

บทที่ 6

ปัญหาการเลือกที่ตั้ง (Location Problems)

การเลือกบัพที่เหมาะสมของช่างงาน เป็นที่ตั้งของสิ่งอำนวยความสะดวก เช่น สถานีตำรวจ โรงพยาบาล ปั้มน้ำมัน ร้านค้า ฯลฯ จำเป็นต้องพิจารณาปัจจัยประกอบหลายประการ อาทิ ค่าที่ดิน ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้าง หรือแม้แต่ค่าใช้จ่ายในการเดินทางมายังที่ตั้งที่เลือก ในบทนี้จะกล่าวถึงการเลือกบัพ 1 บัพของช่างงานเป็นที่ตั้ง จากนั้นจึงขยายไปสู่การเลือก 2 บัพใดๆ ของช่างงานเป็นที่ตั้งพร้อมๆ กัน ปัญหาช่างงานที่จะพิจารณา จะมีเพียงค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการเดินทาง ที่คิดตามระยะทางเท่านั้น แต่ไม่พิจารณาค่าใช้จ่ายอื่นๆ ซึ่งในทางปฏิบัติ อาจมีค่าที่ดิน ค่าก่อสร้างมาเกี่ยวข้อง และสามารถกำหนดให้เป็นตัวถ่วงน้ำหนักที่บัพก็ได้ แต่จะไม่กล่าวถึงรายละเอียดในที่นี้ ก่อนที่จะกล่าวถึงการเลือกบัพของช่างงานเป็นที่ตั้ง จะขอกล่าวถึงเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของช่างงานเสียก่อน

6.1 เมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด

(shortest distance matrix)

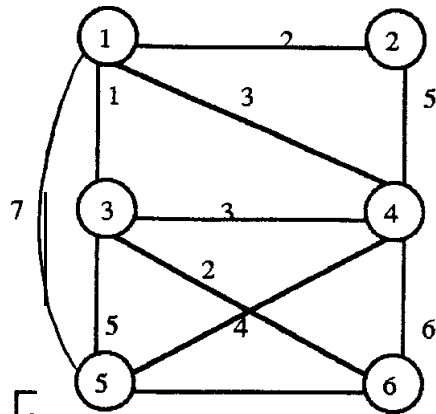
เมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด ของช่างงานไม่ระบุทิศทาง ที่มีบัพ n บัพ คือเมทริกซ์จัตุรัสที่แถวและสดมภ์แทนบัพ สมาชิกในแถวที่ i และสดมภ์ที่ j หมายถึงระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างบัพ i และบัพ j หรือเมทริกซ์ระยะทางสั้นที่สุด แทนด้วย $D = [d_{ij}]_{n \times n}$

เมื่อ n คือจำนวนบัพของช่างงาน

d_{ij} คือระยะทางที่สั้นที่สุด ระหว่างบัพ i และบัพ j

$$\text{โดยที่ } d_{ij} = \begin{cases} \text{ผลรวมของระยะทางในเส้นเชื่อมระหว่าง } i \text{ กับ } j & \text{ถ้า } i \neq j \\ 0 & \text{; ถ้า } i = j \end{cases}$$

ตัวอย่าง 6.1 จากช่างงานที่กำหนด เมื่อตัวเลขที่กำกับแต่ละเส้นเชื่อม คือระยะทางระหว่างบัพ จงเขียนเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของช่างงาน



เมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของข่ายงาน คือ

$$D = \begin{array}{c|cccccc} & 0 & & & & & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 2 & 1 & 3 & 6 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 0 & 3 & 5 & 8 & 5 \\ \hline 3 & 3 & 3 & 0 & 3 & 5 & 2 \\ \hline 4 & 3 & 5 & 3 & 0 & 4 & 5 \\ \hline 5 & 6 & 8 & 5 & 4 & 0 & 7 \\ \hline 6 & 3 & 5 & 2 & 5 & 7 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$d_{11} = d_{22} = d_{33} = d_{44} = d_{55} = d_{66} = 0$ เพราะเป็นระยะทางระหว่างบัพเดียวกัน คือบัพ 1 2 3 4 5 และ 6 ตามลำดับ ส่วนค่า d_{ij} อื่นๆ ซึ่ง $i \neq j$ หาได้จากผลรวมของระยะทาง ที่ให้ค่าน้อยที่สุดระหว่างบัพ i กับ j กล่าวคือ

$$d_{12} = 2$$

$$d_{13} = 1$$

$$d_{14} = 3$$

$$d_{15} = d_{13} + d_{35} = 6$$

$$d_{16} = d_{13} + d_{36} = 3$$

$$d_{23} = d_{21} + d_{13} = 3$$

$$d_{24} = 5$$

$$d_{25} = d_{21} + d_{13} + d_{35} = 8$$

$$d_{26} = d_{21} + d_{13} + d_{36} = 5$$

$$d_{34} = 3$$

$$d_{35} = 5$$

$$d_{36} = 2$$

$$d_{45} = 4$$

$$d_{46} = d_{43} + d_{36} = 5$$

$$d_{56} = 7$$

6.2 การเลือกบัพ 1 บัพ เป็นที่ตั้ง

จากข่ายงานไม่ระบุทิศทาง $G(N,A)$ ซึ่ง $N = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ และ $D = [d_{ij}]_{n \times n}$ คือ เมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของข่ายงาน การเลือกบัพ 1 บัพ ของข่ายงานเป็นที่ตั้ง แบ่งเป็น 2 ประเภทคือ

