

บทที่ 4 โปรแกรมพลวัต

การวิเคราะห์ปัญหาโปรแกรมบางประเภท เราไม่อาจใช้วิธีการแบบตรงไปตรงมา ดังเช่นปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นได้ ปัญหาบางประเภทมีความยุ่งยาก มีกระบวนการตัดสินใจ ซ้ำซ้อน ไม่อาจแก้ปัญหทั้งหมดพร้อมกันทีเดียวได้ ต้องใช้วิธีแยกเป็นปัญหาย่อยหรือแยกเป็น ขั้นตอน (stage) แต่ละปัญหาย่อยหรือขั้นตอนจะมีตัวแปรที่เราจะหาค่าที่ดีที่สุด เพียงตัวเดียวเท่านั้น การหาค่าตอบต่อปัญหาทั้งหมด จะใช้วิธีการวิเคราะห์ปัญหาย่อยแต่ละปัญหาให้ได้ค่าของตัวแปรที่เหมาะสม การคำนวณในปัญหาหรือขั้นตอนต่าง ๆ จะถูกเชื่อมเข้าด้วยกัน ด้วยการคำนวณแบบต่อเนื่อง เพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุดต่อปัญหาทั้งหมด การหาค่าตอบด้วยวิธีการเช่นนี้เรียกว่า โปรแกรมพลวัต (Dynamic Programming) ซึ่งริชาร์ด เบลแมน เป็นผู้คิดขึ้นในปี ค.ศ. 1950 จำแนกเป็น 2 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. พวกที่เกี่ยวข้องกับปัญหา Deterministic กล่าวคือ การเปลี่ยนแปลงของสภาวะจาก สภาวะหนึ่งไปยังอีกสภาวะหนึ่ง และผลที่ได้อันสืบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงภายใต้การตัดสินใจ หนึ่งเป็นสิ่งที่ทราบได้แน่นอน

2. พวกที่เกี่ยวข้องกับปัญหา Probabilistic ซึ่งขบวนการเปลี่ยนแปลงของสภาวะจาก สภาวะหนึ่งไปยังอีกสภาวะหนึ่ง และผลที่ได้อันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงภายใต้การตัดสินใจ หนึ่ง เป็นสิ่งที่ไม่อาจทราบได้แน่นอน ต้องอาศัยการคาดคะเนในเชิงความน่าจะเป็น รายละเอียด ในเรื่องนี้จะได้กล่าวถึงต่อไปในบทที่ 5

4.1 แนวความคิดเกี่ยวกับโปรแกรมพลวัต

จากโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์

$$\text{ค่าที่ดีที่สุด } Z = g_1(x_1) + g_2(x_2) + \dots + g_n(x_n)$$

$$\text{โดยมีข้อจำกัด } x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq b \quad (4.1)$$

และ $x_1, x_2, \dots, x_n = 0, 1, 2, \dots$
 เมื่อ $n =$ จำนวนกิจกรรม
 $b =$ ปริมาณทรัพยากรที่มีอยู่ และมีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวก
 $x_j =$ จำนวนหน่วย (เลขจำนวนเต็ม ≥ 0) ของทรัพยากรที่นำมาใช้ใน
 กิจกรรม $j, j = 1, 2, \dots, n$
 $g_j(x_j) =$ ผลตอบแทนที่คาดว่าจะได้จากการใช้ทรัพยากร x_j หน่วย ในกิจกรรม
 $j, j = 1, 2, \dots, n$

ในการคำนวณตามโปรแกรมพลวัต เราจะแบ่งปัญหาเป็นปัญหาย่อย หรือที่เรียกว่า ขั้นตอน (stage) ออกเป็น n ขั้นตอน ซึ่งจะเป็นส่วนหนึ่งของปัญหาที่มีทางเลือกที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ของตัวแปรตัดสินใจหนึ่ง และเราจะมาพิจารณาทางเลือก (คำตอบ) ที่ดีที่สุดของตัวแปรตัดสินใจ ในขั้นตอนนี้ แต่แต่ละขั้นตอนจะต้องมีความสัมพันธ์ระหว่างกัน โดยมีจุดหมาย (state) เป็นตัวรวม ความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอนเข้าด้วยกัน จุดหมายจะแสดงให้เห็นถึงสถานะของข้อจำกัดที่รวม ทุกขั้นตอนเข้าด้วยกัน

ในตัวแบบ (4.1) แต่ละกิจกรรมจะแสดงถึงขั้นตอนที่จะต้องนำมาพิจารณาตัดสินใจ ทางเลือกในขั้นตอน j จะถูกกำหนดด้วยตัวแปรตัดสินใจ x_j ซึ่งแสดงถึงการใช้ทรัพยากรใน กิจกรรม j ได้ผลตอบแทน $g_j(x_j)$ ทุกขั้นตอนจะผูกพันกันด้วยข้อเท็จจริงที่ว่า ทุกกิจกรรม (ขั้นตอน) จะแข่งขันกันให้ได้ส่วนแบ่งจากทรัพยากรที่มีจำกัด b ดังนั้น จุดหมาย (state) จึงต้องกำหนดใน เทอมของการจัดสรรทรัพยากร ความสัมพันธ์ระหว่างขั้นตอน เป็นความสัมพันธ์ต่อเนื่อง ซึ่งเป็น ฟังก์ชันที่เรียกว่า recursive function กำหนดโดย

$$f_j(x) = \max_{x_j} \{f_j(x, x_j)\}$$

เมื่อ x เป็นจุดหมายในขั้นตอนที่ j

$f_j(x, x_j)$ เป็นผลรวมของค่าตอบแทน จากที่มีจำนวนทรัพยากรเหลือ x และ x_j เป็น จำนวนที่จัดสรรในขั้นตอนนี้

$f_j(x)$ เป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุด ที่จุดค่าตอบแทนที่ดีที่สุด $d_j(x)$

การหาค่าตอบแทนที่ดีที่สุดในแต่ละขั้นตอนมี 2 แบบ

1) การคำนวณแบบรูดหน้า (Forward) จะเริ่มจากการหาค่าที่ดีที่สุดที่สุดในขั้นตอน $j, j = 1, 2, \dots, n$ ตามลำดับ

นั่นคือฟังก์ชันสัมพัทธ์ต่อเนื่อง $f_i(x) =$ ค่าที่ดีที่สุด $\{g_1(x_1) + g_2(x_2) + \dots + g_j(x_j)\}$
โดยมีข้อจำกัด $x_1 + x_2 + \dots + x_j = x$ (4.2)
 $x = 0, 1, 2, \dots, b$

ที่จุดเริ่มต้น $j = 1$ $f_1(x) =$ ค่าที่ดีที่สุด $\{g_1(x_1)\} = g_1(x)$

นั่นคือผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากกิจกรรม 1 เมื่อมีจำนวนทรัพยากรที่จะนำมาใช้ในกิจกรรมนี้โดยเฉพาะ x หน่วย ด้วยเหตุที่มีกิจกรรมเดียว และมีทรัพยากรใช้ x หน่วย ดังนั้น จำนวนทรัพยากรที่ดีที่สุดที่จัดสรรให้กิจกรรม 1 $d_1(x) = x$

ขั้นตอนต่อไป $j = 2$ จะถือว่าเรามีเพียงกิจกรรม 1 และ 2 เท่านั้นที่จะนำมาพิจารณา และมีทรัพยากรที่จะนำมาใช้ใน 2 กิจกรรมนี้ x หน่วย ถ้าเราจัดสรรให้กิจกรรมที่ 2 เท่ากับ x_2 หน่วย และที่เหลือ $(x - x_2)$ หน่วยเป็นของกิจกรรมที่ 1 ผลรวมของผลตอบแทนที่ได้จะเท่ากับ

$$g_2(x_2) + f_1(x - x_2)$$

ดังนั้น ผลรวมของผลตอบแทนที่ดีที่สุด สำหรับกิจกรรม 1 และกิจกรรม 2 เมื่อมีการจัดสรรทรัพยากรให้ x หน่วย จะได้มาจากการเลือกค่า x_2 ที่มีปริมาณ

$$f_2(x) = \begin{matrix} \text{ค่าที่ดีที่สุด} \\ x_2 = 0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, b \end{matrix} \{g_2(x_2) + f_1(x - x_2)\}$$

ถ้าเราให้ $d_2(x) =$ ค่าของ x_2 ที่มีผลตอบแทน $f_2(x)$ $d_2(x)$ จะเป็นจำนวนทรัพยากรที่ดีที่สุดที่จัดสรรให้กิจกรรม 2 เมื่อมีทรัพยากร x หน่วย ใช้ในกิจกรรม 1 และกิจกรรม 2

ขั้นตอนต่อไป เราพิจารณาการจัดสรรทรัพยากร x หน่วย สำหรับกิจกรรม 1, 2 และ 3 หาผลรวมของผลตอบแทนที่ดีที่สุด จากการจัดสรรให้กิจกรรม 3 x_3 หน่วย ที่เหลือ $x - x_3$ หน่วย จัดสรรให้กิจกรรม 1 และกิจกรรม 2 รวมกัน

ทำซ้ำกระบวนการนี้ในขั้นตอนที่ $j = 4, 5, \dots, n$ แต่ละขั้นตอน จะได้

$$f_j(x) = \begin{matrix} \text{ค่าที่ดีที่สุด} \\ x_j = 0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, b \end{matrix} \{g_j(x_j) + f_{j-1}(x - x_j)\} \quad (4.3)$$

และ $d_j(x) =$ จำนวนจัดสรรที่ดีที่สุดสำหรับกิจกรรม j
 $=$ ค่าของ x_j ที่มี $f_j(x)$

เมื่อถึงขั้นตอนที่ n , $j = n$ เราจะได้

$$f_n(x) = \begin{matrix} \text{ค่าที่ดีที่สุด} \\ x_n = 0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, b \end{matrix} \{g_n(x_n) + f_{n-1}(x - x_{n-1})\}$$

และ $d_n(x)$ = จำนวนจัดสรรที่ดีที่สุดสำหรับกิจกรรม n

ในขั้นตอนนี้ เราถือว่า เราจัดสรรทรัพยากร x หน่วย ให้กับกิจกรรม $1, 2, \dots, n$ นั่นก็คือ ปัญหาเดิม เมื่อเราให้ $x = b$ ค่าของ $f_n(b)$ ที่ได้จะเป็นผลตอบแทนรวมที่ดีที่สุด จากการจัดสรรทรัพยากร b หน่วย ให้กับกิจกรรม $1, 2, \dots, n$ จำนวนหน่วยที่ดีที่สุดที่จัดสรรให้แต่ละกิจกรรม ก็คือ

$$\begin{aligned} x_n^* &= d_n(b) \text{ จำนวนที่จัดสรรให้กิจกรรม } n \\ x_{n-1}^* &= d_{n-1}(b - x_n^*) \text{ จำนวนที่จัดสรรให้กิจกรรม } n-1 \\ x_j^* &= d_j(b - \sum_{k=j+1}^n x_k^*) \text{ จำนวนที่จัดสรรให้กิจกรรม } j \\ x_1^* &= d_1(b - \sum_{k=2}^n x_k^*) \text{ จำนวนที่จัดสรรให้กิจกรรม } 1 \end{aligned} \quad (4.4)$$

2. การคำนวณแบบย้อนหลัง (Backward) จะเริ่มจากการหาค่าที่ดีที่สุดในช่วงตอน $n, n-1, n-2, \dots, 1$ ตามลำดับ

$$\text{นั่นคือ } f_j(x) = \underset{x_j}{\text{ค่าที่ดีที่สุด}} \{g_j(x_j) + \dots + g_{n-1}(x_{n-1}) + g_n(x_n)\}$$

$$\begin{aligned} \text{โดยมีข้อจำกัด } x_j + \dots + x_{n-1} + x_n &= x \\ x &= 0, 1, 2, \dots, b \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\text{ที่ขั้นตอน } n \quad f_n(x) = \underset{x_n}{\text{ค่าที่ดีที่สุด}} \{g_n(x_n)\} = g_n(x)$$

จะเป็นผลตอบแทนที่ดีที่สุด จากการจัดสรรทรัพยากร x หน่วย ให้กับกิจกรรม n เพียง กิจกรรมเดียว จำนวนจัดสรรที่ดีที่สุด $d_n(x) = x, x = 0, 1, \dots, b$

ที่ขั้นตอน $j, j = n-1, n-2, \dots, 1$ ตามลำดับ เราจะได้

$$\begin{aligned} f_j(x) &= \underset{\substack{0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, b}}{\text{ค่าที่ดีที่สุด}} \{g_j(x_j) + f_{j+1}(x - x_j)\} \\ & \quad (4.6) \end{aligned}$$

และ $d_j(x) =$ ค่าของ x_j ที่มีผลตอบแทน $f_j(x)$

เมื่อ $j = 1$

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \underset{\substack{0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, b}}{\text{ค่าที่ดีที่สุด}} \{g_1(x_1) + f_2(x - x_1)\} \end{aligned}$$

