ภาคผนวก A
รหัสชนิดต่าง ๆ ในคอมพิวเตอร์

1 ระบบเลขจำนวน (Number system)

ระบบเลขจำนวนที่เราใช้อยู่ในชีวิตประจำวันนั้นคือระบบเลขฐานสิบ (Decimal system) ในระบบเลขฐานสิบเรามีตัวเลข (digit) ที่ใช้ประกอบกันเป็นเลขจำนวนอยู่สิบตัวคือ 0,1,2,...,9 เลขจำนวนในระบบเลขฐานสิบอาจเป็นเลขจำนวนจริง (real number) หรือเลขจำนวนเต็ม (integer number) ก็ได้

ตัวอย่างของเลขจำนวนจริง เช่น 12.285, 0.12346, −18.95

ตัวอย่างของเลขจำนวนเต็ม เช่น 1024, −32767, 328692 ซึ่งเป็นเลขจำนวนซึ่งมี 4, 5 และ 6 หลักตามลำดับ

นอกจากเลขจำนวนในระบบเลขฐานสิบแล้ว ยังมีระบบเลขฐานอื่น ๆ อีก แต่จะกล่าวถึงเพิ่มเติมอีกเพียง 3 ฐาน คือ ฐานสอง ฐานแปด และฐานสิบหก ซึ่งเป็นระบบเลขฐานซึ่งเราใช้กับระบบคอมพิวเตอร์

ตารางแสดงตัวเลขที่ใช้ในระบบเลขฐานต่าง ๆ

ฐาน	ชื่อ	ตัวเลขที่ใช้ประกอบกันเป็นเลขจำนวน
2	Binary	2 ตัว คือ 0, 1
8	Octal	8 ตัว คือ 0, 1, ..., 6, 7
10	Decimal	10 ตัว คือ 0, 1, ..., 6, 7, 8, 9
16	Hexadecimal	16 ตัว คือ 0, 1, ..., 9, A, B, ..., E, F

จากตารางจะเห็นว่าถ้าให้ฐานของเลขจำนวนคือ r แล้ว ตัวเลขที่ให้ประกอบกันเป็นเลขจำนวนในฐาน r นั้น จะมี r ตัว คือ 0, 1, ..., (r-1) ในกรณีที่ฐานของเลขจำนวนหนึ่งเกิน 10 เราจะใช้ตัวอักษร A, B, ...แทน 10, 11, ... ทั้งนี้เพื่อไม่ให้สับสนกับหลักที่ของตัวเลขนั้น ๆ

ในการเขียนเลขจำนวนในฐานอื่นซึ่งไม่ใช่ฐานสิบนั้นเราจะใส่ฐานของเลขจำนวนกำกับไว้ด้วย นั่นคือถ้าเลขจำนวน N อยู่ในฐาน r เราจะเขียน $(N)_r$

ตัวอย่างเช่น

เลขจำนวน 10110 ซึ่งเป็นเลข 5 หลักในฐาน 2 เขียนแสดงด้วย $(10110)_2$

เลขจำนวน 7456 ซึ่งเป็นเลข 4 หลักในฐาน 8 เขียนแสดงด้วย $(7456)_8$

เลขจำนวน 9BA6 ซึ่งเป็นเลข 4 หลักในฐาน 16 เขียนแสดงด้วย $(9BA6)_{16}$

จากเลข 3 จำนวนในตัวอย่าง เราอาจบอกไม่ได้ว่าเลขแต่ละจำนวนนั้นมีค่ามากน้อยเท่าใดจนกว่าเราจะแปลงเลขทั้ง 3 จำนวนนั้นให้เป็นเลขจำนวนในฐานสิบก่อน ก่อนที่จะทำการแปลงเลขจำนวนในฐานอื่นให้เป็นเลขจำนวนฐานสิบ เรามาพิจารณาเลขจำนวนในฐานสิบก่อน

ระบบเลขฐานสิบ

ตัวอย่างที่ 1 เลขจำนวนเต็ม $7456 = 7000+400+50+6$

$$= 7\times10^3+4\times10^2+5\times10^1+6\times10^0$$

การนับหลักที่ของตัวเลขในเลขจำนวนเต็มจำนวนหนึ่งนั้นเรานับจากตัวเลขขวาสุดเป็นหลักที่ 1 แล้วนับต่อไปทางซ้ายเป็นหลักที่ 2, 3, ... ตามลำดับ ค่าของหลักที่จะเท่ากับ $(\text{เลขฐาน})^{\text{หลักที่}-1}$ จากตัวอย่างเลขฐานคือ 10 ดังนั้น

หลักที่ 1 มีค่า $10^{1-1} = 10^0 = 1$

หลักที่ 2 มีค่า $10^{2-1} = 10^1 = 10$

หลักที่ 3 มีค่า $10^{3-1} = 10^2 = 100$

หลักที่ 4 มีค่า $10^{4-1} = 1000$ เป็นต้น

ดังนั้นเลขจำนวนที่เราต้องการหาค่านั้นเราได้จากการหาค่าของตัวเลขในหลักที่มันอยู่โดยเอาตัวเลขคูณกับค่าของหลักที่แล้วนำมาบวกกัน ดังนั้น จากเลขจำนวน 7456 นั้น

ตัวเลข	6	อยู่ในหลัก	1	มีค่า	6×1	=	6
"	5	"	2	"	5×10	=	50
"	4	"	3	"	4×100	=	400
"	7	"	4	"	$7\times1,000$	=	7,000

$\therefore 7,456 = 7000+400+50+6$

จากวิธีการข้างต้นอาจสรุปเป็นตารางดังนี้

หลักที่	.....	6	5	4	3	2	1
ชื่อหลัก		แสน	หมื่น	พัน	ร้อย	สิบ	หน่วย
ค่าของหลัก		10^5	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0
เลขจำนวน				7	4	5	6

$$\therefore\ 7,456 = 7\times10^3+4\times10^2+5\times10^1+6\times10^0$$
$$= 7,000+400+50+6$$
$$= 7,456$$

ตัวอย่างที่ 2 เลขจำนวนทศนิยม

$$.3454 = .3+.04+.005+.0004$$
$$= 3\times\frac{1}{10} + 4\times\frac{1}{100}+5\times\frac{1}{1,000}+4\times\frac{1}{10,000}$$
$$= 3\times.1+4\times.01+5\times.001+4\times.0001$$

การนับหลักที่ของเลขทศนิยมให้นับตัวที่อยู่หลังและติดกับจุดเป็นหลักที่ 1 แล้วนับต่อไปทางขวาเป็นหลักที่ 2, 3, ... ตามลำดับ ค่าของหลักที่คือ $\frac{1}{\text{ฐาน}^{\text{หลักที่}}}$ จากตัวอย่างเลขฐานคือ 10 ดังนั้น

หลักที่ 1 มีค่า $\frac{1}{10^1} = .1$

" 2 " $\frac{1}{10^2} = .01$

" 3 " $\frac{1}{10^3} = .001$

" 4 " $\frac{1}{10^4} = .0001$ เป็นต้น

ดังนั้น เลขทศนิยมนั้นเราหาค่าได้จากการหาค่าของตัวเลขในหลักที่มันอยู่โดยเอาตัวเลขคูณกับค่าของหลักที่แล้วนำมาบวกกัน ดังนั้น จากเลขทศนิยม .3454 นั้น

ตัวเลข	3	อยู่ในหลักที่	1	มีค่า	$3 \times .1$	=	.3
"	4	"	2	"	$4 \times .01$	=	.04
"	5	"	3	"	$5 \times .001$	=	.005
"	4	"	4	"	$4 \times .0001$	=	.0004

$\therefore$ .3454 = .3+.04+.005+.0004

จากวิธีการข้างต้นอาจสรุปเป็นตารางดังนี้

หลักที่	1	2	3	4	5	6
ค่าของหลัก	1/10	$1/10^2$	$1/10^3$	$1/10^4$	$1/10^5$	$1/10^6$
เท่ากับ	.1	.01	.001	.0001	.00001	.000001
เลขทศนิยม	.3	4	5	4		

ในการแปลงเลขจำนวนในฐานอื่นให้เป็นเลขจำนวนในฐานสิบนั้นเราจะทำโดยการใช้กฎในการหาค่าของหลักที่ของตัวเลขเช่นเดียวกับที่ทำในระบบเลขฐานสิบ

กฎในการหาค่าของตัวเลขในหลักที่ใด ๆ ของเลขจำนวนในฐาน r

เลขจำนวนเต็ม

1. **การนับหลักที่** ให้นับหลักขวาสุดเป็นหลักที่ 1 แล้วนับมาทางซ้ายเป็นหลักที่ 2,3,....ตามลำดับ

2. **การหาค่าของตัวเลข** ค่าของตัวเลข n ในหลักที่ m คือ $n \times r^{m-1}$ แล้วนำค่าของตัวเลขทุกตัวมาบวกกัน

เลขเศษส่วน

1. **การนับหลักที่** ให้นับหลักที่อยู่ถัดจากจุดเป็นหลักที่ 1 แล้วนับไปทางขวามือเป็นหลักที่ 2,3,....ตามลำดับ

2. **การหาค่าของตัวเลข** ค่าของตัวเลข n ในหลักที่ m คือ $n \times \frac{1}{r^m}$ แล้วนำค่าของตัวเลขทุกตัวมาบวกกัน

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 10

วิธีที่ 1 ใช้กฎของการหาค่าของตัวเลขในหลักที่ตามวิธีข้างต้น

ตัวอย่างที่ 3 $(10110)_2 = (?)_{10}$

10110 เป็นเลขจำนวนซึ่งมี 5 หลักในฐาน 2

หลักที่ 5 หลักที่ 1

ตัวเลข	0	ในหลักที่	1	มีค่า	0×2^0	=	0
"	1	"	2	"	1×2^1	=	2
"	1	"	3	"	1×2^2	=	4
"	0	"	4	"	0×2^3	=	0
"	1	"	5	"	1×2^4	=	16

$\therefore (10110)_2 = 0+2+4+0+16 = (22)_{10}$

วิธีที่ 2 ใช้ตารางค่าของหลักที่

ในการสร้างตารางค่าของหลักที่นั้นอาศัยกฎของการหาค่าของหลักที่เช่นเดียวกับที่แสดงในระบบเลขฐานสิบ

ตารางค่าของหลักที่ของเลขจำนวนเต็มในฐาน 2

หลักที่	..	6	5	4	3	2	1
ค่าของหลักที่		32	16	8	4	2	1

ในการแปลงเลขจำนวนในฐานสองให้เป็นเลขจำนวนในฐานสิบนั้นทำได้โดยการเขียนเลขจำนวนให้ตรงตามหลักของตัวเลข แล้วนำค่าของหลักที่ที่มีตัวเลข 1 อยู่มาบวกกัน จะได้เลขจำนวนในฐาน 10 ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 4 $(10110)_2 = (?)_{10}$

หลักที่	5	4	3	2	1
ค่าของหลักที่	$\boxed{16}$	8	$\boxed{4}$	$\boxed{2}$	1
เลขจำนวน	$\boxed{1}$	0	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	0

$\therefore (10110)_2 = 16+4+2$

$= (22)_{10}$

ตัวอย่างที่ 5 $(1011001)_2 = (?)_{10}$

หลักที่	7	6	5	4	3	2	1
ค่าของหลักที่	$\boxed{64}$	32	$\boxed{16}$	$\boxed{8}$	4	2	$\boxed{1}$
เลขจำนวน	$\boxed{1}$	0	$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	0	0	$\boxed{1}$

$\therefore (1011001)_2 = 64+16+8+1 = (89)_{10}$

ต่อไปพิจารณาเลขเศษส่วนในระบบเลขฐานสอง หรือเรียกว่าเลขทวินิยม

วิธีที่ 1 ใช้กฎของการหาค่าของตัวเลขในหลักที่

ตัวอย่างที่ 6 $(.10111)_2 = (?)_{10}$

หลักที่ 1 หลักที่ 5

ตัวเลข	1	ในหลักที่	1	มีค่า	$1 \times (1/2)$	$= 1/2 = .5$
"	0	"	2	"	$0 \times (1/2^2)$	$= 0/4 = 0$
"	1	"	3	"	$1 \times (1/2^3)$	$= 1/8 = .125$
"	1	"	4	"	1 x(1/24)	$= 1/16 = .0625$
"	1	"	5	"	1 x(1/25)	$= 1/32 = .03125$

