

บทที่ 5

การบริหารโครงการด้วยเพิร์ต (PERT) และซีพีเอ็ม (CPM)

การบริหารโครงการที่มีความซับซ้อน ประกอบด้วยกิจกรรมต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกัน มักจะเกิดขึ้นในปัญหาการวางแผน การกำหนดการ (scheduling) และการควบคุม โดยเฉพาะกิจกรรมของโครงการที่ต้องกระทำโดยใช้เทคโนโลยีต่างๆ ตามลำดับก่อนหลัง การใช้เพิร์ต และซีพีเอ็ม จะช่วยให้ผู้บริหารโครงการ สามารถวางแผนให้กิจกรรมต่างๆ ในโครงการเสร็จทันตามเวลาที่กำหนด หรืออาจจะพิจารณาล่วงหน้าว่า กิจกรรมใดสามารถทำให้เสร็จล่าช้าได้ โดยไม่ทำให้เวลาของทั้งโครงการล่าช้าไปด้วย

5.1 ความเป็นมาของเพิร์ต และซีพีเอ็ม

เพิร์ต (PERT) ย่อมาจากเทคนิคการประเมินค่าและควบคุมโครงการ (Program Evaluation and Review Technique) พัฒนาโดยกองทัพเรือของสหรัฐอเมริกา เพื่อใช้ในโครงการผลิตอาวุธให้ทันตามกำหนดการ 2 ปี โครงการนี้เป็นความร่วมมือของผู้รับเหมาและหน่วยงานของรัฐนับพันหน่วยงาน เมื่อโครงการนี้ประสบผลสำเร็จ จึงมีการใช้เพิร์ตกับโครงการของกองทัพเรือ กองทัพอากาศ และกองทัพบก มากขึ้น ปัจจุบันมีการใช้เพิร์ตกับงานด้านอุตสาหกรรม และหน่วยงานบริการอื่นๆ เวลาสำหรับแต่ละกิจกรรมของโครงการที่ใช้เพิร์ต มักจะเป็นเวลาที่ไม่ว่าราคาที่แน่นอน จึงใช้ความน่าจะเป็นในการคำนวณเวลาของแต่ละกิจกรรม และหาเวลาที่เสร็จโครงการจากค่าคาดหวังของเวลานั้นเอง เนื่องจากความไม่แน่นอนของเวลาสำหรับแต่ละกิจกรรม จึงนิยมใช้เพิร์ตกับงานวิจัยและการพัฒนาโครงการ

ซีพีเอ็ม (CPM) ย่อมาจาก ระเบียบวิธีวิถีวิกฤต (Critical Path Method) พัฒนาโดย E.I. du Pont de Nemours Company ในเวลาใกล้เคียงกับเพิร์ต ข้อแตกต่างระหว่าง เพิร์ต กับ ซีพีเอ็ม ไม่ได้อยู่ที่ความไม่แน่นอนของเวลา แต่อยู่ที่ข้อสมมติของซีพีเอ็มว่า เวลาของแต่ละกิจกรรมเป็นส่วนสำคัญกับการใช้ทรัพยากร และการเปลี่ยนแปลงจำนวนทรัพยากรที่ใช้ จะมีผลกับเวลาเสร็จโครงการ นั่นคือ ซีพีเอ็มต้องอาศัยประสบการณ์ของผู้บริหารจากโครงการที่คล้ายคลึงกัน เพื่อหาข้อแตกต่างของต้นทุนกับเวลาเสร็จของโครงการ จึงนิยมใช้ซีพีเอ็มกับโครงการก่อสร้างต่างๆ

ปัจจุบันมักจะใช้เพิร์ต และซีพีเอ็มในลักษณะที่ทดแทนกัน นิยามและกระบวนการต่างๆ ใช้ได้กับทั้ง เพิร์ต และ ซีพีเอ็ม

5.2 ลักษณะของปัญหา

เทคนิค PERT/ซีพีเอ็ม ใช้สำหรับโครงการที่กิจกรรมต่างๆ มีความเกี่ยวเนื่องกันเป็นลำดับ เช่น การก่อสร้างอาคารใหญ่ๆ งานซ่อมแซมที่ซับซ้อน ระบบการสร้างอาวุธ เป็นต้น โครงการเหล่านี้จะมีคุณลักษณะของปัญหาหลายประการร่วมกัน คือ

1. เป็นปัญหาซึ่งเกิดจากการรวบรวมงานต่างๆ ที่มีการนิยามไว้อย่างเด่นชัด เมื่อเสร็จสิ้นงานต่างๆ จะทำให้เห็นการจบของโครงการได้
2. งานต่างๆ ต้องมีลำดับก่อนหลังที่แน่นอน
3. เวลาของแต่ละงานต้องกำหนดหรือประมาณได้ สำหรับซีพีเอ็ม เวลาของงานมีค่าแน่นอน ส่วน PERT เวลาของงานจะประมาณโดยอาศัยความน่าจะเป็น
4. เมื่อเริ่มต้นงานหนึ่งแล้ว งานดังกล่าวจะกระทำได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่มีการชะงัก จนกว่างานนี้จะเสร็จ
5. งานที่ตามหลังไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นทันทีทันใดที่งานก่อนหน้านี้อันเสร็จ คุณสมบัตินี้ทำให้เกิดปัญหา ในการประยุกต์ใช้ PERT หรือ ซีพีเอ็ม กับอุตสาหกรรมที่เป็นการผลิตแบบต่อเนื่อง ซึ่งไม่ยอมให้เกิดการชะงักในแต่ละขั้นตอน

โดยหลักการแล้ว การคำนวณระยะเวลาของโครงการ อาจใช้ขั้นตอนวิธีสายงานสูงสุดก็ได้ แต่การคำนวณโดยใช้วิธี PERT หรือ ซีพีเอ็ม จะง่ายกว่า เพียงแต่ต้องแทนปัญหาด้วยข่ายงานโครงการ (project network) เสียก่อน ข่ายงานที่จะใช้ PERT หรือ ซีพีเอ็ม ต้องมีลักษณะดังนี้

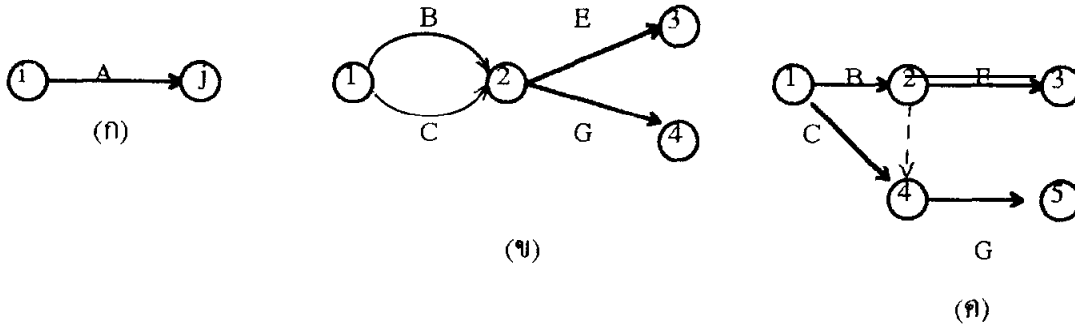
1. แต่ละเส้นเชื่อมต้องมีทิศทาง
2. ข่ายงานโครงการต้องไม่มีวงจร
3. ค่าที่กำกับแต่ละเส้นเชื่อม ต้องมีค่าที่แน่นอน
4. กิจกรรมใดๆ จะเริ่มต้นได้ เมื่อกิจกรรมก่อนหน้านี้อันทั้งหมดเสร็จสิ้น
5. สำหรับแต่ละกิจกรรม จะให้หมายเลขของบัพเริ่มต้น น้อยกว่า หมายเลขสุดท้ายของบัพเสมอ

ด้วยโครงสร้างพิเศษเช่นนี้ ทำให้สะดวกในการใช้ขั้นตอนวิธีสำหรับคำนวณค่าต่างๆ

5.8 การสร้างข่ายงานโครงการ

ข่ายงานโครงการ (project network) คือภาพที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข่ายงานทั้งหมดของโครงการ เพื่อให้โครงการเสร็จสิ้น ประกอบด้วยเส้นเชื่อมระบุทิศทางเชื่อมระหว่างบัพ เรียกเส้นเชื่อมหรือสมาชิกของข่ายงานที่ต้องใช้เวลาว่า **กิจกรรม** (activities) และเรียก บัพ ว่า **เหตุการณ์**

(events) ซึ่งนิยามให้เป็นจุดของเวลา ทิศทางของเส้นเชื่อมจะแสดงลำดับก่อนหลัง จากรูป 5.1 (ก) แสดงส่วนหนึ่งของข่ายงาน คือกิจกรรม A หรือกิจกรรม (i,j) ซึ่งเหตุการณ์ i ต้องเกิดก่อนที่กิจกรรม A จะเริ่ม และเหตุการณ์ j ต้องเกิดหลังจากกิจกรรม A เสร็จสิ้น



รูป 5-1 ตัวอย่างส่วนหนึ่งของข่ายงานโครงการ

พิจารณาแผนภาพข่ายงาน รูป 5.1 (ข) ซึ่งจะแทนความสัมพันธ์ว่า กิจกรรม G จะเริ่มได้เมื่อกิจกรรม B และ C เสร็จสิ้น และกิจกรรม E เริ่มได้เมื่อ B เสร็จสิ้น

เพื่อให้แทนความสัมพันธ์ของกิจกรรมได้ถูกต้อง จำเป็นต้องใช้ **กิจกรรมหุ่น** (dummy activity) ซึ่งเขียนแทนด้วย -----> โดยมีเวลาของกิจกรรมเป็นศูนย์

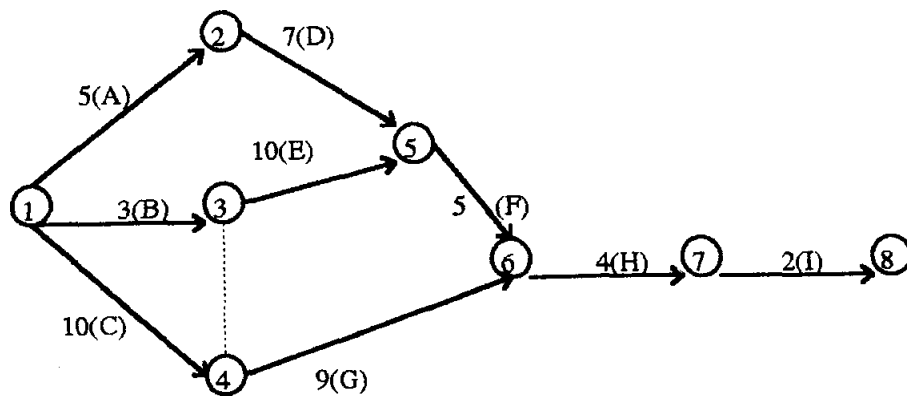
แผนภาพข่ายงานที่ถูกต้องของรูป 5.1 (ข) คือรูป 5.1 (ค) ซึ่งกิจกรรม X แทนกิจกรรมหุ่น เพื่อให้เข้าใจการสร้างข่ายงานโครงการ พิจารณาการสร้างจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5.1 ข่ายงานโครงการของการผลิตเครื่องจักรขนาดใหญ่ ซึ่งส่วนประกอบย่อยที่ 1 และ 2 จะถูกรวมเข้ากับส่วนประกอบย่อยที่ 4 จากนั้นจึงรวมกับส่วนประกอบย่อยที่ 3 เพื่อให้ได้ผลผลิตในขั้นสุดท้าย ส่วนประกอบย่อยที่ 3 จะเริ่มได้เมื่อมีวัสดุในส่วนประกอบย่อยที่ 2 แล้ว สมมติว่ากิจกรรมต่างๆ ใช้เวลาดังตาราง 5.1

ตาราง 5.1 ปัญหาตัวอย่าง - การผลิตเครื่องจักรขนาดใหญ่

กิจกรรม		ระยะเวลา (วัน)	กิจกรรม ที่มาก่อน
ชื่อ	รายละเอียด		
A	จัดหาวัสดุของส่วนประกอบย่อย 1	5	
B	จัดหาวัสดุของส่วนประกอบย่อย 2	3	
C	จัดหาวัสดุของส่วนประกอบย่อย 3	10	
D	ประกอบส่วนที่ 1	7	A
E	ประกอบส่วนที่ 2	10	B
F	ประกอบส่วนที่ 4	5	D และ E
G	ประกอบส่วนที่ 3	9	B และ C
H	ประกอบชิ้นสุดท้าย	4	F และ G
I	ตรวจสอบ	2	H

ข่ายงานโครงการแทนปัญหา เป็นดังรูป 5.2



รูป 5.2 ข่ายงานโครงการของปัญหาตัวอย่าง

5.4 เวลาเร็วที่สุดที่เป็นไปได้ของเหตุการณ์

(Earliest Possible Times for Event)

เนื่องจากเหตุการณ์ที่แต่ละบัพ แทนจุดเริ่มต้นของกิจกรรม

กำหนดให้ $T_j(E)$ = เวลาเร็วที่สุดที่เหตุการณ์ j เกิดขึ้น ; $j = 1, 2, \dots, n$

n = จำนวนเหตุการณ์ (หรือบัพ)

d_{ij} = เวลาของกิจกรรมซึ่งเชื่อมระหว่างเหตุการณ์ i และ j

สมมติให้มีเส้นทาง r เส้นทางจากเหตุการณ์ 1 ถึงเหตุการณ์ j คือ $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_r$

$$T_j(\pi_k) = \sum_{m \rightarrow p} d_{mp} \quad ; m, p \in \pi_k ; k = 1, 2, \dots, r ; j = 1, 2, \dots, n$$

เส้นทางที่ยาวที่สุดจาก บัพเริ่มต้น (บัพ 1) ถึง บัพ j คือ

$$T_j(E) = \text{ค่าสูงสุด}_k [T_j(\pi_k)] \quad ; j = 1, 2, \dots, n$$

เพื่อความสะดวก จึงให้ระยะทางที่ยาวที่สุดถึง บัพเริ่มต้นคือ บัพ 1 มีค่าเป็น 0 หรือ $T_1(E) = 0$