$d_1(x) =$ ค่าของ x_1 ที่มีผลตอบแทน $f_1(x)$

เมื่อ $x = b$

$$\begin{aligned} f_1(b) &= \text{ค่าที่ดีที่สุด} \{g_1(x_1) + f_2(b - x_1)\} \\ &\quad x_1 = 0, 1, \dots, b \\ &= \text{ค่าที่ดีที่สุด} \left[\sum_{k=1}^n g_k(x_k) \right] = Z^{\text{ดีที่สุด}} \\ &\quad \sum_{k=1}^n x_k = b \end{aligned}$$

จะเป็นผลตอบแทนรวมที่ดีที่สุด จากการจัดสรรทรัพยากร b หน่วยให้กับกิจกรรม $1, 2, \dots, n$

จำนวนหน่วยจัดสรรที่ดีที่สุด สำหรับกิจกรรม $j, j = 1, 2, \dots, n$

$$x_1^* = d_1(b)$$

$$x_j^* = d_j\left(b - \sum_{k=1}^{j-1} x_k^*\right) \quad (4.7)$$

จะเห็นได้ว่า ในการคำนวณแบบรูดหน้า

$$f_j(x, x_j) = g_j(x_j) + f_{j-1}(x - x_j)$$

และในการคำนวณแบบย้อนหลัง

$$f_j(x, x_j) = g_j(x_j) + f_{j+1}(x - x_j)$$

อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าเราจะใช้วิธีการคำนวณแบบใด จะต้องมีการตั้งสมมติฐาน (assumption)

ของปัญหา ดังนี้

1. ผลตอบแทนจากทุกกิจกรรมวัดค่าเป็นหน่วยได้
 2. ผลตอบแทนจากกิจกรรมที่กำหนดไว้ เป็นอิสระจากกิจกรรมอื่น ๆ
 3. ฟังก์ชันผลตอบแทนเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีค่าลดลง
 4. ผลตอบแทนรวมจากทุกกิจกรรมเท่ากับผลบวกของผลตอบแทนจากแต่ละกิจกรรม
- เราสรุปลักษณะพื้นฐานของปัญหาที่ใช้โปรแกรมพลวัตได้ดังนี้

1. ปัญหานั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือแยกได้หลายขั้นตอน มีการตัดสินใจได้ในแต่ละขั้นตอน

2. การวิเคราะห์หาคำตอบในแต่ละขั้นตอน ขึ้นอยู่กับสาระข้อมูลที่ได้จากการตัดสินใจในขั้นตอนก่อน

3. แต่ละขั้นตอนต้องมีจุดหมาย (state) ค่าของมันจะแสดงถึงสภาวะที่เป็นไปได้ ที่กระบวนการจะอยู่ในขั้นตอนนั้น ผลการตัดสินใจของแต่ละขั้นตอน ได้มาจากการเปลี่ยนจุดหมายปัจจุบัน ไปเป็นจุดหมายที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนต่อไป

4. กำหนดจุดหมายปัจจุบันให้ ทางเลือกที่เหมาะสมสำหรับขั้นตอนที่เหลือ จะเป็นอิสระกับทางเลือกที่ได้จากขั้นตอนก่อน

5. การวิเคราะห์อาจใช้วิธีการคำนวณแบบรูดหน้า (Forward) นั่นคือ เริ่มต้นจากการหาคำตอบที่เหมาะสมในแต่ละจุดหมายจากขั้นตอนแรก ไปสู่ขั้นตอนที่เหลือตามลำดับจนถึงขั้นตอนสุดท้าย หรืออาจใช้วิธีการคำนวณแบบย้อนหลัง (Backward) นั่นคือ เริ่มต้นจากขั้นตอนสุดท้าย หาคำตอบที่เหมาะสมจากขั้นตอนนี้ ย้อนขึ้นไปตามลำดับจนถึงขั้นตอนแรก ความสัมพันธ์ในแต่ละขั้นตอนจะเป็นแบบต่อเนื่อง ซึ่งแสดงถึงคำตอบที่เหมาะสมสำหรับแต่ละจุดหมาย ในขั้นตอน n กำหนดให้มีคำตอบที่เหมาะสมสำหรับแต่ละจุดหมาย ในขั้นตอน $n-1$ ที่เหลือ (การคำนวณแบบย้อนหลัง)

4.2 ปัญหา DP ตัวแบบ (4.1) และการคำนวณ

ปัญหาโปรแกรมพลวัต (DP) ที่มีตัวแบบ (4.1) ได้แก่ปัญหาการลงทุนในโครงการต่าง ๆ จัดการลงทุนในลักษณะหุ้น แต่ละหุ้นมีจำนวนเงินคงที่ หรือในลักษณะการลงทุนที่มีการเพิ่มจำนวนทุนในอัตราที่คงที่ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.1 บริษัทมั่งคั่งมีโครงการลงทุนที่น่าสนใจ 3 โครงการ บริษัทมีหุ้นส่วนผู้ร่วมลงทุนรวมกันแล้ว 6 หุ้นด้วยกัน ค่าคาดหมายของผลตอบแทนจากการลงทุนในแต่ละโครงการมีดังนี้

	ผลตอบแทนจากการลงทุน x_j หุ้นในโครงการ j						
จำนวนหุ้น x_j	0	1	2	3	4	5	6
$g_1(x_1)$	0	20	40	75	90	95	100
$g_2(x_2)$	0	15	30	60	85	92	105
$g_3(x_3)$	0	15	40	80	85	90	95

บริษัทควรจะลงทุนในโครงการไหน อย่างไรจึงจะเกิดผลดีที่สุด

วิธีทำ ในที่นี้เรากำหนดโครงการ j เป็นขั้นตอนที่ $j, j = 1, 2, 3$

ตัวแปรตัดสินใจในขั้นตอนที่ j

$$x_j = \text{จำนวนหุ้นที่ลงทุนในโครงการ } j, x_j = 0, 1, 2, \dots, 6$$

จุดหมาย x จะแสดงถึงสถานะของการลงทุน

ในการคำนวณแบบย้อนหลัง เราจะได้

$$f_3(x) = g_3(x), x_3 = x = 0, 1, 2, \dots, 6$$

$$d_3(x) = x_3$$

และ $f_j(x) = \text{ค่าสูงสุด } [g_j(x_j) + f_{j+1}(x - x_j)], j = 2, 1$
 $x_j = 0, 1, \dots, x$
 $x = 0, 1, \dots, 6$

$$d_j(x) = \text{ค่าของ } x_j \text{ ที่มีผลตอบแทน } f_j(x)$$

สรุปผลที่ได้ ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 (การคำนวณในขั้นตอนที่ 3)

x	0	1	2	3	4	5	6
$f_3(x)$	0	15	40	80	85	90	95
$d_3(x)$	0	1	2	3	4	5	6

ตารางที่ 2 (การคำนวณในขั้นตอนที่ 2)

$x_2 \backslash x$	ผลตอบแทนรวม = $g_2(x_2) + f_3(x - x_2)$							$f_2(x)$	$d_2(x)$
	0	1	2	3	4	5	6		
0	0							0	0
1	15	15						15	0 หรือ 1
2	40	30	30					40	0
3	80	55	45	60				80	0
4	85	95	70	75	85			95	1
5	90	100	110	100	100	92		110	2
6	95	105	115	140	125	107	105	140	3

ตารางที่ 3 (การคำนวณในขั้นตอนที่ 1)

x_1	ผลตอบแทนรวม = $g_1(x_1) + f_2(6 - x_1)$							$f_1(x)$	$d_1(x)$
x	0	1	2	3	4	5	6		
6	140	130	135	155	130	110	100	155	3

สรุปว่า บริษัทเลือกลงทุนที่ให้ผลตอบแทนรวมกัน 155 โดยการลงทุนในโครงการหนึ่ง 3 หุ้น โครงการสาม 3 หุ้น ไม่ลงทุนในโครงการที่ 2

หมายเหตุ การคำนวณและความหมาย

จากตารางที่ 1 มีความหมายว่า ลงทุนเฉพาะในโครงการ 3 โครงการเดียว ด้วยเหตุที่ผลตอบแทนที่ได้จากการลงทุน x หุ้นเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีค่าลดลง ดังนั้น ถ้ามีโครงการเดียวเราจะลงทุนทั้งหมด 6 หุ้น ผลตอบแทนที่ดีที่สุดจากการลงทุน 6 หุ้นในโครงการ 3 จะเท่ากับ

$$f_3(6) = g_3(6) = 95$$

แต่เรามีโครงการให้เลือกมากกว่า 1 โครงการ ดังนั้น ถ้าเราเลือกลงทุนในโครงการ 3 x หุ้น ผลตอบแทนที่ดีที่สุดที่ได้จากโครงการ 3 จะเท่ากับ

$$f_3(x) = g_3(x), \quad x = 0, 1, 2, \dots, 6$$

$$\text{จำนวนหุ้นที่ดีที่สุด } d_3(x) = x, \quad x = 0, 1, 2, \dots, 6$$

จากตารางที่ 2 มีความหมายว่า เราลงทุนในโครงการที่ 2 และ 3 รวมกัน x หุ้น เมื่อเราลงทุนในโครงการ 2 x_2 หุ้น ที่เหลือ $x - x_2$ หุ้น จะเป็นจำนวนที่ลงทุนในโครงการ 3 ผลตอบแทนที่ได้จะเท่ากับ

$$g_2(x_2) + f_3(x - x_2)$$

ค่าที่ได้ขึ้นอยู่กับค่าของ x และ x_2

ผลตอบแทนที่ดีที่สุด และจำนวนการลงทุนที่เหมาะสมในขั้นตอนนี้

$$f_2(x) = \begin{array}{l} \text{ค่าสูงสุด} \\ x_2 = 0, 1, \dots, x \\ x = 0, 1, \dots, 6 \end{array} [g_2(x_2) + f_3(x - x_2)]$$

$$d_2(x) = \text{ค่าของ } x_2 \text{ ที่มีผลตอบแทน } f_2(x)$$

ตัวอย่างเช่น

$$x = 2 \quad f_2(2) = \begin{array}{l} \text{ค่าสูงสุด} \\ x_2 = 0, 1, 2 \end{array} [g_2(x_2) + f_3(2 - x_2)]$$

$$= \text{ค่าสูงสุด} \begin{bmatrix} g_1(0) + f_1(2) = 0 + 40 = 40 \\ g_2(1) + f_3(1) = 15 + 15 = 30 \\ g_3(2) + f_1(0) = 30 + 0 = 30 \end{bmatrix}$$

$$= 40$$

$$d_1(2) = 0$$

แสดงว่า ถ้าเราเลือกลงทุนในโครงการที่ 2 และ 3 รวมกัน 2 หุ้น ทางเลือกที่ดีที่สุดก็คือ ไม่ลงทุนในโครงการ 2 ลงทุนในโครงการ 3 โครงการเดียว 2 หุ้น จะได้ผลตอบแทนสูงสุด 40

$$\text{ถ้า } x = 5 \quad f_2(5) = \text{ค่าสูงสุด} [g_2(x_2) + f_3(5 - x_2)]$$

$$x_2 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$= \text{ค่าสูงสุด} \begin{bmatrix} g_2(0) + f_3(5) = 0 + 90 = 90 \\ g_2(1) + f_3(4) = 15 + 85 = 100 \\ g_2(2) + f_3(3) = 30 + 80 = 110 \\ g_2(3) + f_3(2) = 60 + 40 = 100 \\ g_2(4) + f_3(1) = 90 + 15 = 105 \\ g_2(5) + f_3(0) = 120 + 0 = 120 \end{bmatrix}$$

$$= 110$$

$$d_2(5) = 2$$

แสดงว่า ถ้าเลือกลงทุนในโครงการ 2 และ 3 รวมกัน 5 หุ้น การตัดสินใจที่ดีที่สุดคือ ลงทุนในโครงการ 2 2 หุ้น ที่เหลือ 3 หุ้น นำไปลงทุนในโครงการ 3 จะได้ผลตอบแทนสูงสุด 110

การคำนวณสำหรับ x ค่าอื่น ๆ และการอ่านผลที่ได้ ใช้วิธีการในทำนองเดียวกัน

จากตารางที่ 3 มีความหมายว่าเราพิจารณาการลงทุนในโครงการ 1, 2 และ 3 รวมกัน x หุ้น ซึ่งก็คือการพิจารณาการลงทุนในโครงการทั้งหมดนั่นเอง นั่นคือ ปัญหาเดิม ดังนั้นค่าของ x จึงเท่ากับ 6 เท่านั้น