$\therefore (.10111)_2 = .5+.125+.0625+.3125 = (.71875)_{10}$

วิธีที่ 2 ใช้ตารางค่าของหลักที่

ในการสร้างตารางค่าของหลักที่นั้นอาศัยกฎของการหาค่าของหลักที่เช่นเดียวกับที่แสดงในระบบเลขฐานสิบ

ตารางค่าของหลักที่ของเลขทวินิยม

หลักที่	1	2	3	4	5	6	....
ค่าของหลักที่	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	
เท่ากับ	.5	.25	.125	.0625	.03125	.015625	

ในการแปลงเลขทวินิยมให้เป็นเลขทศนิยมนั้นทำได้โดยการเขียนเลขจำนวนให้ตรงตามหลักของตัวเลข แล้วนำค่าของหลักที่ที่มีตัวเลข 1 อยู่มาบวกกันจะได้เลขทศนิยมตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 7 $(.10111)_2 = (?)_{10}$

หลักที่	1	2	3	4	5
ค่าของหลักที่	.5	.25	.125	.0625	.03125
เลขจำนวน	1	0	1	1	1

$$\therefore (.10111)_2 = .5+.125+.0625+.03125 = (.71875)_{10}$$

2^n	n	2^{-n}
1	0	1.0
2	1	0.5
4	2	0.25
8	3	0.125
16	4	0.062 5
32	5	0.031 25
64	6	0.015 625
128	7	0.007 812 5
256	8	0.003 906 25
512	9	0.001 953 125
1 024	10	0.000 976 562 5
2 048	11	0.000 488 281 25
4 096	12	0.000 244 140 625
8 192	13	0.000 122 070 312 5
16 384	14	0.000 061 035 156 25
32 768	15	0.000 030 517 578 125
65 536	16	0.000 015 258 789 062 5
131 072	17	0.000 007 629 394 531 25
262 144	18	0.000 003 814 697 265 625
524 288	19	0.000 001 907 348 632 812 5
1 048 576	20	0.000 000 953 674 316 406 25
2 097 152	21	0.000 000 476 837 158 203 125
4 194 304	22	0.000 000 238 418 579 101 562 5
8 388 608	23	0.000 000 119 209 289 550 781 25
16 777 216	24	0.000 000 059 604 644 775 390 625
33 554 432	25	0.000 000 029 802 322 387 695 312 5
67 108 864	26	0.000 000 014 901 161 193 847 656 25
134 217 728	27	0.000 000 007 450 580 596 923 828 125
268 435 456	28	0.000 000 003 725 290 298 461 914 062 5
536 870 912	29	0.000 000 001 862 645 149 230 957 031 25
1 073 741 824	30	0.000 000 000 331 322 574 615 478 515 625
2 147 483 648	31	0.000 000 000 465 661 287 307 739 257 812 5
4 294 967 296	32	0.000 000 000 232 830 643 653 869 628 906 25
8 589 934 592	33	0.000 000 000 116 415 321 826 934 814 453 125
17, 179 869 184	34	0.000 000 000 058 207 660 913 467 407 226 562 5
34 359 738 368	35	0.000 000 000 029 103 830 456 733 703 613 281 25
68 719 476 736	36	0.000 000 000 014 551 915 228 366 851 806 640 625

ตารางที่ 1 แสดงค่าของ 2" และ 2^{-n} $(n=0-36)$

ในการแปลงเลขจำนวนจริงที่มีทั้งเลขจำนวนเต็มและเลขเศษส่วน ให้ทำการแปลงแต่ละส่วนก่อนแล้วจึงนำมาเขียนเรียงต่อกันเพื่อให้ได้เลขจำนวนจริงในฐานสิบตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 8 $(1011001.10111)_2 = (?)_{10}$

จากตัวอย่างที่ผ่านมา $(1011001)_2 = (89)_{10}$

$(.10111)_2 = (.71875)_{10}$

$\therefore (1011001.10111)_2 = (89.71875)_{10}$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 8 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 10

ตัวอย่างที่ 9 $(7456)_8 = (?)_{10}$ โดยใช้กฎของการหาค่าของตัวเลขในหลักที่

ตัวเลข	7	ในหลักที่	4	มีค่า	7×8^3	=	7x512	=	3584
"	4	"	3	"	4×8^2	=	4x64	=	256
"	5	"	2	"	5x8'	=	5x8	=	40
"	6	"	1	"	6×8^0	=	6×1	=	6

$\therefore (7456)_8 = 3584+256+40+6 = (3886)_{10}$

หรืออาจแสดงวิธีหาโดยเขียน

$$
\begin{aligned}
(7456)_8 &= 7\times8^3+4\times8^2+5\times8^1+6\times8^0 \\
&= 7\times512+4\times64+5\times8+6\times1 \\
&= 3584+256+40+6 \\
&= (3886)_{10}
\end{aligned}
$$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 16 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 10

ในระบบเลขฐาน 16 เราใช้ A,B,....,F แทนค่า 10,11,....,15 เพื่อไม่ให้เกิดความสับสนเกี่ยวกับหลักของตัวเลข

เช่น $(A)_{16} = (10)_{10}$ (เลข 1 หลักในฐาน 16)

$(10)_{16} = (16)_{10}$ (เลข 2 หลักในฐาน 16)

$(F)_{16} = (15)_{10}$ (เลข 1 หลักในฐาน 16)

$(15)_{16} = (21)_{10}$ (เลข 2 หลักในฐาน 16)

เพื่อช่วยความเข้าใจให้ดูตารางเปรียบเทียบต่อไปนี้

ตารางที่ 2

Decimal	Binary	Octal	Hexadecimal
0	0	0	0
I	I	I	I
2	10	2	2
3	II	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	Ill	7	7
8	1000	IO	8
9	1001	II	9
IO	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	IO
17	10001	21	II
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14
21	10101	25	15
22	10110	26	16
23	10111	27	17
24	11000	30	18
25	11001	31	19
26	11010	32	IA
27	11011	33	IB
28	11100	34	1C
29	11101	35	ID
30	11110	36	1E
31	11111	37	IF

ในระบบเลขฐาน 16 เลขจำนวน 1 หลักที่ใหญ่ที่สุดคือ F เลขจำนวน 2 หลักที่เล็กที่สุดคือ 10 เลขจำนวน 2 หลักที่ใหญ่ที่สุดคือ FF ซึ่งมีค่าเท่ากับ $(255)_{10}$

ตัวอย่างที่ 10 $(FF)_{16} = (?)_{10}$ โดยใช้กฎของการหาค่าของตัวเลขในหลักที่

$$
\begin{aligned}
(FF)_{16} &= F \times 16^1 + F \times 16^0 \\
&= 15 \times 16 + 15 \times 1 \\
&= 240 + 15 \\
&= (255)_{10}
\end{aligned}
$$

ในการแปลงเลขจำนวนในฐาน 16 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 10 เราอาจใช้ตารางซึ่งหาค่าของตัวเลขในหลักต่าง ๆ ตั้งแต่หลักที่ 1 ถึง 8 ช่วยได้

ตารางที่ 3

ตารางแสดงค่าของตัวเลข (ในฐาน 16) เมื่ออยู่ในหลักต่าง ๆ

	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC	HEX	DEC
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	268,435,456	I	16,777,216	I	1.048.576	1	65.536	I	4.096	I	256	1	16	I	I
	2	536,870,912	2	33,554,432	2	2,097,152	2	131,072	2	8,192	2	512	2	32	2	2
	3	805,306,368	3	50,331,648	3	3,145,728	3	196,608	3	12,288	3	768	3	48	3	3
	4	1,073,741,824	4	67,108,864	4	4,194,304	4	262,144	4	16,384	4	1.024	4	64	4	4
	5	1,342,177,280	5	83,886,080	5	5,242,880	5	327.680	5	20,480	5	1,280	5	80	5	5
	6	1,610,612,736	6	100,663,296	6	6,291,456	6	393,216	6	24,576	6	1.536	6	96	6	6
	7	1,879,048,192	7	117,440,512	7	7,340,032	7	458,752	7	28,672	7	1.792	7	112	7	7
	8	2,147,483,648	8	134,217,728	8	8.388.608	8	524.288	8	32,768	8	2.048	8	128	8	8
	9	2,415,919,104	9	150,994,944	9	9,437,184	9	589.824	9	36,864	9	2,304	9	144	9	9
	A	2,684,354,560	A	167,772,160	A	10,485,760	A	655,360	A	40,960	A	2,560	A	160	A	10
	B	2,952,790,016	B	184,549,376	B	I 1,534,336	B	720.8%	B	45,056	B	2.816	B	176	B	II
	C	3.221.225.472	C	201,326,592	C	12,582,912	C	786,432	C	49,152	C	3,072	C	192	C	12
	D	3,489,660,928	D	218,103,808	D	13,631,488	D	851,968	D	53,248	D	3,328	D	208	D	13
	E	3.758.096.384	E	234,881,024	E	14,680,064	E	917.504	E	57.344	E	3.584	E	224	E	14
Hexadecimal	F	4,026,531,840	F	251,658,240	F	15,728,640	F	983,040	F	61.440	F	3.840	F	240	F	15
Positions		8		7		6		5		4		3		2		I

การใช้ตารางข้างต้นมีข้อจำกัด คือเลขจำนวนเต็มในฐาน 16 ต้องไม่เกิน 8 หลัก ในตารางแสดงหลักที่ทั้ง 8 หลักของฐาน 16 (Hexadecimal position) ไว้ที่แถวล่างสุด ในแต่ละหลักจะมีตัวเลขใน 2 คอลัมน์ คอลัมน์ชื่อ HEX และคอลัมน์ชื่อ DEC ในคอลัมน์ชื่อ HEX จะมีตัวเลขที่ใช้ฐาน 16 คือ 0,1....,9,A,B,....,F ตัวเลขในคอลัมน์ชื่อ DEC เป็นค่า (ในฐานสิบ) ของตัวเลขนั้น ๆ เมื่ออยู่ในหลักที่ต่าง ๆ เช่น ตัวเลข A ในหลักที่ 4 จะมีค่า 40960 ซึ่งเท่ากับ 10×16^3 นั่นเอง แต่ถ้าตัวเลข A อยู่ในหลักที่ 3 จะมีค่า 2560 ซึ่งเท่ากับ 10×16^2 นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 11 $(AA46)_{16} = (?)_{10}$ โดยใช้ตารางที่ 3

ตัวเลข	A	ในหลักที่	4	มีค่า	40960
"	A	"	3	"	2560
"	4	"	2	"	64
"	6	"	1	"	6

$$\therefore (AA46)_{16} = 40960+2560+64+6 = (43590)_{10}$$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 10 ไปเป็นเลขจำนวนในฐานอื่น ๆ

ในการแปลงเลขฐาน 10 ไปเป็นเลขฐาน r เราทำได้โดยการนำเลขจำนวนในฐาน 10 ที่ต้องการแปลงมาตั้งแล้วหารด้วย r การหารหารไปเรื่อย ๆ จนกว่าผลลัพธ์จะเป็นศูนย์ การหารทุกขั้นตอนให้จัดเศษไว้ รวมทั้งเศษที่เท่ากับศูนย์ด้วย หลังจากนั้นคำตอบที่ต้องการคือการเอาเศษมาเขียนเรียงกัน โดยเริ่มจากเศษตัวสุดท้ายไปจนถึงเศษจากการหารครั้งแรก

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 10 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 2 (Pure-binary representation หรือ Straight representation)

ตัวอย่างที่ 12 $(89)_{10} = (?)_2$

$2\underline{)89}$
$2\underline{)44}$ เศษ 1
$2\underline{)22}$ เศษ 0
$2\underline{)11}$ เศษ 0
$2\underline{)5}$ เศษ 1
$2\underline{)2}$ เศษ 1
$2\underline{)1}$ เศษ 0
$\underline{\underline{0}}$ เศษ 1

$\therefore \quad (89)_{10} = (1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1)_2$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 10 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 8

ตัวอย่างที่ 13 $(3886)_{10} = (?)_8$

$8\underline{)3886}$
$8\underline{)485}$ เศษ 6
$8\underline{)60}$ เศษ 5
$8\underline{)7}$ เศษ 4
$\underline{\underline{0}}$ เศษ 7