6.2.1 1-ศูนย์กลาง (1-centre)

การเลือกบัพ 1 บัพ ของข่ายงานที่กำหนดให้ เป็นที่ตั้งโดยใช้เกณฑ์การเลือก คือ แต่ละแถว $i, i = 1, 2, 3, \dots, n$ เลือกค่า d_{ij} ที่มากที่สุด จากค่าแต่ละแถวที่ได้ ให้เลือกค่าน้อยที่สุด หรือ

$$\min_{i=1, 2, 3, \dots, n} \left[\max_{j=1, 2, 3, \dots, n} d_{ij} \right]$$

เรียกบัพที่เลือกกว่า 1-ศูนย์กลาง

การเลือก 1-ศูนย์กลาง ดังกล่าวมักจะใช้กับการเลือกที่ตั้งของหน่วยงานให้บริการของภาครัฐ เช่น สถานีดับเพลิง สถานีอนามัย ศูนย์รับแจ้งข่าว เป็นต้น เพราะมุ่งที่จะให้ผู้ให้บริการที่อยู่ไกลที่สุดมาถึงยังที่ตั้งโดยเร็วที่สุด ทั้งนี้ไม่คำนึงถึงค่าใช้จ่ายอื่นๆ ของการเลือกที่ตั้ง

ตัวอย่าง 6.2 จากข่ายงานในตัวอย่าง 6.1 จงเลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง

จากเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดในตัวอย่าง 6.1 จำนวนค่ามากที่สุดในแต่ละแถวดังนี้

	1	2	3	4	5	6	ค่ามากที่สุด ในแถว
1	0	2	1	3	6	3	6
2	2	0	3	5	8	5	8
3	1	3	0	3	5	2	5
4	3	5	3	0	4	5	5
5	6	8	5	4	0	7	8
6	3	5	2	5	7	0	7

ค่าต่ำสุดอยู่ในแถวที่ 3 และ 4 นั่นคือเลือกบัพ 3 หรือบัพ 4 เป็นที่ตั้ง หรือเป็น 1-ศูนย์กลาง

6.2.2 1-จุดกึ่งกลาง (1-median)

จากข้องานที่กำหนดให้ จะหาผลรวมของระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างบัพ จากนั้นเลือกบัพของแถวที่ให้ค่าน้อยที่สุดเป็น 1-จุดกึ่งกลาง หรือ

$$\text{ค่าต่ำสุด } \left[\sum_{i=1}^n d_{ij} \right] \quad ; j=1, 2, 3, \dots, n$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

การเลือก 1-จุดกึ่งกลาง มักจะใช้กับงานของภาคเอกชน ซึ่งมุ่งที่ให้ผลรวมของระยะทางทั้งหมด มายังที่ตั้งมีค่าน้อยที่สุด ถ้าคิดว่าค่าใช้จ่ายขึ้นกับระยะทาง ก็คือต้องการให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดน้อยที่สุด หรือให้กำไรสูงสุดนั่นเอง

ตัวอย่าง 6.3 จากตัวอย่าง 6.1 จงเลือกบัพเป็น 1-จุดกึ่งกลาง

จากเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดในตัวอย่าง 6.1 คำนวณผลรวมในแต่ละแถวดังนี้

	1	2	3	4	5	6	ผลรวมในแต่ละแถว
1	0	2	1	3	6	3	15
2	2	0	3	5	8	5	23
3	1	3	0	3	5	2	14
4	3	5	3	0	4	5	20
5	6	8	5	4	0	7	30
6	3	5	2	5	7	0	22

แถวที่ 3 ให้ผลรวมน้อยที่สุด จึงเลือกบัพ 3 เป็น 1-ศูนย์กลาง

นอกจากการเลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง หรือเป็น 1-จุดกึ่งกลาง แล้ว บางปัญหาข้องานอาจเลือก 1-ศูนย์กลาง หรือ 1-จุดกึ่งกลาง ให้อยู่บนเส้นเชื่อมก็ได้ ดูรายละเอียดจาก [1]

6.3 การเลือก 2 บัพเป็นที่ตั้ง

จากข้องาน ไม่ระบุทิศทาง $G(N,A)$ ซึ่งมีจำนวนบัพเป็น n และเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด คือ $D = [d_{ij}]_{n \times n}$ การเลือกบัพ 2 บัพเป็นที่ตั้ง พิจารณาจากบัพจำนวน $\binom{n}{2}$ คู่ที่เป็นไปได้ เช่น ข้องานมี 5 บัพ จำนวนคู่ของบัพที่จะพิจารณาคือ $\binom{5}{2} = 10$ คู่ที่เป็นไปได้ แบ่งวิธีการเลือก 2 บัพ เป็นที่ตั้ง ออกเป็น ประเภทคือ

6.3.1 2-ศูนย์กลาง (2-centre)