สำหรับที่บัพอื่นๆ $T_j(E) = \text{ค่าสูงสุด}_{i < j} \{T_i(E) + d_{ij}\} ; 2 \leq j \leq n$

สรุปการคำนวณ $T_j(E)$ เป็น

$$0 \quad ; j = 1$$

$$T_j(E) = \text{ค่าสูงสุด}_{i < j} \{T_i(E) + d_{ij}\} ; 2 \leq j \leq n \quad \text{----- (5.1)}$$

จากตัวอย่าง 5.1, $T_1(E) = 0$, $T_2(E) = \text{ค่าสูงสุด} \{T_1(E) + d_{12}\} = 0 + 5 = 5$

$$T_3(E) = \text{ค่าสูงสุด} \{T_1(E) + d_{13}\} = 0 + 3 = 3$$

$$T_4(E) = \text{ค่าสูงสุด} \{T_2(E) + d_{24}\} = 5 + 0 = 5$$

$$T_5(E) = \text{ค่าสูงสุด}$$

$$\{T_1(E) + d_{15}\} = 0 + 10 = 10$$

หรือ

$$T_5(E) = 10$$

$$T_6(E) = \text{ค่าสูงสุด}$$

$$\{T_3(E) + d_{36}\} = 3 + 9 = 12$$

หรือ $T_5(E) = 13$

$$T_5(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_5(E) + d_{56} = 13 + 5 = 18 \\ T_4(E) + d_{46} = 10 + 9 = 19 \end{cases}$$

หรือ $T_7(E) = 19$

$$T_7(E) = \text{ค่าสูงสุด} (T_7(E) + d_{67}) = 19 + 4$$

$$T_7(E) = 23$$

$$T_7(E) = \text{ค่าสูงสุด} \{T_7(E) + d_{78}\} = 23 + 2$$

หรือ $T_8(E) = 25$

5.5 เวลาที่ช้าที่สุดของเหตุการณ์ (Latest Allowable Times for Event)

ถ้า $T_i(L)$ = เวลาที่ช้าที่สุดซึ่งเหตุการณ์ i จะเกิดขึ้นโดยไม่มีผลกับเวลาเสร็จสิ้นของโครงการทั้งหมด

เริ่มต้นให้ $T_n(L)$ = เวลาที่เสร็จสิ้นเร็วที่สุดของเหตุการณ์ n

หรือ $T_n(L) = T_n(E)$

สำหรับเหตุการณ์อื่นๆ $T_i(L) = T_n(L) - \min\{d_{in}\} ; i \leq n-1$

$$\therefore T_i(L) = \begin{cases} T_n(E) & ; i = n \\ \text{ค่าต่ำสุด} \{T_j(L) - d_{ij}\} & ; i = 1, 2, \dots, (n-1) \\ & j > i \end{cases} \quad \text{-----}(5.2)$$

จากตัวอย่าง 5.1

$$T_8(L) = T_8(E) = 25$$

$$T_7(L) = \text{ค่าต่ำสุด} (T_7(L) - d_{67})$$

$$= \text{ค่าต่ำสุด} \{25 - 4\}$$

หรือ $T_7(L) = 23$

$$T_6(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_6(L) - d_{67}\}$$

$$= \text{ค่าต่ำสุด} \{23 - 4\}$$

หรือ $T_5(L) = 19$

$$T_5(L) = \text{ค่าต่ำสุด} [T_5(L) - d_{56}]$$

$$= \text{ค่าต่ำสุด} (19 - 5) = 14$$

$$\begin{aligned}
 T_1(L) &= \text{ค่าต่ำสุด } \{T_1(L) - d_{46}\} \\
 &= \text{ค่าต่ำสุด } \{19 - 9\} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_1(L) &= \text{ค่าต่ำสุด} \left\{ \begin{array}{l} T_1(L) - d_{34} = 10 - 0 = 10 \\ T_1(L) - d_{35} = 14 - 10 = 4 \end{array} \right. \\
 &= \text{ค่าต่ำสุด} \left\{ \begin{array}{l} 10 \\ 4 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

หรือ $T_1(L) = 4$

$$\begin{aligned}
 T_2(L) &= \text{ค่าต่ำสุด } \{T_2(L) - d_{25}\} \\
 &= \text{ค่าต่ำสุด } \{14, 7\}
 \end{aligned}$$

$$= 7$$

$$\begin{aligned}
 T_2(L) &= \text{ค่าต่ำสุด} \left\{ \begin{array}{l} T_2(L) - d_{12} = 7 - 5 = 2. \\ T_2(L) - d_{13} = 4 - 3 = 1 \\ T_2(L) - d_{14} = 10 - 10 = 0 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

หรือ $T_2(L) = 0$

5.6 เวลาสำรองและวิถีวิกฤต

(slack time and critical path)

เวลาสำรอง (slack time) คือ เวลาที่มากที่สุดของเหตุการณ์หนึ่ง ซึ่งเหตุการณ์นั้นล่าช้าได้ โดยไม่ทำให้เวลาเสร็จสิ้นของทั้งโครงการล่าช้า

ให้ S_i แทนเวลาสำรองของเหตุการณ์ i

$$S_i = T_i(L) - T_i(E) \quad \text{-----}(5.3)$$

วิถีวิกฤต (critical path) คือเส้นทางที่ประกอบด้วยเหตุการณ์ซึ่งมีเวลาสำรอง เป็น 0 และเรียกกิจกรรมในเส้นทางวิกฤตว่า กิจกรรมวิกฤต (critical activities แทนด้วย sc)

จากตัวอย่าง 5.1

$$S_1 = T_1(L) - T_1(E) = 0 - 0 = 0$$

$$S_2 = T_2(L) - T_2(E) = 7 - 5 = 2$$

$$\text{OR 414 } S_3 = T_3(L) - T_3(E) = 4 - 3 = 1$$

$$S_4 = T_4(L) \cdot T_4(E) = 10 \cdot 10 = 0$$

$$S_5 = T_5(L) \cdot T_5(E) = 14 \cdot 13 = 1$$

$$S_6 = T_6(L) \cdot T_6(E) = 19 \cdot 19 = 0$$

$$S_7 = T_7(L) \cdot T_7(E) = 23 \cdot 23 = 0$$

$$S_8 = T_8(L) \cdot T_8(E) = 25 \cdot 25 = 0$$

เหตุการณ์ที่มีเวลาสำรองเป็น 0 คือเหตุการณ์ 1, 4, 6, 7 และเหตุการณ์ 8 ดังนั้นวิธีวิกฤตประกอบด้วยเหตุการณ์ 1, 4, 6, 7 และ 8 หรือ

วิธีวิกฤต คือ 1-4-6-7-8

กิจกรรมวิกฤต do c, G, H และ I

เวลาของโครงการ = 25 วัน

$$\text{คำนวณจาก } T_n(L) = T_n(E) = \sum \sum d_{ij} \text{ เมื่อกิจกรรม } (i,j) \in S_c$$

ในตัวอย่างนี้ $T_8(L) = T_8(E)$

$$\text{คือ } T_8(L) = T_8(E) = 25$$

$$\text{หรือ } 25 = \sum \sum d_{ij} \text{ เมื่อกิจกรรม } (i,j) \in S_c$$

โดยที่ $S_c = \{(1,4), (4,6), (6,7), (7,8)\}$

กิจกรรมและเหตุการณ์ที่อยู่บนเส้นทางวิกฤต เรียกว่า กิจกรรมไม่วิกฤต และเหตุการณ์ไม่วิกฤตตามลำดับ ซึ่งเป็นกิจกรรม หรือ เหตุการณ์ที่ล่าช้าได้โดยไม่ทำให้เวลาของโครงการล่าช้าไปด้วย เช่น เวลาเริ่มต้นที่เร็วที่สุดของเหตุการณ์ 2 ล่าช้าได้ 2 วัน

5.7 การคำนวณเวลาเริ่มต้นเร็วที่สุดและเสร็จสิ้นช้าที่สุดของกิจกรรม

เวลาเริ่มต้นเร็วที่สุดของกิจกรรมคือเวลาเร็วที่สุดที่กิจกรรมนั้นเริ่มต้นได้เมื่อกิจกรรมก่อนหน้านี้นี้ทั้งหมดเสร็จสิ้นเร็วที่สุด

ถ้า ES_{ij} = เวลาเริ่มต้นเร็วที่สุด (earliest start time) ของกิจกรรม (i,j)

$$\therefore ES_{ij} = T_i(E)$$

และถ้า EF_{ij} = เวลาเสร็จสิ้นเร็วที่สุด (earliest finish time) ของกิจกรรม (i,j)

$$EF_{ij} = T_i(E) + d_{ij} = ES_{ij} + d_{ij} \quad \text{-----(5.4)}$$

เวลาเสร็จสิ้นช้าที่สุดของกิจกรรม คือ เวลาที่ช้าที่สุดที่กิจกรรมนั้นเสร็จสิ้นโดยไม่ทำให้เวลาทั้งโครงการล่าช้า

ให้ LF_{ij} = เวลาเสร็จสิ้นช้าที่สุด (latest finish) ของกิจกรรม (i,j) เนื่องจากกิจกรรมใดๆ

จะเสร็จสิ้นช้าที่สุดไม่เกินเวลาช้าที่สุดของเหตุการณ์ j ที่ตามมาจะเกิดขึ้น หรือ $LF_{ij} = T_j(L)$

ให้ LS_{ij} = เวลาเริ่มต้นช้าที่สุดของกิจกรรม (i,j)

$$LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij} \quad \text{-----}(5.5)$$

จากตัวอย่าง 5.1 แสดงการคำนวณค่าต่างๆ ดังตาราง 5.2

ตาราง 5.2 แสดงค่าของเวลาต่างๆ ที่คำนวณ

กิจกรรม	เหตุการณ์ ที่มาก่อน i	เหตุการณ์ ที่ตามมา j	ระยะเวลา (วัน)	เวลาเร็วที่สุด		เวลาช้าที่สุด		เวลาสำรอง
				เริ่ม ES_{ij}	เสร็จสิ้น EF_{ij}	เริ่ม LS_{ij}	เสร็จสิ้น LF_{ij}	
A	1	2	5	0	5	2	7	2
B	1	3	3	0	3	1	4	1
C	1	4	10	0	10	0	10	0
D	2	5	7	5	12	7	14	2
X	3	4	0	3	3	10	10	7
E	3	5	10	3	13	4	14	1
G	4	6	9	10	19	10	19	0
F	5	6	5	13	18	14	19	1
H	6	7	4	19	23	19	23	0
I	7	8	2	23	25	23	25	0

จาก $ES_{11} = T_1(E) = 0$

ดังนั้น $ES_{12} = T_1(E) = 0$

$$ES_{13} = T_1(E) = 0$$

$$ES_{14} = T_1(E) = 0$$

$$ES_{25} = T_2(E) = 5$$

$$ES_{34} = T_3(E) = 3$$

$$ES_{35} = T_3(E) = 3$$

$$ES_{46} = T_4(E) = 10$$

$$ES_{56} = T_i(E) = 13$$

$$ES_{67} = T_i(E) = 19$$

$$ES_{78} = T_i(E) = 23$$

ส่วน EF_{ij} คำนวณจาก $EF_{ij} = ES_{i,j} + d_{ij}$

เนื่องจาก $LF_{i,j} = T_j(L)$

นั่นคือ $LF_{78} = T_j(L) = 25$

$$LF_{67} = T_j(L) = 23$$

$$LF_{56} = T_j(L) = 19$$

$$LF_{46} = T_j(L) = 19$$

$$LF_{35} = T_j(L) = 14$$

$$LF_{34} = T_j(L) = 10$$

$$LF_{25} = T_j(L) = 14$$

$$LF_{14} = T_j(L) = 10$$

$$LF_{13} = T_j(L) = 4$$

$$LF_{12} = T_j(L) = 7$$

ส่วนค่า LS_{ij} คำนวณจาก $LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij}$

เวลาสำรอง คำนวณจาก $S_i = T_i(L) - T_i(E)$ ดังตัวอย่าง 5.1

วิธียกจุด คือ 1-4-6-7-8 , เวลาของโครงการ = 25 วัน

3.8 การคำนวณเวลาลอยตัวของวิธียกจุด

เวลาลอยตัว (float time) เป็นช่วงเวลาที่ปรับให้อืดหยุ่นได้ ของกำหนดการโครงการ ซึ่งมีประโยชน์เป็นอันมากกับกำหนดการเริ่มที่ช้าที่สุดและเวลาเสร็จสิ้นที่ช้าที่สุดของกิจกรรม ในที่นี้จะกล่าวถึงเวลาลอยตัว 4 แบบคือ เวลาลอยตัวทั้งหมด (total float) เวลาลอยตัวเสรี (free float) เวลาลอยตัวอิสระ (independent float) และเวลาลอยตัวไม่เสี่ยง (safety float) ประโยชน์ของเวลาลอยตัวคือ ใช้ในการคำนวณวิธียกจุด และใช้ในการกำหนดการของกิจกรรมไม่วิกฤต เนื่องจากการวางแผนของวิธียกจุด มีข้อสมมติว่า ไม่มีข้อจำกัดของทรัพยากรที่จะใช้ แต่ในทางปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ต้องการแรงงานและเครื่องมือ ทำให้ต้องมีการจัดสรรการใช้ทรัพยากร ในระหว่างการทำงานของกิจกรรมต่างๆ การปรับช่วงเวลาเริ่มต้นหรือช่วงเวลาเสร็จสิ้น ของกิจกรรมไม่วิกฤต จะทำให้สามารถลดความต้องการที่จะใช้ทรัพยากรในช่วงเวลาเดียวกันได้ นั่นคือค่าใช้จ่ายก็จะลดลงด้วย