ผลตอบแทนที่ดีที่สุดของปัญหาการลงทุน และจำนวนหุ้นที่เหมาะสมของโครงการ 1 พิจารณาจาก

$$f_1(6) = \text{ค่าสูงสุด} [g_1(x_1) + f_2(6 - x_1)]$$

$$x_1 = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$= \text{ค่าสูงสุด} \begin{array}{l} g_1(0) + f_2(6) = 0 + 140 = 140 \\ g_1(1) + f_2(5) = 20 + 110 = 130 \\ g_1(2) + f_2(4) = 40 + 95 = 135 \\ g_1(3) + f_2(3) = 75 + 80 = 155 \\ g_1(4) + f_2(2) = 90 + 40 = 130 \\ g_1(5) + f_2(1) = 95 + 15 = 110 \\ g_1(6) + f_2(0) = 100 + 0 = 100 \end{array}$$

$$= 155$$

= ผลตอบแทนสูงสุดจากการลงทุนใน 3 โครงการนี้

$$d_1(6) = 3 = \text{จำนวนหุ้นที่ลงทุนในโครงการ 1}$$

การหาจำนวนที่เหมาะสมในโครงการอื่น ใช้วิธีการใน (4.7) นั่นคือ

$$x_1^* = d_1(6) = 3$$

$$x_2^* = d_2(6-3) = d_2(3) = 0 \text{ (จากตาราง 2)}$$

$$x_3^* = d_3(6-3-0) = d_3(3) = 3 \text{ (จากตาราง 1)}$$

ให้เรา มาศึกษาเพิ่มเติมจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 4.2 บริษัทเอซีมีโรงงานผลิตสินค้าในเขตต่าง ๆ 4 เขตด้วยกัน ในช่วงที่เศรษฐกิจกำลังขยายตัวอย่างรวดเร็ว บริษัทได้สั่งซื้อเครื่องจักรใหม่อีก 6 เครื่อง ปริมาณสินค้าที่ผลิตโดยเครื่องจักรใหม่ ขึ้นอยู่กับความสามารถในการผลิตของโรงงานด้วย ปริมาณการผลิต (1000 หน่วย) ที่คาดหวังไว้แล้วจากแต่ละโรงงาน เมื่อผลิตสินค้าตามจำนวนเครื่องจักรใหม่ กำหนดได้ดังตารางต่อไปนี้

จำนวนเครื่องจักร (x_j)	โรงงานเอ	โรงงานบี	โรงงานซี	โรงงานดี
0	0	0	0	0
1	3	5	4	2
2	6	7	8	6
3	9	9	12	8
4	12	10	12	9
5	14	10	12	10
6	15	10	12	10

บริษัทควรจัดส่งเครื่องจักรไปโรงงานอย่างไร จึงจะดีที่สุด

วิธีทำ ในที่นี้ เรากำหนดให้โรงงาน เอ บี ซี และ ดี เป็นขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ ถ้าใช้การคำนวณแบบย้อนหลัง เราจะเริ่มต้นที่ขั้นตอน 4 (โรงงานดี) ย้อนกลับมาตามลำดับที่ขั้นตอน 3, 2, 1

การคำนวณในแต่ละขั้นตอน มีดังนี้

เริ่มจากขั้นตอนที่ 4 $f_4(x) = g_4(x_4)$, $x_4 = x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

ขั้นตอนที่ 3 $f_3(x) = \text{ค่าสูงสุด } [g_3(x_3) + f_4(x - x_3)]$
 $x_3 = 0, 1, \dots, x$
 $x = 0, 1, \dots, 6$

ขั้นตอนที่ 2 $f_2(x) = \text{ค่าสูงสุด } [g_2(x_2) + f_3(x - x_2)]$
 $x_2 = 0, 1, \dots, x$
 $x = 0, 1, \dots, 6$

ขั้นตอนที่ 1 $f_1(6) = \text{ค่าสูงสุด } [g_1(x_1) + f_2(6 - x_1)]$
 $x_1 = 0, 1, \dots, 6$

กล่าวโดยสรุป เราจะได้

$f_4(x) = g_4(x_4)$ $x_4 = x = 0, 1, 2, \dots, 6$

และ $f_j(x) = \text{ค่าสูงสุด } [g_j(x_j) + f_{j+1}(x - x_j)]$
 $x_j = 0, 1, \dots, x$
 $x = 0, 1, \dots, 6$

สรุปผลที่ได้ตั้งตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1

$x_4 = x$	0	1	2	3	4	5	6
$f_4(x)$	0	2	6	8	9	10	10
$d_4(x)$	0	1	2	3	4	5	6

ตารางที่ 2

x_3 x	$g_3(x_3) + f_4(x - x_3)$							$f_3(x)$	$d_3(x)$
	0	1	2	3	4	5	6		
0	0							0	0
1	2	4						4	1
2	6	6	8					8	2
3	8	10	10	12				12	3
4	9	12	14	14	12			14	2 หรือ 3
5	10	13	16	18	14	12		18	3
6	10	14	17	20	18	14	12	20	3

ตารางที่ 3

x_2 x	$g_2(x_2) + f_3(x - x_2)$							$f_2(x)$	$d_2(x)$
	0	1	2	3	4	5	6		
0	0							0	0
1	4	5						5	1
2	8	9	7					9	1
3	12	13	11	9				13	1
4	14	17	15	13	10			17	1
5	18	19	19	17	14	10		19	1 หรือ 2
6	20	23	21	21	18	14	10	23	1

ตารางที่ 4

x_1	$g_1(x_1) + f_2(6 - x_1)$						$f_1(x)$	$d_1(x)$	
x	0	1	2	3	4	5	6		
6	23	22	23	22	21	19	15	23	0 หรือ 2

การแจกจ่ายเครื่องจักรที่เหมาะสมที่สุดก็คือ บริษัทควรจัดส่งเครื่องจักรไปโรงงานเอ 2 เครื่อง โรงงานบี 1 เครื่อง โรงงานซี 3 เครื่อง ไม่ส่งโรงงานดี หรือบริษัทอาจจัดส่งเครื่องจักรไปโรงงานบี 1 เครื่อง โรงงานซี 3 เครื่อง และโรงงานดี 2 เครื่อง ไม่ส่งโรงงานเอ ได้ปริมาณการผลิตรวมกัน 23,000 หน่วย

ในปัญหาการผลิตหรือการส่งสินค้าไปจำหน่ายในที่ต่าง ๆ ถ้าการผลิตหรือส่งนั้น ไม่มีการพิจารณาค่าเสียหาย จากการที่ผลิตหรือส่งได้ไม่ครบจำนวน หรือเกินจำนวนที่ต้องการ ไม่มีอัตราส่วนลดในกรณีที่ส่งจำนวนมาก ปัญหานี้ก็จะเป็นปัญหาที่มีตัวแบบ (4.1) โดยทั่วไป การผลิตหรือส่งสินค้าไปให้ลูกค้าหรือไปจำหน่าย มักจะส่งเป็นลอต ถ้าเราทราบต้นทุนการผลิตต่อลอต อัตราค่าขนส่ง ราคาขาย เราจะหาค่าไรต่อลอตได้ ดังนั้น

ถ้าเราให้ $g_j(x_j)$ = ค่าไรที่ได้จากการผลิตหรือส่งสินค้า x_j ลอต

$$g_j(x_j) = p_j x_j$$

เมื่อ p_j เป็นกำไรต่อลอตจากการส่งไปที่ j

ตัวอย่างที่ 4.3 นายพานิชต้องการส่งสินค้าจำนวน 5 ลอต แต่ละลอตมีขนาด 10 ชิ้น ไปจำหน่ายที่ศูนย์การค้า 4 แห่ง คาดว่าจะได้กำไรจากการจำหน่ายแต่ละศูนย์การค้าเท่ากับ 80, 120, 100 และ 90 บาทต่อลอตตามลำดับ ถ้าความต้องการสินค้าของศูนย์การค้าเท่ากับ 4, 2, 2 และ 3 ลอตตามลำดับ นายพานิชควรจัดส่งสินค้าไปจำหน่ายอย่างไร จึงจะได้กำไรมากที่สุด

วิธีทำ กำหนดขั้นตอน j แทนศูนย์การค้า $j, j = 1, 2, 3, 4$ ตามลำดับ

$$x_j = \text{จำนวนลอตสินค้าที่ส่งศูนย์การค้า } j$$

ในขั้นตอนที่ 1 $f_1(x) = g_1(x_1) = 80x_1, x_1 = x = 0, 1, 2, 3, 4, x \leq 5$

x	0	1	2	3	4	5
$f_1(x)$	0	80	160	240	320	320
$d_1(x)$	0	1	2	3	4	4

ขั้นตอนที่ 2 $g_2(x_2) = 120x_2, x_2 = 0,1,2$

$$f_2(x) = \begin{matrix} \text{ค่าสูงสุด} \\ x_2 \leq x = 0,1,\dots,5 \\ x_2 = 0,1,2 \end{matrix} [120x_2 + f_1(x-x_2)]$$

x \ x ₂	120x ₂ + f ₁ (x-x ₂)			f ₂ (x)	d ₂ (x)
	0	1	2		
0	0			0	0
1	80	120		120	1
2	160	200	240	240	2
3	240	280	320	320	2
4	320	360	400	400	2
5	320	440	480	480	2

ขั้นตอนที่ 3 $g_3(x_3) = 100x_3, x_3 = 0,1,2$

$$f_3(x) = \begin{matrix} \text{ค่าสูงสุด} \\ x_3 \leq x = 0,1,\dots,5 \\ x_3 = 0,1,2 \end{matrix} [100x_3 + f_2(x-x_3)]$$

x \ x ₃	100x ₃ + f ₂ (x-x ₃)			f ₃ (x)	d ₃ (x)
	0	1	2		
0	0			0	0
1	120	100		120	0
2	240	220	200	240	0
3	320	340	320	340	1
4	400	420	440	440	2
5	480	500	520	520	2

$$\begin{aligned} \text{ขั้นตอนที่ 4} \quad & g_4(x_4) = 90x_4, \quad x_4 = 0,1,2,3 \\ x = 5 \quad & f_4(5) = \underset{x_4 = 0,1,2,3}{\text{ค่าสูงสุด}} [90x_4 + f_3(5-x_4)] \end{aligned}$$

x_4	$90x_4 + f_3(5-x_4)$				$f_4(5)$	$d_4(5)$
x	0	1	2	3		
5	520	530	520	510	530	1

สรุปว่า นายพานิชส่งสินค้าไปจำหน่ายที่ศูนย์การค้า 4 1 ลอท ที่ศูนย์การค้า 3 2 ลอท ศูนย์การค้า 2 2 ลอท ไม่ส่งศูนย์การค้า 1 คาดว่าจะได้กำไรทั้งหมด 530 บาท
หมายเหตุ ปัญหาในตัวอย่างนี้ แตกต่างกับ 2 ตัวอย่างแรก ตรงที่มีขีดจำกัดสูงสุดของ x_j ด้วย นักศึกษาอาจจะหาตารางของกำไรจากการจำหน่ายสินค้า x_j ลอท ที่ศูนย์การค้า j นั่นคือ $g_j(x_j)$ ก่อนก็ได้ โดยที่

$$\begin{aligned} g_2(x_2) &= 240, \quad x_2 = 3,4,5 \\ g_3(x_3) &= 200, \quad x_3 = 3,4,5 \\ g_4(x_4) &= 270, \quad x_4 = 4,5 \end{aligned}$$

นอกนั้นเหมือนเดิม

ให้นักศึกษาเขียนตัวแบบ และแก้ปัญหาโดยใช้โปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม

ปัญหาโปรแกรมพลวัต (DP) โดยทั่วไปอาจจะมีตัวแบบต่างไปจากตัวแบบ (4.1) แต่มักจะเป็นปัญหาที่มีข้อจำกัดสำคัญ (ที่ไม่ใช่ขีดจำกัดของตัวแปร) เพียง 1 ข้อ เราใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตได้ ถ้าสามารถแยกเป็นปัญหาย่อยของ 1 ตัวแปรได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

4.3 ปัญหาการบรรทุกของรถสินค้า

ปัญหาการจัดส่งสินค้าหรือการนำสินค้าชนิดต่าง ๆ ไปจำหน่าย โดยอาศัยรถสินค้าก็คือ ข้อจำกัดในเรื่องน้ำหนักบรรทุก และ/หรือ ปริมาณของที่จุได้ เป็นผลให้เกิดการจำกัดในเรื่องปริมาณสินค้าแต่ละชนิดด้วย ถ้าเรามีสินค้า n ชนิดที่ต้องการนำไป ภายใต้ข้อจำกัดในเรื่องน้ำหนัก

$$\begin{aligned} \text{ถ้า } v_j &= \text{กำไรต่อหน่วยของสินค้าชนิดที่ } j \\ w_j &= \text{น้ำหนักต่อหน่วยของสินค้าชนิดที่ } j \\ x_j &= \text{เป็นจำนวนหน่วยของสินค้า } j \text{ ที่จะนำไป} \end{aligned}$$