สมมติว่ามีจำนวนคู่ของบัพ ที่จะพิจารณาเป็น k คู่ และคู่ที่ i ประกอบด้วยบัพ x และบัพ y จากบัพ x และ y หาค่าต่ำสุดจากบัพคู่นี้ ไปยังแต่ละบัพ แล้วเลือกค่าสูงสุด หรือให้บัพ x และ y เป็นคู่ที่ i จาก $i = 1, 2, 3, \dots, k$ เลือกค่า $R(i)$ ซึ่ง

$$R(i) = \text{ค่าสูงสุด} \left[\underset{i}{\text{ค่าต่ำสุด}}(d_{xj}, d_{yj}) \right] ; j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, k$$

และเลือกบัพคู่ที่เป็น 2-ศูนย์กลาง จาก ค่าต่ำสุด $[R(i)]$

ตัวอย่าง 6.4 จากตัวอย่าง 6.1 จงเลือก 2-ศูนย์กลางของข่ายงาน

เนื่องจากข่ายงานในตัวอย่าง 6.1 มี 6 บัพ

$$k = \binom{6}{2} = \binom{6}{1} = 15 \text{ คู่}$$

คำนวณค่าดังนี้

บัพคู่ที่ i	บัพ		ค่าต่ำสุด (d_{xj}, d_{yj}) เมื่อ $j =$						$R(i)$
	x	y	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	0	0	1	3	6	3	6
2	1	3	0	2	0	3	5	2	5
3	1	4	0	2	1	0	4	3	4
4	1	5	0	2	1	3	0	3	3
5	1	6	0	2	1	3	6	0	6
6	2	3	1	0	0	3	5	2	5
7	2	4	2	0	3	0	4	5	5
8	2	5	2	0	3	4	0	5	5
9	2	6	2	0	2	5	7	0	7
10	3	4	1	3	0	0	4	2	4
11	3	5	1	3	0	3	0	2	3
12	3	6	1	3	0	3	5	0	5
13	4	5	3	5	3	0	0	5	5
14	4	6	3	5	2	0	4	0	5
15	5	6	3	5	2	4	0	0	5

ที่ $i = 1, x = 1$ และ $y = 2$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{11}, d_{21}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 2) = 0$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{12}, d_{22}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 0) = 0$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{13}, d_{23}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 3) = 1$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{14}, d_{24}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{15}, d_{25}) = \text{ค่าต่ำสุด}(6, 8) = 6$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{16}, d_{26}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

ที่ $i = 2, x = 1$ และ $y = 3$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{11}, d_{31}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 1) = 0$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{12}, d_{32}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 3) = 2$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{13}, d_{33}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 0) = 0$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{14}, d_{34}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 3) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{15}, d_{35}) = \text{ค่าต่ำสุด}(6, 5) = 5$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{16}, d_{36}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 2) = 2$$

ที่ $i = 3, x = 1$ และ $y = 4$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{11}, d_{41}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 3) = 0$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{12}, d_{42}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 5) = 2$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{13}, d_{43}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 3) = 1$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{14}, d_{44}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 0) = 0$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{15}, d_{45}) = \text{ค่าต่ำสุด}(6, 4) = 4$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{16}, d_{46}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

ที่ $i = 4, x = 1$ และ $y = 5$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{11}, d_{51}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 6) = 0$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{12}, d_{52}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 8) = 2$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{13}, d_{53}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 5) = 1$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{14}, d_{54}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 4) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{15}, d_{55}) = \text{ค่าต่ำสุด}(6, 0) = 0$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{16}, d_{56}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 7) = 3$$

ที่ $i = 5, x = 1$ และ $y = 6$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{11}, d_{61}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 3) = 0$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{12}, d_{62}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 5) = 2$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{13}, d_{63}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 2) = 1$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{14}, d_{64}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{15}, d_{65}) = \text{ค่าต่ำสุด}(6, 7) = 6$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{16}, d_{66}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 0) = 0$$

ที่ $i = 6, x = 2$ และ $y = 3$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{21}, d_{31}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 1) = 1$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{22}, d_{32}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 3) = 0$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{23}, d_{33}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 0) = 0$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{24}, d_{34}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 3) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{25}, d_{35}) = \text{ค่าต่ำสุด}(8, 5) = 5$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{26}, d_{36}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 2) = 2$$

ที่ $i = 7, x = 2$ และ $y = 4$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{21}, d_{41}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 3) = 2$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{22}, d_{42}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 5) = 0$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{23}, d_{43}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 3) = 3$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{24}, d_{44}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 0) = 0$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{25}, d_{45}) = \text{ค่าต่ำสุด}(8, 4) = 4$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{26}, d_{46}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 5) = 5$$

ที่ $i = 8, x = 2$ และ $y = 5$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{21}, d_{51}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 6) = 2$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{22}, d_{52}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 8) = 0$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{23}, d_{53}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{24}, d_{54}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 4) = 4$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{25}, d_{55}) = \text{ค่าต่ำสุด}(8, 0) = 0$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{26}, d_{56}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 7) = 5$$

ที่ $i = 9, x = 2$ และ $y = 6$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{21}, d_{61}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 3) = 2$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{22}, d_{62}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 5) = 0$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{23}, d_{63}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 2) = 2$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{24}, d_{64}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 5) = 5$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{25}, d_{65}) = \text{ค่าต่ำสุด}(8, 7) = 7$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{26}, d_{66}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 0) = 0$$

ที่ $i = 10, x = 3$ และ $y = 4$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{31}, d_{41}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 3) = 1$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{32}, d_{42}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{33}, d_{43}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 3) = 0$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{34}, d_{44}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 0) = 0$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{35}, d_{45}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 4) = 4$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{36}, d_{46}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 5) = 2$$