เวลาลอยตัวทั้งหมด (TF_{ij}) ของกิจกรรม (i,j) คือเวลาสูงสุดที่กิจกรรม (i,j) ล่าช้าได้ โดยไม่ทำให้เวลาเสร็จสิ้นของทั้งโครงการล่าช้าไปด้วย

$$TF_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij} \quad \text{----- (5.6)}$$

เวลาลอยตัวเสรี (FF_{ij}) ของกิจกรรม (i,j) คือเวลาสูงสุดที่กิจกรรม (i,j) ล่าช้าได้ โดยไม่ทำให้เวลาเริ่มต้นของกิจกรรมที่ตามมาล่าช้าไปด้วย

$$FF_{ij} = T_j(E) - EF_{ij} \quad \text{----- (5.7)}$$

เวลาลอยตัวอิสระ (IF_{ij}) ของกิจกรรม (i,j) คือเวลาสูงสุดที่กิจกรรม (i,j) ล่าช้าได้ โดยไม่ทำให้กิจกรรมที่ตามมาล่าช้าไปด้วย เมื่อกิจกรรมก่อนหน้านี้อันเสร็จสิ้นช้าที่สุด

$$IF_{ij} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_j(E) - (T_i(L) + d_{ij}) \end{cases} \quad \text{----- (5.8)}$$

เวลาลอยตัวไม่เสี่ยง (SF_{ij}) ของกิจกรรม (i,j) คือเวลาสูงสุดที่กิจกรรม (i,j) ล่าช้าได้ โดยไม่มีผลกับเวลาเสร็จสิ้นของโครงการ ถ้ากิจกรรมก่อนหน้านี้อันทั้งหมดเสร็จช้าที่สุด และมีผลให้กิจกรรมที่ตามหลังกิจกรรมนี้ล่าช้าได้ โดยไม่มีผลกับโครงการ

$$SF_{ij} = LF_{ij} - \{T_i(L) + d_{ij}\} \quad \text{----- (5.9)}$$

$$\text{หรือ} \quad SF_{ij} = T_j(L) - \{T_i(L) + d_{ij}\} \quad \text{----- (5.10)}$$

ตัวอย่าง 5.2 กระบวนการผลิตทางเคมีในโรงงานแห่งหนึ่ง ประกอบด้วย 2 ส่วนหลัก คือ ส่วนทำปฏิกิริยา และส่วนถังเก็บ ซึ่งเชื่อมด้วยท่อและลิ้น (valve) ป้องกันการกัดเซาะ โดยแบ่งท่อเป็นช่วงยาวช่วงละ 3" เชื่อมด้วยลิ้น เนื่องจากการกัดเซาะทำลายจึงต้องเปลี่ยนท่อและลิ้นในทุกๆ คาบเวลา โดยเปลี่ยนทั้งท่อและลิ้น วิศวกรจะเริ่มงานได้หลังจากช่วงเวลารอคอย 10 วัน ในการเปลี่ยนจะหยุดระบบได้เมื่อครบรอบ 30 วันเท่านั้น กิจกรรมต่างๆในการเปลี่ยนดังตาราง 5.3 รายละเอียดก่อน-หลังของกิจกรรมต่างๆ แสดงไว้ในตาราง 5.4 ตาราง 5.5 แสดงเวลาเริ่มต้นของเหตุการณ์ เวลาเริ่มเร็วที่สุดของเหตุการณ์ j คำนวณจาก

$$T_j(E) = \begin{cases} 0 & ; j = 1 \\ \text{ค่าสูงสุด} (T_i(E) + d_{ij}) & ; 2 \leq j \leq n \\ & i < j \end{cases}$$

$$\dots \quad T_1(E) = 0$$

$$T_1(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_1(E) + d_{1,2}\} = 10$$

$$T_2(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_2(E) + d_{2,3}\} = 12$$

$$T_4(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_1(E) + d_{3,4}\} = 13$$

$$T_1(E) + d_{1,5} = 0 + 30$$

$$T_3(E) = \text{ค่าสูงสุด}$$

$$T_3(E) + d_{4,5} = 13 + 0$$

$$\therefore T_1(E) = 30$$

$$T_1(E) + d_{4,6} = 13 + 2$$

$$T_6(E) = \text{ค่าสูงสุด}$$

$$T_3(E) + d_{5,6} = 30 + 1$$

$$\therefore T_1(E) = 31$$

$$T_7(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_1(E) + d_{4,7}\} = 43$$

$$T_8(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_1(E) + d_{4,8} = 13 + 45 \\ T_6(E) + d_{6,8} = 31 + 0 \end{cases}$$

$$\therefore T_1(E) = 58$$

$$T_9(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_6(E) + d_{6,9} = 31 + 6 \\ T_7(E) + d_{7,9} = 43 + 5 \end{cases}$$

$$\therefore T_1(E) = 48$$

$$T_{10}(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_9(E) + d_{9,10}\} = 54$$

$$T_{11}(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_{10}(E) + d_{10,11} = 54 + 2 \\ T_1(E) + d_{8,11} = 58 + 1 \end{cases}$$

$$\therefore T_1(E) = 59$$

$$T_{12}(E) = \text{ค่าสูงสุด } \{T_{11}(E) + d_{11,12}\} = 60$$

$$T_{13}(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_{12}(E) + d_{12,13} = 60 + 0 \\ T_{11}(E) + d_{11,13} = 59 + 4 \end{cases}$$

$$\therefore T_1(E) = 63$$

$$T_{14}(E) = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} T_{14}(E) + d_{12,14} = 60 + 1 \\ T_{13}(E) + d_{13,14} = 63 + 1 \end{cases}$$

$$\therefore T_{14}(E) = 64$$

$$T_{15}(E) = \text{ค่าสูงสุด} \{T_{14}(E) + d_{14,15}\} = 65$$

สำหรับเวลาเริ่มช้าที่สุดของเหตุการณ์ i คำนวณจาก

$$T_i(L) = \begin{cases} T_i(E) & ; i = n \\ \text{ค่าต่ำสุด} \{T_j(L) + d_{ij}\} & ; i = 1, 2, \dots, (n-1) \\ & j > i \end{cases}$$

$$\therefore T_{15}(L) = T_{15}(E) = 65$$

$$T_{14}(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_{15}(L) + d_{14,15}\} = 64$$

$$T_{13}(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_{14}(L) + d_{13,14}\} = 63$$

$$T_{12}(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} T_{14}(L) + d_{12,14} = 64 + 1 \\ T_{13}(L) + d_{12,13} = 63 + 0 \end{cases}$$

$$\therefore T_{12}(L) = 63$$

$$T_{11}(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} T_{12}(L) + d_{11,12} = 63 + 1 \\ T_{13}(L) + d_{11,13} = 63 + 4 \end{cases}$$

$$\therefore T_{11}(L) = 64$$

$$T_{10}(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_{11}(L) + d_{10,11}\} = 61$$

$$T_9(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_{10}(L) + d_{9,10}\} = 51$$

$$T_8(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_{10}(L) + d_{8,11}\} = 58$$

$$T_7(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \{T_8(L) + d_{7,9}\} = 46$$

$$T_6(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} T_8(L) + d_{68} = 58 - 0 \\ T_9(L) + d_{69} = 51 - 6 \end{cases}$$

$$\therefore T_6(L) = 45$$

$$T_6(L) = \text{ค่าต่ำสุด } \{T_6(L) - d_{56}\} = 44$$

$$T_7(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} T_6(L) - d_{46} = 45 - 2 \\ T_7(L) - d_{47} = 46 - 30 \\ T_8(L) - d_{48} = 58 - 45 \end{cases}$$

$$\therefore T_7(L) = 13$$

$$T_4(L) = \text{ค่าต่ำสุด } \{T_4(L) - d_{34}\} = 12$$

$$T_3(L) = \text{ค่าต่ำสุด } \{T_3(L) - d_{23}\} = 10$$

$$T_2(L) = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} T_2(L) - d_{12} = 10 - 10 \\ T_5(L) - d_{15} = 44 - 30 \end{cases}$$

$$\therefore T_2(L) = 0$$

ขำยงานโครงการของปัญหา เป็นคังรูป 5.3 คำนวณเวลาเริ่มต้นและเวลาเสร็จสิ้นของกิจกรรมต่างๆ คังในตาราง 5.6

ค่า ES_{ij} คำนวณจาก

$$ES_{ij} = T_i(E) \text{ โดยคูกค่า } T_i(E) \text{ ในตาราง 5.5}$$

$$ES_{12} = T_1(E) = 0$$

$$ES_{15} = T_1(E) = 0$$

$$ES_{23} = T_2(E) = 10$$

$$ES_{34} = T_3(E) = 12$$

$$ES_{45} = ES_{47} = ES_{48} = ES_{49} = T_4(E) = 13$$

$$ES_{79} = T_7(E) = 43$$

$$ES_{56} = T_5(E) = 30$$

$$ES_{68} = ES_{69} = T_6(E) = 31$$

$$ES_{9,10} = ES_9 = 48$$

$$ES_{10,11} = ES_{10} = 54$$

$$ES_{3,11} = ES_3 = 58$$

$$ES_{11,12} = ES_{11} = 59$$

$$ES_{12,14} = ES_{12} = 60, \quad ES_{13,14} = ES_{13} = 63$$

$$ES_{14,15} = ES_{14} = 64$$

ค่า EF_{ij} คำนวณจาก

$$EF_{ij} = ES_{i,j} + d_{ij}$$

โดยใช้ค่า $ES_{i,j}$ ของกิจกรรม (i,j) ที่คำนวณไว้แล้ว เช่น

$$EF_{12} = ES_{1,2} + d_{12} = 0 + 10 = 10$$

$$EF_{15} = ES_{1,5} + d_{15} = 0 + 30 = 30$$

$$EF_{2,3} = ES_{2,3} + d_{2,3} = 10 + 2 = 12 \quad \text{เป็นต้น}$$

คำนวณค่า LF_{ij} โดยดูค่า $T_{i,j}(L)$ จากตาราง 5.5 แทนค่า j จากเหตุการณ์ j ตั้งแต่ 15 ย้อนกลับไปสู่ค่า 1

$$\text{ดังนั้น } LF_{14,15} = T_{15}(L) = 65$$

$$LF_{13,14} = LF_{12,14} = T_{14}(L) = 64$$

$$LF_{11,13} = LF_{12,13} = T_{13}(L) = 63$$

$$LF_{11,12} = T_{12}(L) = 63$$

$$LF_{10,11} = LF_{8,11} = T_{11}(L) = 59$$

$$LF_{9,10} = T_{10}(L) = 57$$

$$LF_{6,9} = LF_{7,9} = T_{9}(L) = 51$$

$$LF_{6,8} = LF_{4,8} = T_{8}(L) = 58$$

$$LF_{4,6} = LF_{5,6} = T_{6}(L) = 4.5$$

$$LF_{4,7} = T_{7}(L) = 46$$

$$LF_{4,5} = LF_{1,5} = 44$$

$$LF_{3,4} = T_{4}(L) = 13$$

$$LF_{2,3} = T_{3}(L) = 12$$

$$LF_{1,2} = T_{2}(L) = 10$$

คำนวณ LS_{ij} จาก

$$LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij}$$

โดยใช้ค่า $LS_{ij} = LF_{ij} - d_{ij}$

$$LS_{12} = LF_{12} - d_{12} = 10 - 10 = 0$$

$$LS_{13} = LF_{1,3} - d_{13} = 44 - 30 = 14$$

$$LS_{23} = LF_{2,3} - d_{23} = 12 - 2 = 10$$

เป็นต้น

คำนวณเวลาสำรองของเหตุการณ์ i จาก $S_i = T_i(L) - T_i(E)$ จากค่าในตาราง 5.5

ดังนั้น

$$S_{12} = 10 - 10 = 0$$

$$S_{13} = 14 - 0 = 14$$

$$S_{23} = 10 - 10 = 0$$

$$S_{34} = 12 - 12 = 0$$

$$S_{45} = 44 - 13 = 31$$

$$S_{47} = 16 - 13 = 3$$

$$S_{48} = 13 - 13 = 0$$

$$S_{79} = 46 - 43 = 3$$

$$S_{56} = 44 - 30 = 14$$

$$S_{46} = 43 - 13 = 30$$

$$S_{68} = 58 - 31 = 27$$

$$S_{69} = 45 - 31 = 14$$

$$S_{9,10} = 51 - 48 = 3$$

$$S_{10,11} = 57 - 54 = 3$$

$$S_{8,11} = 58 - 58 = 0$$

$$S_{11,12} = 62 - 59 = 3$$

$$S_{12,14} = 63 - 60 = 3$$

$$S_{12,13} = 63 - 60 = 3$$

$$S_{11,13} = 59 - 59 = 0$$

$$S_{13,14} = 63 - 63 = 0$$

$$S_{14,15} = 64 - 64 = 0$$

$$S_{14,15} = 64 - 64 = 0$$

จะได้ว่าวิธีกฎประกอบด้วย 1-2-3-4-8-11-13-14-15 เวลาเสร็จสิ้นของโครงการคือ 65 วัน

ตาราง 5.7 แสดงการคำนวณเวลาลยตัวทั้ง 4 แบบ

เวลาลยตัวทั้งหมด TF_{ij} คำนวณจาก

$$TF_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij} = LF_{ij} - EF_{ij}$$