$\therefore \quad (3886)_{10} = (7\ 4\ 5\ 6)_8$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 10 ให้เป็นเลขจำนวนในฐาน 16

ตัวอย่างที่ 14 $(2486)_{10} = (?)_{16}$

$16\underline{)2486}$
$16\underline{)155}$ เศษ 6
$16\underline{)9}$ เศษ 11 = B
$\underline{\underline{0}}$ เศษ 9

$\therefore \quad (2486)_{10} = (9\ B\ 6)_{16}$

โปรดสังเกตความสำคัญของตัวเลขในหลักที่จากตัวอย่างนี้ ถ้าเราลืมแทนค่า 11 ด้วยตัวเลข B เราจะได้คำตอบคือ $(9116)_{16}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $(37142)_{10}$ ดังนั้น เมื่อเศษมีค่าตั้งแต่ 10 ขึ้นไป อย่าลืมใช้ A,B,....,F แทน 10,11,...,15 ตามลำดับ

การแปลงเลขจำนวนในระหว่างฐาน 2, 8 และ 16

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 8 ทำได้โดยการแบ่งกลุ่มของตัวเลขในเลขจำนวนในฐาน 2 ออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 3 ตัว โดยเริ่มแบ่งจากขวาไปซ้าย ถ้ากลุ่มซ้ายสุดไม่ครบ 3 ตัวให้เติมเลข 0 ด้านหน้าให้ครบ 3 ตัว แล้วแทนแต่ละกลุ่มของเลขฐาน 2 ที่มี 3 ตัวเลขด้วยตัวเลขที่ใช้ในฐาน 8 โดยใช้ตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4

ตัวเลขฐาน 8	**เลขฐาน 2**			
	ค่าของหลักที่	**4**	**2**	**1**
0		0	0	0
1		0	0	1
2		0	1	0
3		0	1	1
4		1	0	0
5		1	0	1
6		1	1	0
7		1	1	1

ตัวอย่างที่ 1 5 $(10111110000)_2 = (?)_8$

$\underbrace{010}_{2}\underbrace{111}_{7}\underbrace{110}_{6}\underbrace{000}_{0}$ (กลุ่มซ้ายสุดเติม 0 ให้ครบกลุ่มละ 3 ตัวเลข)

(จากตารางที่ 4)

$\therefore (10111110000)_2 = (2760)_8$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 16 ทำได้โดยการแบ่งกลุ่มของตัวเลขในเลขจำนวนในเลขฐาน 2 ออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4 ตัว โดยเริ่มแบ่งจากขวาไปซ้าย ถ้ากลุ่มซ้ายสุดไม่ครบ 4 ตัวให้เติมเลข 0 ด้านหน้าให้ครบ 4 ตัว แล้วแทนแต่ละกลุ่มของเลขฐาน 2 ที่มี 4 ตัวเลขที่ใช้ในฐาน 16 โดยใช้ตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 5

เลขฐาน 10	ตัวเลขฐาน 16	เลขฐาน 2				
		ค่าของหลักที่	8	4	2	1
0	0		0	0	0	0
1	1		0	0	0	1
2	2		0	0	1	0
3	3		0	0	1	1
4	4		0	1	0	0
5	5		0	1	0	1
6	6		0	1	1	0
7	7		0	1	1	1
8	8		1	0	0	0
9	9		1	0	0	1
10	A		1	0	1	0
11	B		1	0	1	1
12	C		1	1	0	0
13	D		1	1	0	1
14	E		1	1	1	0
15	F		1	1	1	1

ตัวอย่างที่ 16 $(1110011100110)_2 = (?)_{16}$

	(กลุ่มซ้ายสุดเติม 0 ให้ครบกลุ่มละ 4 ตัวเลข)
1 C E 6	(จากตารางที่ 5)

$\therefore (1110011100110)_2 = (1CE6)_{16}$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 8 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 (Binary Coded Octal : BCO)

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 8 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 นั้นใช้วิธีแทนตัวเลข 1 ตัว ในฐาน 8 ด้วยกลุ่มของเลขฐาน 2 ซึ่งมีกลุ่มละ 3 ตัวเลขที่มีค่าตรงกันโดยใช้ตารางที่ 4

ตัวอย่างที่ 17 $(546)_8 = (?)_2$

จากตารางที่ 4	ตัวเลข	5	ในฐาน 8	แทนด้วย	101	ในฐาน 2
	”	4	”	”	100	”
	”	6	”	”	110	”

หรือ $\underbrace{101}_{5}\ \underbrace{100}_{4}\ \underbrace{110}_{6}$

$\therefore (546)_8 = (101100110)_2$

ตรวจสอบ $(546)_8 = (358)_{10}$

$(101100110)_2 = (358)_{10}$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 16 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 (Binary Coded Hexadecimal : BCH)

ในการแปลงเลขจำนวนในฐาน 16 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 นั้นใช้วิธีแทนตัวเลข 1 ตัวในฐาน 16 ด้วยกลุ่มของเลขฐาน 2 ซึ่งมีกลุ่มละ 4 ตัวเลขที่มีค่าตรงกันโดยใช้ตารางที่ 5

ตัวอย่างที่ 18 $(8A9)_{16} = (?)_2$

จากตารางที่ 5	ตัวเลข	8	ในฐาน 16	แทนด้วย	1000	ในฐาน 2
	”	A	”	”	1010	”
	”	9	”	”	1001	”

หรือ $\overbrace{1000}^{8}\ \overbrace{1010}^{A}\ \overbrace{1001}^{9}$

$\therefore\ (8A9)_{16} = (100010101001)_2.$

ตรวจสอบ $(8A9)_{16} = (2217)_{10}$

$(100010101001)_2 = (2217)_{10}$

การแปลงเลขจำนวนในฐาน 8 ไปเลขจำนวนในฐาน 16 และการแปลงเลขจำนวนในฐาน 16 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 8

วิธีทำ คือ แปลงจากฐาน 8 ไปเป็นฐาน 2 แล้วจึงแปลงต่อไปเป็นฐาน 16 ตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว หรือแปลงจากฐาน 16 ไปเป็นฐาน 2 แล้วจึงแปลงต่อไปเป็นฐาน 8 ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 19 $(2760)_8 = (?)_{16}$.

2 7 6 0

(จากตารางที่ 4)

5 F 0 (จากตารางที่ 5)

$\therefore\ (2760)_8 = (010111110000)_2 = (5F0)_{16}$

ตรวจสอบ $(2760)_8 = (1520)_{10}$

$(5F0)_{16} = (1520)_{10}$

ตัวอย่างที่ 20 $(8A9)_{16} = (?)_8$

8 A 9

1000 1010 1001 (จากตารางที่ 5)

4 2 5 1 (จากตารางที่ 4)

$\therefore\ (8A9)_{16} = (100010101001)_2 = (4251)_8$

ตรวจสอบ $(8A9)_{16} = (2217)_{10}$

$(4251)_8 = (2217)_{10}$

การแปลงเลขเศษส่วนในฐาน 10 ไปเป็นเลขเศษส่วนในฐาน 2

การแปลงทำได้โดยการคูณเลขเศษส่วนในฐาน 10 นั้น ด้วยเลขฐานคือ 2 คูณไปเรื่อย ๆ ถ้าผลคูณเป็น 0 แสดงว่าเลขเศษส่วนในฐาน 2 ที่หาได้นั้นเป็นเศษส่วนที่รู้จบ ถ้าผลคูณไม่เป็น 0 ผู้ทำควรจะพิจารณาหยุดเมื่อได้จำนวนเลขหลังจุดเพียงพอแล้ว

ตัวอย่างที่ 21 $(.6875)_{10} = (?)_2$

	.6875 × 2	
1	.375 × 2	
0	.750 × 2	(.375x2 = 0.75)
1	.5 × 2	(.75x2 = 1.5)
1	.0	

$\therefore (.6875)_{10} = (.1011)_2$

ตัวอย่างที่ 22 $(0.7)_{10} = (?)_2$

	.7 × 2
1	.4 × 2
0	.8 × 2
1	.6 × 2
1	.2 × 2
0	.4

$\therefore (.7)_{10} = (.10110011001100110\ldots)_2 = (.1\overline{0110})_2$

การบวก ลบ คูณ หาร เลขจำนวนในฐานต่าง ๆ

ในการบวก ลบ คูณ หารเลข 2 จำนวนใด ๆ ในฐานหนึ่ง ๆ จะได้ผลลัพธ์เป็นเลขจำนวนในฐานนั้น ๆ ด้วย

การบวก ในการบวกเลขจำนวนเต็มให้ตั้งหลักที่ 1 ของตัวตั้งและตัวบวกให้ตรงกันก่อน ให้เริ่มบวกจากหลักที่ 1 แล้วบวกหลักที่ 2, 3, ... ตามลำดับในการบวกเลขในฐาน r เมื่อบวกครบ r ครั้ง ให้ใส่ 0 ทดไป 1 ถ้าบวกครบ 2r ให้ใส่ 0 ทดไป 2, ... ถ้าบวกเกิน r, 2r, ... ให้ใส่ส่วนที่เกินเป็นผลลัพธ์ของการบวกในหลักนั้น ๆ แล้วทดไป 1, 2 ...

ตัวอย่างที่ 23 $(10011)_2 + (111001)_2 = ?$

$$\begin{array}{r} 1\ \ 11 \leftarrow \text{ทดมาจากหลักที่ต่ำกว่า} \\ 10011 \\ + \\ \underline{111001} \\ \underline{\underline{1001100}} \end{array}$$

$$\therefore (10011)_2 + (111001)_2 = (1001100)_2$$

ตรวจสอบคำสอบ

$$(10011)_2 = (19)_{10}$$

$$(111001)_2 = (57)_{10}$$

$$(19)_{10}+(57)_{10} = (76)_{10} = (1001100)_2$$

ในการบวกเลขจำนวนจริง ให้ตั้งจุดให้ตรงกัน เริ่มบวกจากเลขหลังจุดที่มีหลักสูงสุดก่อน แล้วค่อย ๆ บวกมาทางซ้าย

ตัวอย่างที่ 24 $(110.1101)_2+(11.0111)_2 = ?$

$$\begin{array}{r} 111\ \ 111 \leftarrow \text{ทดมาจากหลักที่ต่ำกว่า} \\ 110.1101 \\ + \\ \underline{11.0111} \\ \underline{\underline{1010.0100}} \end{array}$$

$$\therefore (110.1101)_2+(11.0111)_2 = (1010.0\dot{1})_2$$

ตรวจสอบคำตอบ

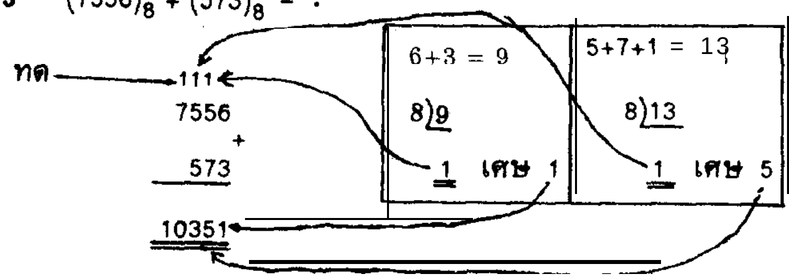
$$(110.1101)_2 = (6.8125)_{10}$$

$$(11.0111)_2 = (3.4375)_{10}$$

$$(6.8125)_{10}+(3.4375)_{10} = (10.25)_{10} = (1010.01)_2$$

การบวกเลขจำนวนในฐาน 8 เมื่อบวกครบ 8 ให้ใส่ 0 ทดไป 1 ถ้าบวกเกิน 8 แต่ไม่เกิน 16 ให้ใส่ส่วนที่เกิน 8 เป็นผลบวกของหลักนั้น ๆ ทดไป 1 ถ้าบวกเกิน 16 แต่ไม่เกิน 24 ให้ทดไป 2 ส่วนที่เกิน 16 จะเป็นผลบวก วิธีที่แนะให้ทำคือ เมื่อบวกในหลักใด ๆ แล้วให้เอา 8 หารผลลัพธ์ ผลหารจะเป็นตัวทด เศษจะเป็นผลลัพธ์ของการบวก