$A =$ น้ำหนักรวมทั้งหมดที่สามารถนำไปได้
 ตัวแบบของปัญหานี้คือ

$$\text{หาค่าสูงสุดของ } \sum_{j=1}^n v_j x_j$$

$$\text{โดยมีข้อจำกัด } \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq A \quad (4.8)$$

$$\text{และ } x_j = 0, 1, 2, \dots \text{ ทุกค่า } j$$

จะเห็นได้ว่า ปัญหานี้เป็นกรณีหนึ่งของปัญหาโปรแกรมเชิงจำนวนเต็ม
 สมมติว่า เรานำสินค้าชนิดที่ n ไปชนิดเดียว จำนวนสินค้าที่เราจะนำไปได้มากที่สุด
 จะเท่ากับ

$$\text{ค่าที่เป็นเลขจำนวนเต็มของ } A/w_n = [A/w_n]$$

ดังนั้น ถ้าเรานำสินค้า n ไป x หน่วยน้ำหนัก, $x = 0, 1, 2, \dots, A$

$$\text{จำนวนสินค้า } n = [x/w_n] = d_n(x)$$

$$\text{กำไรที่จะได้} = f_n(x) = v_n x_n, x_n \leq [x/w_n] \quad (4.9)$$

ตัวอย่างเช่น $x = 5, w_n = 2, v_n = 12$ เราจะได้

$$f_n(5) = 12 \times 2 = 24, d_n(5) = 2$$

ถ้าเรานำสินค้า n และ $n-1$ ไป กำหนดว่าให้มีน้ำหนักรวมกัน x ถ้าเรานำสินค้า $n-1$
 ไป x_{n-1} หน่วย จะมีน้ำหนัก $w_{n-1}x_{n-1}$ ดังนั้น ที่เหลือ $x - w_{n-1}x_{n-1}$ จะเป็นน้ำหนักของสินค้า n
 กำไรที่จะได้จากการนำสินค้า 2 ชนิดนี้ไป จะเท่ากับ

$$v_{n-1}x_{n-1} + f_n(x - w_{n-1}x_{n-1})$$

ค่านี้จะแปรไปตามจำนวน x_{n-1} และน้ำหนัก $x = 0, 1, 2, \dots, A$

ดังนั้น กำไรสูงสุดจากการนำสินค้า 2 ชนิดนี้ไป จะเท่ากับ

$$f_{n-1}(x) = \begin{matrix} \text{ค่าสูงสุด} \\ x_{n-1} \leq [x/w_{n-1}] \\ x = 0, 1, \dots, A \end{matrix} [v_{n-1}x_{n-1} + f_n(x - w_{n-1}x_{n-1})]$$

$$d_{n-1}(x) = \text{จำนวนของ } x_{n-1} \text{ ที่มีกำไร } f_{n-1}(x)$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้าเรานำสินค้า $n, n-1, \dots, j$ ไป โดยให้มีน้ำหนักรวมกัน x หน่วย
 จำนวนหน่วยสูงสุดของ $x_j = [x/w_j]$ ถ้าเรานำสินค้า j ไป x_j หน่วย จะมีน้ำหนัก $w_j x_j$ สินค้า
 $j+1, \dots, n$ จะนำไปได้โดยมีน้ำหนักรวมกัน $x - w_j x_j$ จะได้ฟังก์ชันสัมพันธ์ต่อเนื่อง

$$f_j(x) = \begin{cases} \text{ค่าสูงสุด} & [v_j x_j + f_{j+1}(x - w_j x_j)] \\ x_j \leq [x/w_j] \\ x = 0, 1, \dots, A \end{cases} \quad (4.10)$$

$$d_j(x) = \text{จำนวนหน่วยของ } x_j \text{ ที่มีค่ากำไร } f_j(x)$$

เมื่อ $j = 1$ x จะเป็นน้ำหนักรวมของสินค้าทุกชนิด ดังนั้น $x = A$

และ $x_1 \leq [A/w_1]$ เราจะได้

$$\begin{aligned} f_1(A) &= \begin{cases} \text{ค่าสูงสุด} & [v_1 x_1 + f_2(A - w_2 x_2)] \\ x_1 = 0, 1, \dots, [A/w_1] \end{cases} \\ &= \text{กำไรรวมสูงสุด} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$d_1(A) = \text{จำนวนหน่วยของ } x_1 \text{ ที่มีกำไร } f_1(A)$$

กล่าวได้ว่า ในการแก้ปัญหาที่มีตัวแบบ (4.8) เรามีวิธีการคำนวณ 2 แบบ ดังนี้

1) ทำตามวิธีที่กล่าวข้างต้นจาก (4.9) ถึง (4.11)

จำนวนสินค้า j ที่เหมาะสม จะได้จาก

$$x_j^* = d_j(A)$$

$$x_j^* = d_j \left[A - \sum_{k=1}^{j-1} w_k x_k^* \right]$$

2) เปลี่ยนตัวแบบของปัญหา (4.8) ให้มีตัวแบบ (4.1) นั่นคือ กำหนดตัวแปรตัดสินใจ

$$y_j = w_j x_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

ตัวแบบ (4.8) จะเปลี่ยนเป็น

$$\text{ค่าสูงสุดของ } \sum_{j=1}^n g_j(y_j)$$

$$\text{โดยมีข้อจำกัด } \sum_{j=1}^n y_j \leq A$$

$$y_j = 0, 1, 2, \dots, \text{ ทุก } j$$

$$\text{ในเมื่อ } g_j(y_j) = v_n [y_j/w_j]$$

ตัวอย่างที่ 4.4 จงหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาในตัวอย่าง 3.2 ด้วยวิธีการของโปรแกรมพลวัต

วิธีทำ วิธีที่ 1 จากตัวแบบของปัญหาในตัวอย่าง 3.2

เราใช้ขั้นตอน j แทนสินค้าชนิดที่ j , $j = 1, 2, 3$ ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ขั้นตอนที่ 3

$$f_3(x) = 48x_3, x_3 \leq [x/2], x = 0,1,2, \dots, 10$$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f ₃ (x)	0	0	48	48	96	96	144	144	192	192	240
d ₃ (x)	0	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5

ตารางที่ 2 ขั้นตอนที่ 2

$$f(x) = \begin{cases} \text{ค่าสูงสุด} & [112x + f_3(x - 4x_2)] \\ 0 \leq x_2 \leq [x/4] \\ x = 0,1, \dots, 10 \end{cases}$$

x \ x ₂	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	48	48	96	96	144	144	192	192	240
1					112	112	160	160	208	208	256
2									224	224	272
f ₂ (x)	0	0	48	48	112	112	160	160	224	224	272
d ₂ (x)	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2

ตารางที่ 3 ขั้นตอนที่ 1

$$f_1(10) = \begin{cases} \text{ค่าสูงสุด} & [80x_1 + f_2(10 - 3x_1)] \\ x_1 = 0,1,2,3 \end{cases}$$

x ₁ \ x	0	1	2	3	f ₁ (x)	d ₁ (x)
10	272	240	272	240	272	0 หรือ 2

จะเห็นว่า

$$\text{เมื่อ } x_1^* = d_1(10) = 0 \quad \text{จะได้ } x_2^* = d_2(10-0) = 2, \quad x_3^* = d_3(10-0-4 \times 2) = 1$$

$$\text{เมื่อ } x_1^* = d_1(10) = 2 \quad \text{จะได้ } x_2^* = d_2(10-3 \times 2) = 1, \quad x_3^* = d_3(10-6-4) = 0$$

สรุปได้ว่า นายไทยควรจะนำสินค้าชนิดที่ 2 ไป 2 หน่วย ชนิดที่ 3 ไป 1 หน่วย หรือนำสินค้าชนิดที่ 1 2 หน่วย รวมกับสินค้าชนิดที่ 2 อีก 1 หน่วย จะทำให้ได้กำไร 272 บาท น้ำหนักสินค้าทั้งหมด 10 กก.

การบ้านให้นักศึกษาพิจารณาว่า หากนายไทยต้องการได้กำไรอย่างน้อย 240 โดยมีความประสงค์ว่าจะนำสินค้าติดตัวไป มีน้ำหนักรวมกันน้อยที่สุด เขาควรจัดการอย่างไร จึงจะเหมาะสมที่สุด

(คำตอบนำไปทุกชนิดอย่างละ 1 หน่วย หรือเอาไปเฉพาะชนิดที่ 3 อย่างเดียว 3 หน่วย)

ให้นักศึกษาหาคำตอบของตัวอย่างนี้ ตามวิธีการที่ 2 ในที่นี้เราจะได้ตารางของ $g_j(y_j)$ ดังนี้

y_j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$g_1(y_1) = 80[y_1/3]$	0	0	0	80	80	80	160	160	160	240	240
$g_2(y_2) = 112[y_2/4]$	0	0	0	0	112	112	112	112	224	224	224
$g_3(y_3) = 48[y_3/2]$	0	0	48	48	96	96	144	144	192	192	240

4.4 ปัญหาเกี่ยวกับการกำหนดงานการผลิต (Scheduling Problem)

ให้เรามาศึกษาปัญหาสินค้าหรือวัสดุคงคลังอย่างง่าย ที่ใช้ในการกำหนดงานการผลิต สินค้าหรือการสั่งซื้อวัสดุอุปกรณ์มาใช้ในการผลิต ในช่วงระยะเวลาการผลิตที่แบ่งเป็นงวด ๆ n งวด การกะประมาณสินค้าให้พอดีกับจำนวนอุปสงค์ของสินค้าที่คาดคะเนไว้หรือตามใบสั่งซื้อ ขึ้นอยู่กับจำนวนที่ผลิตหรือจำนวนวัสดุที่ต้องสั่งซื้อ และเวลาที่ใช้ในการผลิต สมมติว่า เรากะเวลาที่ใช้ในการผลิตเหมาะสมแล้ว สิ่งที่ต้องพิจารณาคือ จำนวนสินค้าที่จะผลิตหรือจำนวนวัสดุที่ต้องสั่งซื้อเพื่อการผลิต หากเราสั่งซื้อหรือผลิตจำนวนมาก ต้นทุนในการผลิตหรือซื้อก็จะต่ำ แต่อาจจะมีวัสดุหรือสินค้าคงเหลือจำนวนมาก ทำให้ต้นทุนในการจัดเก็บสูง แต่ถ้าเราสั่งซื้อหรือผลิตจำนวนน้อย เพื่อจะให้ต้นทุนในการจัดเก็บต่ำ ก็อาจทำให้เราผลิตสินค้าไม่พอกับความ

ต้องการ เกิดผลเสียหายมากมาย จึงต้องพิจารณาทั้งปริมาณและค่าใช้จ่ายควบคู่กันไป ดังนั้น เป้าหมายในการกำหนดงานการผลิตก็คือ ต้องการให้มีต้นทุนการผลิตหรือซื้อกับต้นทุนในการจัดเก็บสินค้าหรือวัสดุคงคลังรวมกัน มีค่าต่ำที่สุด โดยมีข้อจำกัดว่า จะต้องมีปริมาณผลิตหรือจำนวนวัสดุอุปกรณ์พอดีกับความต้องการในงวดนั้น ๆ ถือว่า ก่อนการผลิตงวดแรก และหลังการผลิตงวดสุดท้าย จะต้องไม่มีสินค้าหรือวัสดุคงเหลือ นอกจากนี้ จำนวนสินค้าหรือวัสดุคงเหลือหลังการผลิตงวดที่ $i-1$ รวมกับจำนวนสินค้าที่ผลิตหรือวัสดุที่สั่งซื้อมาใช้ในการผลิตงวดที่ i จะต้องมีจำนวนเพียงพอกับจำนวนอุปสงค์ (ความต้องการ) ในงวดที่ i ต้นทุนในการจัดเก็บสินค้าหรือวัสดุคงเหลือ ในงวดที่ i ขึ้นอยู่กับ จำนวนสินค้าหรือวัสดุคงเหลือเมื่อสิ้นสุดการผลิตในงวดที่ i การกำหนดงานการผลิตโดยใช้โปรแกรมพลวัต ทำได้ดังนี้

- ให้
- n = จำนวนงวดการผลิต
 - d_i = จำนวนอุปสงค์ของสินค้าในงวดที่ i
 - $PC_i(j)$ = ค่าใช้จ่ายในการผลิตหรือสั่งซื้อวัสดุ j หน่วยในงวดที่ i
 - $EIC_i(j)$ = ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บสินค้าหรือวัสดุ j หน่วย เมื่อสิ้นสุดการผลิตงวดที่ i
 - K = จำนวนสินค้าหรือวัสดุคงเหลือก่อนการผลิตในแต่ละงวด
 - $f_i(K)$ = นโยบายเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายที่เหมาะสมของการผลิตงวดที่ i
 - $x_i(K)$ = จำนวนสินค้าที่ผลิตหรือจำนวนวัสดุที่สั่งซื้อที่เหมาะสมของงวดที่ i

