

สารบัญ

หน้า

สารบัญภาพ

สารบัญตาราง

คำนำ

แนวสังเขปกระบวนวิชา

บทที่ 1	คอมพิวเตอร์ ความคลาดเคลื่อน และขั้นตอนวิธี	1
บทที่ 2	วิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการหาค่ารากและการแก้สมการ	37
บทที่ 3	การหาค่าเฉลยของระบบเชิงเส้น (Linear Systems) โดยใช้วิธีการตรง (Direct Methods)	69
บทที่ 4	การหาค่าเฉลยของระบบเชิงเส้นและระบบไม่เป็นเชิงเส้น (Linear and Nonlinear Systems) โดยใช้การคำนวณ แบบ Fixed Precision	125
บทที่ 5	การหาโค้งกระชับ (Curve Fitting)	151
บทที่ 6	การประมาณค่าในช่วง (Interpolation)	179
บทที่ 7	วิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการหาอนุพันธ์ (Differentiation) และการอินทิเกรต (Integration)	215
บทที่ 8	วิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary Differential Equations)	271
บทที่ 9	ค่าเฉพาะ (Eigenvalues)	307
ภาคผนวก ก	การใช้รหัสเทียมแสดงขั้นตอนวิธีการทำงาน	342
ภาคผนวก ข	ทบทวนเรื่องเมตริกซ์	353
ภาคผนวก ค	ตัวอย่างโปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับ การวิเคราะห์เชิงตัวเลข	379
บรรณานุกรม		407

สารบัญภาพ

รูป 1.2-1 โปรแกรมภาษาฟอร์แทรนเพื่อหาค่า A และ B ใกล้เคียง 0 และ π	9
รูป 1.2-2 โปรแกรมภาษาฟอร์แทรนเพื่อคำนวณ $r(+)$, $r(-)$, $c_1/r(+)$, และ $c_1/r(-)$	10
รูป 1.3-1 ช่วงสำหรับ c ค่าต่างๆ กัน	15
รูป 1.5-1 (a) SYNTHETIC Division Algorithm สำหรับการหา $p(x)$; (b) $p(-2)$; (c) POLVAL	24
รูป 1.5-2 ซึ่บรื้นภาษาฟอร์แทรนชื่อ QROOTS สำหรับหารากของสมการกำลังสอง	26
รูป 1.5-3 โปรแกรมซึ่งเรียกใช้ QROOTS	27
รูป 1.7-1 รูปแสดง Δx_k , ϵ_k , และ ϵ_{k+1}	32
รูป 1.7-2 ผังภาพสำหรับ General Iterative Algorithm	33
รูป 1.7-3 รหัสเทียมสำหรับ General Iterative Algorithm	34
รูป 2.1-1 รูปแสดง Slope Method	38
รูป 2.1-Z รหัสเทียมสำหรับ Slope Method	39
รูป 2.1-3 รูปแสดงวิธีของนิวตัน-กราฟเส้น	40

รูป 2.1-4 รูปแสดงการประมาณค่ารากของ $e^{-x} \sec x - 1$	43
รูป 2.1-5 รูปแสดงวิธีเซแคนต์	46
รูป 2.1-6 ผลที่อาจเกิดจากการใช้ค่าเดาเริ่มต้นที่ไม่ดีสำหรับวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	49
รูป 2.1-7 การเกิด Cycling และ Wandering เมื่อใช้วิธีของนิวตัน-ราฟสัน	50
รูป 2.1-8 วิธี Bracketing	51
รูป 2.1-9 รหัสเทียมสำหรับ Bracketing Method	52
รูป 2.1-10 แสดงที่มาของสูตรสำหรับ x_{FP}	53
รูป 2.1-11 โปรแกรมเรียกใช้ซีปรูทีน SECANT	55
รูป 2.1-12 ซีปรูทีน SECANT	56
รูป 2.2-1 รหัสเทียมสำหรับ Quadratic Deflation	57
รูป 2.2-2 Quadratic Synthetic Division: (a) $p(x)/(x^2 - rx - s)$ (b) $(2x^6 - 4x^5 + x^3 - 40x)/(x^2 - x + 4)$	59
รูป 2.2-3 รหัสเทียมสำหรับวิธีของแบร์สโรว์	62
รูป 2.2-4 กราฟของ $p(x)$	66
รูป 3.2-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธีการแทนค่าไปข้างหน้า	77