ที่ $i = 11, x = 3$ และ $y = 5$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{31}, d_{51}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 6) = 1$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{32}, d_{52}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 8) = 3$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{33}, d_{53}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 5) = 0$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{34}, d_{54}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 4) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{35}, d_{55}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 0) = 0$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{36}, d_{56}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 7) = 2$$

ที่ $i = 12, x = 3$ และ $y = 6$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{31}, d_{61}) = \text{ค่าต่ำสุด}(1, 3) = 1$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{32}, d_{62}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{33}, d_{63}) = \text{ค่าต่ำสุด}(0, 2) = 0$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{34}, d_{64}) = \text{ค่าต่ำสุด}(3, 5) = 3$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{35}, d_{65}) = \text{ค่าต่ำสุด}(5, 7) = 5$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด}(d_{36}, d_{66}) = \text{ค่าต่ำสุด}(2, 0) = 0$$

ที่ $i = 13, x = 4$ และ $y = 5$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{41}, d_{51}) = \text{ค่าต่ำสุด } (3, 6) = 3$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{42}, d_{52}) = \text{ค่าต่ำสุด } (5, 8) = 5$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{43}, d_{53}) = \text{ค่าต่ำสุด } (3, 5) = 3$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{44}, d_{54}) = \text{ค่าต่ำสุด } (0, 4) = 0$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{45}, d_{55}) = \text{ค่าต่ำสุด } (4, 0) = 0$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{46}, d_{56}) = \text{ค่าต่ำสุด } (5, 7) = 5$$

ที่ $i = 14, x = 4$ และ $y = 6$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{41}, d_{61}) = \text{ค่าต่ำสุด } (3, 3) = 3$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{42}, d_{62}) = \text{ค่าต่ำสุด } (5, 5) = 5$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{43}, d_{63}) = \text{ค่าต่ำสุด } (3, 2) = 2$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{44}, d_{64}) = \text{ค่าต่ำสุด } (0, 5) = 0$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{45}, d_{65}) = \text{ค่าต่ำสุด } (4, 7) = 4$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{46}, d_{66}) = \text{ค่าต่ำสุด } (5, 0) = 0$$

ที่ $i = 15, x = 5$ และ $y = 6$

$$j = 1, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{51}, d_{61}) = \text{ค่าต่ำสุด } (6, 3) = 3$$

$$j = 2, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{52}, d_{62}) = \text{ค่าต่ำสุด } (8, 5) = 5$$

$$j = 3, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{53}, d_{63}) = \text{ค่าต่ำสุด } (5, 2) = 2$$

$$j = 4, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{54}, d_{64}) = \text{ค่าต่ำสุด } (4, 5) = 4$$

$$j = 5, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{55}, d_{65}) = \text{ค่าต่ำสุด } (0, 7) = 0$$

$$j = 6, \text{ค่าต่ำสุด } (d_{56}, d_{66}) = \text{ค่าต่ำสุด } (7, 0) = 0$$

บัพทู่ที่ 4 คือบัพ 1 และ 5 และบัพทู่ที่ 11 คือบัพ 3 และ 5 ให้ค่าน้อยที่สุด จึงเลือกเป็น

2-ศูนย์กลาง

6.3.2 2-จุดกึ่งกลาง (2-median)

จาก k คู่ของบัพในข่ายงาน ซึ่งมีจำนวนบัพเป็น n และ $k = \binom{n}{2}$ พิจารณาบัพคู่ที่ i คือ บัพ x และ y หาค่าต่ำสุดของระยะทางจากบัพ x และ y ไปยังแต่ละบัพ แล้วหาผลรวมของระยะทางสำหรับบัพแต่ละคู่ จากนั้นจึงเลือกบัพคู่ที่ให้ค่าต่ำสุด หรือ

$$\text{ค่าต่ำสุด} \left[\sum_{j=1}^n (\text{ค่าต่ำสุด}(d_{x_j}, d_{y_j})) \right] ; i=1, 2, 3, \dots, k$$

ตัวอย่าง 6.5 จากตัวอย่าง 6.1 จงเลือก 2-จุดกึ่งกลางของข่ายงาน เนื่องจากข่ายงานมี 6 บัพ