จากตาราง 5.6

$$TF_{12} = LS_{12} - ES_{12} = 0$$

$$TF_{15} = LS_{15} - ES_{15} = 14$$

$$\begin{aligned}
TF_{23} &= LS_{23} \cdot ES_{23} = 0 \\
TF_{34} &= LS_{34} \cdot ES_{34} = 0 \\
TF_{45} &= LS_{45} \cdot ES_{45} = 31 \\
TF_{47} &= LS_{47} \cdot ES_{47} = 3 \\
TF_{48} &= LS_{48} \cdot ES_{48} = 0 \\
TF_{79} &= LS_{79} \cdot ES_{79} = 3 \\
TF_{56} &= LS_{56} \cdot ES_{56} = 14 \\
TF_{46} &= LS_{46} \cdot ES_{46} = 30 \\
TF_{68} &= LS_{68} \cdot ES_{68} = 27 \\
TF_{69} &= LS_{69} \cdot ES_{69} = 14 \\
TF_{9,10} &= LS_{9,10} \cdot ES_{9,10} = 3 \\
TF_{10,11} &= LS_{10,11} \cdot ES_{10,11} = 3 \\
TF_{8,11} &= LS_{8,11} \cdot ES_{8,11} = 0 \\
TF_{11,12} &= LS_{11,12} \cdot ES_{11,12} = 3 \\
TF_{12,14} &= LS_{12,14} \cdot ES_{12,14} = 3 \\
TF_{12,13} &= LS_{12,13} \cdot ES_{12,13} = 3 \\
TF_{11,13} &= LS_{11,13} \cdot ES_{11,13} = 0 \\
TF_{13,14} &= LS_{13,14} \cdot ES_{13,14} = 0 \\
TF_{14,15} &= LS_{14,15} \cdot ES_{14,15} = 0
\end{aligned}$$

เวลาสำรองของเหตุการณ์ i คือเวลาโดยตัวทั้งหมดของกิจกรรม (i,j) นั่นเอง
เวลาโดยตัวเสรีของกิจกรรม (i,j) คำนวณจาก

$$FF_{i,j} = T_j(E) - EF_{i,j}$$

จากค่า $T_j(E)$ ในตาราง 5.5 และ $EF_{i,j}$ ในตาราง 5.6 คำนวณค่า $FF_{i,j}$ ดังนี้

$$FF_{12} = T_2(E) - EF_{12} = 10 \cdot 10 = 0$$

$$FF_{15} = T_5(E) - EF_{15} = 30 \cdot 30 = 0$$

$$FF_{23} = T_3(E) - EF_{23} = 12 \cdot 12 = 0$$

$$FF_{34} = T_4(E) - EF_{34} = 13 \cdot 13 = 0$$

$$FF_{47} = T_7(E) - EF_{47} = 43 \cdot 43 = 0$$

$$FF_{48} = T_8(E) - EF_{48} = 58 \cdot 58 = 0$$

$$\begin{aligned}
FF_{79} &= T_9(E) \cdot EF_{79} = 48 \cdot 48 = 0 \\
FF_{36} &= T_6(E) \cdot EF_{36} = 31 \cdot 31 = 0 \\
FF_{46} &= T_6(E) \cdot EF_{46} = 31 \cdot 15 = 16 \\
FF_{69} &= T_9(E) \cdot EF_{69} = 48 - 37 = 11 \\
FF_{9,10} &= T_{10}(E) \cdot EF_{9,10} = 54 \cdot 54 = 0 \\
FF_{10,11} &= T_{11}(E) \cdot EF_{10,11} = 59 \cdot 56 = 3 \\
FF_{8,11} &= T_{11}(E) \cdot EF_{8,11} = 59 - 59 = 0 \\
FF_{11,12} &= T_{12}(E) \cdot EF_{11,12} = 60 \cdot 60 = 0 \\
FF_{12,14} &= T_{14}(E) \cdot EF_{12,14} = 64 \cdot 61 = 3 \\
FF_{11,13} &= T_{13}(E) \cdot EF_{11,13} = 63 \cdot 63 = 0 \\
FF_{13,14} &= T_{14}(E) \cdot EF_{13,14} = 64 - 64 = 0 \\
FF_{14,15} &= T_{15}(E) \cdot EF_{14,15} = 65 \cdot 65 = 0
\end{aligned}$$

เวลาลอยตัวอิสระของกิจกรรม (ij) คำนวณจาก

$$IF_{ij} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_j(E) \cdot (T_i(L) + d_{ij}) \\ 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
IF_{1,10} &= \text{ค่าสูงสุด} & &= 0 \\
&T_{10}(E) \cdot (T_1(L) + d_{1,10}) = 10 \cdot (0 + 10) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
IF_{1,11} &= \text{ค่าสูงสุด} & &= 0 \\
&T_{11}(E) \cdot (T_1(L) + d_{1,11}) = 30 \cdot (0 + 30) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
IF_{2,3} &= \text{ค่าสูงสุด} & &= 0 \\
&T_3(E) \cdot (T_2(L) + d_{2,3}) = 12 \cdot (10 + 2) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
IF_{4,7} &= \text{ค่าสูงสุด} & &= 0 \\
&T_7(E) \cdot (T_4(L) + d_{4,7}) = 43 \cdot (13 + 30) = 0
\end{aligned}$$

$$IF_{48} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{48}(E) - (T_{48}(L) + d_{48}) = 58 \cdot (13 + 45) = 0 \end{cases} = 0$$

$$IF_{49} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{49}(E) - (T_{49}(L) + d_{49}) = 48 \cdot (46 + 5) = -3 \end{cases} = 0$$

$$IF_{50} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{50}(E) - (T_{50}(L) + d_{50}) = 31 \cdot (44 + 1) = -14 \end{cases} = 0$$

$$IF_{51} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{51}(E) - (T_{51}(L) + d_{51}) = 31 \cdot (13 + 2) = 16 \end{cases} = 16$$

$$IF_{52} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{52}(E) - (T_{52}(L) + d_{52}) = 48 \cdot (45 + 6) = -3 \end{cases} = 0$$

$$IF_{53} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{53}(E) - (T_{53}(L) + d_{53}) = 54 \cdot (51 + 6) = -3 \end{cases} = 0$$

$$IF_{54} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{54}(E) - (T_{54}(L) + d_{54}) = 59 \cdot (57 + 2) = 0 \end{cases} = 0$$

$$IF_{55} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{55}(E) - (T_{55}(L) + d_{55}) = 59 \cdot (58 + 1) = 0 \end{cases} = 0$$

$$IF_{56} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{56}(E) - (T_{56}(L) + d_{56}) = 60 \cdot (59 + 1) = 0 \end{cases} = 0$$

$$IF_{57} = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{57}(E) - (T_{57}(L) + d_{57}) = 64 \cdot (63 + 1) = 0 \end{cases} = 0$$

$$\begin{aligned}
IF_{11,13} &= \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{13}(E) \cdot (T_{11}(L) + d_{11,13}) = 63 \cdot (59 + 4) = 0 \end{cases} = 0 \\
IF_{13,14} &= \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{14}(E) \cdot (T_{13}(L) + d_{13,14}) = 64 \cdot (63 + 1) = 0 \end{cases} = 0 \\
IF_{14,15} &= \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ T_{15}(E) \cdot (T_{14}(L) + d_{14,15}) = 65 \cdot (64 + 1) = 0 \end{cases} = 0
\end{aligned}$$

เวลาที่ขยตัวไม่เสี่ยงของกิจกรรม (i,j) จำนวนจาก

$$SF_{ij} = LF_{ij} - [T_i(L) + d_{ij}]$$

$$SF_{1,2} = LF_{1,2} - [T_1(L) + d_{1,2}] = 10 - [0 + 10] = 0$$

$$SF_{1,5} = LF_{1,5} - [T_1(L) + d_{1,5}] = 44 - [0 + 30] = 14$$

$$SF_{2,3} = LF_{2,3} - [T_2(L) + d_{2,3}] = 12 - [10 + 2] = 0$$

$$SF_{3,4} = LF_{3,4} - [T_3(L) + d_{3,4}] = 13 - [12 + 1] = 0$$

$$SF_{4,7} = LF_{4,7} - [T_4(L) + d_{4,7}] = 46 - [13 + 30] = 3$$

$$SF_{4,8} = LF_{4,8} - [T_4(L) + d_{4,8}] = 58 - [13 + 45] = 0$$

$$SF_{7,9} = LF_{7,9} - [T_7(L) + d_{7,9}] = 51 - [46 + 5] = 0$$

$$SF_{5,6} = LF_{5,6} - [T_5(L) + d_{5,6}] = 45 - [44 + 1] = 0$$

$$SF_{4,6} = LF_{4,6} - [T_4(L) + d_{4,6}] = 45 - [13 + 2] = 30$$

$$SF_{9,10} = LF_{9,10} - [T_9(L) + d_{9,10}] = 57 - [51 + 6] = 0$$

$$SF_{10,11} = LF_{10,11} - [T_{10}(L) + d_{10,11}] = 59 - [57 + 2] = 0$$

$$SF_{8,11} = LF_{8,11} - [T_8(L) + d_{8,11}] = 59 - [58 + 1] = 0$$

$$SF_{11,12} = LF_{11,12} - [T_{11}(L) + d_{11,12}] = 63 - [59 + 4] = 0$$

$$SF_{12,14} = LF_{12,14} - [T_{12}(L) + d_{12,14}] = 64 - [63 + 1] = 0$$

$$SF_{11,13} = LF_{11,13} - [T_{11}(L) + d_{11,13}] = 63 - [59 + 4] = 0$$

$$SF_{13,14} = LF_{13,14} - [T_{13}(L) + d_{13,14}] = 64 - [63 + 1] = 0$$

$$SF_{14,15} = LF_{14,15} - [T_{14}(L) + d_{14,15}] = 65 - [64 + 1] = 0$$

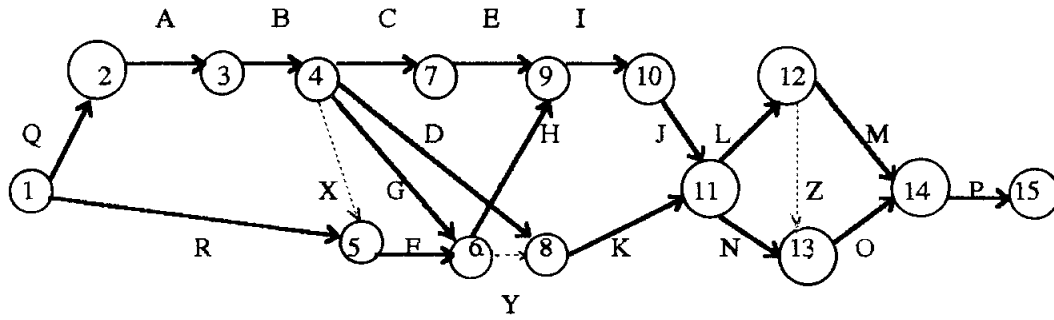
เช่น เวลาหยุดตัวทั้งหมดของกิจกรรม C และเวลาหยุดตัวไม่เสี่ยง คือ 3 วัน หมายความว่า สามารถเริ่มกิจกรรม C ให้ช้าได้ 3 วัน โดยไม่มีผลกับเวลาเสร็จสิ้นของโครงการ และไม่มีผลกับกิจกรรม E, I และ J นอกจากนี้เวลาหยุดตัวทั้งหมดยังช่วยในการบอกวิธีวิกฤตอีกด้วย กล่าวคือกิจกรรมวิกฤตจะมีเวลาหยุดตัวทั้งหมดเป็น 0 ส่วนกิจกรรม E มีเวลาหยุดตัวทั้งหมดเป็น 3 วัน แต่ไม่อาจเริ่มให้ล่าช้าได้ เพราะไม่มีเวลาหยุดตัวเสรี จึงทำให้การเริ่มกิจกรรม I ช้าไปด้วย กิจกรรม H มีเวลาหยุดตัวหมด 14 วัน เวลาหยุดตัวเสรี 11 วัน นั่นคือกิจกรรม H สามารถเริ่มได้ล่าช้า 11 วัน โดยไม่ทำให้การเริ่มกิจกรรม I ช้าไปด้วย กิจกรรม G เท่านั้นที่มีเวลาหยุดตัวอิสระเป็น 16 วัน นั่นคือ กิจกรรม G เริ่มได้ล่าช้า 16 วัน เมื่อกิจกรรมก่อนหน้านี้เสร็จสิ้นช้าที่สุด โดยไม่ทำให้กิจกรรม H และ K ช้าไปด้วย เฉพาะกิจกรรม R, C, G และ L ที่มีเวลาหยุดตัวไม่เสี่ยงไม่เป็นศูนย์ เช่นกิจกรรม C สามารถเริ่มให้ล่าช้าได้ 3 วัน ทำให้กิจกรรม E และ I ล่าช้าได้ โดยไม่มีผลกับโครงการ หรือกิจกรรม G เริ่มได้ล่าช้าไป 30 วัน โดยมีผลให้กิจกรรม H ล่าช้าไปด้วย ซึ่งจะไม่มีผลกระทบต่อเวลาของโครงการ

ตาราง 5.3 แสดงกิจกรรมต่างๆ ของปัญหา

กิจกรรม	กิจกรรม มาก่อน	เวลา (วัน)
Q ช่วงเวลารอคอย		10
R จัดเตรียมสายงานการผลิต		30
A วัดและร่างขนาด	Q	2
B จัดเตรียมรายการวัสดุ	A	1
C จัดหาท่อ	B	30
D จัดหาถ้ำ	B	45
E ตัดชิ้นส่วนต่างๆ	C	5
F หยุดระบบ	R,B	1
G ประกอบชิ้นส่วน	E	2
H ย้ายท่อและถ้ำให้เข้าที่	F,G	6
I ใส่ท่อใหม่	H,E	6
J เชื่อมท่อ	I	2
K ใส่ถ้ำ	D,F,G	1
L ปรับท่อและถ้ำให้เข้าที่	K,J	1
M ทดสอบแรงดัน	L	1
N คัดฉนวน	K,J	4
O ย้ายส่วนที่ช่วยในการ ติดตั้งออก	L,N	1
P ทำความสะอาด	M,O	1

ตาราง 5.4 กิจกรรมที่มาก่อนและตามหลัง

กิจกรรม i	กิจกรรม ที่มาก่อน	กิจกรรมที่ ตามหลัง
start	ไม่มี	Q,R
Q	start	A
R	start	F
A	Q	B
B	A	C,D,F,G
C	B	E
D	B	K
E	C	I
F	B,R	H,K
G	B	H,K
H	F,G	I
I	E,H	J
J	I	L,N
K	D,F,G	L,N
L	J,K	M,O
M	L	P
N	J,K	O
O	L,N	P
P	M,O	Finish
Finish	P	None