รูป 3.2-2 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี การแทนค่าย้อนหลัง	80
รูป 3.3-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี LU-Factorization	86
รูป 3.3-2 การหา LU สำหรับเมตริกซ์ขนาด 4×4 (Basic Pivoting)	89
รูป 3.3-3 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Triangular Decomposition	94
รูป 3.3-4 ขั้นตอน Factorization (Basic Pivoting)	95
รูป 3.3-5 ขั้นตอน Factorization (Partial Pivoting)	97
รูป 3.4-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Gaussian Elimination	105
รูป 4.2-1 ซับรูทีน DECOMP (หา LUD และ IROW)	130
รูป 4.2-2 ซับรูทีน FORBAK (FORWARD และ BACKWARD SUBSTITUTION)	132
รูป 4.3-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Gauss-Seidel Iteration	137
รูป 4.4-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Newton-Raphson สำหรับระบบไม่เป็นเชิงเส้น	144
รูป 4.4-2 รูปแสดงการประมาณค่าผลเฉลยของ $ye^x - 2 = 0$, $x^2 + y - 4 = 0$	145
รูป 5.1-1 ฟังก์ชันเตา 3 ฟังก์ชันสำหรับ P_1, P_2, \dots, P_5	153
รูป 5.1-2 การ fit ฟังก์ชัน $g(x)$ กับ P_1, \dots, P_m	154
รูป 5.1-3 LINFIT: ซับรูทีนสำหรับการหาโค้งกระชับที่เป็นเส้นตรง	159

รูป 5.2-1	รูปแสดงฟังก์ชันเดา 6 ฟังก์ชัน สำหรับข้อมูลที่ เป็น Monotone และ convex	163
รูป 5.2-2	การปรับให้เป็นเส้นตรงสำหรับ P_1, \dots, P_5 โดยการใช้การเปลี่ยนแปลง $Y = y, X = 1/x$	164
รูป 5.2-3	รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธีในการปรับให้เป็นเส้นตรง (Linearizing Algorithm)	167
รูป 5.2-4	รูปของ g_1, g_2 , และ g_4	170
รูป 5.2-5	การวิ่งโปรแกรม CURFIT	171
รูป 6.1-1	การประมาณค่าในช่วงแบบโพลีโนเมียลสำหรับ $m+1$ จุด $P_k, P_{k+1}, \dots, P_{k+m}$	181
รูป 6.1-2	การประมาณค่าในช่วงสำหรับ 1 จุด ($m = 0$) และ 2 จุด ($m = 1$)	183
รูป 6.1-3	$L_5(x)$ สำหรับ 5 nodes x_2, x_3, x_4, x_5, x_6	184
รูป 6.1-4	การหา $p_{k, k+m}(x)$ ที่ $x = z$ โดยใช้รูปแบบของลากรองส์	186
รูป 6.1-5	$p_{2,3}(x), p_{1,3}(x)$ และ $p_{0,3}(x)$ สำหรับ P_0, \dots, P_4 บนกราฟ $y = x^3$	188
รูป 6.2-1	รูปแสดง $\Delta y_{k-1}, \Delta y_k$, และ Δy_{k+1}	190
รูป 6.2-2	Divided Difference สำหรับ $P_0(x_0, y_0), \dots, P_5(x_5, y_5)$	192
รูป 6.2-3	Divided Difference สำหรับ 5 จุดบน $y = x^3$	192