$$k = \binom{6}{2} = \binom{6}{2} = 15 \text{ คู่}$$

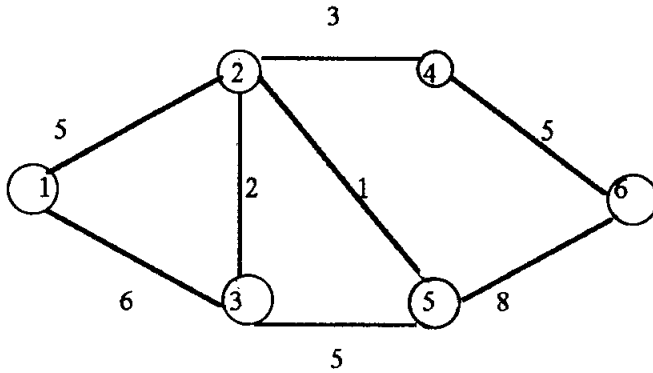
คำนวณค่าดังนี้

บัพคู่ที่ i	บัพ		ค่าต่ำสุด (d_{x_j}, d_{y_j}) เมื่อ $j =$						$\sum_{j=1}^n [\text{ค่าต่ำสุด}(d_{x_j}, d_{y_j})]$
	x	y	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	0	0	1	3	6	3	13
2	1	3	0	2	0	3	5	2	12
3	1	4	0	2	1	0	4	3	10
4	1	5	0	2	1	3	0	3	9
5	1	6	0	2	1	3	6	0	12
6	2	3	1	0	0	3	5	2	11
7	2	4	2	0	3	0	4	5	14
8	2	5	2	0	3	4	0	5	14
9	2	6	2	0	2	5	7	0	16
10	3	4	1	3	0	0	4	2	10
11	3	5	1	3	0	3	0	2	9
12	3	6	1	3	0	3	5	0	12
13	4	5	3	5	3	0	0	5	16
14	4	6	3	5	2	0	4	0	14
15	5	6	3	5	2	4	0	0	14

เลือกบัพ 1 และ 5 หรือ 3 และ 4 หรือ 3 และ 5 เป็น 2-จุดกึ่งกลาง

นอกจากการเลือก 2-ศูนย์กลาง หรือ 2-จุดกึ่งกลาง ไว้ที่บัพ ก็อาจจะเลือกไว้ที่เส้นเชื่อมก็ได้

ตัวอย่าง 6.6 จากข่ายงานที่กำหนด เมื่อตัวเลขที่กำกับแต่ละเส้นเชื่อม ไม่ระบุทิศทาง คือระยะทางระหว่างบัพ



จงเลือกบัพเป็น

- 1). 1-ศูนย์กลาง
- 2). 1-จุดกึ่งกลาง
- 3). 2-ศูนย์กลาง
- 4). 2-จุดกึ่งกลาง

ก่อนจะเลือกบัพเป็นที่ตั้ง ต้องคำนวณเมตริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของข่ายงาน ดังนี้

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 5 & 6 & 8 & 6 & 13 \\ 5 & 0 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ 6 & 2 & 0 & 5 & 3 & 10 \\ 8 & 3 & 5 & 0 & 4 & 5 \\ 6 & 1 & 3 & 4 & 0 & 8 \\ 13 & 8 & 10 & 5 & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$d_{11} = d_{22} = d_{33} = d_{44} = d_{55} = d_{66} = 0$ เพราะเป็นระยะทางระหว่างบัพเดียวกัน คือบัพ 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 ตามลำดับ

$$\begin{aligned}
d_{12} &= 5 \\
d_{13} &= 6 \\
d_{14} &= d_{12} + d_{23} = 8 \\
d_{15} &= d_{12} + d_{25} = 6 \\
d_{16} &= d_{12} + d_{24} + d_{46} = 13 \\
d_{23} &= 2 \\
d_{24} &= 3 \\
d_{25} &= 1 \\
d_{26} &= d_{24} + d_{46} = 8 \\
d_{34} &= d_{32} + d_{24} = 5 \\
d_{35} &= d_{32} + d_{25} = 3 \\
d_{36} &= d_{32} + d_{24} + d_{46} = 10 \\
d_{45} &= d_{42} + d_{25} = 4 \\
d_{46} &= 5 \\
d_{56} &= 8
\end{aligned}$$

1). เลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง

จากเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด คำนวณค่ามากที่สุดในแต่ละแถว

	1	2	3	4	5	6	ค่ามากที่สุด
1	0	5	6	8	6	13	13
2	5	0	2	3	1	8	8
3	6	2	0	5	3	10	10
4	8	3	5	0	4	5	8
5	6	1	3	4	0	8	8
6	13	8	10	5	8	0	13

ค่าต่ำสุดอยู่ในแถวที่ 2, 4 และ 5

เลือกบัพ 2 หรือ บัพ 4 หรือ บัพ 5 เป็น 1-ศูนย์กลาง

2). เลือกบัพเป็น 1-จุดศูนย์กลาง

จากเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด คำนวณผลรวมในแต่ละแถว

	1	2	3	4	5	6	ผลรวมในแต่ละแถว
1	0	5	6	8	6	13	38
2	5	0	2	3	1	8	19
3	6	2	0	5	3	10	26
4	8	3	5	0	4	5	25
5	6	1	3	4	0	8	22
6	13	8	10	5	8	0	44

แถวที่ 2 ให้ผลรวมน้อยที่สุด

เลือกบัพ 2 เป็น 1-ศูนย์กลาง

3). เลือกบัพเป็น 2-ศูนย์กลาง

ช่างงานมีจำนวนบัพ = 6

$$k = \binom{6}{2} = 15 \text{ คู่}$$

บัพคู่ที่ i	บัพ		ค่าต่ำสุด (d_{xy}, d_{yy}) เมื่อ j =						R(i)
	x	y	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	0	0	2	3	1	8	8
2	1	3	0	2	0	5	3	10	10
3	1	4	0	3	5	0	4	5	5
4	1	5	0	1	3	4	0	8	8
5	1	6	0	5	6	5	6	0	6
6	2	3	5	0	0	3	1	8	8
7	2	4	5	0	2	0	1	5	5
8	2	5	5	0	2	3	0	8	8
9	2	6	5	0	2	3	1	0	5
10	3	4	6	2	0	0	3	5	6
11	3	5	6	1	0	4	0	8	8
12	3	6	6	2	0	5	3	0	6
13	4	5	6	1	3	0	0	5	6
14	4	6	8	3	5	0	4	0	8
15	5	6	6	1	3	4	0	0	6