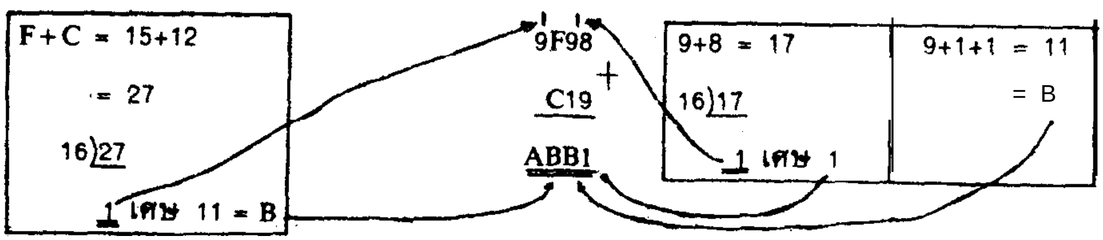
ตัวอย่างที่ 25 $(7556)_8 + (573)_8 = ?$



$\therefore (7556)_8+(573)_8 = (10351)_8$

การบวกเลขจำนวนในฐาน 16 เมื่อบวกในหลักใด ๆ แล้วให้เอา 16 หารผลลัพธ์ ผลหารจะเป็นตัวทด เศษจะเป็นผลลัพธ์ของการบวก

ตัวอย่างที่ 26 $(9F98)_{16} + (C19)_{16} = ?$



$\therefore (9F98)_{16}+(C19)_{16} = (ABB1)_{16}$

ให้นักศึกษาตรวจสอบคำตอบเอาเอง

การลบ ในการลบให้ทำการลบเช่นเดียวกับการลบในฐานสิบ เพียงแต่ถ้าลบกันในฐาน r เวลายืมหลักที่สูงกว่า เราจะได้มาทีละ r ทำนองเดียวกับได้มา 10 ในการขอยืมในฐาน 10

ตัวอย่างที่ 27 $(1001100)_2 - (111001)_2 = ?$

```
012  012 ←———— ตัวเลขที่เหลือจากการขอยืม
1001100
             −
   111001
 ________
  0010011
 ========
```

$\therefore (1001100)_2 - (111001)_2 = (10011)_2$

ตรวจสอบคำตอบ

$$(1001100)_2 = (76)_{10}$$

$$(111001)_2 = (57)_{10}$$

$$76 - 57 = 19 = (10011)_2$$

ตัวอย่างที่ 28 $(10351)_8 - (646)_8 = ?$

```
07848 ←———— ตัวเลขที่เหลือจากการขอยืม
10351
        −
  646
 _____
07503
=====
```

$$\therefore (10351)_8 - (646)_8 = (7503)_8$$

คำอธิบายเพิ่มเติม

ในหลักที่ 1 ลบ 6 ออกจาก 1 ไม่ได้ ต้องยืมหลักที่ 2 มา 1 ดังนั้นหลักที่ 2 เหลือ 4 หลักที่ 1 ได้มา 8 รวมกับเดิม 1 เป็น 9 ลบ 6 จาก 9 ได้ 3

ในหลักที่ 2 ลบ 4 ออกจาก 4 ได้ 0

ในหลักที่ 3 ลบ 6 ออกจาก 3 ไม่ได้ ยืมหลักที่ 4 มา 1 หลักที่ 4 ไม่มีให้ยืม หลักที่ 4 ยืมจากหลักที่ 5 ได้มา 8 แล้วให้หลักที่ 3 ยืมไป 1 ดังนั้นเหลือ 7 หลักที่ 5 เหลือ 0 หลักที่ 3 ได้มา 8 รวมกับของเดิมคือ 3 เป็น 11 ลบ 6 ออกจาก 11 ได้ 5

ในหลักที่ 4 ได้ 7

ในหลักที่ 5 เหลือ 0

ตัวอย่างที่ 29 $(ABB1)_{16} - (C19)_{16} = ?$

$$
\begin{array}{cccc}
9 & 16\,A & 16 & \longleftarrow \text{ตัวเลขที่เหลือจากการขอยืม} \\
A & B\,B & 1 & - \\
 & C\,1 & 9 & \\ \hline
9 & F\,9 & 8 & \\ \hline\hline
\end{array}
$$

$\therefore\ (ABB1)_{16} - (C19)_{16} = (9F98)_{16}$

ขอให้นักศึกษาทดสอบคำตอบเอง

การคูณ การคูณคูณโดยใช้สูตรคูณในฐานสิบแต่การใส่ผลลัพธ์ของการคูณในแต่ละหลักนั้นทำเช่นเดียวกับการบวก นั่นคือถ้าอยู่ในฐาน r ให้เอา r หารผลคูณ ผลหารจะเป็นตัวทด ส่วนเศษเป็นผลลัพธ์ของการคูณ

ตัวอย่างที่ 30 $(1011)_2 \times (111)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r}
1011 \\
\times \quad \\
111 \\ \hline
\left.\begin{array}{r} 1011 \\ 1011 \\ 1011 \end{array}\right\} + \\ \hline
1001101 \\ \hline\hline
\end{array}
$$

$\therefore\ (1011)_2 \times (111)_2 = (1001101)_2$

หรือ $(11)_{10} \times (7)_{10} = (77)_{10} = (1001101)_2$

การคูณนั้นตั้งหลักที่ 1 ให้ตรงกันแล้วคูณไปทีละตัว ผลคูณตัวแรกต้องใส่ตรงกับตัวคูณ แล้วใส่ไปทางซ้ายจนครบ หลังจากนั้นนำมาบวกกัน (ดูตัวอย่างประกอบ) ด้วยวิธีการบวกเลขจำนวนในฐานนั้น ๆ จะได้ผลคูณตามต้องการ

จากตัวอย่างต่อไป การคูณด้วย 0 ไม่ต้องใส่ผลคูณ

ตัวอย่างที่ 31 $(1011)_2 \times (101)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r}
1011 \; \times \\
\underline{101} \\
1011 \\
+ \\
\underline{1011} \\
\underline{\underline{110111}}
\end{array}
$$

$\therefore (1011)_2 \times (101)_2 = (110111)_2$

หรือ $(11)_{10} \times (5)_{10} = (55)_{10} = (110111)_2$

ตัวอย่างที่ 32 $(3501)_8 \times (25)_8 = ?$

$$
\begin{array}{r}
{}^{3} \\
3501 \; \times \\
\underline{25} \\
22105 \\
+ \\
\underline{1202} \\
\underline{\underline{114125}}
\end{array}
$$

5x5 = 25	**5x3 = 15**
$8\overline{)25}$	15+3 (ทด) = **18**
$\underline{\underline{3}}$ เศษ 1	$8\overline{)18}$
	$\underline{\underline{2}}$ เศษ 2

$\therefore (3501)_8 \times (25)_8 = (114125)_8$

ตัวอย่างที่ 33 $(9B6)_{16} \times (A2)_{16} = ?$

$$
\begin{array}{r}
9B6 \; \\
\times \\
\underline{A2} \; \\
136C \; \\
\underline{611C} \; \\
\underline{\underline{6252C}}.
\end{array}
$$

$B \times 2 = 11 \times 2 = 22$
$16\overline{)22}$
$\underline{\underline{1}}$ เศษ 6
$A \times 6 = 10 \times 6 = 60$
$16\overline{)60}$
$\underline{\underline{3}}$ เศษ 12 = C

$\therefore (9B6)_{16} \times (A2)(6252(6252C)_{16}$

การหาร ในการหารตั้งหารแบบปกติ และเพื่อความสะดวกในการหารเลขจำนวนในฐาน 8 และ 16 เราควรทำสูตรคูณของตัวหารในระบบเลขฐานนั้นไว้ก่อนการหารก็ได้ ในการหารถ้าหารไม่ลงตัวเราอาจทำเป็นเลขเศษส่วน มีจำนวนตัวเลขหลังจุดตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 34 $(101.01)_2 \div (110)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & 0.111 \\
110 & \overline{)101.01} \\
 & \underline{11\ 0} \\
 & 10\ 01 \\
 & \underline{1\ 10} \\
 & 110 \\
 & \underline{\underline{110}}
\end{array}
$$

$\therefore\ (101.01)_2 \div (110)_2 = (0.111)_2$

ตัวอย่างที่ 35 $(1011.101)_2 \div (1.1)_2 = ?$

$(1011.101)_2 \div (1.1)_2$ อาจเขียนได้เป็น $(10111.01)_2 \div (11)_2$

$$
\begin{array}{r@{\,}l}
 & 111.11 \\
11 & \overline{)10111.01} \\
 & \underline{11} \\
 & 101 \\
 & \underline{11} \\
 & 101 \\
 & \underline{11} \\
 & 100 \\
 & \underline{11} \\
 & 11 \\
 & \underline{\underline{11}}
\end{array}
$$

$\therefore (1011.101)_2 \div (1.1)_2 = (111.11)_2$

ตัวอย่างที่ 36 $(17360)_8 \div (12)_8 = ?$

สูตรคูณแม่ $(12)_8$

12x1 = 12

12x2 = 24

12x3 = 36

12x4 = 50

12x5 = 62

12x6 = 74

12x7 = 106

$$
\begin{array}{r}
1430 \\
12\overline{)17360} \\
\underline{12} \\
53 \\
\underline{50} \\
36 \\
\underline{\underline{36}}
\end{array}
$$

$\therefore (17360)_8 \div (12)_8 = (1430)_8$

ตัวอย่างที่ 37 $(6252C)_{16} \div (A2)_{16} = ?$

สูตรคูณแม่ $(A2)_{16}$

$A2 \times 2$ = 144

$A2 \times 6$ = 3CC

$A2 \times 7$ = 46E

$A2 \times 8$ = 510

$A2 \times 9$ = 5B2

$A2 \times A$ = 654

$A2 \times B$ = 6F6

$A2 \times C$ = 79X

$A2 \times F$ = 97E

$$
\begin{array}{r}
9B6 \\
A2\overline{)6252C} \\
5B2 \\
732 \\
\underline{6F6} \\
3cc \\
\underline{\underline{3cc}}
\end{array}
$$

$\therefore (6252C)_{16} \div (A2)_{16} = (9B6)_{16}$

หรือ $(402732)_{10} \div (162)_{10} = (2486)_{10}$

2. ส่วนเติมเต็มหรือตัวเลขประกอบ (Complement)

เนื่องจากในการเก็บเลขจำนวนเต็มลบในเครื่องคอมพิวเตอร์ และในการลบเลข 2 จำนวนใด ๆ นั้น จะใช้วิธีการของตัวเลขประกอบ ในที่นี้เราจะพิจารณาตัวเลขประกอบในระบบเลขฐาน 2 และระบบเลขฐาน 10 เท่านั้น

ถ้าตัวเลขประกอบของเลขจำนวน T ที่อยู่ในฐาน B คือ C ดังนั้น C ซึ่งเป็น B's complement ของ T คือ

$$C = B^n - T \qquad \text{โดยที่ } n = \text{จำนวนหลักของ } T$$

เราอาจหา (B – 1)'s complement ของ T ได้ดังนี้

$$(B^n - 1) - T = (B^n - T) - 1 = C - 1$$

เราอาจหา C ได้จาก [(B – 1)'s complement ของ T] + 1

ตัวอย่างที่ 38 ในระบบเลขฐาน 10

จงหา 10's complement และ 9's complement ของ 34974

$B = 10,\ n = 5,\ T = 34974$

10's complement ของ 34974 คือ $10^5 - 34974 = 100000 - 34974 = 65026$

9's complement ของ 34974 คือ 65026-1 = 65025

หรือ $(10^5 - 1) - 34974 = 99999 - 34974$

ในระบบเลขฐาน 2

2's complement ของเลขจำนวนหนึ่งในฐาน 2 ซึ่งมี n หลัก คือผลลัพธ์ที่เกิดจากการลบเลขจำนวนนั้นออกจากเลขฐาน 2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 2^n

1's complement ของเลขจำนวนหนึ่งในฐาน 2 ซึ่งมี n หลักคือผลลัพธ์ที่เกิดจากการลบเลขจำนวนนั้นออกจากเลขฐาน 2 ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2^n - 1$

ตัวอย่างที่ 39 จงหา 2's complement ของ $(10011010)_2$

$n = 8,\ 2^8 = (100000000)_2$

$$\begin{array}{r} 100000000 \\ -\ \ 10011010 \\ \hline 1100110 \\ \hline\hline \end{array}$$