รูป 6.2-4 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี FORMDD (การสร้างตาราง DD)	193
รูป 6.2-5 แสดงรูปต่อเนื่องของ $p_{k, k+m}(x)$	195
รูป 6.2-6 Nodes ของ P_0, \dots, P_4 บนกราฟ $y = x^3$	196
รูป 6.2-7 ตาราง DD สำหรับ P_0, \dots, P_4 บนกราฟ $y = x^3$	196
รูป 6.2-8 การเพิ่ม nodes โดยใช่ (12a) และ (12b) สลับกัน	197
รูป 6.2-9 ตาราง DD สำหรับ P_0, \dots, P_5	199
รูป 6.2-10 การเพิ่ม nodes ตามลำดับต่อไปนี้ x_3, x_4, x_2, x_1, x_0	200
รูป 6.2-11 สามเหลี่ยมของปาสกาล (Pascal's Triangle)	201
รูป 6.2-12 ตาราง Forward Difference สำหรับ P_0, \dots, P_5	202
รูป 6.2-13 ตำแหน่งของ $\nabla^m y_k$ และ $\delta^m y_k$ บนตาราง Difference	203
รูป 6.3-1 การเพิ่ม nodes เพื่อให้ได้ best interpolant ของ z_1 และ z_2	204
รูป 6.3-2 ตาราง DD สำหรับข้อมูล $\Phi(x)$	206
รูป 6.3-3 การเพิ่ม nodes เพื่อให้ได้ best interpolant ของ z 0.52	206
รูป 6.3-4 ตาราง DD สำหรับ $\Phi(x)$ ที่ใช้ 3d	207
รูป 7.1-1 รูปแสดง $\Delta f(x)$	220

รูป 7.1-Z Actual error = Truncation error + Roundoff error	223
รูป 7.1-3 รูปแสดง $\delta f(x)$	227
รูป 7.1-4 รูปแสดง $\Delta f(x)/h$ และ $\delta f(x)/2h$	227
รูป 7.3-1 การประมาณค่า $\int_a^b f(x) dx$ โดย $\int_a^b p_{0..n}(x) dx$	234
รูป 7.3-2 (a) กฎจุดกึ่งกลาง (b) กฎสี่เหลี่ยมคางหมู	237
รูป 7.3-3 รูปแสดง $x = x_j + th$	242
รูป 7.4-1 รูปแสดงที่มาของสูตรการรวมกฎของซิมป์สัน $S[h]$	247
รูป 7.4-2 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Romberg Integration	258
รูป 8.1-1 กราฟของผลเฉลยของ (IVP): $y' = f(t,y), y(t_0) = y_0$	273
รูป 8.1-2 การไม่เป็นเอกลักษณ์ของผลเฉลยเนื่องจาก singularity ของ $y(t)$	275
รูป 8.1-3 การประมาณค่า $y(t_{j+1})$ โดย $y_j + h f(t_j, y_j)$ เมื่อ $y_j = y(t_j)$	276
รูป 8.1-4 วิธีของออร์เดอร์ แสดง $E_1[h], E_2[h], E_3[h]$	277
รูป 8.2-1 Sample points ที่ถูกใช้หา t_{j+1} โดย RK4 เมื่อ y_j เป็นค่าแน่นอนตรง	289
รูป 8.2-2 โปรแกรมภาษาฟอร์แทรนสำหรับการหาผลเฉลยของ $y' = -ty^2, y(2) = 1$ โดย RK4	291

รูป 8.2-3 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Runge-Kutta-Fehlberg (RKF4)	292
รูป 8.2-4 ค่าจากสูตร RKF4 สำหรับ $y' = -ty^2$, $y(2) = 1$ บน $[2,4]$	293
รูป 8.2-5 ซับรูกิ้น RKF4	294
รูป 8.2-6 ซับรูกิ้น SUMK	295
รูป 8.3-1 การอินทิเกรต $f'(t) = f(t, y(t))$ เพื่อหา $y(t_{j+1}) - y(t_j)$	296
รูป 8.3-2 (a) วิธีตัวทำนายของอาดามส์ (b) วิธีตัวแก้ของอาดามส์	298
รูป 8.3-3 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี APC4	302
รูป 9.2-1 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธี Scaled Power	317
รูป 9.2-2 ค่าเจาะจงของ A และ $A - sI$ ($s > 0$)	321
รูป 9.3-1 การคูณ x โดย R_0 ใน 2-space	325
รูป 9.3-2 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธีของวิธีของยาโคบี	329
รูป 9.3-3 ROTATE: ซับรูกิ้นสำหรับการหมุนแกนตามวิธีของยาโคบีหนึ่งครั้ง	332
รูป 9.3-4 รหัสเทียมสำหรับขั้นตอนวิธีของวิธีของยาโคบีโดยมี thresholds	334
รูป 9.3-5 การกวาดตรวจ 3 ครั้งตามวิธีของยาโคบีโดยมี thresholds	335