การคำนวณเริ่มต้นด้วย

$$f_n(K) = PC_n(d_n - K) \quad K = 0, 1, \dots, d_n - 1$$

$$x_n(K) = d_n - K \quad K = 0, 1, \dots, d_n - K$$

ความสัมพันธ์ต่อเนื่องคือ

$$f_i(K) = \underset{a \leq Z \leq b}{\text{ค่าต่ำสุด}} [PC_i(Z) + EIC_i(K + Z - d_i) + f_{i+1}(K + Z - d_i)]$$

$$\text{ในเมื่อ } a = \text{ค่าสูงสุด } (0, d_i - K) \text{ และ } b = \sum_{j=i}^n d_j - K$$

$$x_i(K) = \text{ค่าของ } Z \text{ ที่มีค่าใช้จ่ายที่เหมาะสม } f_i(K)$$

ตัวอย่างที่ 4.5 บริษัทประกอบรถยนต์ ได้รับใบสั่งซื้อรถยนต์ใน 3 เดือนข้างหน้า เป็นจำนวน 3, 2 และ 4 คันตามลำดับ การผลิตรถยนต์แต่ละคันจะต้องใช้ชิ้นส่วนประกอบที่สำคัญ ซึ่งบริษัท

จะต้องสั่งซื้อจากที่อื่น ในราคาชิ้นละ 240 บาท การสั่งซื้อแต่ละครั้งต้องเสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ 800 บาท ชิ้นส่วนประกอบนี้ต้องการการเก็บรักษาเป็นพิเศษ จึงมีค่าเก็บรักษาค่อนข้างแพง เมื่อเทียบกับราคาของมัน ค่าจัดเก็บชิ้นส่วนคงคลังต่อเดือนต่อชิ้น เท่ากับ 160 บาท ดังนั้น ก่อนการผลิตในเดือนแรก และภายหลังการผลิตในเดือนที่ 3 จึงไม่มีชิ้นส่วนประกอบนี้เหลืออยู่ เพื่อให้การผลิตได้ครบจำนวนและทันความต้องการของลูกค้า บริษัทควรวางแผน ในการสั่งซื้อชิ้นส่วนนี้อย่างไรจึงจะดีที่สุด

วิธีทำ ในที่นี้ เรามีค่าใช้จ่าย 2 ประเภท คือ

ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อชิ้นส่วนประกอบ j ชิ้น ในเดือนที่ i เท่ากับ

$$PC_i(j) = 800 + 240j, \quad j = 0, 1, \dots, 9$$

ค่าใช้จ่ายในการจัดเก็บชิ้นส่วน j ชิ้น หลังการผลิตเดือนที่ i เท่ากับ

$$EIC_i(j) = 160j, \quad j = 0, 1, \dots, 6$$

j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$PC_i(j)$	0	1040	1280	1520	1760	2000	2240	2480	2720	2960
$EIC_i(j)$	0	160	320	480	640	800	960			

กำหนดการสั่งซื้อเดือนที่ i เป็นขั้นตอน $i, i = 1, 2, 3$

ขั้นตอนที่ 3 เราเริ่มต้นการสั่งซื้อของเดือนที่ 3 ถือว่า ต้นเดือนนี้มีชิ้นส่วนคงเหลือให้นำมาใช้ได้ K ชิ้น โดยเหตุที่บริษัทต้องการผลิตรถยนต์ 4 คัน จำนวนชิ้นส่วนจึงต้องมีพอเพียงกับจำนวนรถที่จะผลิต และเมื่อสิ้นสุดการผลิตจะต้องไม่มีชิ้นส่วนเหลืออยู่ ดังนั้น $K = 0, 1, 2, 3$ หรือ 4 ชิ้น และบริษัทต้องสั่งซื้อชิ้นส่วนประกอบนี้เพิ่มเข้ามาอีก $4 - K$ ชิ้น ต้นทุนในการซื้อ รวมทั้งราคาของ จะเท่ากับ

$$f_3(K) = PC_3(4 - K), \quad K = 0, 1, 2, 3, 4$$

จำนวนสั่งซื้อที่เหมาะสม $x_3(K) = 4 - K$

K	0	1	2	3	4
$f_3(K)$	1760	1520	1280	1040	0
$x_3(K)$	4	3	2	1	0

ขั้นตอนที่ 2 พิจารณาจำนวนชิ้นส่วนประกอบที่จะสั่งซื้อในเดือนที่ 2 เพื่อนำมาใช้ในการผลิตของเดือนที่ 2 และ 3 ในเดือนที่ 2 นี้ บริษัทต้องผลิตรถให้ได้ 2 คัน ก่อนการผลิตบริษัทมีชิ้นส่วนประกอบในสต็อก K ชิ้น ด้วยเหตุที่ต้นทุนในการสั่งซื้อสูงมาก ดังนั้น บริษัทอาจจะสต็อกชิ้นส่วนประกอบให้เพียงพอกับการผลิตรถยนต์ในเดือนที่ 2 และ 3 ก็ได้ นั่นคือ $K \leq 6$ ถ้า Z เป็นจำนวนชิ้นส่วนประกอบที่บริษัทสั่งเข้ามาเมื่อเริ่มการผลิตเดือนที่ 2

$$\text{จำนวนชิ้นส่วนที่เหลือของเดือนนี้} = K + Z - 2$$

$$\text{จะได้ } f_2(K) = \underset{a \leq Z \leq 6-K}{\text{ค่าต่ำสุด}} [PC_2(Z) + EIC_2(K + Z - 2) + f_3(K + Z - 2)]$$

$$\text{ในเมื่อ } a = \text{ค่าสูงสุด } (0, 2 - K)$$

สรุปผลที่ได้ในตารางที่ 2 ดังนี้

Z \ K	$PC_2(Z) + EIC_2(K + Z - 2) + f_3(K + Z - 2)$							$f_2(K)$	$x_2(K)$
	0	1	2	3	4	5	6		
0			3,040	3,200	3,360	3,520	2,880	2,880	6
1		2,800	2,960	3,120	3,280	2,640		2,640	5
2	1,760	2,720	2,880	3,040	2,400			1,760	0
3	1,680	2,640	2,800	2,160				1,680	0
4	1,600	2,560	1,920					1,600	0
5	1,520	1,680						1,520	0
5	640							640	0

ขั้นตอนที่ 1 พิจารณาจำนวนชิ้นส่วนประกอบที่จะสั่งซื้อในเดือนแรก เพื่อนำมาใช้ในการผลิตทั้ง 3 เดือน ก่อนการผลิต ไม่มีจำนวนชิ้นส่วนในสต็อกเลย นั่นคือ $K = 0$ แต่บริษัทอาจสั่งซื้อชิ้นส่วนมาเตรียมไว้เพื่อให้เพียงพอกับการผลิตทั้ง 3 เดือน ก็ได้ นั่นคือ $Z \leq 9$ จะได้

$$f_1(0) = \underset{3 \leq Z \leq 9}{\text{ค่าต่ำสุด}} [PC_1(Z) + EIC_1(Z - 3) + f_2(Z - 3)]$$

สรุปผลที่ได้ในตารางที่ 3 ดังนี้

Z \ K	3	4	5	6	7	8	9	$f_1(0)$	$x_1(0)$
0	4,400	4,560	4,080	4,400	4,720	5,040	4,560	4,080	5

จากตารางที่ 3 จะเห็นได้ว่า $x_1(0) = 5$ ซึ่งทำให้ $K = 2$ (ตารางที่ 2) และ $x_2(2) = 0$ ซึ่งทำให้ $K = 0$ (ตารางที่ 1) และ $x_3(0) = 4$

สรุปได้ว่า บริษัทควรสั่งซื้อชิ้นส่วนประกอบในต้นเดือนแรก 5 ชิ้น เพื่อใช้ในการผลิตรถยนต์ของเดือนแรก และเดือนที่ 2 และสั่งซื้อในต้นเดือนที่ 3 เพื่อใช้ในการผลิตของเดือนนี้ 4 ชิ้น เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดเท่ากับ 4,080 บาท

ตัวอย่างที่ 4.6 จากสถิติการขายในแต่ละปี ทำให้นายพานิชสามารถพยากรณ์จำนวนอุปสงค์สินค้าใน 4 เดือนแรกของปีหน้าได้ดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.
จำนวนอุปสงค์ (ลอต)	40	40	30	20

นายพานิชต้องการวางแผนในการสั่งซื้อและสต็อกสินค้าไว้ในช่วง 4 เดือนนี้ การสั่งซื้อในแต่ละครั้ง ต้องเสียค่าใช้จ่าย 30 บาท โรงงานคิดค่าบริการในการส่งแต่ละครั้ง 120 บาท และคิดราคาสินค้าชิ้นละ 60 บาท การสั่งซื้อสินค้าต้องสั่งเป็นลอต แต่ละลอตจะมี 10 ชิ้น โรงงานมีส่วนลดตามจำนวนลอต ดังนี้

จำนวนลอต	1	2	3	4	5
% ส่วนลด	5	5	10	20	25

ในแต่ละเดือน นายพานิชมีสถานที่เก็บสินค้าคงคลังได้ไม่เกิน 40 ชิ้น เสียค่าเก็บรักษาชิ้นละ 3 บาทต่อเดือน นายพานิชควรสั่งซื้อและเก็บสินค้าคงคลังอย่างไร จึงจะเสียค่าใช้จ่ายในช่วง 4 เดือนนี้ต่ำสุด ถ้าการสั่งซื้อในแต่ละครั้งจะไม่เกิน 5 ลอตและก่อน 1 ม.ค. กับหลัง 30 เม.ย. ไม่มีสินค้าค้างสต็อก

วิธีทำ ค่าใช้จ่ายในการเก็บสินค้าคงคลัง j ลот, $j \leq 4$ ในเดือนที่ i และค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อสินค้า j ลотในเดือนที่ i , $i = 1, 2, 3, 4$ $EIC_i(j) = 3 \times 10j$ และ

$$PC_i(j) = 30 + 120 + 60 \times 10j - 60 \times 10j \times \frac{d}{100} \text{ บาท}$$

เมื่อ $d = \% \text{ ส่วนลด}$

# am (j)	$PC_i(j)$	$EIC_i(j)$
1	$150+600- 600 \times .05 = 720$	30
2	$150+1200-1200 \times .05 = 1290$	60
3	$150+1800- 1800 \times .10 = 1770$	90
4	$150+2400- 2400 \times .20 = 2070$	120
5	$150+3000- 3000 \times .25 = 2400$	—

กำหนดเดือน ม.ค., ก.พ., มี.ค. และ เม.ย. ตามลำดับ เป็นขั้นตอนที่ 1, 2, 3 และ 4
 K เป็นจุดหมายแสดงถึงจำนวนลوتของสินค้าคงคลัง, $K \leq 4$
 Z เป็นตัวแปรแสดงถึงจำนวนลوتสินค้าที่ซื้อ, $Z \leq 5$
 เริ่มต้นจากขั้นตอนที่ 4 (เดือน เม.ย.)

จำนวนอุปสงค์ของสินค้าในเดือนนี้ = 20 ชิ้น หรือ 2 ลอต
 หลัง 30 เม.ย. ไม่มีสินค้าคงคลัง ดังนั้น

$$Z + K \leq 2, \quad K = 0, 1, 2$$

$$f_4(K) = PC_i(2-K)$$

$$x_4(K) = 2 - K$$

K	0	1	2
$f_4(K)$	1290	720	0
$x_4(K)$	2	1	0

ขั้นตอนที่ 3 (เดือน มี.ค.)

จำนวนอุปสงค์ของสินค้าในเดือนนี้ = 30 ชิ้น หรือ 3 ลอต
 หลัง 31 มี.ค. จะต้องมีสินค้าคงคลังไม่เกิน 2 ลอต ดังนั้น

$$3 \leq K+Z \leq 5, K = 0,1,2,3,4; Z = 0,1,2,3,4,5$$

$$f_3(K) = \begin{matrix} \text{ค่าต่ำสุด} \\ 3 \leq K+Z \leq 5 \end{matrix} [PC_3(Z) + EIC_3(K+Z-3) + f_4(K+Z-3)]$$

Z \ K	0	1	2	3	4	5	$f_3(K)$	$x_3(K)$
0			---	3060	2820	2460	2460	5
1		---	2580	2520	2130	---	2130	4
2		---	2010	2040	1830	---	1830	3
3	1290	1470	1350				1290	0
4	750	780	---	---	---	---	750	0

ขั้นตอนที่ 2 (เดือน ก.พ.)