บัพคู่ที่ 3, 7 และ 9 ให้ค่าน้อยที่สุด

2-ศูนย์กลาง คือบัพ 1 และ 4 หรือ บัพ 2 และ 4 หรือ บัพ 2 และ 6

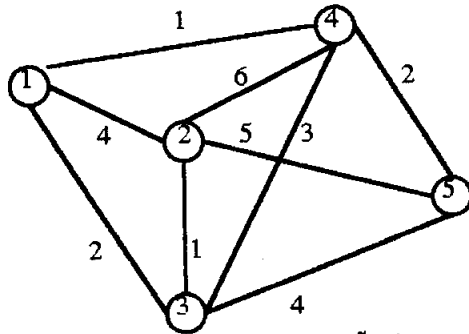
บัพคู่ที่	บัพ		ค่าต่ำสุด (d_{xy}, d_{yj}) เมื่อ $j =$						$\sum_{j=1}^n$ [ค่าต่ำสุด (d_{xy}, d_{yj})]
	x	y	1	2	3	4	5	6	
1	1	2	0	0	2	3	1	8	14
2	1	3	0	2	0	5	3	10	20
3	1	4	0	3	5	0	4	5	12
4	1	5	0	1	3	4	0	8	16
5	1	6	0	5	6	5	6	0	22
6	2	3	5	0	0	3	1	8	17
7	2	4	5	0	2	0	1	5	13
8	2	5	5	0	2	3	0	8	18
9	2	6	5	0	2	3	1	0	11
10	3	4	6	2	0	0	3	5	16
11	3	5	6	1	0	4	0	8	19
12	3	6	6	2	0	5	3	0	16
13	4	5	6	1	3	0	0	5	15
14	4	6	8	3	5	0	4	0	20
15	5	6	6	1	3	4	0	0	14

ค่าต่ำสุดคือบัพคู่ที่ 9

เลือกบัพ 2 และ 6 เป็น 2-จุดกึ่งกลาง

แบบฝึกหัดบทที่ 6

1. กำหนดให้ตัวเลขที่แต่ละเส้นเชื่อม คือระยะทางระหว่างบัพ

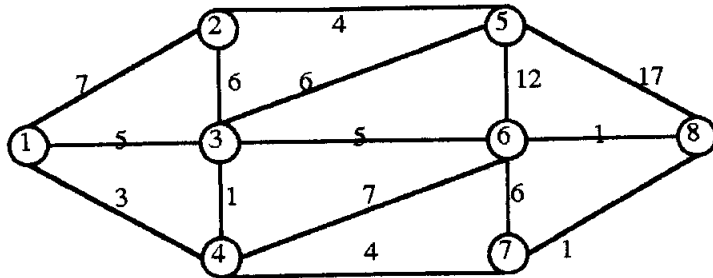


1.1 จงเขียนเมทริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุดของข่ายงาน

1.2 เลือกบัพ 1 บัพ เป็น 1-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 1)

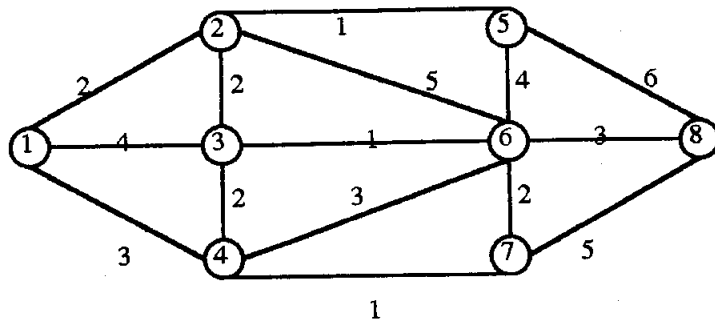
2. จากข่ายงานซึ่งกำหนดระยะทางระหว่างบัพ ที่แต่ละเส้นเชื่อม



2.1 จงเลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง (บัพ 3)

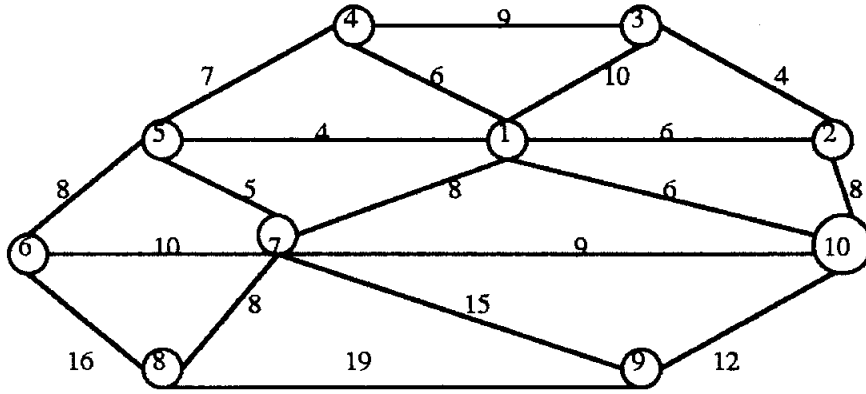
2.2 จงเลือกบัพเป็น 1-จุดกึ่งกลาง (บัพ 3 หรือบัพ 4)