รูป 5.8 ข่ายงานโครงการต่อปัญหา

ตาราง 5.5 เวลาเริ่มต้นของเหตุการณ์ ตาราง 5.7 เวลาลอยตัว

เหตุการณ์ i	เวลาเริ่มเร็วที่สุด	เวลาเริ่มช้าที่สุด	เวลาลอยตัว				
	$T_i(E)$	$T_i(L)$	กิจกรรมทั้งหมด	เสรี	อิสระ	ไม่เสี่ยง	
			i	TF_{ii}	FF_{ii}	IF_{ii}	SF_{ii}
1	0	0	Q	0	0	0	0
2	10	10	R	14	0	0	14
3	12	12	A	0	0	0	0
4	13	13	B	0	0	0	0
5	30	44	C	3	0	0	3
6	31	45	D	0	0	0	0
7	43	46	E	3	0	0	0
8	58	58	F	14	0	0	0
9	48	51	G	30	16	16	30
10	54	57	H	14	11	0	0
11	59	59	I	3	0	0	0
12	60	63	J	3	3	0	0
13	63	63	K	0	0	0	0
14	64	64	L	3	0	0	3
15	65	65	M	3	3	0	0
			N	0	0	0	0
			O	0	0	0	0
			P	0	0	0	0

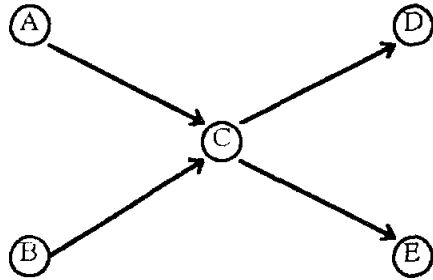
ตาราง 5.6 กำหนดเวลาเริ่มต้นและเวลาเสร็จสิ้น

กิจกรรม	เหตุการณ์ ที่มาก่อน i	เหตุการณ์ ตามหลัง j	เวลา d_{ij}	เวลาที่เร็วที่สุด		เวลาที่ช้าที่สุด		เวลา สำรอง S_i
				เริ่มต้น	เสร็จสิ้น	เริ่มต้น	เสร็จสิ้น	
				$ES_{ij} =$ $T_i(E)$	EF_{ij}	LS_{ij}	$LF_{ij} =$ $T_j(L)$	
Q	1	2	10	0	10	0	10	0
R	1	5	30	0	30	14	44	14
A	2	3	2	10	12	10	12	0
B	3	4	1	12	13	12	13	0
X	4	5	0	13	13	44	44	31
C	4	7	30	13	43	16	46	3
D	4	8	45	13	58	13	58	0
E	7	9	5	43	48	46	51	3
F	5	6	1	30	31	44	45	14
G	4	6	2	13	15	43	45	30
Y	6	8	0	31	31	58	58	27
H	6	9	6	31	37	45	51	14
I	9	10	6	48	54	51	57	3
J	10	11	2	54	56	57	59	3
K	8	11	1	58	59	58	59	0
L	11	12	1	59	60	62	63	3
M	12	14	1	60	61	63	64	3
Z	12	13	0	60	60	63	63	3
N	11	13	4	59	63	59	63	0
O	13	14	1	63	64	63	64	0
P	14	15	1	64	65	64	65	0

5.9 การสร้างข่ายงานโครงการซึ่งกิจกรรมอยู่ที่บัพ

ข่ายงานโครงการที่กล่าวมาข้างต้น เป็นข่ายงานที่กิจกรรมอยู่บนเส้นเชื่อม (activity on arc) การเขียนข่ายงานโครงการอีกแบบหนึ่ง จะใช้บัพแทนกิจกรรม และเส้นเชื่อมบอกความสัมพันธ์ก่อนหลัง เรียกว่า ข่ายงานซึ่งกิจกรรมอยู่ที่บัพ (activity on node)

พิจารณาส่วนหนึ่งของข่ายงาน ซึ่งกิจกรรม A และ B มาก่อน C และกิจกรรม C มาก่อนกิจกรรม D และ E เขียนเป็นข่ายงานซึ่งกิจกรรมอยู่ที่บัพ ดังรูป ซึ่งไม่จำเป็นต้องใช้กิจกรรมหุ่น และไม่จำเป็นต้องใช้แนวคิดของเหตุการณ์



การสร้างข่ายงานแบบกิจกรรมอยู่ที่บัพ มีขั้นตอนคือ

1. สมมติกิจกรรมเริ่มต้นให้เริ่มก่อนกิจกรรมอื่นๆ ทั้งหมด
2. เขียนกิจกรรมอื่นๆ ในปัญหาตามลำดับก่อนหลัง
3. สมมติกิจกรรมเสร็จสิ้น ให้ตามหลังกิจกรรมอื่นๆ ทั้งหมด

การคำนวณวิถีวิฤกต ไม่จำเป็นต้องใช้สัญลักษณ์ที่มี 2 ตัวพ่วงเหมือนกับกิจกรรมบนเส้นเชื่อม แต่จะใช้สัญลักษณ์ที่มี 1 ตัวพ่วง ดังต่อไปนี้

บัพ i แทนกิจกรรม i

d_i แทนระยะเวลาของกิจกรรม i ; $i = 1, 2, \dots, n$

P_i แทนเซตของกิจกรรมทั้งหมดที่มาก่อน i

S_i แทนเซตของกิจกรรมทั้งหมดที่ตามหลัง i

ES_i = เวลาเริ่มต้นที่เร็วที่สุดของกิจกรรม i

EF_i = เวลาที่เสร็จสิ้นที่เร็วที่สุดของกิจกรรม i

LS_i = เวลาเริ่มต้นที่ช้าที่สุดของกิจกรรม i

LF_i = เวลาเสร็จสิ้นที่ช้าที่สุดของกิจกรรม i

จะได้ว่า $ES_{start} = EF_{start} = 0$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด } [EF_x] \quad \text{----- (5.11)}$$

$$x \in P_i$$

$$EF_i = ES_i + d_i \quad \text{----- (5.12)}$$

$$LF_{\text{finish}} = LS_{\text{finish}} = EF_{\text{finish}}$$

$$LF_i = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_x] \quad \text{----- (5.13)}$$

$$x \in S_i$$

$$LS_i = LF_i - d_i \quad \text{----- (5.14)}$$

TF_i แทนเวลาอดยตัวทั้งหมดของกิจกรรม i

FF_i แทนเวลาอดยตัวเสรีของกิจกรรม i

IF_i แทนเวลาอดยตัวอิสระของกิจกรรม i

SF_i แทนเวลาอดยตัวไม่เสี่ยงของกิจกรรม i

$$TF_i = LS_i - ES_i = LF_i - EF_i \quad \text{----- (5.15)}$$

$$IF_i = \text{ค่าต่ำสุด } \{ES_x - EF_i\} \quad \text{----- (5.16)}$$

$$x \in S_i$$

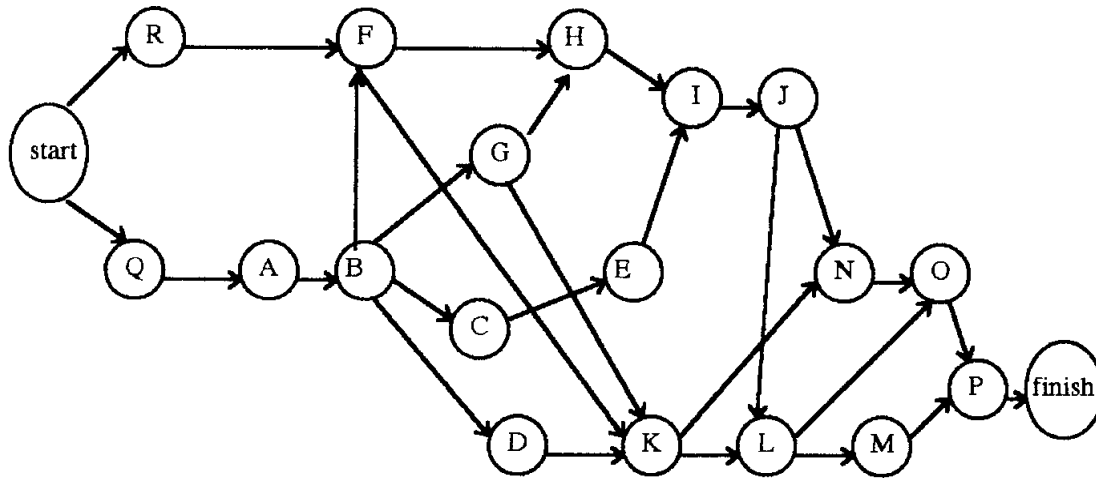
$$IF_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} 0 \\ \text{ค่าต่ำสุด } ES_x - \text{ค่าสูงสุด } [LF_z + d_i] \end{cases} \quad \text{----- (5.17)}$$

$$z \in P_i$$

$$SF_i = LF_i - [\text{ค่าสูงสุด } LF_z + d_i] \quad \text{----- (5.18)}$$

$$z \in P_i$$

ตัวอย่าง 5.8 จากตัวอย่าง 5.2 คำนวณค่าต่างๆโดยแทนปัญหาด้วยข่ายงานซึ่งกิจกรรมอยู่ที่บัพ ตัวเลขที่กำกับไว้ที่บัพคือเวลาของกิจกรรม เขียนข่ายงานแทนปัญหา ดังรูป 5.4 และคำนวณค่าต่างๆ ดังตาราง 5.8



รูป 5.4 ข่ายงานซึ่งกิจกรรมอยู่ที่บัพของปัญหาตัวอย่าง

ตาราง 5.8 กำหนดเวลาเริ่มต้นและเวลาเสร็จสิ้น

กิจกรรม i	เวลา d	เวลาเร็วที่สุด		เวลาช้าที่สุด		TF _i
		6% Es _i	เร็วสุด EF _i	เริ่ม LS _i	เร็วสุด LF _i	
start	0	0	0	0	0	0
Q	10	0	10	0	10	0
R	30	0	30	14	44	14
A	2	10	12	10	12	0
B	1	12	13	12	13	0
C	30	13	43	16	46	3
D	45	13	58	13	58	0
E	5	43	48	46	51	3
F	1	30	31	44	4s	14
G	2	13	1s	43	45	30
H	6	31	37	4s	51	14
I	6	48	54	51	57	3
J	2	54	56	57	59	3
K	1	58	59	58	59	0
L	1	59	60	62	63	3
M	1	60	61	63	64	3
N	4	59	63	59	63	0
O	1	63	64	63	64	0
P	1	64	65	64	65	0
Finish	0	65	65	65	65	0

วิถีวิกฤตคือ Q-A-B-D-K-N-P เวลาเสร็จสิ้นของโครงการ = 65 วัน
รายละเอียดการคำนวณในตาราง 5.8 เป็นดังนี้

คำนวณ ES_i จาก

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด } [EF_x] \text{ และ } EF_i = ES_i + d_i$$

$$x \in P_i$$

โดยที่ $ES_{start} = 0$ และ $EF_{start} = 0$

สำหรับกิจกรรม Q แทนค่า $i = Q$ และ $P_i = \{start\}$ นั่นคือ $x = start$ เพราะมีกิจกรรม start ที่มาก่อนกิจกรรม Q

$$ES_Q = \text{ค่าสูงสุด}[EF_{start}] = 0$$

$$EF_Q = ES_Q + d_Q = 10$$

กิจกรรม R ตามหลังกิจกรรม start ดังนั้น $P_i = \{start\}$ แทน $i = R$ และ $x = start$

$$ES_R = \text{ค่าสูงสุด}[EF_{start}] = 0$$

$$EF_R = ES_R + d_R = 30$$

กิจกรรม A ตามหลังกิจกรรม Q แทน i ด้วย A และ $P_i = \{Q\}$ แทน $x = Q$

$$ES_A = \text{ค่าสูงสุด}[EF_Q] = 10$$

$$EF_A = ES_A + d_A = 12$$

กิจกรรม B ตามหลังกิจกรรม A แทน i ด้วย B และ $P_i = \{A\}$ แทน $x = A$

$$ES_B = \text{ค่าสูงสุด}[EF_A] = 12$$

$$EF_B = ES_B + d_B = 13$$

กิจกรรม C ตามหลังกิจกรรม B แทน i ด้วย C และ $P_i = \{B\}$ แทน $x = B$

$$ES_C = \text{ค่าสูงสุด}[EF_B] = 13$$

$$EF_C = ES_C + d_C = 43$$

กิจกรรม D ตามหลังกิจกรรม B แทน i ด้วย D และ $P_i = \{B\}$ แทน $x = B$

$$ES_D = \text{ค่าสูงสุด}[EF_B] = 13$$

$$EF_D = ES_D + d_D = 58$$

กิจกรรม E ตามหลังกิจกรรม C แทน i ด้วย E และ $P_i = \{C\}$ แทน $x = C$

$$ES_E = \text{ค่าสูงสุด}[EF_C] = 43$$

$$EF_E = ES_E + d_E = 48$$

กิจกรรม F ตามหลังกิจกรรม B, R แทน i ด้วย F และ $P_i = \{B, R\}$ แทน $x = B, x = R$

$$ES_F = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_B \\ EF_R \end{cases} = 30$$

$$EF_F = ES_F + d_F = 31$$

กิจกรรม G ตามหลังกิจกรรม B แทน i ด้วย G และ $P_i = \{B\}$ แทน $x = B$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด}[EF_B] = 13$$

$$EF_G = ES_i + d_G = 15$$

กิจกรรม H ตามหลังกิจกรรม F,G แทน i ด้วย H และ $P_i = \{F,G\}$ แทน $x = F, x = G$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_F \\ EF_G \end{cases} = 31$$

$$EF_H = ES_i + d_H = 37$$

กิจกรรม I ตามหลังกิจกรรม E และ H แทน i ด้วย I และ $P_i = \{E,H\}$

แทน $x = E, x = H$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_E \\ EF_H \end{cases} = 48$$

$$EF_I = ES_i + d_I = 54$$

กิจกรรม J ตามหลังกิจกรรม I แทน i ด้วย J และ $P_i = \{I\}$ แทน $x = I$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด}[EF_I] = 54$$