จำนวนสินค้าในเดือนนี้เท่ากับ 40 ชิ้น หรือ 4 ลอต สินค้าเดือน ก.พ. มีสินค้าคงคลังได้ 4 ลอต ดังนั้น

$$4 \leq K+Z \leq 8, K = 0,1,2,3,4; Z = 0,1,2,3,4,5$$

$$f_2(K) = \begin{matrix} \text{ค่าต่ำสุด} \\ 4 \leq K+Z \leq 8 \end{matrix} [PC_2(Z) + EIC_2(K+Z-4) + f_3(K+Z-4)]$$

Z \ K	0	1	2	3	4	5	$f_2(K)$	$x_2(K)$
0				---	4530	4560	4530	4
1		---	---	4230	4230	4290	4230	3 หรือ 4
2			---	3750	3930	3960	3750	2
3	---	3180	3450	3660	3450	3270	3180	1
4	2460	2880	3180	3150	2940	---	2460	0

ขั้นตอนที่ 1 (เดือน ม.ค.)

ก่อนวันที่ 1 ม.ค. ไม่มีสินค้าคงคลัง ($K = 0$) จำนวนอุปสงค์ในเดือนนี้เท่ากับ 40 ชิ้น หรือ 4 ลอต ดังนั้น $Z = 4$ หรือ 5

$$f_1(0) = \text{ค่าต่ำสุด}_{z=4,5} [PC_1(Z) + EIC_1(Z-4) + f_2(Z-4)]$$

Z \ K	4	5	$f_1(0)$	$x_1(0)$
0	6600	6660	6600	4

สรุปว่า สั่งสินค้าในเดือนมกราคม 40 ชิ้น เดือนกุมภาพันธ์ 40 ชิ้น เดือนมีนาคม 50 ชิ้น ไม่สั่งซื้อในเดือนเมษายน

ค่าใช้จ่ายในการซื้อและเก็บสินค้าคงคลัง = 6,600 บาท

4.5 ปัญหาการแทนที่ (Replacement Problem)

การทำกิจกรรมใดที่ต้องอาศัยเครื่องมือช่วย เช่น การใช้เครื่องจักร เครื่องยนต์ เป็นต้น ปัญหาที่ต้องเผชิญก็คือ เมื่อไรจะต้องมีการซ่อมแซม ซึ่งอาจจะเป็นการแทนที่ชิ้นส่วนบางอย่างของมัน หรืออาจแทนที่ทั้งหมด นั่นคือการเปลี่ยนใหม่นั่นเอง ทั้งนี้เนื่องจากของเหล่านี้ เมื่อใช้ไปนาน ๆ จะเสื่อมคุณภาพ ทำงานได้ไม่เต็มที่ ทำให้กิจกรรมหยุดชะงักบ่อยครั้ง เกิดผลเสียต่อการทำงาน ผลตอบแทนที่ได้นดน้อยลง นอกจากนี้ค่าใช้จ่ายในการบำรุงรักษาจะสูงตามไปด้วย จึงต้องมีนโยบายที่เหมาะสมมาใช้ในการแทนที่ วิธีการพิจารณาหนึ่งก็คือ การใช้โปรแกรมพลวัต

กำหนด $r_i(t)$ = ผลตอบแทนที่ได้ในปีที่ i จากการใช้เครื่องมือปีที่ $(i-t)$ มีอายุใช้งาน t ปี ในปีที่ i

$u_i(t)$ = ค่าบำรุงรักษาในปีที่ i ของเครื่องมือปีที่ $(i-t)$ มีอายุใช้งาน t ปี

$c_i(t)$ = ค่าใช้จ่ายของปีที่ i จากการแทนที่เครื่องมือปีที่ $(i-t)$ มีอายุใช้งาน t ปี

IT = อายุการใช้งานของเครื่องมือนับถึงปีแรกที่น่ามาใช้

$f_i(t)$ = ผลตอบแทนที่ดีที่สุดในปีที่ $i, i+1, \dots, n$ เมื่อเริ่มต้นใช้เครื่องมือที่มีอายุใช้งานแล้ว t ปี ในปีที่ i

$x_i(t)$ = นโยบายที่เหมาะสมในต้นปีที่ i ที่มีผลตอบแทน $f_i(t)$

ทั่วไปจะมีนโยบายให้เลือก 2 ทางคือ แทนที่ใหม่หมด นั่นคือ ซื้อเครื่องมือใหม่มาใช้ กับ ยังคงใช้เครื่องมือชิ้นเดิม การใช้เครื่องมือเดิม มักจะได้ผลตอบแทนลดน้อยลงไปตามอายุใช้งานที่

เพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังต้องเสียค่าบำรุงรักษามาก ส่วนการใช้เครื่องมือใหม่ ผลตอบแทนที่ได้จะสูง ค่าบำรุงรักษาต่ำ แต่เราต้องมีค่าใช้จ่ายในการแทนที่เครื่องมือเดิมด้วย ค่าใช้จ่ายส่วนนี้ขึ้นอยู่กับจำนวนปีใช้งานของเครื่องมือเดิม

ถ้าเราให้ R_K เป็นผลตอบแทนที่คำนวณได้จากการใช้เครื่องมือเดิมในปีที่ $i, i+1, \dots, n$ รวมกัน

$$R_K = r_i(t) - u_i(t) + f_{i+1}(t+1)$$

และ R_P เป็นผลตอบแทนที่คำนวณได้จากการใช้เครื่องมือใหม่ ในปีที่ $i, i+1, \dots, n$ รวมกัน

$$R_P = r_i(0) - u_i(0) - c_i(t) + f_{i+1}(1)$$

จะได้ว่า $f_i(t) =$ ค่าสูงสุด (R_K, R_P) $i = 1, 2, \dots, n; t = 1, \dots, (i-1), (i+1T-1)$

ตัวอย่างที่ 4.7 บริษัทมีเครื่องจักรที่มีอายุใช้งานแล้ว 2 ปี เมื่อเริ่มต้นการทำงานในปี 2529 (ปีที่ 1) บริษัทคาดคะเน อายุ ผลตอบแทน ค่าบำรุงรักษา และค่าแทนที่ ตามปี พ.ศ. ที่ผลิตไว้ดังต่อไปนี้

อายุ	ปี 2527			ปี 2529 (ปี 1)			ปี 2530 (ปี 2)		ปี 2531 (ปี 3)
	2	3	4	0	1	2	0	1	0
ผลตอบแทน	30	20	15	40	35	35	45	40	50
ค่าบำรุงรักษา	9	9	12	3	3	6	3	3	3
ค่าแทนที่	62	65	70	50	55	60	53	55	53

ถ้าต้นปี 2529 บริษัทมีเครื่องจักรที่ผลิตในปี 2527 มาใช้งาน บริษัทควรมีนโยบายเกี่ยวกับการแทนที่เครื่องจักรนี้อย่างไร เมื่อเริ่มต้นการใช้งานเครื่องจักรในปีนี้ และเริ่มต้นการใช้งานในอีก 2 ปีถัดไป

วิธีทำ เริ่มด้วยการพิจารณาว่า ต้นปี 2531 (ปี 3) จะยังคงใช้เครื่องจักรตัวเดิม ที่มีอายุใช้งาน 1 ปี (เครื่องจักรผลิตในปี 2530) 2 ปี (เครื่องจักรผลิตในปี 2529) หรือ 4 ปี (เครื่องจักรผลิตในปี 2527) หรือจะซื้อเครื่องจักรใหม่ (เครื่องจักรที่ผลิตในปี 2531) มาใช้ในปีนี้ นั่นคือ เมื่อ $i = 3, t = 1, 2$ หรือ 4 (ถือว่าผลตอบแทนในปี 2532 ไม่มี)

อายุเครื่องจักร (t)	R_K	R_P	$t_3(t)$	$x_3(t)$
1	40-3	50-3-55	37	ใช้เครื่องเดิม
2	35-6	50-3-60	29	ใช้เครื่องเดิม
4	15-12	50-3-70	3	ใช้เครื่องเดิม

ขั้นตอนต่อไป พิจารณาว่าในต้นปี 2530 (ปี 2) ควรจะมีการแทนที่เครื่องจักรเก่าที่มีอายุใช้งาน 1 ปี (ผลิตในปี 2529) หรือ 3 ปี (ผลิตในปี 2527) หรือไม่ นั่นคือเมื่อ $i = 2, t = 1, 3$ จะได้

อายุเครื่องจักร (t)	R_K	R_P	$f_2(t)$	$x_2(t)$
1	35-3+29	45-3-55+37	61	ใช้เครื่องเดิม
3	20-9+3	45-3-65+37	14	ใช้เครื่องเดิมหรือ ซื้อใหม่

ขั้นตอนสุดท้าย พิจารณาว่า ในต้นปี 2529 ควรจะมีการแทนที่เครื่องจักรเก่าที่ผลิตในปี 2527 หรือไม่ นั่นคือ $i = 1, t = 2$

อายุเครื่องจักร (t)	R_K	R_P	$f_1(2)$	$x_1(2)$
2	30-9+14	40-3-62+61	36	ซื้อใหม่

สรุปได้ว่า ในต้นปี 2529 เราแทนที่เครื่องจักรเก่าที่ผลิตในปี 2527 มาซื้อเครื่องจักรใหม่ที่ผลิตในปีนั้น ต้นปี 2530 เครื่องจักรนี้มีอายุใช้งาน 1 ปี ซึ่งบริษัทยังคงเลือกใช้เครื่องจักรนี้ต่อไป ต้นปี 2531 เครื่องจักรมีอายุใช้งาน 2 ปี ซึ่งบริษัทยังคงตัดสินใจใช้เครื่องจักรนี้ จากนโยบายที่ใช้ในช่วง 3 ปีนี้ทำให้บริษัทได้ผลตอบแทนสูงสุด 36

4.6 ปัญหาการเดินทาง

เป็นการเดินทางของพนักงานขาย ที่จะต้องเลือกเส้นทางที่เหมาะสมที่สุดในการเดินทาง จากจุดต้นทางไปยังปลายทาง ซึ่งมีหลายเส้นทางให้เลือก กำหนดเป็นผังการเดินทางหรือโครงข่าย

ของเส้นทาง ปัญหาก็คือ การพิจารณาเส้นทางที่ปลอดภัยที่สุด ดีที่สุด ที่จะทำให้สามารถเดินทางไป ถึงจุดปลายทางได้โดยเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ในแง่ของบริษัทประกันภัยที่รับประกันชีวิตผู้โดยสาร จะเลือกเส้นทางเดินทางที่จะทำให้เสียค่ากรรมธรรม์ประกันชีวิตต่ำที่สุด ซึ่งค่าใช้จ่ายของกรรมธรรม์ จะขึ้นอยู่กับ การประเมินความปลอดภัยของแต่ละเส้นทาง เส้นทางที่ปลอดภัยที่สุด จะเสียค่า กรรมธรรม์ประกันชีวิตถูกที่สุดด้วย

การใช้โปรแกรมพลวัตกำหนดเส้นทางการเดินทางที่เหมาะสมที่สุด เราจะแบ่งเส้นทาง เป็นระยะ นั่นคือขั้นตอน แต่ละระยะหรือขั้นตอนจะมีจุดหมาย ซึ่งแสดงถึงจุดที่พนักงานขาย หรือผู้โดยสาร กำหนดว่าเป็นจุดที่จะหยุดพัก ระหว่างการเดินทางตามเส้นทางที่จะไป

เราให้ x_i เป็นตัวแปรเกี่ยวกับการตัดสินใจ ซึ่งเป็นจุดหมายที่มี i ขั้นตอนที่เหลือ
 $i = 1, 2, \dots, n$

c_{ij} เป็นค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับการเดินทาง จากจุด i ไปยังจุดหมาย j

$f_i(x, x_i)$ เป็นค่าใช้จ่ายทั้งหมด สำหรับขั้นตอนที่ i กำหนดว่าพนักงานขายหรือ ผู้โดยสารอยู่ที่ x_i

$f_i(x)$ เป็นค่าต่ำสุดของ $f_i(x, x_i)$

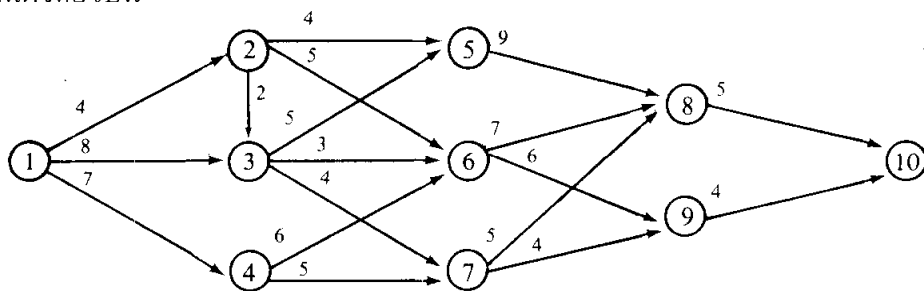
$d_i(x)$ เป็นค่าของ x_i ที่มีค่าใช้จ่ายรวม $f_i(x)$