3. จากข่ายงานซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม ดังรูป จงเลือกบัพที่เป็น 1-จุดกึ่งกลาง



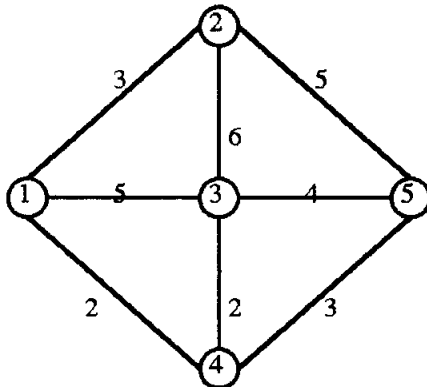
(ตอบ บัพ 3)

4. กำหนดค่างาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม จงเลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง



(ตอบ บัพ 1 หรือบัพ 7 หรือบัพ 10)

5. กำหนดค่างาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



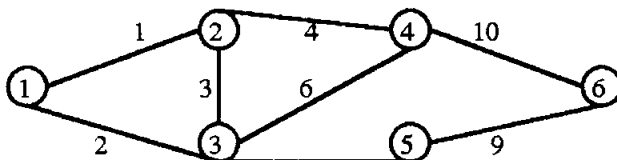
5.1 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 1 กับ 4 หรือ บัพ 2 กับ 4)

5.2 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-จุดกึ่งกลาง

(ตอบ บัพ 2 กับ 4)

6. กำหนดค่างาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



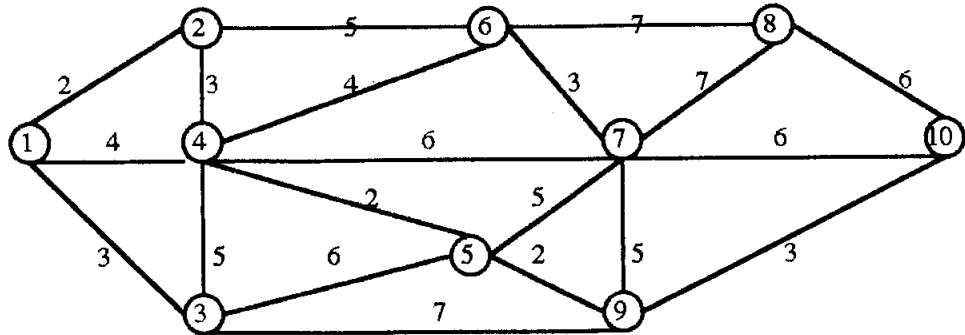
6.1 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 3 และ 6)

6.2 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-จุดกึ่งกลาง

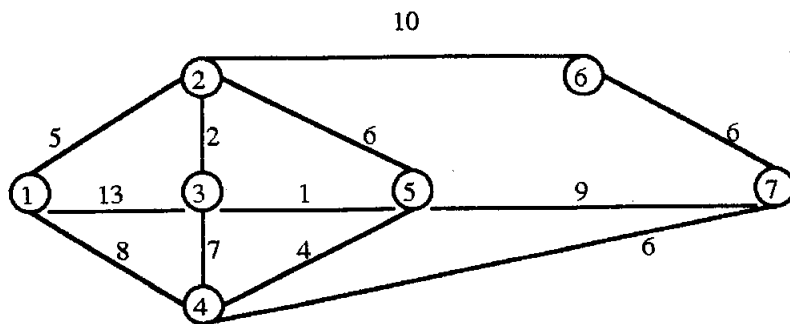
(ตอบ บัพ 1 กับ 5 หรือ บัพ 1 กับ 6 หรือ บัพ 1 กับ 5 หรือ บัพ 2 กับ 6)

7. จากข่ายงานซึ่งตัวเลขที่เส้นเชื่อม คือระยะทางระหว่างบัพ จงเลือกบัพเป็น 1-ศูนย์กลาง



(ตอบ บัพ 6 หรือ บัพ 9)

8. จากข่ายงานซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม

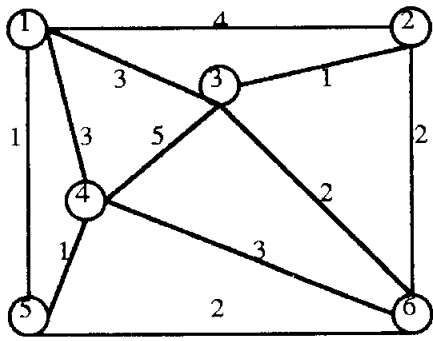


8.1 จงเขียนเมตริกซ์ระยะทางที่สั้นที่สุด

8.2 เลือกบัพ 1 บัพ เป็น 1-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 2 หรือ บัพ 3 หรือ บัพ 4)