$$EF_J = ES_i + d_J = 56$$

กิจกรรม K ตามหลังกิจกรรม D, F และ G แทน i ด้วย K และ $P_i = \{D, F, G\}$

แทน $x = D, x = F$ และ $x = G$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_D \\ EF_F \\ EF_G \end{cases} = 58$$

$$EF_K = ES_i + d_K = 59$$

กิจกรรม L ตามหลังกิจกรรม J, K แทน i ด้วย L และ $P_i = \{J,K\}$ แทน $x = J, x = K$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_J \\ EF_K \end{cases} = 59$$

$$EF_L = ES_i + d_L = 60$$

กิจกรรม M ตามหลังกิจกรรม L แทน i ด้วย M และ $P_i = \{L\}$ แทน $x = L$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด}[EF_L] = 60$$

$$EF_M = ES_i + d_M = 61$$

กิจกรรม N ตามหลังกิจกรรม J และ K แทน i ด้วย N และ $P_i = \{J,K\}$

แทน $x = J, x = K$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_J \\ EF_K \end{cases} = 59$$

$$EF_N = ES_i + d_N = 63$$

กิจกรรม O ตามหลังกิจกรรม L, N แทน i ด้วย O และ $P_i = \{L,N\}$ แทน $x = L, x = N$

$$ES_o = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_L \\ EF_N \end{cases} = 63$$

$$EF_o = ES_o + d_o = 64$$

กิจกรรม P ตามหลังกิจกรรม M, O แทน i ด้วย P และ $P_i = \{M,O\}$ แทน $x = M, x = O$

$$ES_i = \text{ค่าสูงสุด} \begin{cases} EF_M \\ EF_o \end{cases} = 64$$

$$EF_p = ES_i + d_p = 65$$

กิจกรรม finish ตามหลังกิจกรรม P แทน i ด้วย finish และ $P_i = \{P\}$ แทน $x = P$

$$ES_{\text{finish}} = \text{ค่าสูงสุด}[EF_p] = 65$$

$$EF_{\text{finish}} = ES_{\text{finish}} + d_{\text{finish}} = 61$$

f i l LF_i และ LS_i คำนวณจาก

$$LF_i = \text{ค่าต่ำสุด} [LS_x]$$

$$x \in S_i$$

$$\text{และ } LF_{\text{finish}} = LS_{\text{finish}} = EF_{\text{finish}}$$

$$\therefore LF_{\text{finish}} = LS_{\text{finish}} = 65$$

กิจกรรม P มาก่อนกิจกรรม finish แทน i ด้วย P และ $S_i = \{\text{finish}\}$ แทน $x = \text{finish}$

$$LF_p = \text{ค่าต่ำสุด} [LS_{\text{finish}}] = 65$$

$$LS_i = LF_p - d_p = 64$$

กิจกรรม O มาก่อนกิจกรรม P แทน i ด้วย O และ $S_i = \{P\}$ แทน $x = P$

$$LF_0 = \text{ค่าต่ำสุด } [S_p] = 63$$

$$Ls_0 = LF_0 \cdot d_0 = 63$$

กิจกรรม N มาก่อนกิจกรรม O แทน i ด้วย N และ $S_i = \{O\}$ แทน $x = 0$

$$LF_N = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_0] = 63$$

$$Ls_1 = LF_N \cdot d_N = 59$$

กิจกรรม M มาก่อนกิจกรรม P แทน i ด้วย M และ $S_i = \{P\}$ แทน $x = P$

$$LF_M = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_p] = 64$$

$$Ls_2 = LF_M \cdot d_M = 63$$

กิจกรรม L มาก่อนกิจกรรม M, O แทน i ด้วย L และ $S_i = \{M, O\}$ แทน $x = M$ และ

$x = O$

$$LF_L = \text{ค่าต่ำสุด } \begin{cases} LS_M \\ LS_O \end{cases} = 63$$

$$Ls_3 = LF_L \cdot d_L = 62$$

กิจกรรม K มาก่อนกิจกรรม L, N แทน i ด้วย K และ $S_i = \{L, N\}$ แทน $x = L$ และ

$x = N$

$$LF_K = \text{ค่าต่ำสุด } \begin{cases} LS_L \\ LS_N \end{cases} = 59$$

$$Ls_4 = LF_K \cdot d_K = 58$$

กิจกรรม J มาก่อนกิจกรรม L, N แทน i ด้วย J และ $S_i = \{L, N\}$ แทน $x = L$ และ

$x = N$

$$LF_J = \text{ค่าต่ำสุด } \begin{cases} LS_L \\ LS_N \end{cases} = 59$$

$$Ls_5 = LF_J \cdot d_J = 57$$

กิจกรรม I มาก่อนกิจกรรม J แทน i ด้วย I และ $S_i = \{J\}$ แทน $x = J$

$$LF_I = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_J] = 57$$

$$Ls_6 = LF_I \cdot d_I = 51$$

กิจกรรม H มาก่อนกิจกรรม I แทน i ด้วย H และ $S_i = \{I\}$ แทน $x = I$

$$LF_H = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_i] = 51$$

$$LS_H = LF_H - d_H = 45$$

กิจกรรม G มาก่อนกิจกรรม H, K แทน i ด้วย G และ $S_i = \{H, K\}$ แทน $x = H$ และ

$x = K$

$$LF_G = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} LS_H \\ LS_K \end{cases} = 45$$

$$LS_G = LF_G - d_G = 43$$

กิจกรรม F มาก่อนกิจกรรม H, K แทน $i = F$ และ $S_i = \{H, K\}$ แทน $x = H, x = K$

$$LF_F = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{matrix} LS_H \\ LS_K \end{matrix} = 45$$

$$LS_F = LF_F - d_F = 44$$

กิจกรรม E มาก่อนกิจกรรม I แทน $i = E$ และ $S_i = \{I\}$ แทน $x = I$

$$LF_E = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_i] = 51$$

$$LS_E = LF_E - d_E = 46$$

กิจกรรม D มาก่อนกิจกรรม K แทน $i = D$ และ $S_i = \{K\}$ แทน $x = K$

$$LF_D = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_i] = 58$$

$$LS_D = LF_D - d_D = 13$$

กิจกรรม C มาก่อนกิจกรรม E แทน $i = C$ และ $S_i = \{E\}$ แทน $x = E$

$$LF_C = \text{ค่าต่ำสุด } [LS_E] = 46$$

$$LS_C = LF_C - d_C = 16$$

กิจกรรม B มาก่อนกิจกรรม C, D, F, G แทน $i = B$ และ $S_i = \{C, D, F, G\}$ แทน $x = C,$

$x = D, x = F, x = G$

$$LF_B = \text{ค่าต่ำสุด} \begin{cases} LS_C \\ LS_D \\ LS_F \\ LS_G \end{cases} = 13$$

$$LS_B = LF_B - d_B = 12$$

กิจกรรม A มาก่อนกิจกรรม B ได้ค่า $LF_A = 12, LS_A = 10$

กิจกรรม R มาก่อนกิจกรรม F ได้ค่า $LF_R = 44, LS_R = 14$

กิจกรรม Q มาก่อนกิจกรรม A ได้ค่า $LF_Q = 10, LS_A = 0$

กิจกรรม start มาก่อนกิจกรรม Q, R ได้ค่า $LF_{start} = 0 = LS_{start}$

ส่วน TF_i คำนวณจาก $TF_i = LS_i - ES_i$ หรือ $TF_i = LF_i - EF_i$

ซึ่งค่าในตาราง 5.8 ที่ได้ จะเหมือนกับค่าในตาราง 5.6

ส่วนค่าเวลาลอยตัวซึ่งไม่ได้แสดงรายละเอียดการคำนวณไว้ ก็จะเหมือนกับค่าในตาราง 5.7

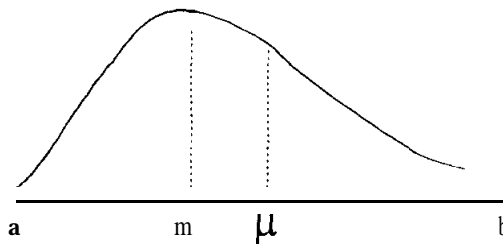
5.10 เฟอร์ต

กรณีที่ไม่ทราบเวลาที่แน่นอนของกิจกรรม วิธี เฟอร์ต จะตั้งข้อสมมติสำหรับเวลาเสร็จสิ้นของแต่ละกิจกรรม ดังนี้

1. most probable time (m) หมายถึงเวลาเสร็จสิ้นกิจกรรมภายใต้สภาวะปกติ
2. optimistic time (a) หมายถึงเวลาน้อยที่สุดที่กิจกรรมเสร็จสิ้น
3. pessimistic time (b) หมายถึงเวลาที่มากที่สุดที่กิจกรรมเสร็จสิ้น

การวิเคราะห์ด้วยเฟอร์ต จะสมมติให้การแจกแจงของเวลาเสร็จสิ้นมีการแจกแจงบีตา (beta distribution) ด้วยค่าคาดหมายเวลาเสร็จสิ้นของแต่ละกิจกรรมคือ μ ดังรูป 5.5

โดยที่ $\mu = (a + 4m + b)/6$



รูป 5.5 การแจกแจงบีตาของเวลาของกิจกรรม

สำหรับการแจกแจงที่มีค่าสูงสุด 1 ค่าส่วนใหญ่ ค่าปลายจะอยู่ภายในสามเท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากค่าเฉลี่ย นั่นคือ การกระจายของการแจกแจงเท่ากับ 6 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน หรือ $6\sigma = b - a$ หรือ $\sigma = (b - a)/6$

$$\therefore \sigma^2 = [(b - a)/6]^2$$

จากการใช้เวลาเฉลี่ย (μ) เป็นเวลาของกิจกรรม ทำให้คำนวณวิถีวิกฤตได้ ถ้า T เป็นเวลาเสร็จสิ้นโครงการ และเนื่องจากเวลาของกิจกรรมเป็นตัวแปรสุ่ม แสดงว่า T เป็นตัวแปรสุ่มด้วย จึงคำนวณหาเวลาเสร็จสิ้นโครงการ ($E(T)$) ซึ่งเป็นผลรวมของเวลาของกิจกรรมในวิถีวิกฤต และคำนวณความแปรปรวนของเวลาเสร็จสิ้นของโครงการจากผลรวมของความแปรปรวนของกิจกรรมในวิถีวิกฤต

เนื่องจาก T เป็นผลรวมของเวลาในวิถีวิกฤต วิธีเฟอร์ตสมมติว่า การแจกแจงของเวลาของกิจกรรม เหมือนกันทุกประการและเป็นอิสระต่อกัน จากทฤษฎีแนวโน้มนำเข้าสู่ส่วนกลาง T

มีการแจกแจงปกติด้วยค่าเฉลี่ย $E(T)$ และความแปรปรวน $V(T)$

ถ้า T_k คือเวลาที่กำหนดให้โครงการเสร็จสิ้น

$$P(T \leq T_k) = P[(T - E(T))/\sigma(T) \leq (T_k - E(T))/\sigma(T)]$$

หรือ $P(T \leq T_k) = P[Z \leq (T_k - E(T))/\sigma(T)]$

แล้วหาค่าจากตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน

ตัวอย่าง 5.4 จงหาค่าคาดหมายเวลาเสร็จสิ้นโครงการ ความแปรปรวนของเวลาเสร็จสิ้นและความน่าจะเป็นที่โครงการจะเสร็จสิ้นในเวลา 50 วันของโครงการ ซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมต่างๆ ในตาราง 5.9 หรือข่ายงานรูป 5.5 (เวลาที่กำกับไว้คือ μ)

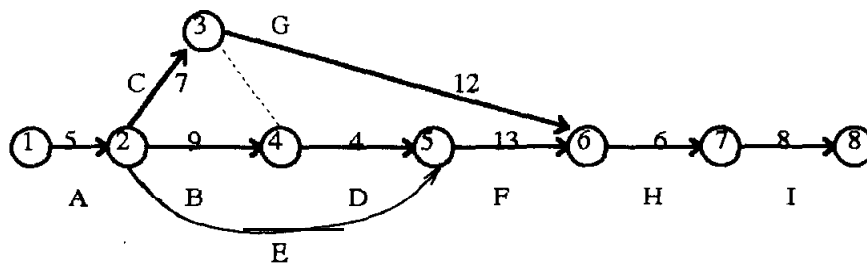
ตาราง 5.9 กิจกรรมของตัวอย่าง

ion-m	กิจกรรมที่มาก่อน	เวลา (วัน)		
		a	m	b
A		2	5	8
B	A	6	9	12
C	A	6	7	8
D	B,C	1	4	7
E	A	8	8	8
F	D,E	5	14	17
G	C	3	12	21
H	F,G	3	6	9
I	H	5	8	11

ตาราง 5.10 เวลาเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกิจกรรม

กิจกรรม	μ	σ	2σ
A	5	1	1
B	9	1	1
C	7	1/3	1/9
D	4	1	1
E	8	0	0
F	13	2	4
G	12	3	9
H	6	1	1
I	8	1	1

วิธีทำ



รูป 5.5 ข่ายงานโครงการของตัวอย่าง

คำนวณเวลาเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกิจกรรม ดังตาราง 5.10 จะได้ว่าวิถีวิกฤตคือ 1-2-4-5-6-7-8

ถ้า T แทนเวลาโครงการ

ค่าคาดหวังเวลาเสร็จสิ้นโครงการคือ $E(T) = 5 + 9 + 4 + 13 + 6 + 8 = 45$ วัน

ความแปรปรวนของเวลาเสร็จสิ้นคือ $V(T) = 1 + 1 + 1 + 4 + 1 + 1 = 9$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาเสร็จสิ้นโครงการคือ $\sigma(T) = \sqrt{V(T)} = 3$

ความน่าจะเป็นที่เวลาเสร็จสิ้นของโครงการ ไม่เกิน 50 วัน คือ

$$\begin{aligned} P(T \leq 50) &= P(Z \leq (50 - 45)/3) \\ &= P(Z \leq 1.67) \end{aligned}$$