การคำนวณจะเริ่มต้น $f_n(x) = f_n(x, x_n)$, $x_n = x$

และความสัมพันธ์ต่อเนื่อง ก็คือ

$$\begin{aligned} f_i(x) &= \text{ค่าต่ำสุด } [f_i(x, x_i)] \\ &= \text{ค่าต่ำสุด } [c_{xx_i} + f_{i+1}(x)] \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4.8 พนักงานขายผู้หนึ่ง นำสินค้าไปจำหน่าย ณ ที่แห่งหนึ่ง (จุดที่ 10) เขาเริ่ม ออกเดินทางจากบริษัท (จุดที่ 1) เพื่อไปยังสถานที่ที่ต้องการ ซึ่งมีเส้นทางให้เลือกหลายเส้นทาง ตามแผนผังต่อไปนี้



ค่าใช้จ่ายในการเดินทางจากจุดหนึ่งไปยังอีกจุดหนึ่ง ตามเส้นทางที่มี คือตัวเลขที่กำกับไว้บนเส้นทางระหว่างจุดนั้น ๆ พนักงานขายผู้นี้ ควรเลือกเส้นทางใดจึงจะเหมาะสมที่สุด

วิธีทำ เราแบ่งระยะการเดินทางเป็น 4 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 4 เป็นขั้นตอนสุดท้าย เมื่อพนักงานขายมาถึงจุดที่ 8 หรือ 9 ซึ่งจะมีขั้นตอนเดียวที่เหลืออยู่ อันแสดงว่า เขาเดินทางถึงสถานที่ที่ต้องการ นั่นคือเสร็จสิ้นการเดินทาง ผลที่ได้ในขั้นนี้คือ

x	$f_4(x)$	$d_4(x)$
8	5	10
9	4	10

เมื่อมี 2 ขั้นตอนที่เหลืออยู่ กล่าวคือ เมื่อพนักงานขายอยู่ที่จุด x , $x = 5, 6$ หรือ 7 จุดต่อไปก็ต้องเป็นจุดที่ 8 หรือ 9 ผลที่ได้ตามขั้นตอนนี้คือ

x_3 x	$c_{xx_3} + f_4(x)$		$f_3(x)$	$d_3(x)$
	8	9		
5	14		14	8
6	12	10	10	9
7	10	8	8	8

ขั้นต่อไป พิจารณาว่า พนักงานมี 3 ขั้นตอนเหลืออยู่ กล่าวคือ เมื่อพนักงานขายอยู่ที่จุด 2, 3 หรือ 4 จุดต่อไปก็จะเป็นจุดที่ 5, 6 หรือ 7 ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้ก็คือ

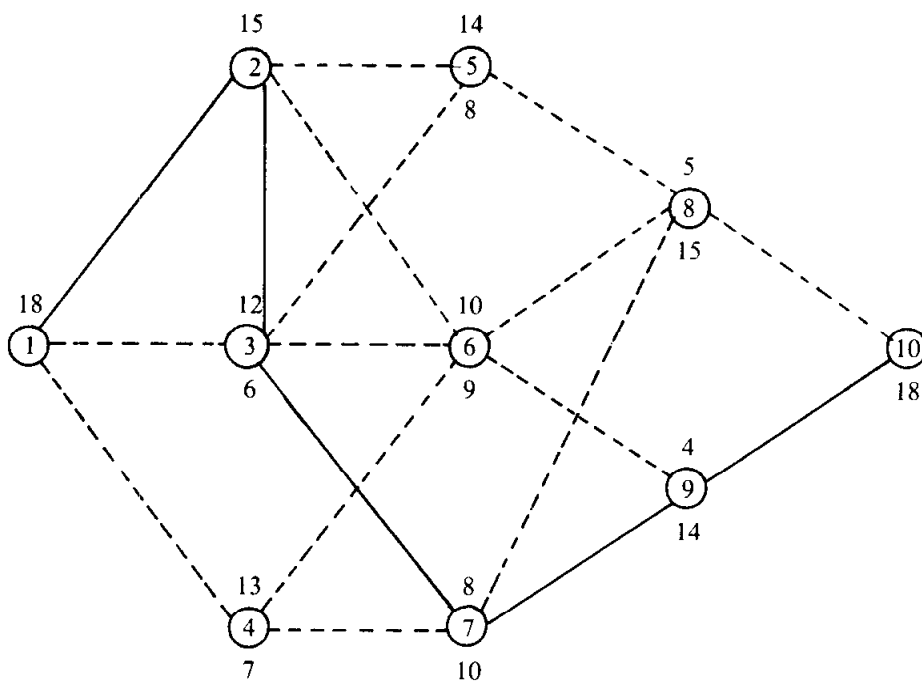
x_2 x	$c_{xx_2} + f_3(x)$			$f_2(x)$	$d_2(x)$
	5	6	7		
2	18	15	—	15	6
3	19	13	12	12	7
4	—	16	13	13	7

ขั้นสุดท้าย เป็นการพิจารณาจากจุดต้นทาง (1) ดังนั้น ค่าใช้จ่ายที่คำนวณได้ จะเป็น ค่าใช้จ่ายทั้งหมดของการเดินทางจากจุดที่ 1 ไปยังจุดที่ 10 นั่นเอง ผลที่ได้ก็คือ

$x_1 \backslash x$	2	$c_{xx_1} + f_2(x)$			$f_1(x)$	$d_1(x)$
1	19	18	20	20	18	23

จากตารางสุดท้าย ซึ่งให้เห็นว่า พนักงานขายควรใช้เส้นทาง 1-2-3 ซึ่งจากตารางที่ 3 จะได้ 3-7 และจากตารางที่ 2 และตารางแรก จะได้ 7-9 และ 9-10 ตามลำดับ

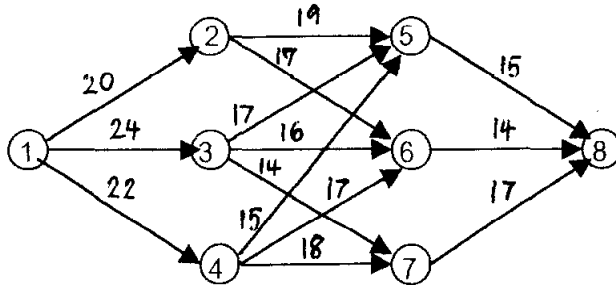
สรุปได้ว่า เส้นทางการเดินทางที่เหมาะสมที่สุด คือ 1-2-3-7-9-10 ซึ่งจะมีค่าใช้จ่าย รวมกันต่ำสุดเท่ากับ 18 แสดงให้เห็นด้วยผังการเดินทาง ดังนี้



เส้นทึบแสดงถึงเส้นทางการเดินทางของพนักงานขาย ตัวเลขบนวงกลมแสดงถึงค่าใช้จ่ายรวมที่ดีที่สุด ค่ารวมแบบย้อนหลัง ส่วนตัวเลขใต้วงกลมได้จากการคำนวณแบบรูดหน้า

แบบฝึกหัดที่ 4

1. จงหาเส้นทางการเดินทางที่ดีที่สุด จากจุดต้นทาง 1 ไปยังจุดปลายทาง 8 โดยมีเส้นทางให้เลือกเดินทาง ที่มีค่าใช้จ่าย(ตัวเลขบนแต่ละเส้นทาง) กำหนดไว้ ดังนี้



การวิเคราะห์จะใช้วิธีการการคำนวณแบบย้อนหลัง โดยที่เป็นเรื่องของค่าใช้จ่าย จึงเป็นปัญหาของค่าต่ำสุด ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาค่า $f_3(x)$ และ $d_3(x)$

x	5	6	7
$f_3(x)$	15	14	17
$d_3(x)$	8	8	8

ขั้นตอน 2 หาค่า $f_2(x)$ และ $d_2(x)$

x	x_2	5	6	7	$f_2(x)$	$d_2(x)$
2		$19+15=34$	$17+14=31$	-	31	6
3		$17+15=32$	$16+14=30$	$14+17=31$	30	6
4		$15+15=30$	$17+14=31$	$18+17=35$	30	5

ขั้นตอน 3 หาค่า $f_1(x)$ และ $d_1(x)$

x	x_1	2	3	4	$f_1(x)$	$d_1(x)$
1		$20+31=51$	$24+30=54$	$22+30=52$	51	2

สรุปผล เส้นทางที่ดีที่สุด คือ

เดินทางจาก 1 ไป 2 จาก 2 ไป 6 จาก 6 ไป 8 จะเสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด 51

2. กระทรวงสาธารณสุขจัดส่งทีมงาน 5 ทีม ไปช่วยในการพัฒนาชนบทที่ล้าหลัง 3 ตำบล แต่จัดส่งในแต่ละตำบลได้มากที่สุด 4 ทีม ให้มีความรู้ในเรื่องการสาธารณสุขเบื้องต้น การโภชนาการ และให้การฝึกอบรมในเรื่องอื่น ๆ ที่จำเป็น โดยมีเป้าหมายที่จะให้ได้ประสิทธิผลของการดำเนินงาน มากที่สุด การวัดประสิทธิผลของการดำเนินงาน ดูจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนปีที่คนมีอายุยืนขึ้น ซึ่งคาดหมายไว้ดังนี้

# ทีมที่ส่งไป	ผลรวมของจำนวนปีที่คนอายุยืนขึ้น(พันปี)		
	ตำบล 1	ตำบล 2	ตำบล 3
0	0	0	0
1	40	30	50
2	65	60	70
3	98	90	95
4	132	120	125

กระทรวงสาธารณสุขควรจัดสรรทีมงานให้แต่ละตำบลอย่างไร จึงจะดีที่สุด

- 2.1 จงแสดงการคำนวณแบบรูดหน้า ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

- ก) ขั้นตอนที่ 1 หาค่า $f_1(x)$ และ $d_1(x)$ ทุกค่า x
- ข) ขั้นตอนที่ 2 หาค่า $f_2(x)$ และ $d_2(x)$ เมื่อ $x = 4, 5$
- ค) ขั้นตอนที่ 3 หาค่า $f_3(x)$ และ $d_3(x)$ เมื่อ $x = 5$
- ง) สรุปผล

- 2.2 ถ้ากำหนดว่า จะต้องจัดส่งไปตำบลที่สอง อย่างน้อยที่สุด 1 ทีม การจัดสรรทีมงานที่ดีที่สุด จะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ อย่างไร

ในข้อ 2.1 เราจะวิเคราะห์ตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ให้ x_j เป็นจำนวนทีมงานที่ส่งไปตำบล j , $j=1,2,3$

และ $g_j(x)$ เป็นผลรวมของจำนวนปีที่คนมีอายุยืนยาวขึ้น ภายหลังการส่งทีมงานไป x_j ทีม

ขั้นตอนที่ 1 หาค่า $f_1(x) = g_1(x_1)$, $x_1 = x = 0,1,2,3,4,5$, $x_1 \leq 4$

และ $d_1(x) = x_1$

x	0	1	2	3	4	5
$f_1(x)$	0	40	65	98	132	132
$d_1(x)$	0	1	2	3	4	4

ขั้นตอน 2. หาค่า $f_1(x) = \text{หาค่าสูงสุด } \{g_2(x_2) + f_1(x-x_2)\}$, $x=4,5$
 $x_2 \leq 4$
 และ $d_1(x) = \text{ค่าของ } x_2 \text{ ที่ให้ค่า } f_1(x)$

x	x_2	0	1	2	3	4	$f_1(x)$	$d_1(x)$
4		132	128	125	130	120	132	0
5		132	162	158	155	160	162	1

ขั้นตอน 3. หาค่า $f_2(x) = \text{หาค่าสูงสุด } \{g_3(x_3) + f_2(x-x_3)\}$, $x=5$
 $x_3 \leq 4$

และ $d_2(x) = \text{ค่าของ } x_3 \text{ ที่ให้ค่า } f_2(x)$

x	x_3	0	1	2	3	4	$f_2(x)$	$d_2(x)$
5		162	182	170	165	165	182	1

$d_2(x) = 1$ แสดงว่า $x_3 = 1$ และ $f_2(x-x_3) = f_2(5-1) = f_2(4)$ ให้ค่า $d_2(4) = x_2 = 0$ ดังนั้น

$f_1(x-x_2) = f_1(4-0) = f_1(4)$ ให้ค่า $d_1(4) = x_1 = 4$

สรุปว่าการจัดสรรทีมงานที่ดีที่สุด คือ

จัดส่งทีมงานไปตำบลที่ 1 4 ทีม ไปตำบลที่ 3 1 ทีม ตำบลที่ 2 ไม่จัดส่งไป คาดว่า จะทำให้คนในสามตำบลนี้มีอายุยืนยาวรวมกัน 182 พันปี

ถ้ากำหนดว่า จะต้องจัดส่งไปตำบลที่สองอย่างน้อยที่สุด 1 ทีม การคำนวณในขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 จะเปลี่ยนแปลงดังนี้

