์นั้นจะต้องทำการเพิ่ม ลด คูณหรือหารการวัดซึ่งทำซ้ำ 2 ครั้ง หรือมากกว่า ถ้าถามก็เราจะทราบได้อย่างไรว่าผลลัพธ์สุดท้ายเป็นค่าแม่นยำ คำตอบคือสมมติให้  $N_1$  และ  $N_2$  เป็นค่าจากการวัดผล 2 ครั้งซึ่งผลลัพธ์สุดท้ายคือ  $N$  ซึ่งได้จากการบวก ลบ หาร หรือคูณ ค่า  $N_1$  และ  $N_2$  เขียนค่า S.D. ของ  $N$  ได้ดังนี้

$$\text{ถ้าทำการบวก : } \% \text{ S.D.} = \frac{100}{\sqrt{N_1 + N_2}} \quad (13)$$

$$\text{ถ้าทำการลบ : } \% \text{ S.D.} = 100 \cdot \frac{\sqrt{N_1 + N_2}}{N_1 - N_2} \quad (14)$$

$$\text{ถ้าคูณหรือหาร : } \% \text{ S.D.} = \sqrt{(\% \text{ S.D. ของ } N_1)^2 + (\% \text{ S.D. ของ } N_2)^2} \quad (15)$$

ข้อผิดพลาดในอัตราการนับวัด : สารตัวอย่างมีอัตราการนับวัดเป็น  $R$  ซึ่งหาค่าได้จากการหารจำนวนนับวัด  $N$  ด้วยค่าช่วงเวลา  $t$

$$R = \frac{N}{t} \text{ หรือ } N = Rt \quad (16)$$

แต่การผิดพลาดจากการวัดในเวลา  $t$  นั้นมีค่าเล็กน้อยมาก ขณะที่การผิดพลาดใน  $R$  มีผลจากข้อผิดพลาดใน  $N$  ดังนั้น

$$\sigma_R = \frac{\sigma_N}{t} = \frac{\sqrt{N}}{t} \quad (17)$$

$$\text{แทนค่า } N = Rt \text{ จากสมการ (16), ดังนั้น } \sigma_R = \frac{\sqrt{R \cdot t}}{t} = \frac{\sqrt{R}}{t} \quad (18)$$

ในการลดข้อผิดพลาดของอัตราการนับวัด  $R$  จะต้องเพิ่มค่าเวลาเฉลี่ย  $t$  ซึ่ง  $\% \sigma_R$  ของอัตราการนับวัดมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \% \sigma_R &= \frac{\sigma_R \times 100}{R} = \frac{\sqrt{R}}{t} \cdot \frac{100}{R} \\ &= \frac{100}{\sqrt{R} \cdot t} = \frac{100}{\sqrt{N}} \end{aligned} \quad (19)$$

**แบบกราวนด์ของห้อง :** แม้จะไม่มีตัวอย่างกัมมันตรังสีอยู่ใกล้เคียงหัววัดรังสี แต่หัววัดก็จะทำการนับวัดปริมาณการสลายตัวค่าหนึ่งซึ่งถือว่าเป็นแบบกราวนด์ของรังสีภายในห้อง เนื่องจากกัมมันตภาพรังสีที่ปรากฏอยู่ตามธรรมชาติ ในบรรยากาศโลกและ/หรือวัสดุก่อสร้าง แบบกราวนด์ของห้องดังกล่าวจะส่งผลกระทบต่อการวัดรังสีกรณีรังสีพลังงานสูงได้แก่รังสีคอสมิก การลดค่าแบบกราวนด์นี้ทำโดยใช้วัสดุกัน อย่างไรก็ดีตามยอมไม่สามารถลดค่าลงจนเป็นศูนย์ได้ กรณีตัวอย่างมีอัตราการนับวัดต่ำมาก (น้อยกว่า 10 เท่าของแบบกราวนด์) จำเป็นต้องพิจารณาแบบกราวนด์ดังนี้

ตัวอย่าง (1) ในการวัดอรรถของรียรอยด์พบว่าคนไข้มีกัมมันตภาพรังสีที่คือ 900 เคนต์/นาที ซึ่งค่ามาตรฐานคือ 2,500 เคนต์/นาที จงคำนวณ % อรรถของรียรอยด์และหาค่าความแม่นยำ

$$\begin{aligned}\text{วิธี : } \% \text{ อรรถ} &= \frac{\text{ค่านับวัดที่ถือ}}{\text{ค่านับวัดในมาตรฐาน}} \times 100 \\ &= \frac{900}{2500} \times 100 = 36\%\end{aligned}$$

$$\text{จากสมการ 12, } \% \text{ S.D. ในค่านับวัดที่ถือ} = \frac{100}{\sqrt{900}} = 3.3\%$$

$$\text{และ } \% \text{ S.D. ในค่านับวัดมาตรฐาน} = \frac{100}{\sqrt{2500}} = 2\%$$

$$\text{ใช้สมการ 15, } \% \text{ S.D. อรรถของรียรอยด์} = \sqrt{3.3^2 + 2^2} = \sqrt{11+4} = 4\%$$

$$\text{ดังนั้น รียรอยด์อรรถ} = (36 \pm 4\%) \%$$

$$\text{แต่ 4\% ของ 36 คือ 1.4, รียรอยด์อรรถ} = (36 \pm 1.4)\%$$

(2) ตัวอย่างกัมมันตรังสีมีค่านับวัด (ตัวอย่าง + แบคกราวนด์) เป็น 3,200 เคนต์ใน 1 นาที แบคกราวนด์ของห้องคือ 1,000 เคนต์ต่อนาที จงคำนวณค่านับวัดสุทธิของตัวอย่างและ % S.D. ของค่านับวัดทั้งหมด แบคกราวนด์และค่านับวัดสุทธิ ตามลำดับ

$$\begin{aligned}\text{วิธี : } \text{ค่านับวัดในตัวอย่าง} &= (\text{ค่านับวัดทั้งหมด}) - \text{แบคกราวนด์} \\ &= 3,200 - 1,000 = 2,200 \text{ เคนต์}\end{aligned}$$

$$\text{ใช้สมการ 12, } \% \text{ S.D. ของค่านับวัดทั้งหมด} = \frac{100}{\sqrt{3,200}} = 1.7\%$$

$$\text{และ } \% \text{ S.D. ของค่านับวัดแบคกราวนด์} = \frac{100}{\sqrt{1,000}} = 3.1\%$$

$$\begin{aligned}\text{ใช้สมการ 14, } \% \text{ S.D. ของค่านับวัดสุทธิ} &= \frac{100 \sqrt{3,200 + 1,000}}{3,200 - 1,000} \\ &= \frac{100 \sqrt{4,200}}{2,200} = 2.9\%\end{aligned}$$

เห็นได้ว่าแบคกราวนด์ของห้องทำให้ความแม่นยำในการวัดกัมมันตรังสีลดลง