$\therefore$ 2's complement ของ $(10011010)_2$ คือ $(1100110)_2$

ตัวอย่างที่ 40 จงหา 1's complement ของ $(10011010)_2$

$n = 8. \quad 2^8-1 = (11111111)_2$

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ \underline{10011010} \\ \underline{\underline{1100101}} \end{array}$$

$\therefore$ 1's complement ของ $(10011010)_2$ คือ $(1100101)_2$

2's complement ของ $(10011010)_2$ คือ $(1100101)_2+(1)_2 = (1100110)_2$

ให้นักศึกษาสังเกตว่าการหา 1's complement ของเลขจำนวนใด ๆ ในฐาน 2 เราทำได้โดยเปลี่ยนเลขศูนย์ทุกตัวให้เป็น 1 และเปลี่ยนเลขหนึ่งทุกตัวให้เป็นศูนย์ ดังนั้น เมื่อเราต้องการหา 2's complement ของเลขจำนวนใด ๆ เราทำได้โดยหา 1's complement ของเลขจำนวนนั้นก่อนแล้วบวกเพิ่มขึ้นอีก 1

ตัวอย่างที่ 41 จงหา 1's complement ของ $(1001101)_2$

1's complement ของ $(1001101)_2$ คือ

$(0110010)_2$

$\therefore$ 2's complement ของ $(1001101)_2$ คือ

$(110010)_2+(1)_2 = (110011)_2$

การใช้เลขตัวประกอบในการคำนวณ

เนื่องจากคอมพิวเตอร์จะทำการคำนวณได้เฉพาะการบวกเท่านั้น มันสามารถทำการคูณ หาร และลบได้โดยใช้วิธีการบวก นั่นคือการคูณคือการบวกเข้าด้วยเลขจำนวนหนึ่งหลาย ๆ ครั้ง การหารก็คือการลบด้วยเลขจำนวนนั้นไปเรื่อย ๆ จนผลลัพธ์เป็นศูนย์ (หารลงตัว) หรือไม่เป็นศูนย์ (หารไม่ลงตัว) ส่วนการลบนั้นคอมพิวเตอร์จะทำโดยการใช้เลขตัวประกอบเข้าช่วย หลักทั่ว ๆ ไปคือหาเลขตัวประกอบของตัวลบแล้วนำไปบวกกับตัวตั้ง ดังนั้นเมื่อกล่าวถึงการลบในระบบคอมพิวเตอร์จึงหมายถึงการบวกด้วยเลขตัวประกอบ

ก่อนอื่นเราจะดูตัวอย่างการลบแบบธรรมดาและการลบโดยใช้เลขตัวประกอบในระบบเลขฐาน 10 ก่อน

ตัวอย่างที่ 42 $(8261)_{10}-(3540)_{10} = ?$

วิธีที่ 1 ใช้วิธีการลบแบบธรรมดา

$$\begin{array}{r} 8261 \\ -\ 3540 \\ \hline \underline{\underline{4721}} \end{array}$$

$\therefore\ (8261)_{10}-(3540)_{10} = (4721)_{10}$

วิธีที่ 2 ใช้วิธีบวกด้วยเลขตัวประกอบ

1. 9's complement ของ 3540 คือ 9999-3540 = 6459
2. บวก 6459 เข้ากับตัวตั้ง คือ 8261
3.

$$\begin{array}{r} 8261 \\ +\ 6459 \\ \hline \overset{*}{1}472\overset{*}{0} \\ +\ 1 \\ \hline \underline{\underline{4721}} \end{array}$$

(มีตัวทด)

$\therefore\ (8261)_{10}-(3540)_{10} = (4721)_{10}$

หมายเหตุ $\overset{*}{1}$ คือ most significant digit

$\overset{*}{0}$ คือ last significant digit

ในการลบโดยใช้เลขตัวประกอบ อาจแบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 หา 9's complement หรือ (เลขฐาน−1)'s complement ของตัวลบ ในที่นี้ คือ หา 9's complement ของ 3540 = 6459

ขั้นที่ 2 นำ 9's complement ของตัวลบไปบวกกับตัวตั้ง ถ้าได้ผลลัพธ์ จากการบวกเป็นเลขจำนวนที่มีหลักมากกว่าหลักสูงสุดของตัวใดตัวหนึ่ง ถือว่ามีตัวทด ในตัวอย่างจำนวนหลักของตัวตั้งและตัวบวกคือ 4 หลัก ผลบวกคือ 14720 ซึ่งมี 5 หลัก เลข 1 ในหลักสูงสุดเราเรียกว่าเป็น most significant digit (เลข 0 ในหลักต่ำสุดเราเรียกว่าเป็น last significant digit) ในขั้นที่ 2 นี้เรามีตัวทด ผลลัพธ์ของการลบจะเป็นบวก (ตัวตั้งมากกว่าตัวลบ)

ขั้นที่ 3 นำ most significant digit ไปบวกเข้ากับผลลัพธ์จากขั้นที่ 2 (ยกเว้นตัวมันเอง) ในตัวอย่างเราบวก 1 กับ 4720 ได้ 4271

$\therefore (8261)_{10}-(3540)_{10} = (4721)_{10}$

ตัวอย่างที่ 43 $(3540)_{10}-(8261)_{10} = -(4721)_{10}$

ใช้วิธีลบด้วยเลขตัวประกอบ

1. 9's complement ของตัวลบ (ของ 8261) คือ 1738

2.
$$\begin{array}{r} 3540 \\ + \\ \underline{1738} \\ \underline{\underline{5278}} \end{array} \qquad \text{(ไม่มีตัวทด)}$$

3. 9's complement ของ 5278 คือ 4721 แล้วใส่เครื่องหมายลบ

$\therefore (3540)_{10}-(8261)_{10} = -(4721)_{10}$

หมายเหตุ ขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 ทำตามวิธีที่กล่าวมาแล้ว ให้สังเกตว่าจากขั้นที่ 2 ผลบวกของตัวตั้งและเลขตัวประกอบของตัวลบเป็นเลข 4 หลัก (ไม่มีตัวทด) ในกรณีนี้จะแสดงว่าผลลัพธ์จากการลบจะได้เครื่องหมายลบ ในขั้นที่ 3 ให้หา 9's complement ของผลลัพธ์จากขั้นที่ 2 แล้วใส่เครื่องหมายลบก็จะได้คำตอบที่ต้องการ

การลบในระบบเลขฐาน 2 โดยใช้เลขตัวประกอบ

วิธีการลบในระบบเลขฐาน 2 โดยใช้เลขตัวประกอบนั้นมีขั้นตอนทำนองเดียวกับวิธีที่ใช้ในระบบเลขฐาน 10 สรุปขั้นตอนได้ดังนี้

การลบโดยใช้ **1's complement** : $A-B = A+(-B)$

ขั้นที่ 1 หา 1's complement ของ B โดยที่ก่อนหา complement ของ B ต้องทำ B ให้มีจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ A ก่อน (ถ้าจำนวนหลักของ B น้อยกว่า A) โดยการเติมศูนย์ข้างหน้า

ขั้นที่ 2 บวก A กับ 1's complement ของ B

ขั้นที่ 3 พิจารณาตัวทด (ตัวที่เกินหลักของตัวตั้งและตัวบวกในขั้นที่ 2) เพื่อหาผลลัพธ์

ถ้ามีตัวทด ให้นำตัวทดหรือ most significant digit ตั้งตรงกับ last significant digit แล้วบวกกัน ผลลัพธ์เป็นบวก

ถ้าไม่มีตัวทด ให้หา 1's complement ของผลบวกจากขั้นที่ 2 แล้วใส่เครื่องหมายลบที่คำตอบ ในกรณีนี้ผลลัพธ์เป็นลบ

ตัวอย่างที่ 44 $(110101)_2-(101011)_2$ = ?

วิธีที่ 1 วิธีลบแบบธรรมดา

$$\begin{array}{r} 110101 \\ -\;101011 \\ \hline \underline{\underline{1010}} \end{array}$$

วิธีที่ 2 วิธีเลขตัวประกอบ

1) l's complement ของ 101011 คือ 010100

2)
$$\begin{array}{r} 110101 \\ +\;010100 \\ \hline 1\;001001 \end{array}$$ (มีตัวทด)

3)
$$\begin{array}{r} \longrightarrow 1 \\ \hline \underline{\underline{1010}} \end{array}$$

$\therefore$ $(110101)_2-(101011)_2 = (1010)_2$

ตัวอย่างที่ 45 $(100)_2-(1010)_2$ = ?

1) หา I's complement ของ 1010 คือ 0101

2)
$$\begin{array}{r} 0100 \\ +\;0101 \\ \underline{\underline{1001}} \end{array}$$ (ไม่มีตัวทด)

3) I's complement ของ 1001 คือ 0110

$\therefore$ $(100)_2-(1010)_2 = -(110)_2$

หมายเหตุ ในขั้นที่ 2 ก่อนทำการบวกต้องทำตัวตั้งให้มีจำนวนหลักเท่ากับจำนวนหลักของ 1's complement ของตัวลบในขั้นที่ 1 ก่อน เมื่อบวกกันจะเห็นว่าไม่มีตัวทด ดังนั้น คำตอบจะได้จากการหา 1's complement ของ 1001 ซึ่งคือ 110 ดังนั้น คำตอบคือ $-(110)_2$

ตัวอย่างที่ 4 6 $(1010)_2-(100)_2 =$?

1) WI 1's complement ของ 0100 คือ 1011

2)

$$\begin{array}{r} 1010 \\ +\ 1011 \\ \hline 10101 \end{array}$$ (มีตัวทด)

3)

$$\begin{array}{r} 0101 \\ +\ 1 \\ \hline \hline 0110 \end{array}$$

$\therefore\ (1010)_2-(100)_2 = (110)_2$

หมายเหตุ ตัวลบมีจำนวนหลักน้อยกว่าตัวตั้ง ดังนั้น ก่อนหา 1's complement ของตัวลบจึงทำให้ตัวลบมีจำนวนหลักเท่ากับตัวตั้งก่อน โดยเติม 0 ข้างหน้าตัวลบ

ตรวจสอบคำตอบ $(1010)_2-(100)_2$ คือ $(10)_{10}-(4)_{10} = (6)_{10}$

$(6)_{10} = (110)_2$

2.3. ระบบการให้รหัสแบบต่าง ๆ

ข้อเสียของระบบเลขฐาน 2 คือตัวอักษรและตัวอักขระพิเศษอื่น ๆ ไม่อาจเขียนเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 ได้ ดังนั้น จึงได้มีการพัฒนาระบบบีซีดี (Binary Coded Decimal : BCD) ขึ้น จุดประสงค์ก็เพื่อทำให้เราสามารถแปลงตัวอักขระไปเป็นแถว ๆ หนึ่งของเลข 0 และเลข 1 ตัวอย่างเช่น ระบบ 4-บิต บีซีดี เราใช้ระบบนี้เพื่อแปลงตัวเลขในฐาน 10 หนึ่งตัวไปเป็นชุดของเลข 0 และเลข 1 ซึ่งมี 4 ตัว

เมื่อเราแปลงเลขจำนวนในฐาน 10 ไปเป็นเลขจำนวนในฐาน 2 นั้น เราทำโดยการเอา 2 หารเลขจำนวนในฐาน 10 หารไปเรื่อย ๆ จนได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์แล้วนำเศษมาเขียนเรียงกันเราจะได้เลขฐาน 2 ตามต้องการ วิธีดังกล่าวเราเรียกว่า Pure binary representation อีกระบบ

หนึ่งในการใช้เลขฐาน 2 ที่มี 4 หลัก แทนตัวเลข 1 ตัวในฐาน 10 ดังแสดงในตารางที่ 6 ระบบ 4-บิตบีซีดี (ระบบนี้คล้ายคลึงกับระบบ Binary Coded Hexadecimal)

ตารางที่ 6 ระบบ 4-บิตบีซีดี (4-bit BCD system)

ตัวเลขฐาน 10	**เลขฐาน 2**				
	ค่าของหลักที่	**8**	**4**	**2**	**1**
0		0	0	0	0
1		0	0	0	1
2		0	0	1	0
3		0	0	1	1
4		0	1	0	0
5		0	1	0	1
6		0	1	1	0
7		0	1	1	1
8		1	0	0	0
9		1	0	0	1