จากตารางการแจกแจงปกติมาตรฐาน $P(Z \leq 1.67) = 0.95$

$$P(T \leq 50) = 0.95$$

นั่นคือโอกาสที่โครงการจะเสร็จสิ้นภายใน 50 วัน คือ 0.95

5.11 การแสดงระดับการใช้ทรัพยากร

การแสดงระดับการใช้ทรัพยากร เป็นการเขียนแผนภูมิแสดงระดับการใช้ทรัพยากรที่เวลาต่างๆ โดยแทนเวลาของกิจกรรมวิกฤตด้วยเส้นทึบ แทนเวลากิจกรรมไม่วิกฤตด้วยเส้นประ สำหรับกิจกรรมไม่วิกฤต แบ่งพิจารณาเป็น

1. ถ้าเวลาสอยตัวทั้งหมด เท่ากับเวลาสอยตัวอิสระ แล้วให้เริ่มกิจกรรมนั้นได้ตลอดเวลาใดๆ ระหว่างเวลาเริ่มต้นเร็วที่สุดและช้าที่สุด
2. ถ้าเวลาสอยตัวทั้งหมด น้อยกว่าเวลาสอยตัวอิสระ แล้วให้เริ่มกิจกรรมนั้นล่าช้าได้เทียบกับเวลาเริ่มต้นเร็วที่สุดเป็นจำนวนไม่เกินเวลาสอยตัวอิสระ โดยไม่กระทบต่อกิจกรรมที่ตามมา

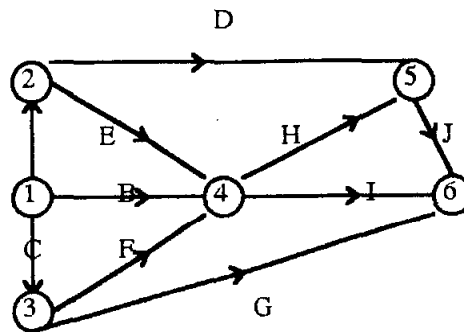
การเริ่มกิจกรรมวิกฤตให้ล่าช้า เป็นการประหยัคทรัพยากรซึ่งจะต้องใช้กับกิจกรรมวิกฤตก่อน ทำให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายของโครงการลดลง

ตัวอย่าง 5.5 กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	ระยะเวลา (วัน)	จำนวนคนงาน
A		5	2
B		3	1
C		2	2
D	A	7	1

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	ระยะเวลา (วัน)	จำนวนคนงาน
E	A	5	2
F	C	5	1
G	C	4	1
H	B,E,F	4	2
I	B,E,F	2	2
J	D,H	1	3

เขียนข่ายงานโครงการให้กิจกรรมอยู่ที่เส้นเชื่อม



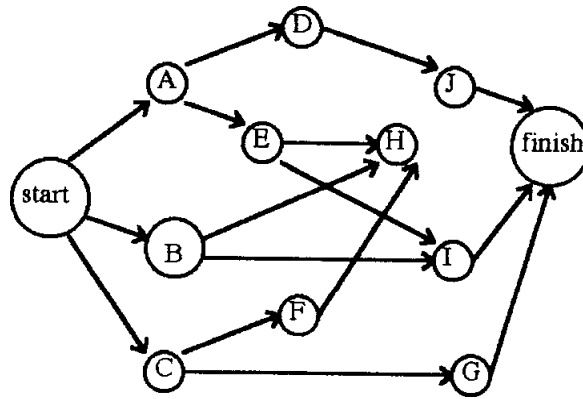
คำนวณค่า ES_{ij} , EF_{ij} , LS_{ij} , LF_{ij} , TF_{ij} ดังตาราง

กิจกรรม	d_{ij}	ES_{ij}	EF_{ij}	LS_{ij}	LF_{ij}	TF_{ij}
A(1,2)	5	0	5	0	5	0
B(1,4)	3	0	3	7	10	7
C(1,3)	2	0	2	3	5	3
D(2,5)	7	5	12	7	14	2
E(2,4)	5	5	10	5	10	0
F(3,4)	5	2	7	5	10	3
G(3,6)	4	2	6	11	15	9
H(4,5)	4	10	14	10	14	0
I(4,6)	2	10	12	13	15	3
J(4,5)	1	14	15	14	15	0

วิธีวิกฤตคือ 1-2-4-5-6

เวลาโครงการ 15 วัน

เขียนข่ายงานแบบให้กิจกรรมอยู่ที่บัพ



คำนวณค่าต่างๆ ดังตาราง

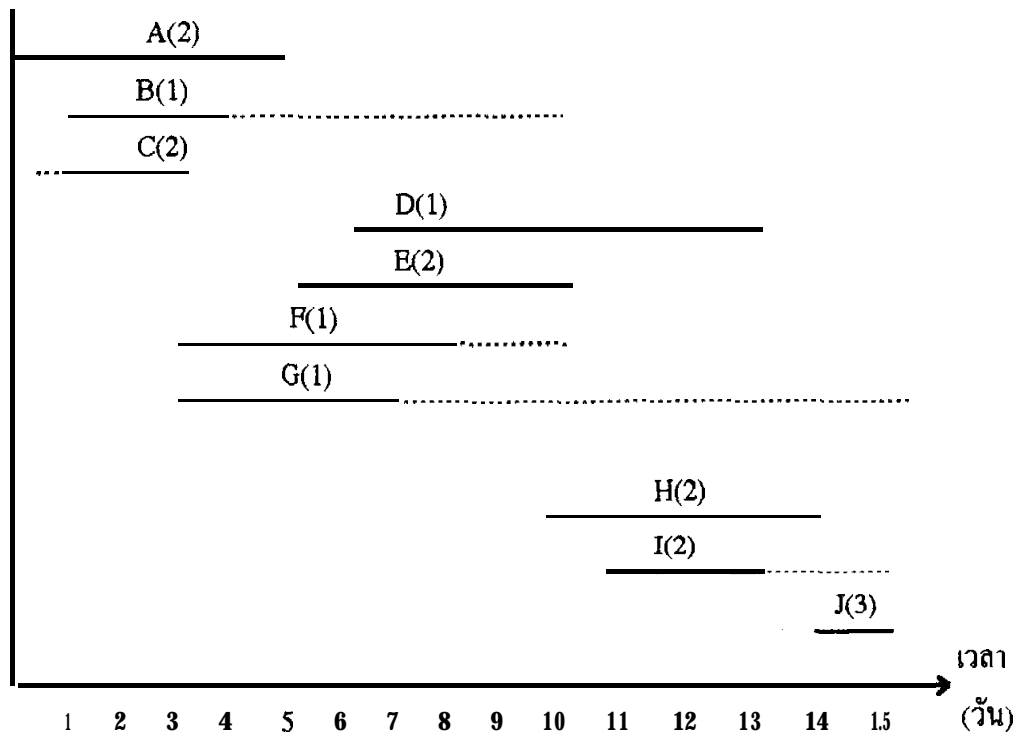
กิจกรรม	d	ES	EF	LS	LF	TF
A	5	0	5	0	5	0
B	3	0	3	7	10	7
C	2	0	2	3	5	3
D	7	5	12	7	14	2
E	5	5	10	5	10	0
F	5	2	7	5	10	3
G	4	2	6	11	15	9
H	4	10	14	10	14	0
I	2	10	12	13	15	0
J	1	14	15	14	15	0

วิถีวิกฤตคือ A-E-H-J

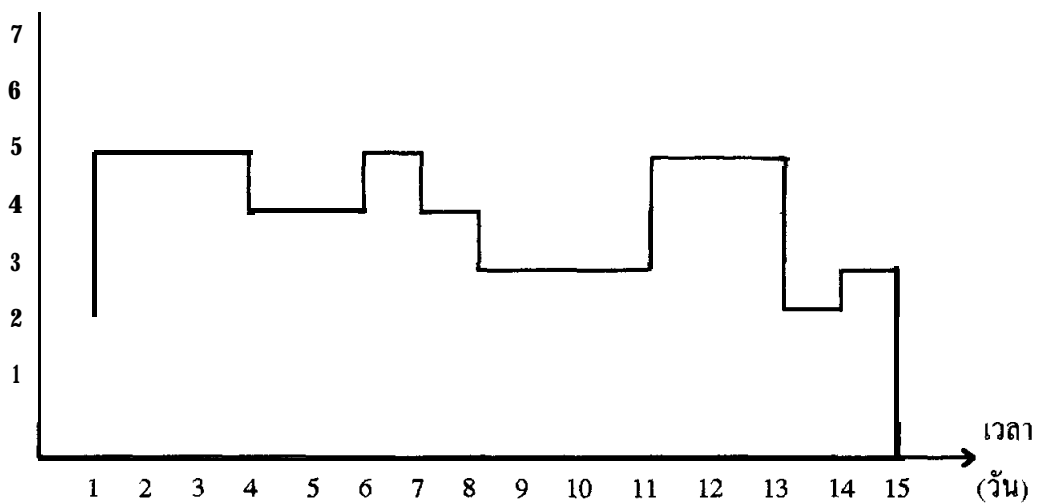
เวลาโครงการ 15 วัน

แผนภาพแสดงการใช้คนงาน เมื่อเริ่มแต่ละกิจกรรมไม่วิกฤตให้เข้าไป 1 วัน โดยตัวเลขที่กำกับไว้ที่กิจกรรม คือจำนวนคนงาน เป็นดังนี้

กิจกรรม

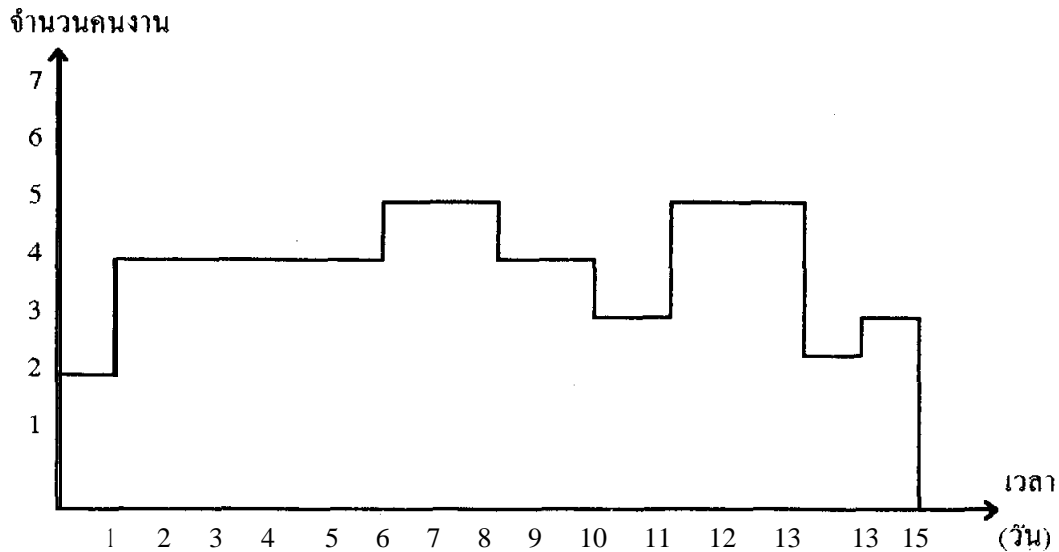


จำนวนคนงาน



จากแผนภาพจะเห็นว่า เมื่อเริ่มแต่ละกิจกรรมไม่วิกฤต ให้เข้าไป 1 วัน จำนวนคนงานที่ต้องใช้มากที่สุด คือ 5 คน หากต้องการลดจำนวนคนงาน ก็อาจลองปรับให้เริ่มกิจกรรมไม่วิกฤตให้ล่าช้าได้อีก เพื่อพิจารณาคงงานที่เหมาะสม เช่น เริ่มกิจกรรม B ให้ช้าที่สุดคือ วันที่ 7

จำนวนคนงานที่ใช้จะเป็นดังนี้



5.12 ค่าใช้จ่ายและกำหนดการของโครงการ

ค่าใช้จ่ายของแต่ละกิจกรรม ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายโดยตรง เช่น ค่าจ้าง ค่าเช่าเครื่องมือ เป็นต้น และค่าใช้จ่ายโดยอ้อม เช่น คอกเบี้ย ค่าใช้จ่ายในสำนักงาน ผลรวมของค่าใช้จ่ายเกิดการรวมของค่าใช้จ่ายทั้งสองแบบดังรูป 5.6 (ก)

ถ้า T_n แทนเวลาปกติของกิจกรรม (normal time)

T_c แทนเวลาเร่งของกิจกรรม (crash time)

C_n แทนค่าใช้จ่ายตามเวลาปกติ (normal cost)

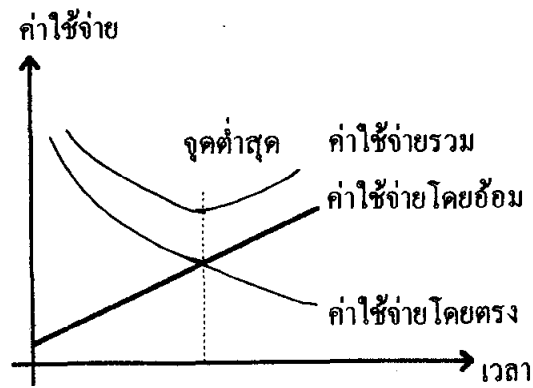
C_c แทนค่าใช้จ่ายตามเวลาเร่ง (crash cost)

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาของแต่ละกิจกรรมเป็นดังรูป 5.6 (ข) ซึ่งหาความชันของค่าใช้จ่าย โดยประมาณให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้น จากสูตร