9. กำหนดข่ายงาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



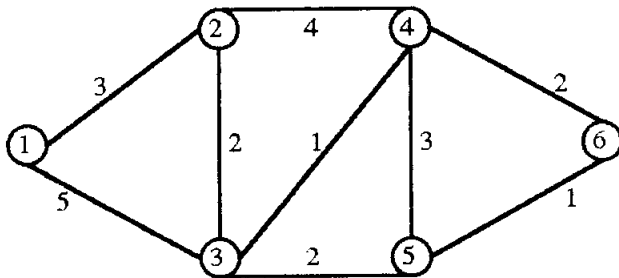
9.1 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 1 กับ 2 หรือบัพ 1 กับ 3 หรือบัพ 1 กับ 6 หรือบัพ 2 กับ 4 หรือบัพ 2 กับ 5 หรือบัพ 3 กับ 4 หรือบัพ 3 กับ 5 หรือบัพ 4 กับ 6 หรือบัพ 5 กับ 6)

9.2 จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-จุดกึ่งกลาง

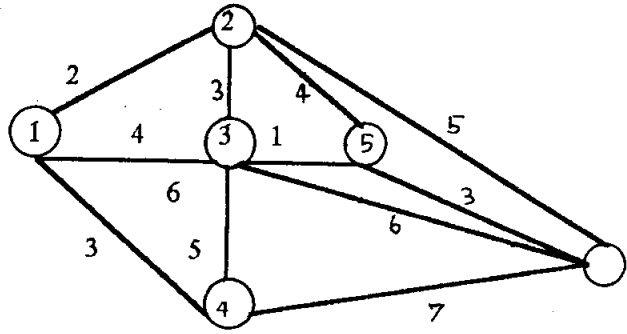
(ตอบ บัพ 2 กับ 5 หรือ บัพ 3 กับ 5)

10. จากข่ายงานซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม จงเลือกบัพ 2 บัพ เป็น 2-ศูนย์กลาง



(ตอบ บัพ 1 กับ 3 หรือบัพ 1 กับ 4 หรือบัพ 1 กับ 5 หรือบัพ 1 กับ 6 หรือบัพ 2 กับ 3 หรือบัพ 2 กับ 4 หรือบัพ 2 กับ 5 หรือบัพ 2 กับ 6)

11. กำหนดค่าขงงาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



11.1 จงหาเมทริกซ์ระยะทางสั้นที่สุดของค่าขงงาน

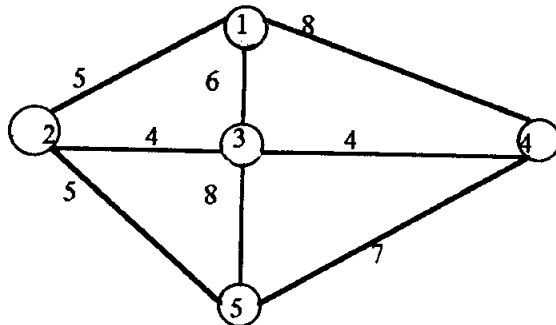
11.2 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-ศูนย์กลาง
(ตอบ บัพ 2 หรือ บัพ 3)

11.3 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-จุดกึ่งกลาง
(ตอบ บัพ 3)

11.4 จงเลือก 2 บัพ เป็น 2-ศูนย์กลาง
(ตอบ บัพ 1 และ 5)

11.5 จงเลือก 2 บัพ เป็น 2-จุดกึ่งกลาง
(ตอบ บัพ 1 และ 5)

12. กำหนดค่าขงงาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



12.1 จงหาเมทริกซ์ระยะทางสั้นที่สุดของข่ายงาน

12.2 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 2 หรือ บัพ 3 หรือ บัพ 4)

12.3 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-จุดกึ่งกลาง

(ตอบ บัพ 2 หรือ บัพ 3)

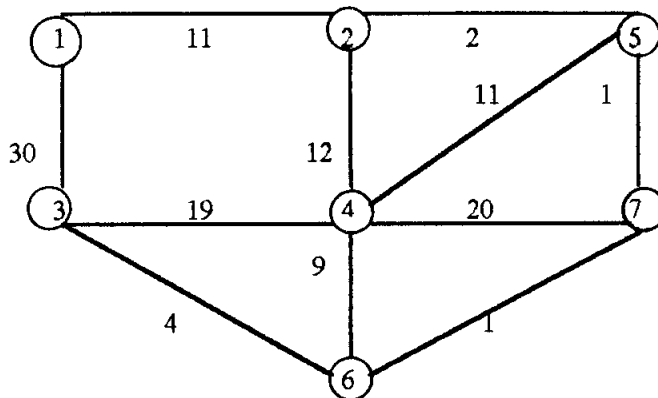
12.4 จงเลือก 2 บัพเป็น 2-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 2 และ 3 หรือ บัพ 2 และ 4)

12.5 จงเลือก 1 บัพเป็น 2-จุดกึ่งกลาง

(ตอบ บัพ 2 และ 3 หรือ บัพ 2 และ 4 หรือ บัพ 3 และ 5)

13. กำหนดข่ายงาน ซึ่งแสดงระยะทางระหว่างบัพไว้ที่เส้นเชื่อม



13.1 จงหาเมทริกซ์ระยะทางสั้นที่สุดของข่ายงาน

13.2 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 2)

13.3 จงเลือก 1 บัพเป็น 1-จุดกึ่งกลาง

(ตอบ บัพ 7)

13.4 จงเลือก 2 บัพเป็น 2-ศูนย์กลาง

(ตอบ บัพ 1 และ 6)

13.5 จงเลือก 2 บัพเป็น 2-จุดกึ่งกลาง

(ตอบ บัพ 1 และ 6 หรือ บัพ 1 และ 7)