ตัวอย่างที่ 47 จงเขียน 175 ในระบบ 4-บิตบีซีดี

ในระบบบีซีดี เราแทนตัวเลข 1 ด้วย 0001
” 7 ด้วย 0111 (จากตารางที่ 6)
” 5 ด้วย 0101

หรือ $\underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{0101}_{5}$

∴ **175** ในระบบบีซีดีคือ **000101110101**

หมายเหตุ ในระบบ Pure binary representation

$$(175)_{10} = (10101111)_2$$

จากตารางจะเห็นว่าตัวเลขแต่ละตัวในฐานสิบจะถูกแทนด้วยเลขฐาน 2 ที่มี 4 หลัก ในกรณีที่จะแทนตัวอักษรและตัวอักขระพิเศษด้วยแถวของเลข 0 และเลข 1 4-บิทบีซีดีต้องถูกขยายไปเป็น 6-บิตบีซีดี, 7-บิตบีซีดี และ 8-บิตบีซีดี ซึ่งมีหลายแบบต่าง ๆ กัน ในตารางที่ 7 แสดงระบบบีซีดีซึ่งนิยมใช้กันมาก

ตารางที่ 7 ระบบรหัสสำหรับตัวอักขระ

Characters (place)	4-bit BCD 8421	6-bit BCD BA8421	ASCII-7 CBA8421	EBCDIC 84218421
0	0000	001010	0110000	11110000
1	0001	000001	0110001	11110001
2	0010	000010	0110010	11110010
3	0011	000011	0110011	11110011
4	0100	000100	0110100	11110100
5	0101	000101	0110101	11110101
6	0110	000110	0110110	11110110
7	0111	000111	0110111	11110111
8	1000	001000	0111000	11111000
9	1001	001001	0111001	11111001
A		110001	1000001	11000001
B		110010	1000010	11000010
C		110011	1000011	11000011
D		110100	1000100	11000100
E		110101	1000101	11000101
F		110110	1000110	11000110
G		110111	1000111	11000111
H		111000	1001000	11001000
I		111001	1001001	11001001
J		100001	1001010	11010001
K		100010	1001011	11010010
L		100011	1001100	11010011
M		100100	1001101	11010100
N		100101	1001110	11010101
O		100110	1001111	11010110
P		100111	1010000	11010111
Q		101000	1010001	11011000
R		101001	1010010	11011001
S		010010	1010011	11100010
T		010011	1010100	11100011
U		010100	1010101	11100100
V		010101	1010110	11100101
W		010110	1010111	11100110
X		010111	1011000	11100111
Y		011000	1011001	11101000
Z		011001	1011010	11101001
+		010000	0101011	01001110
		100000	1011111	01101101
		011011	0101100	01101011
		111011	0101110	01001011

ตารางที่ 7 แสดงระบบ 6-บิต และระบบ 7-บิต ระบบ 7-บิต (ASCII-7 ซึ่งย่อมาจาก American Standard Code for Information Interchange-7) เกิดขึ้นจากการพัฒนาของสถาบันมาตรฐานแห่งชาติสหรัฐอเมริกา (American National Standard Institute : ANSI) ในช่วงหลังจากปี ค.ศ.1960 เป็นรหัสมาตรฐานเพื่อทำให้เครื่องคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้รหัสในระบบแอสกีสามารถติดต่อสื่อสารกันได้ ท่านจะเห็นว่าในตารางยังมีระบบเอ็บซีดิค (EBCDIC)

EBCDIC ย่อมาจาก extended binary coded decimal interchange code ระบบนี้ได้รับการพัฒนาโดยบริษัท IBM ปัจจุบันระบบการให้รหัสที่นิยมใช้มากคือระบบ 8-บิตบีซีดี ในระบบเหล่านี้เราสามารถสร้างรหัสแทนตัวอักษรได้จำนวนมาก นอกเหนือจากนั้นเรายังสามารถเก็บตัวเลข2 ตัวลงในรหัสชนิด 8-บิตได้ด้วย (packed decimal) ซึ่งทำได้โดยแบ่ง 8 บิต ออกเป็นรหัส 4-บิต 2 ตัวนั่นเอง เมื่อตัวเลข 2 ตัวถูกเก็บไว้ในรหัสชนิด 8-บิต เราเรียกว่า "packing"

ในแต่ละระบบที่ได้กล่าวมาแล้วคือระบบ 6-บิต ระบบ 7-บิต ระบบ 8-บิต นั้น ถ้าท่านใช้ระบบ 8-บิต หมายความว่าท่านต้องใช้ 8 บิต เพื่อแทนตัวอักขระ 1 ตัว ทำนองเดียวกับที่เราต้องใช้ 6 บิต และ 7 บิต เพื่อแทนตัวอักขระ 1 ตัวในระบบ 6-บิต และระบบ 7-บิต ตามลำดับ ในขณะที่ระบบ 8-บิตนั้นใช้จำนวนบิตมากกว่าเพื่อแทนอักขระแต่ละตัว แต่ในระบบนี้สามารถสร้างรหัสแทนจำนวนตัวอักขระได้มากกว่าในระบบ 6-บิต

เพื่อให้เข้าใจจำนวนรหัสที่เราอาจสร้างได้ในระบบการให้รหัสแต่ละระบบ เราพิจารณาว่า

ถ้าเรามี 1 บิต เราจะสร้างรหัสที่ต่างกันได้ 2 ตัว คือ 0 และ 1

ถ้าเรามี 2 บิต เราสร้างรหัสที่ต่างกันได้ $2^2 = 4$ ตัวคือ 00,01,10 และ 11

ถ้าเรามี 3 บิต เราจะสร้างรหัสที่ต่างกันได้ $2^3 = 8$ ตัวคือ 000,001,010,011,100 101,110 และ 111 $(8 = 2^3)$

ขอให้สังเกตว่าในแต่ละบิตอาจเป็นได้ 2 สิ่งที่ต่างกันคือ 0 และ 1 ดังนั้น อาจกล่าวได้ว่าในระบบ n–บิต เราจะสร้างรหัสที่ต่างกันได้ 2^n ตัว

ในระบบ	6-บิต	สามารถสร้างรหัสแทนตัวอักขระได้		$2^6 = 64$ ตัว
"	7-บิต	"	"	$2^7 = 128$ ตัว
"	8-บิต	"	"	$2^8 = 256$ ตัว

ZONE PORTION

BITS / ZONE	0	1	2	3	
	8	4	2	1	← BIT NUMBER / ← POSITIONAL VALUE
12 (for letters A-I)	1	1	0	0	
11 (for letters J-R)	1	1	0	1	
0 (for letters S-Z)	1	1	1	0	
DIGITS	1	1	1	1	

DIGIT PORTION

BITS / DIGIT	4	5	6	7	
	8	4	2	1	← BIT NUMBER / ← POSITIONAL VALUE
0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	
2	0	0	1	0	
3	0	0	1	1	
4	0	1	0	0	
5	0	1	0	1	
6	0	1	1	0	
7	0	1	1	1	
[illegible]	1	0	0	0	
9	1	0	0	1	

ตารางแสดงการกำหนดรหัส EBCDIC สำหรับตัวอักษรและตัวเลข

เช่น อักษร J ใช้ zone 11 กับ digit 1 ดังนั้น ในระบบ EBCDIC

ตัว J คือ $\underbrace{1101}_{\text{zone}}\underbrace{0001}_{\text{digit}}$ นั่นเอง

ตารางที่ 8 รหัสแทนตัวอักษรในระบบ 8-บิต

Character	ASCII Decimal	ASCII Binary	ASCII octal	ASCII Hexadecimal	EBCDIC Decimal	EBCDIC Binary	EBCDIC Octal	EBCDIC Hexadecimal
	65							
A	66	01000001	101	41	193	11000001	301	Cl
B				42	194	11000010	302	C2
C		01000010 01000011	102 103	43	195	11000011	303	c3
D	67			44	196	11000100	304	c4
F	70	01000101 01000100	104 105	45	197	11000101	305	c5
G	71	01000110 01000111	107 106	46	198	11000110	306	C6
				47	199	11000111	307	c7
H				48	200	11001000	310	C8
I	72 73	01001000 01001001	110 111	49	201	11001001	311	C9
J	74	01001010	112	4A	209	11010001	321	D1
L	75	01001011	113	4B	210	11010010	322	D2
M	77 76	01001101 01001100	115 114	4C	211	11010011	323	D3
				4D	212	11010100	324	D4
N	78			4E	213	11010101	325	D5
O	79	01001110 01001111	116 117	4F	214	11010110	326	D6
P	80			50	215	11610111	327	D7
R	82	01010000 01010001	120 121	51	216	11011000	330	D8
S	83	01010010 01010011	123 122	52	217	11011001	331	D9
	84			53	226	11100010	342	E2
T	85	01010100	124	54	227	11100011	343	E3
U		01010101	125	55	228	11100100	344	E4
V	86	01010110	126	56	229	11100101	345	E5
W	87	01010111	127	57	230	11100110	346	E6
X	88	01011000	130	58	231	11100111	347	E7
Y	89	01011001	131	59	232	11101000	350	E8
Z	90	01011010	132	5A	233	11101001	351	E9

จากตารางที่ 8 แสดงรหัสแทนตัวอักษรตัวพิมพ์ (upper case letters หรือ capital letters ในระบบ 8-บิต คือระบบ ASCII-8 และระบบ EBCDIC สำหรับคอมพิวเตอร์บางระบบนั้น บิตซ้ายสุดในรหัส ASCII (คอลัมน์ Binary) อาจเป็นตัวเลข 1 แทนตัวเลข 0 จุดประสงค์ของตารางนี้เพื่อให้เห็นการแสดงรหัสในระบบต่าง ๆ ซึ่งบางครั้งจะไม่แสดงในรูป Binary แต่อาจแสดงโดยใช้เลขจำนวนในฐานสิบหรือฐาน 8 หรือฐาน 16 แทนก็ได้ ซึ่งอย่างไรก็ดีเราสามารถแปลงกลับไปเป็นเลขรหัสในรูปของเลขฐานสองได้ตามวิธีที่กล่าวมาในตอนต้นของบทนี้

ตัวอย่างที่ 48 จากตารางที่ 8 ตัวอักษร Z ในระบบ ASCII คือ 01011010

$$(01011010)_2 = (90)_{10} = (132)_8 = (5A)_{16}$$

จากวิธีแปลงเลขจำนวนในฐาน $2 \longrightarrow 8$: $\underbrace{001}_{1}\underbrace{011}_{3}\underbrace{010}_{2}$

จากวิธีแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ⟶ 16 : $\underbrace{0101}_{5}\underbrace{1010}_{A}$

ตัวอักษร Z ในระบบ EBCDIC คือ 11101001

$(11101001)_2 = (233)_{10} = (351)_8 = (E9)_{16}$

จากวิธีแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ⟶ 8 : $\underbrace{011}_{3}\underbrace{101}_{5}\underbrace{001}_{1}$

จากวิธีแปลงเลขจำนวนในฐาน 2 ⟶ 16 : $\underbrace{1110}_{E}\underbrace{1001}_{9}$

หมายเหตุ ตารางที่สมบูรณ์ของรหัส ASCII และรหัส EBCDIC สำหรับตัวอักขระอยู่ในภาคผนวก

4. การตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล (Parity checking)

ข้อมูลจำนวนล้าน ๆ ถูกเก็บอยู่ทั้งในหน่วยความจำถาวร* และหน่วยความจำชั่วคราว* ข้อมูลเหล่านี้ถูกเคลื่อนย้าย เปลี่ยนแปลงและจัดการอยู่ตลอดเวลา ดังนั้น จึงมีความจำเป็นที่จะต้องตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของข้อมูลที่ถูกเก็บไว้ วิธีหนึ่งที่ใช้คือใช้วิธีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล (parity checking) วิธีนี้ทำให้คอมพิวเตอร์สามารถตรวจสอบทุกตัวอักขระที่เก็บไว้ได้ทุกตัวเมื่อมันถูกเคลื่อนย้ายระหว่างหน่วยนำข้อมูลเข้า/ออก หรือขณะที่มันถูกประมวลผลโดยซีพียู ในระบบนี้ บิตพิเศษอีก 1 บิต จะถูกเพิ่มให้กับบิตที่มีอยู่เดิมในระบบรหัสใด ๆ ก็ตาม บิตพิเศษนี้เรียกว่า "parity bit" parity bit อาจเป็นเลข 1 หรือเลข 0 ก็ได้ จุดประสงค์ของบิตนี้ก็เพื่อทำให้คอมพิวเตอร์สามารถทำการตรวจสอบแต่ละตัวอักขระได้เท่านั้น บริษัทผู้ผลิตเครื่องคอมพิวเตอร์อาจเลือกใช้ระบบ even parity หรือ odd parity ก็ได้