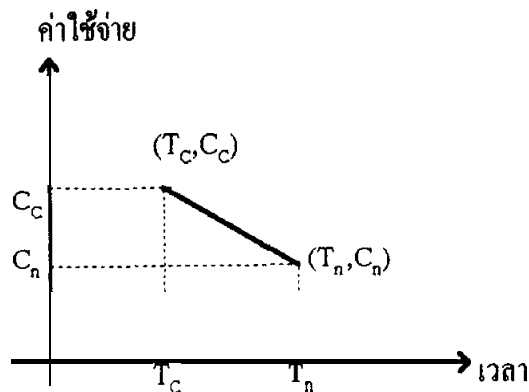
$$\text{ความชันของค่าใช้จ่ายกับเวลา} = \frac{C_n - C_c}{T_n - T_c} \quad \text{----- (5.19)}$$

เมื่อคำนวณเวลาเสร็จสิ้นของโครงการได้แล้ว บางครั้งอาจมีความจำเป็นต้องลดเวลาเสร็จสิ้นของโครงการ หรือเร่งให้โครงการเสร็จเร็วขึ้น โดยยอมให้มีค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น หลักการลดเวลาเสร็จสิ้น คือเมื่อคำนวณวิถีวิกฤตแล้ว ให้พิจารณากิจกรรมวิกฤต ซึ่งมีความชันน้อยที่สุด เพื่อให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นน้อย เวลาที่ลดได้ต้องไม่เกินเวลาซึ่งอาจทำให้วิถีวิกฤตเปลี่ยนไป แต่ละโครงการ

ไม่จำเป็นต้องลดเวลาเสร็จสิ้นจนน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เพราะอาจทำให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นมากเกินไป ควรพิจารณาเวลาที่เหมาะสมกับค่าใช้จ่าย



(ก)



(ข)

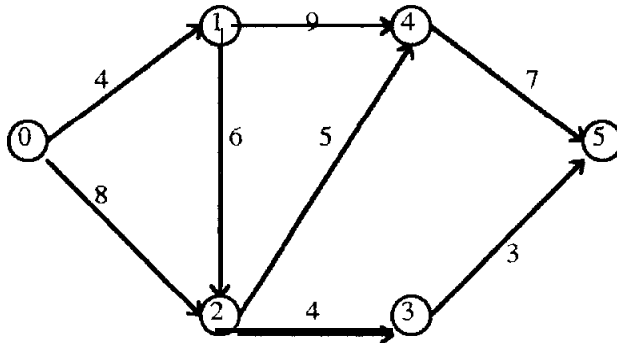
รูป 5.6 (ก) ค่าใช้จ่ายทั้งหมดของโครงการ

(ข) ความสัมพันธ์ระหว่างค่าใช้จ่ายกับเวลาของแต่ละกิจกรรม

ตัวอย่าง 5.6 จากกิจกรรมในตารางที่กำหนดให้ จงคำนวณเวลาเสร็จสิ้นโครงการที่เร็วที่สุด โดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด สมมติว่า ค่าใช้จ่ายโดยอ้อม = 130 บาท/วัน

กิจกรรม	เวลาและค่าใช้จ่ายปกติ		เวลาและค่าใช้จ่ายเมื่อเร่งกิจกรรม		ความชัน
	T_n (วัน)	C_n (บาท)	T_c (วัน)	C_c (บาท)	
(0,1)	4	210	3	280	70
(0,2)	8	400	6	560	80
(1,2)	6	500	4	600	50
(1,4)	9	540	7	600	30
(2,3)	4	500	1	1100	200
(2,4)	5	150	4	240	90
(3,5)	3	150	3	150	-
(4,5)	7	600	6	750	150

เขียนข่ายงานโครงการแทนปัญหา ดังรูป (ตัวเลขที่กำกับคือเวลาปกติของกิจกรรม)



คำนวณวิธีวิกฤต ดังตาราง

กิจกรรม	จำนวน	เวลาเร็วที่สุด		เวลาช้าที่สุด		เวลาสำรอง
		ES_{ij}	EF_{ij}	LS_{ij}	LF_{ij}	
(0,1)	4	0	4	0	4	0
(0,2)	8	0	8	2	10	2
(1,2)	6	4	10	4	10	0
(1,4)	9	4	13	6	15	2
(2,3)	4	10	14	1.5	19	5
(2,4)	5	10	15	10	15	0
(3,5)	3	14	17	19	22	5
(4,5)	7	15	22	15	22	0

วิธีวิฤตคือ 0-1-2-4-5 เวลาโครงการ 22 วัน ค่าใช้จ่าย 5910 บาท

เริ่มลดเวลาของโครงการ โดยลดเวลาของกิจกรรม (1,2) ลง 1 วัน วิธีวิฤตยังคงเดิม จากนั้นจึงเลือกลดเวลาของกิจกรรมนี้อีก 1 วัน ทำให้เกิดวิธีวิฤตเพิ่มขึ้นคือ 0-1-4-5 และ 0-2-4-5 นอกเหนือจากวิธีวิฤตเดิมคือ 0-1-2-4-5 เมื่อเลือกกิจกรรมวิฤต ทั้งใน 3 วิธีวิฤต จึงเลือกลดเวลาของกิจกรรม (2,4) จาก 2 วิธีวิฤตแรก และ (1,4) จากวิธีวิฤตที่ 3 กิจกรรมละ 1 วัน เวลาเสร็จสิ้นของโครงการคือ 19 วัน วิธีวิฤตคือ 0-1-2-4-5, 0-1-4-5 และ 0-2-4-5 แล้วลดเวลาของกิจกรรมวิฤต (4,5) ในทั้ง 3 วิธีวิฤต 1 วัน เวลาเสร็จสิ้นของโครงการคือ 18 วัน จากนั้นจึงลดเวลาของกิจกรรม (0,1) ในวิธีวิฤต 0-1-2-4-5 และ 0-1-4-5 1 วัน ทำให้เวลาเสร็จสิ้นของโครงการคือ 17 วัน ซึ่งจะลดเวลาของโครงการไม่ได้อีกต่อไป จากตารางแสดงค่าใช้จ่ายเวลาเสร็จสิ้นของโครงการ 19 วัน จะให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

กิจกรรมที่เลือก ลดเวลา	เวลา (วัน)	ค่าใช้จ่าย โดยตรง (บาท)	ค่าใช้จ่าย โดยอ้อม (บาท)	ผลรวมของ ค่าใช้จ่าย (บาท)
(1,2)	21	3100	2730	5830
(1,2)	20	3150	2600	5750
(2,4) และ (1,4)	19	3270	2470	5740
(4,5)	18	3420	2340	5760
(0,1) และ (0,2)	17	3570	2210	5780

นอกจากนี้ปัญหาข่ายงานโครงการซึ่งใช้วิธีซีพีเอ็ม อาจแก้ปัญหาได้โดยการใช้ขั้นตอนวิธีที่คล้ายกับขั้นตอนวิธีในบทที่ 4

แบบฝึกหัดบทที่ 5

1. จากข้อมูลในตาราง

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	ค่าใช้จ่ายและเวลาปกติ		ค่าใช้จ่ายและระยะเวลาเมื่อเร่งกิจกรรม	
		เวลา (วัน)	ค่าใช้จ่าย (บาท)	เวลา (วัน)	ค่าใช้จ่าย (บาท)
B	-	2	80	1	130
A	-	3	70	1	190
C	-	6	110	5	135
D	A	4	60	3	100
E	A	7	85	6	115
F	A	2	90	1	100
G	B,D	6	50	2	70
H	C,F	4	105	3	175

1.1 จงสร้างข่ายงานแทนปัญหา

1.2 คำนวณหาเส้นทางวิกฤตและค่าใช้จ่าย โดยแสดงการคำนวณค่า ES, EC, LS, LC, TF และ FF ในรูปตาราง (วิธีวิกฤตคือ 1-3-5 หรือ 1-3-2-5 หรือ 1-4-5 ใช้เวลา 10 วัน)

1.3 ลดเวลาของโครงการให้เหลือ 9 วัน โดยให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด (ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น 75 บาท)

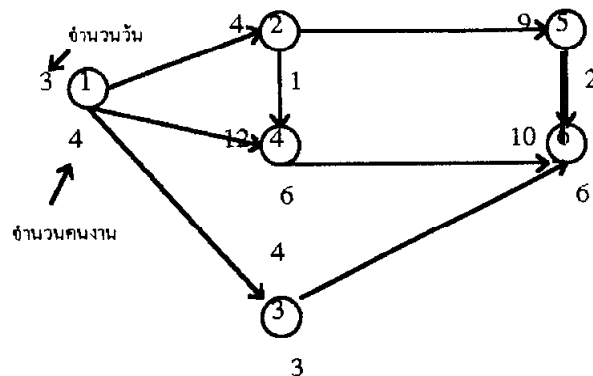
2. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A	-	3	2
B	-	4	2
C	A,B	6	2
D	B	2	2
E	B	4	2
F	C,D	3	2
G	D	5	2
H	F	3	2

- 2.1 จงเขียนข่ายงานโครงการโดยให้กิจกรรมอยู่ที่เส้นเชื่อม และคำนวณวิธีวิกฤต (B-X-C-F-H ใช้เวลา 16 วัน)
 - 2.2 จงเขียนข่ายงานโครงการซึ่งบัพแทนกิจกรรม และคำนวณวิธีวิกฤต (B-C-F-H ใช้เวลา 16 วัน)
 - 2.3 เขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงานเมื่อเริ่มกิจกรรมไม่วิกฤตช้าที่สุด
3. กำหนดข่ายงานโครงการซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	เวลา (วัน)		ค่าใช้จ่าย (บาท)		กิจกรรม ที่มาก่อน	จำนวน คน
	ปกติ	เร่ง	ปกติ	เร่ง		
A	10	a	200	280		2
B	a	7	100	150		3
C	15	10	300	450		2
D	3	2	120	200	C	1
E	7	5	200	280	A,C	1
F	17	10	100	170	C	2
G	6	3	50	170	B	3
H	3	1	100	300	B	4
I	7	5	50	100	E,G	2

- 3.1 เขียนข่ายงานโครงการให้กิจกรรมอยู่ที่เส้นเชื่อม
 - 3.2 คำนวณวิธีวิกฤตและค่าใช้จ่ายทั้งหมด
(วิธีวิกฤตคือ 1-2-6 หรือ 1-2-3-5-6 ใช้เวลา 32 วัน ค่าใช้จ่าย 1,220 บาท)
 - 3.3 ลดเวลาของโครงการ 1 วัน จะเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นเท่าไร
(ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น 35 บาท)
4. จากข่ายงานโครงการซึ่งบัพแทนกิจกรรมดังรูป



4.1 คำนวณค่า TF และ FF และวิธีวิกฤต

(1-2-4-6 ใช้เวลา 29 วัน)

4.2 เขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงาน เมื่อเริ่มกิจกรรมไม่วิกฤตเข้าไปกิจกรรมละ 1 วัน

5. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A	-	5	2
B	-	2	1
C	-	1	2
D	A	3	1
E	A	1	2
F	C,D,E	4	1
G	C	2	1

5.1 จงเขียนข่ายงานโครงการกิจกรรมอยู่ที่เส้นเชื่อม

5.2 คำนวณค่า ES, LS, EF, LF, TF และวิธีวิกฤต (A-D-Y-F เวลา 12 วัน)

5.3 ถ้าเริ่มกิจกรรมวิกฤตให้เร็วที่สุด จงเขียนแผนภาพแสดงการใช้คนงาน

6. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A		3	2
B		1	2
C		1	2
D	A,B	1	2
E	A,B	3	2
F	B	1	2
G	B,C	1	2
H	D	2	2
I	E,F	1	2
J	E,F,G	2	2
K	H,I	1	2
L	J	3	2

6.1 เขียนข่ายงานโครงการ ซึ่งบัพแทนกิจกรรม

6.2 คำนวณวิถีวิฤต (A-E-J-L ใช้เวลา 11 วัน)

6.3 ถ้าเริ่มกิจกรรมไม่วิฤตให้ช้าที่สุด จงเขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงาน

7. ข่ายงานโครงการประกอบด้วยกิจกรรมดังตาราง

กิจกรรม	เวลา		
	a	m	b
(1,2)	6	8	10
(1,3)	4	6	7
(1,4)	4	8	12
(2,5)	5	6	8
(3,5)	7	8	9
(4,6)	7	10	14
(5,6)	3	4	5

7.1 คำนวณวิถีวิฤต

7.2 คำนวณความน่าจะเป็นที่โครงการจะเสร็จภายใน 17.5 วัน

8. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมดังตาราง

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A		2	1
B		3	1
c		1	1
D	C	3	1
E	C	3	1
F	B,D	5	1
G	B,D	3	2
H	B,D	5	2
I	E,F	4	2
J	A,G	7	2

8.1 เขียนข่ายงานโครงการโดยให้กิจกรรมอยู่ที่เส้นเชื่อม และคำนวณวิธีวิฤต (C-D-G-H โดยใช้เวลา 14 วัน)

8.2 เขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงาน เมื่อเริ่มกิจกรรมไม่วิฤตเร็วที่สุด

9. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วย

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A	-	5	2
B	-	3	1
C		10	2
D	A	7	1
E	B	10	2
F	D,E	5	1
G	B,C	9	1
H	F,G	4	2
I	H	2	2

9.1 เขียนข่ายงานโครงการโดยให้กิจกรรมอยู่ที่บัพ และคำนวณวิธีวิฤต (C-G-H-I ใช้เวลา 25 วัน)

9.2 เขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงาน เมื่อเริ่มกิจกรรมไม่วิฤตเร็วที่สุด

10. กำหนดข่ายงานซึ่งประกอบด้วยกิจกรรมดังตาราง

กิจกรรม	กิจกรรมที่มาก่อน	จำนวนวัน	จำนวนคนงาน
A	-	3	3
B	-	4	5
C	A,B	6	2
D	B	2	3
E	B	4	1
F	C,D	3	2
G	D	5	3
H	E,F,G	3	2

- 10.1 เขียนรายงานโดยให้กิจกรรมอยู่ที่บัพ และคำนวณวิถีวิกฤต (B-C-F-H ใช้เวลา 16 วัน)
- 10.2 ถ้าเริ่มแต่ละกิจกรรมไม่วิกฤตให้ช้าที่สุด จงเขียนแผนภาพแสดงการใช้จำนวนคนงาน
-