ขั้นตอน 2. หาค่า $f_2(x) = \text{หาค่าสูงสุด } \{g_2(x_2) + f_1(x-x_2)\}$, $x=1,2,3,4,5$
 $x_2 = 1, 2, 3, 4$

และ $d_2(x) = \text{ค่าของ } x_2 \text{ ที่ให้ค่า } f_2(x)$

x	x_2	1	2	3	4	$f_2(x)$	$d_2(x)$
1		30				30	1
2		70	60			70	1
3		95	100	90		100	2
4		128	125	130	120	130	3
5		162	158	155	160	162	1

ขั้นตอน 3 หาค่า $f_3(x) = \text{หาค่าสูงสุด } \{g_3(x_3) + f_2(x-x_3)\}$, $x=5$
 $x_3 \leq 4$

และ $d_3(x) = \text{ค่าของ } x_3 \text{ ที่ให้ค่า } f_3(x)$

$x \backslash x_3$	0	1	2	3	4	$f_3(x)$	$d_3(x)$
5	162	180	170	165	155	180	1

$d_3(x) = 1$ แสดงว่า $x_3 = 1$ และ $f_2(x-x_3) = f_2(5-1) = f_2(4)$ ให้ค่า $d_2(4) = x_2 = 3$ ดังนั้น

$f_1(x-x_2) = f_1(4-3) = f_1(1)$ ให้ค่า $d_1(1) = x_1 = 1$

สรุปว่า การจัดสรรที่มงานที่ดีที่สุด จะเปลี่ยนแปลง ดังนี้

จัดส่งที่มงานไปตำบลที่ 1 1 ทีม ไปตำบลที่ 2 3 ทีม และ ส่งไปตำบลที่ 3 1 ทีม คาดว่า จะทำให้คนในสามตำบลนี้มีอายุยืนยาวรวมกัน 180 พันปี

3. บริษัทประกอบการผลิตและจำหน่ายผลิตภัณฑ์เอ ต้องการวางแผนการผลิตและจำหน่าย ในสามเดือนข้างหน้า ให้เพียงพอกับจำนวนอุปสงค์และความจุของสถานที่เก็บผลิตภัณฑ์ ในแต่ละเดือน บริษัทสามารถผลิตผลิตภัณฑ์ได้เต็มที่ 5 หน่วย และสถานที่เก็บผลิตภัณฑ์ คงเหลือในแต่ละเดือนมีความจุ 3 หน่วย ต้นทุนการผลิตต่อหน่วย เท่ากับ 1,500 บาท ในการผลิตแต่ละเดือน จะต้องเสียค่าใช้จ่ายในการเตรียมการ 4,200 บาท ผลิตภัณฑ์ที่ จำหน่ายไม่หมดในเดือนนั้น จะต้องเสียค่าเก็บรักษา 700 บาทต่อหน่วย ถ้าจำนวนอุปสงค์ของผลิตภัณฑ์ในสามเดือนข้างหน้า ตามลำดับ เป็น 2, 3 และ 3 หน่วย เริ่มต้นการผลิตในเดือนแรกและสิ้นสุดการผลิตเดือนที่สาม ไม่มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ บริษัทควรจัด ตารางการผลิตและผลิตภัณฑ์คงเหลือในแต่ละเดือนอย่างไร จึงจะดีที่สุด

ปัญหาข้อนี้เกี่ยวกับเรื่องค่าใช้จ่าย ดังนั้นการจัดตารางการผลิตและเตรียมผลิตภัณฑ์คงเหลือ ในแต่ละเดือนให้เกิดผลดีที่สุด จึงเป็นการจัดที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายทุกประเภทรวมกัน ต่ำสุด โดยที่การผลิตในเดือนแรกและสิ้นสุดการผลิตเดือนที่สาม ไม่มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ ดังนั้น ผลิตภัณฑ์คงเหลือในต้นเดือนแรกจึงไม่มี และผลิตภัณฑ์คงเหลือในต้นเดือนที่สามรวมกับ ปริมาณที่จะผลิตในเดือนนี้ควรจะจำหน่ายหมดพอดี นั่นคือ เท่ากับจำนวนอุปสงค์ของเดือนที่ สาม เราจึงควรกำหนดตัวแปรตัดสินใจ เขียนตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และ วิเคราะห์หาค่า ตอบได้ ดังต่อไปนี้

บริษัทวางแผนการผลิตและจัดเก็บผลิตภัณฑ์เอในสามเดือนข้างหน้า ดังนี้

ในเดือนแรก ผลิตผลิตภัณฑ์เอ x_1 หน่วย ให้มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ l_2 หน่วย
 เดือนที่สอง ผลิตผลิตภัณฑ์เอ x_2 หน่วย ให้มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ l_3 หน่วย
 เดือนที่สาม ผลิตผลิตภัณฑ์เอ x_3 หน่วย ไม่มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ

$$\text{ให้ } c_j(x_j) = 0, x_j = 0 \\ = 4200 + 1500x_j \text{ อื่นๆ ทุกค่า } j = 1, 2, 3$$

$$\text{หาค่าต่ำสุด } Z = c_1(x_1) + c_2(x_2) + c_3(x_3) + 700l_2 + 700l_3$$

โดยมีข้อจำกัด

$$x_1 - l_2 = 2$$

$$x_2 + l_2 - l_3 = 3$$

$$x_3 + l_3 = 3$$

$$x_1 \leq 5$$

$$x_2 \leq 5$$

$$x_3 \leq 3$$

$$l_2 \leq 3$$

$$l_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3, l_2, l_3 \geq 0$$

การวิเคราะห์ ใช้วิธีการโปรแกรมพลวัตแบบย้อนหลัง ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 3 หาค่า $f_3(l_3) = c_3(3 - l_3)$ และ $d_3(l_3) =$ ค่าของ x_3 ที่ดีที่สุด $= 3 - l_3$

$$\text{ในเมื่อ } x_3 = 3 - l_3, 0 \leq x_3, l_3 \leq 3$$

l_3	0	1	2	3
$f_3(l_3)$	8700	7200	5700	0
$d_3(l_3)$	3	2	1	0

ขั้นตอนที่ 2 หาค่า $f_2(l_2) =$ ค่าต่ำสุด $\{c_2(x_2) + 700(x_2 + l_2 - 3) + f_3(x_2 + l_2 - 3)\}$

$$\text{และ } d_2(l_2) = \text{ค่าของ } x_2 \text{ ที่ให้ค่า } f_2(l_2)$$

$$\text{ในเมื่อ } x_2 + l_2 = 3, 4, 5, x_2 \leq 5, l_2 \leq 3$$

l_2	x_2	$c_2(x_2) + 700(x_2+l_2-3) + f_3(x_2+l_2-3)$	$f_2(l_2)$	$d_2(l_2)$
0	3	$8700 + 8700 = 17400$	17400	$d_2(0) = 3$
	4	$10200 + 700 + 7200 = 18100$		
	5	$11700 + 1400 + 5700 = 18800$		
1	2	$7200 + 8700 = 15900$	13800	$d_2(1) = 5$
	3	$8700 + 700 + 7200 = 16600$		
	4	$10200 + 1400 + 5700 = 17300$		
	5	$11700 + 2100 + 0 = 13800$		
2	1	$5700 + 8700 = 13400$	12300	$d_2(2) = 4$
	2	$7200 + 700 + 7200 = 15100$		
	3	$8700 + 1400 + 5700 = 15800$		
	4	$10200 + 2100 = 12300$		
3	0	$8700 = 8700$	8700	$d_2(3) = 0$
	1	$5700 + 700 + 7200 = 13600$		
	2	$7200 + 1400 + 5700 = 11300$		
	3	$8700 + 2100 = 10800$		

ขั้นตอนที่ 1 หาค่า $f_1(l_1) =$ ค่าต่ำสุด $\{c_1(x_1) + 700(x_1-2) + f_2(x_1-2)\}$ ในเมื่อ $x_1 = 2,3,4,5$

และ $d_1(l_1) =$ ค่าของ x_1 ที่ให้ค่า $f_1(l_1)$, $l_1 = 0$

x_1	$c_1(x_1) + 700(x_1-2) + f_2(x_1-2)$	$f_1(l_1)$	$d_1(l_1)$
2	$7200 + 17400 = 24600$	22500	5
3	$8700 + 700 + 13800 = 23200$		
4	$10200 + 1400 + 12300 = 23900$		
5	$11700 + 2100 + 8700 = 22500$		

ในที่นี้ เราได้ $f_1(l_1) = 22.500$ เป็นค่าใช้จ่ายต่ำสุด โดยมี $d_1(l_1) = 5$ แสดงว่า $x_1 = 5$ ดังนั้น

$l_2 = 5 - 2 = 3$ และ $d_2(3) = 0$ แสดงว่า $x_2 = 0$ ดังนั้น $l_3 = 0 + 3 - 3 = 0$ และ $d_2(0) = 3$

แสดงว่า $x_3 = 0$

สรุปได้ว่า บริษัทควรผลิตผลิตภัณฑ์เอ ในเดือนแรก 5 หน่วย จะมีผลิตภัณฑ์คงเหลือสิ้นเดือนแรก 3 หน่วย จึงไม่ผลิตในเดือนที่สอง และสิ้นเดือนที่สองจะไม่มีผลิตภัณฑ์คงเหลือ ในเดือนที่สามบริษัทผลิต 3 หน่วย จำหน่ายหมดพอดี บริษัทจะเสียค่าใช้จ่ายในการผลิตและเก็บผลิตภัณฑ์คงเหลือในสามเดือนนี้ เท่ากับ 22,500 บาท

4. นายรามใช้เวลา นอกเวลางานในวันจันทร์ถึงศุกร์ ทำหน้าที่เป็นที่ปรึกษาทางด้านวิเคราะห์ระบบงาน มีบริษัท 3 แห่ง ต้องการให้นายรามช่วยงานด้านนี้ โดยมีค่าตอบแทนตามจำนวนวันที่นายรามไปทำงานให้ ดังนี้

จำนวนวัน	ค่าตอบแทน (พันบาท)		
	บริษัท ก	บริษัท ข	บริษัท ค
0	0	0	0
1	2	2.5	3
2	5	5.0	6
3	8	7.5	8
4	10	10.0	11
5	12	12.5	13

นายรามควรแบ่งการทำงานอย่างไร จึงจะทำให้เขาได้ค่าตอบแทนต่อสัปดาห์มากที่สุด

ถ้านายรามกำหนดการทำงานว่า จะต้องไปช่วยงานแต่ละบริษัท อย่างน้อยที่สุด 1 วัน

เขาควรจัดสรรเวลาการทำงานอย่างไร จึงจะดีที่สุด

5. นายเกษมมีรถบรรทุกสินค้า ซึ่งมีความจุ 18 ลูกบาศก์เมตร มีสินค้า 3 ชนิด ที่นายเกษมจะรับไปส่งให้ลูกค้า ค่าตอบแทนและขนาดของสินค้าแต่ละชนิด มีดังนี้

ชนิดสินค้า	ค่าตอบแทน(ร้อยบาท/หน่วย)	ขนาด(ม ³ /หน่วย)
1	6	2
2	18	5
3	30	8

นายเกษมควรรับส่งสินค้าใด ในปริมาณเท่าใด จึงจะได้ค่าตอบแทนมากที่สุด

6. โรงงานวางแผนการผลิตในเดือนหน้า แยกเป็นสัปดาห์ โดยกำหนดว่า ในแต่ละสัปดาห์จะผลิตสินค้าไม่เกิน 5 ลอต และให้มีสินค้าคงคลังได้ไม่เกิน 3 ลอต แต่ตอนปลายเดือน(สิ้นสัปดาห์ที่ 4) จะต้องไม่มีสินค้าคงคลัง ถ้าค่าใช้จ่ายในการเตรียมการผลิตในแต่ละสัปดาห์เท่ากับ 500 บาท ค่าใช้จ่ายในการเก็บสินค้าคงคลังต่อสัปดาห์ เท่ากับ 50 บาทต่อลอต ค่าใช้จ่ายในการผลิตต่อลอต และจำนวนอุปสงค์สินค้า แปรผันไปในแต่ละสัปดาห์ ดังนี้

สัปดาห์ที่	จำนวนอุปสงค์(ลอต)	ต้นทุนการผลิต(ร้อยบาท/ลอต)
1	2	1
2	1	1
3	3	4
4	5	3

โรงงานควรจัดตารางการผลิตและเก็บสินค้าคงเหลือ อย่างไร จึงจะเกิดผลดีที่สุด กำหนดว่าต้นเดือน(ต้นสัปดาห์ที่ 1) ไม่มีสินค้าคงคลัง

ถ้าต้นเดือนมีสินค้าคงคลัง 3 ลอต และโรงงานต้องการให้มีสินค้าคงคลังปลายเดือน 2 ลอต ตารางการผลิตที่ดีที่สุด ควรจะเป็นอย่างไร