---

* หน่วยความจำถาวร (permanent storage หรือที่เรียกในชื่ออื่น ๆ ว่า secondary storage หรือ auxiliary storage) คือตัวกลางที่ใช้เก็บข้อมูลไว้อย่างถาวร เช่น บัตรเจาะรู เทปแม่เหล็ก หรือจานแม่เหล็ก เป็นต้น

** หน่วยความจำชั่วคราว (temporary storage หรือที่เรียกในชื่ออื่น ๆ ว่า main storage, main memory, memory, primary storage หรือ core storage) คือหน่วยหนึ่งที่ใช้เก็บข้อมูลและโปรแกรมในตัวซีพียู

ในระบบ even parity จำนวนบิตที่เป็นเลข 1 (รวมทั้ง parity bit) สำหรับแต่ละตัวอักขระจะต้องเป็นจำนวนคู่* (even number) และในระบบ odd parity จำนวนบิตที่เป็นเลข 1 (รวมทั้ง parity bit) สำหรับแต่ละตัวอักขระจะต้องเป็นจำนวนคี่** (odd number)

ในระบบ even parity ถ้าจำนวนบิตที่เป็นเลข 1 ของตัวอักขระตัวหนึ่งมีจำนวนเป็นคู่อยู่แล้ว parity bit จะเป็นเลข 0 แต่ถ้าจำนวนบิตที่เป็นเลข 1 มีจำนวนเป็นคี่ parity bit จะเป็นเลข 1 เพื่อทำให้จำนวนบิตที่เป็นเลข 1 ของตัวอักขระนั้นมีจำนวนเป็นคู่ สำหรับในระบบ odd parity ก็เป็นไปในทำนองเดียวกันเพียงแต่จำนวนเลข 1 ต้องเป็นจำนวนคี่เท่านั้น รูปต่อไปจะแสดงแนวความคิดที่อธิบายมาข้างต้น

Even parity สำหรับตัวอักษร A

Parity bit	ตัวอักษร A ในรหัส EBCDIC	จำนวนบิตที่เป็นเลข 1
1	11000001	4 (จำนวนคู่)

Odd parity สำหรับตัวอักษร A

Parity bit	ตัวอักษร A ในรหัส EBCDIC	จำนวนบิตที่เป็นเลข 1
0	11000001	3 (จำนวนคี่)

วิธีการทำงานของระบบตรวจสอบนี้คือเมื่อข้อมูลเข้าไปในหน่วยความจำหลักเครื่องคอมพิวเตอร์จะเพิ่ม parity bit ให้แต่ละตัวอักขระดังที่กล่าวมาข้างต้น คอมพิวเตอร์บางระบบใช้ even parity บางระบบใช้ odd parity บางระบบสามารถใช้ได้ทั้ง even หรือ odd parity เมื่อข้อมูลถูกจัดการหรือถูกเคลื่อนย้ายคอมพิวเตอร์จะตรวจสอบโดยการบวกบิตที่เป็นเลข 1 ของแต่ละตัวอักขระว่ามีจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ทั้งนี้ แล้วแต่ระบบตรวจสอบว่าเป็นชนิดใด ถ้าไม่เป็นไปตาม

*จำนวนคู่ (even number) คือเลขจำนวนที่หารด้วยเลข 2 ลงตัว เช่น 2, 4, 6, 8,....

**จำนวนคี่ (odd number) คือเลขจำนวนที่หารด้วย 2 ไม่ลงตัว เช่น 1,3,5,7,....

ระบบของมันเครื่องคอมพิวเตอร์จะส่งข้อความว่าเกิดข้อผิดพลาดในการเก็บข้อมูลขึ้นแล้ว (parity error message) ออกมาให้ทราบ

5. การเก็บเลขจำนวนในหน่วยความจำหลักของคอมพิวเตอร์

เลขจำนวนใด ๆ จะเก็บในหน่วยความจำหลักในที่ที่หนึ่งซึ่งประกอบด้วยบิตจำนวนหนึ่ง (word size) ในรูปของเลขฐาน 2 เช่น เวิร์ดหนึ่งประกอบ 8 บิต โดยทั่ว ๆ ไป บิตซ้ายสุดจะใช้สำหรับแสดงเครื่องหมายของเลขจำนวนนั้น ๆ (0 แทนจำนวนบวก, 1 แทนจำนวนลบ) ดังนั้น เลขจำนวนเต็มบวกที่ใหญ่ที่สุดที่จะเก็บไว้ใน word ขนาด 8 บิต ได้คือ

$$(01111111)_2$$

ซึ่งเป็นเลขฐานสองของ $2^7-1 = 127$

ทำนองเดียวกันเลขจำนวนเต็มบวกที่ใหญ่ที่สุดที่จะเก็บไว้ในเวิร์ดขนาด 16 บิตได้ คือ

$$2^{15}-1 = 32767$$

และใน word ขนาด 32 บิตได้คือ

$$2^{31}-1 = 2147483647$$

ถ้าเราพยายามที่จะเก็บเลขจำนวนเต็มบวกที่ใหญ่กว่าค่าสูงสุดที่จะเก็บได้ในที่ขนาดต่าง ๆ กัน ผลก็คือบิตบางส่วนของเลขฐานสองที่แทนเลขจำนวนนั้น ๆ จะหายไป เราเรียกสิ่งที่เกิดขึ้นนี้ว่า "overflow" ข้อจำกัดอาจจะถูกขจัดได้บ้างเป็นบางส่วน โดยการใช้ที่มากกว่าหนึ่งเวิร์ดสำหรับเก็บเลขจำนวนเต็ม แต่ก็ยังคงมีขีดจำกัดอีกว่าเราจะขยายที่ได้มากที่สุดเท่าใด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระบบคอมพิวเตอร์

ปัญหาคล้ายคลึงกันก็เกิดกับการเก็บเลขจำนวนจริงซึ่งเป็นเลขทวินิยมไม่รู้จบ ทั้งนี้เพราะเราสามารถเก็บบิตได้จำนวนจำกัดในหนึ่งเวิร์ด บิตส่วนหนึ่งจะหายไป ตัวอย่างเช่น ถ้าเราใช้ 6 บิต เพื่อเก็บเลขเศษส่วน 0.7 เลขฐานสองซึ่งแทน 0.7 คือ

$$(0.1\underline{0110}\underline{0110}\underline{0110}\underline{0110}\ldots)_2$$

ซึ่งจะเห็นว่าจะเกิด 0110 ซ้ำกันเรื่อย ๆ ไม่รู้จบ ถ้า 6 บิตแรกเท่านั้นที่จะถูกเก็บไว้ บิตที่เหลือจะถูกตัดทิ้งหมด ดังนั้น 0.7 จะเก็บอยู่ในส่วนความจำเพียง $(0.101100)_2$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.6875

แต่ถ้ามีการปัดเศษให้เหลือเพียง 6 บิต เนื่องจากบิตที่ 7 เป็น 1 ดังนั้น ค่าที่เก็บคือ $(0.101101)_2$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.703125 ในกรณีใด ๆ ก็ตาม ค่าที่เก็บไว้จะไม่เท่ากับ 0.7 พอดี ความคลาดเคลื่อนนี้จะถูกทำให้ลดลงได้ (แต่เราไม่อาจขจัดได้หมด) โดยการใช้จำนวนบิตมากขึ้นในการเก็บเลขทวินิยม

ในภาษาที่ใช้เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ส่วนมาก เรียกเลขจำนวนซึ่งมีเศษทศนิยมว่าเลขจำนวนจริง (real number หรือ floating point number) วิธีการเก็บเลขจำนวนจริงมีหลาย ๆ วิธี แต่วิธีหนึ่งซึ่งเป็นวิธีที่นิยมคือวิธีที่จะแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้ คือ

เลขจำนวน 5.7 นั้นเขียนในระบบเลขฐานสองคือ

$$(101.10110011001100110\ldots)_2$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับ $$(.10110110011001100110\ldots)_2 \times (1000)_2$$

วิธีที่ใช้ในการเก็บคือ ส่วนหนึ่งของหน่วยความจำอาจเป็นหนึ่งเวิร์ดหรือมากกว่าหนึ่งเวิร์ดจะถูกใช้เพื่อเก็บบิตจำนวนหนึ่งของ $(.10110110011001100110\ldots)_2$ **ซึ่งเรียกว่า mantissa หรือ** fractional part และอีกส่วนหนึ่งจะใช้เก็บเลขชี้กำลัง (exponent) ในที่นี้คือ $3 = [(1000)_2 = 8 = 2^3]$ ดังนั้น ท่านจะเห็นว่าปัญหา การเกิด overflow ก็อาจเกิดขึ้นกับการเก็บเลขจำนวนจริงด้วย ทั้งนี้ เนื่องจากเลขชี้กำลังเมื่อแปลงเป็นเลขจำนวนในฐานสองแล้วอาจต้องการจำนวนบิตมากกว่าจำนวนบิตที่ใช้ในการเก็บเลขชี้กำลัง

แบบฝึกหัดชุดที่ 1

1. $(11101000111)_2 = (?)_{10}$
2. $(15747)_8 = (?)_{10}$
3. $(1BE7)_{16} = (?)_{10}$
4. $(64E5)_{16} = (?)_{10}$
5. $(6C4E5)_{16} = (?)_{10}$ ทำโดยไม่ใช้ตารางแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้กับวิธีใช้ตาราง
6. จงเปลี่ยน $(327)_{10}$ ให้เป็นเลขฐาน 2 เลขฐาน 8 และเลขฐาน 16
7. จงเปลี่ยน $(1BE7)_{16}$ ให้เป็นเลขฐาน 2 และเลขฐาน 8 (ใช้วิธีการเปลี่ยนเลขฐาน 16 ให้เป็นเลขฐาน 2 เสียก่อน แล้วจึงเปลี่ยนจากเลขฐานที่หาได้ไปเป็นเลขฐาน 8)
8. จงเปลี่ยน $(15747)_8$ ให้เป็นเลขฐาน 2 และเลขฐาน 16
9. $(64E5)_{16} = (?)_2$
10. $(6C4E5)_{16} = (?)_2$
11. $(64E5)_{16} = (?)_8$
12. $(6C4E5)_{16} = (?)_8$
13. $(100010101001)_2 = (?)_{10}$
14. $(37456)_8 := (?)_2$
15. $(112234)_8 = (?)_2$

แบบฝึกหัดชุดที่ 2

1. $(10110111)_2+(10010101)_2 = ?$
2. $(110100011)_2+(1111001)_2 = ?$
3. $(111110001)_2+(11101111)_2 = ?$
4. $(567231)_8+(3572)_8 = ?$
5. $(761)_8+(365)_8 = ?$
6. $(643710)_8+(4567)_8-(321567)_8 = ?$
7. $(72EA)_{16}+(B46A)_{16} = ?$
8. $(A345C)_{16}-(ABC)_{16} = ?$

9. $(4096)_{16} + (B12)_{16} - (802)_{16}$ = ?

10. เปลี่ยนเลขฐาน 8 ทั้ง 2 จำนวนในข้อ 5. เป็นเลขฐานสิบ แล้วบวกกัน เปลี่ยนผลบวกเป็นเลขฐาน 8 เทียบคำตอบกับคำตอบของข้อ 5.

แบบฝึกหัดชุดที่ 3

จงคำนวณหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ ตอนใดที่เป็นลบให้ใช้วิธีการของ complement เข้าช่วย

1. $(1110)_2+(111)_2$ = ?
2. $(111001)_2+(1001)_2+(111)_2$ = ?
3. $(1101)_2-(1010)_2$ = ?
4. $(10101)_2-(101)_2$ = ?
5. $(10000)_2-(101)_2$ = ?
6. $(111001)_2\times(111)_2-(1000)_2$ = ?

เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 1

1. $(11101000111)_2 = (?)_{10}$

ใช้ค่าของหลักที่ในฐาน 2

หลักที่	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
ค่าของหลัก	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
เลขจำนวน	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1

$\therefore (11101000111)_2 = 1024 + 512 + 256 + 64 + 4 + 2 + 1$

$= (1863)_{10}$

2. $(15747)_8 = (?)_{10}$

$(15747)_8 = 1 \times 8^4 + 5 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 7 \times 8^0$

$= 4096 + 2560 + 448 + 32 + 7$

$= (714.3)_{10}$

3. $(1BE7)_{16} = (?)_{10}$

$(1BE7)_{16} = 1 \times 16^3 + B \times 16^2 + E + 16^1 + 7 \times 16^0$

$= 1 \times 16^3 + 11 \times 16^2 + 14x16 + 7x1$

$= 4096 + 2816 + 224 + 7$

$= (7143)_{10}$

4. $(64E5)_{15} = (?)_{10}$

$(64E5)_{15} = 6 \times 16^3 + 4 \times 16^2 + E \times 16^1 + 5 \times 16^0$

$= 6x4096 + 4x256 + 14x16 + 5x1$

$= 24576 + 1024 + 224 + 5$

$= (25829)_{10}$

5. $(6C4E5)_{16} = (?)_{10}$ ทำโดยไม่ใช้ตารางแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้กับวิธีใช้ตาราง

วิธีที่ 1 (ไม่ใช้ตาราง)

$(6C4E5)_{16} = 6 \times 16^4 + C \times 16^3 + 4 \times 16^2 + E \times 16^1 + 5 \times 16^0$

$= 6x65536 + 12x4096 + 4x256 + 14 \times 16 + 5$

$= 393216 + 49152 + 1024 + 224 + 5$

$= (443621)_{10}$

วิธีที่ 2 (ใช้ตารางที่ 2)

Hex.digit	6	ในหลักที่	5	มีค่า	393216	
"	C	"	4	"	49152	+
"	4	"	3	"	1024	
"	E	"	2	"	224	
"	5	"	1	"	5	
					44362 1	

$\therefore (6C4E5)_{16} = (443621)_{10}$ ซึ่งคำตอบเท่ากับคำตอบจากวิธีที่ 1

6. จงเปลี่ยน $(327)_{10}$ ให้เป็นเลขฐาน 2, เลขฐาน 8 และเลขฐาน 16

6.1 เปลี่ยน $(327)_{10}$ ให้เป็นเลขฐาน 2

2|327

2|163 เศษ 1

2|81 เศษ 1

2|40 เศษ 1

2|20 เศษ 0

2|10 เศษ 0

2|5 เศษ 0

2|2 เศษ 1

2|1 เศษ 0

0 เศษ 1

$\therefore (327)_{10} = (101000111)_2$

6.2 เปลี่ยน $(327)_{10}$ ให้เป็นเลขฐาน 8

8|327

8|40 เศษ 7

8|5 เศษ 0

0 เศษ 5

$\therefore (372)_{10} = (507)_8$

หรือจาก **6.1** $(327)_{10} = (101000111)_2$

$\underbrace{101}_{5}\underbrace{000}_{0}\underbrace{111}_{7}$ (ใช้ตารางที่ 1)

$\therefore (327)_{10} = (507)_8$

6.3 เปลี่ยน $(327)_{10}$ ให้เป็นเลขฐาน 16

$$
\begin{array}{r|l}
16 & 327 \\
16 & 20 \text{ เศษ } 7 \\
16 & 1 \text{ เศษ } 4 \\
 & 0 \text{ เศษ } 1
\end{array}
$$

$\therefore (327)_{10} = (147)_{16}$

หรือจาก **6.1** $(327)_{10} = (101000111)_2$

$\underbrace{0001}_{1}\underbrace{0100}_{4}\underbrace{0111}_{7}$ (ใช้ตารางที่ 1)

$(327)_{10} = (147)_{16}$

7. จงเปลี่ยน $(1BE7)_{16}$ ให้เป็นเลขฐาน 2 และเลขฐาน 8 (ใช้วิธีการเปลี่ยนเลขฐาน 16 ให้เป็นเลขฐาน 2 เสียก่อน แล้วจึงเปลี่ยนจากเลขฐานที่หาได้ไปเป็นเลขฐาน 8)

$(1BE7)_{16} = (1,1011,1110,0111)_2$

$(1,101,111,100,111)_2 = (15747)_8$

$\therefore (1BE7)_{16} = (15747)_8$

8. จงเปลี่ยน $(15747)_8$ ให้เป็นเลขฐาน **2** และเลขฐาน **16**

$(15747)_8 = (1101111100111)_2$ (ใช้ตารางที่ 1)

$(1,1011,1110,0111)_2 = (1BE7)_{16}$ (ใช้ตารางที่ 1)

$(15747)_8 = (1BE7)_{16}$

9. $(64E5)_{16} = (?)_2$

$(64E5)_{16} = (110,0100,1110,0101)_2$ (ใช้ตารางที่ 1)

10. $(6C4E5)_{16}$ = $I?)_2$

$(6C4E5)_{16}$ = $(110,1100,0100,1110,0101)_2$

11. $(64E5)_{16}$ = $(?)_8$

จากข้อ 9. $(64E5)_{16}$ = $(110,0100,1110,0101)_2$

$(110,010,011,100,101)_2$ = $(62345)_8$ (ใช้ตารางที่ 1)

$(64E5)_{16}$ = $(62345)_8$

12. $(6C4E5)_{16}$ = $(?)_8$

จากข้อ 10. $(6C4E5)_{16}$ = $(110,1100,0100,1110,0101)_2$

$(1,101,100,010,011,100,101)_2$ = $(1542345)_8$ (ใช้ตารางที่ 1)

∴ $(6C4E5)_{16}$ = $(1542345)_8$

13. $(100010101001)_2$ = $(?)_{10}$

$(1000,1010,1001)_2$ = $(8A9)_{16}$

ใช้ตารางที่ 2 Hex.digit **8** ในหลักที่ 3 มีค่า **2048**

"	**A**	"	**2**	"	160	+
"	**9**	"	**1**	"	9	
					2217	

∴ $(100010101001)_2$ = $(2217)_{10}$

14. $(37456)_8$ = $(?)_2$

$(37456)_8$ = $(11,111,100,101,110)_2$ (ใช้ตารางที่ 1)

15. $(112234)_8$ = $(?)_2$

$(112234)_8$ = $(1,001,010,010,011,100)_2$ (ใช้ตารางที่ 1)

เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 2

1. $(10110111)_2 + (10010101)_2 = ?$

$$\begin{array}{r} 10110111 \\ 10010101 \\ \hline 101001100 \\ \hline\hline \end{array} \quad t$$

$(10110111)_2 + (10010101)_2 = (101001100)_2$

2. $(110100011)_2 + (1111001)_2 = ?$

$$\begin{array}{r} 110100011 \\ 1111001 \\ \hline 1000011100 \\ \hline\hline \end{array} \quad +$$

$\therefore (110100011)_2 + (1111001)_2 = (1000011100)_2$

3. $(111110001)_2 + (11101111)_2 = ?$

$$\begin{array}{r} 111110001 \\ 11101111 \\ \hline 1011100000 \\ \hline\hline \end{array} \quad +$$

$\therefore (111110001)_2 + (11101111)_2 = (1011100000)_2$

4. $(567231)_8 + (3572)_8 = ?$

$$\begin{array}{r} 567231 \\ 3572 \\ \hline 573023 \\ \hline\hline \end{array} \quad +$$

$. (567231)_8 + (3572)_8 = (573023)_8$

5. $(761)_8 + (365)_8 = ?$

$$\begin{array}{r} 761 \\ 365 \\ \hline 1346 \end{array} \quad t$$

$(761)_8 + (365)_8 = (1346)_8$

6. $(643710)_8 + (4567)_8 - (321567)_8 = ?$

$$\begin{array}{r} 643710 \\ +\ \ 4567 \\ \hline 650477 \\ -\ 321567 \\ \hline 326710 \\ \hline\hline \end{array}$$

$(643710)_8 + (4567)_8 - (321567)_8 =. (326710)_8$

7. $(72EA)_{16} + (B46A)_{16} = ?$

$$\begin{array}{r} 72EA \\ +\ B46A \\ \hline 12754 \\ \hline\hline \end{array}$$

. ' $(72EA)_{16} + (B46A)_{16} = (1\,2754)_{16}$

8. $(A345C)_{16} - (ABC)_{16} = ?$

$$\begin{array}{r} A345C \\ -\ \ ABC \\ \hline A29A0 \\ \hline\hline \end{array}$$

$(A345C) - (_{16}A\ B\ C)_{16} = (A29A0)_{16}$

9. $(4096)_{16} + (B12)_{16} - (8021_{16} = ?$

$$\begin{array}{r} 4096 \\ +\ B12 \\ 4BA8 \\ 802 \\ 43A6 \end{array}$$

$(4096)_{16} + (B12)_{16} - (802)_{16} = (43A6)_{16}$

10. เปลี่ยนเลขฐาน 8 ทั้ง 2 จำนวนในข้อ 5 เป็นเลขฐานสิบ แล้วบวกกัน เปลี่ยนผลบวกเป็นเลขฐาน 8 เทียบคำตอบกับคำตอบของข้อ 5

$(761)_8 = 7 \times 8^2 + 6 \times 8 + 1$

$= 448 + 48 + 1$

$= (497)_{10}$

$(365)_8 = 3 \times 8^2 + 6 \times 8 + 5$

$= 192 + 48 + 5$

$= (245)_{10}$

$(497)_{10} + (245)_{10} = (742)_{10}$

8|742

8|92 เศษ 6

8|11 เศษ 4

8|1 เศษ 3

0 เศษ 1

$(742)_{10} = (1346)_8$ ซึ่งเท่ากับคำตอบของข้อ 5

เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 3

จงคำนวณหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ ตอนใดที่เป็นลบให้ใช้วิธีการของ complement เข้าช่วย

1. $(1110)_2 + (111)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r}
1110 \\
+\;\; 111 \\
\hline
10101 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

$\therefore (1110)_2 + (111)_2 = (10101)_2$

2. $(111001)_2 + (1001)_2 + (111)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r}
111001 \\
+\;\; 1001 \\
\hline
1000010 \\
+\;\; 111 \\
\hline
1001001 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

$(111001)_2 + (1001)_2 + (111)_2 = (1001001)_2$

3. $(1101)_2 - (1010)_2 = ?$

I's complement ของ 1010 คือ 0101

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
+\;\; 0101 \\
\hline
{}^{*}10010 \quad \text{(มีตัวทด)} \\
0010 \\
+\;\; 1 \\
\hline
0011 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

$(1101)_2 - (1010)_2 = (11)_2$

ถ้าลบโดยการลบธรรมดา

$$
\begin{array}{r}
1101 \\
1010 \\
\hline
11 \\
\hline\hline
\end{array}
$$

4. $(10101)_2 - (101)_2 = ?$

I's complement ของ 00101 คือ 11010

10101

+

11010

*

101111 (มีตัวทด)

01111

+

1

10000

$(10101)_2 - (101)_2 = (10000)_2$

ถ้าลบโดยการลบธรรมดา

10101

101

10000

5. **(10000)** − $(101)_2$ **= ?**

I's complement ของ 00101 คือ 11010

10000

+

11010

*

101010 (มีตัวทด)

01010

+

1

1011

$\therefore (10000)_2 - (101)_2 = (1011)_2$

ถ้าลบโดยการลบธรรมดา

10000

101

1011

6. $(111001)_2 \times (111)_2 - (1000)_2 = ?$

$$
\begin{array}{r}
111001 \\
\underline{111} \;\times \\
111001 \\
111001 \;+ \\
\underline{111001} \\
\underline{\underline{110001111}}
\end{array}
$$

1's complement ของ 000001000 คือ 111110111

$$
\begin{array}{r}
110001111 \\
\underline{111110111} \;+ \\
\underline{\sim 110000110}
\end{array}
\quad \text{(มีตัวทด)}
$$

$$
\begin{array}{r}
110000110 \\
\underline{1} \;+ \\
\underline{\underline{110000111}}
\end{array}
$$

$\therefore (111001)_2 \times (111)_2 - (1000)_2 = (110000111)_2$