สารบัญตาราง

ตาราง 1.3-1 การเขียนในรูป Normalized Floating-Point	14
ตาราง 1.5-1 การเปรียบเทียบความแม่นยำของ $p_{exp}(x)$ และ $p_{float}(x)$	23
ตาราง 2.1-1 การทำซ้ำโดยวิธี NR สำหรับการหาราก 2 ราก ของ $f(x) = e^{-x} - \cos x$	44
ตาราง 2.1-2 การทำซ้ำโดยวิธี SEC สำหรับการหาราก 1 ราก ของ $f(x) = x^2 - 78.8$	47
ตาราง 2.1-3 การทำซ้ำโดยวิธี SEC สำหรับการหาราก 2 ราก ของ $f(x) = e^{-x} - \cos x$	48
ตาราง 2.1-4 การทำซ้ำโดยวิธี (a) BIS และ (b) FP สำหรับ $f(x) = x^2 - 78.8$	53
ตาราง 2.2-1 การลู่เข้าของวิธีของแบร์สโด้	64
ตาราง 2.2-2 วิธีของแบร์สโด้สำหรับ $p(x)$ ที่ถูกลดรูปลงแล้ว	65
ตาราง 3.3-1 Factorization Methods 3 วิธี	100
ตาราง 3.4-1 Elementary Operation 3 วิธี: INTERCHANGE, SCALE, และ SUBTRACT	101
ตาราง 4.3-1 การทำซ้ำ 4 ครั้งโดยวิธีเกาส์-ไซเดล	136

ตาราง 5.2-1 การเปลี่ยนแปลง (Transformation) สำหรับการปรับให้เป็นเส้นตรง ของกราฟ 6 รูป ในรูป 5.2-1	166
ตาราง 6.2-1 การแสดงสูตร (12a) และ (12b) บนตาราง DD	198
ตาราง 6.3-1 ตารางแสดงค่า $\Phi(x)$	205
ตาราง 6.3-2 การประมาณค่า $\Phi(z)$ เมื่อ $z = 0.52$, $z = 0.22$ และ $z = 1.4$	207
ตาราง 7.1-1 การใช้ $F(h) = \Delta f(x)/h$ เพื่อประมาณค่า $d(e^x)/dx = e^x$ เมื่อ $x = 1$	221
ตาราง 7.1-2 การใช้ 7s Arithmetic เพื่อคำนวณ $\Delta f(x)/h$ สำหรับ h ค่าเล็ก	222
ตาราง 7.1-3 ตารางรีชาร์ดสัน สำหรับการปรับปรุง $F(h) = [\Delta f(x)/h]$	225
ตาราง 7.1-4 การใช้ 7s Arithmetic เพื่อประมาณค่า $f'(x) = e^x$ โดย $\Delta f(x)/2h$	228
ตาราง 7.3-1 $L_{1,n}(t)$'s สำหรับ $n = 2, 3, 4$	239
ตาราง 7.4-1 ค่าของ $\ln x$ (5s)	249
ตาราง 7.4-2 ตารางรอมเบิร์ต	254
ตาราง 7.4-3 ตารางรอมเบิร์ตสำหรับการหา $\int \ln x dx$ ถึง 5s	257

ตาราง 7.5-1 λ_k และ χ_k สำหรับ $\int_{-1}^1 f(\lambda) d\lambda \approx \sum_{k=1}^n \chi_k f(\lambda_k)$, $n = 2, \dots, 6$ 261

ตาราง 8.1-1 วิธีของออยเลอร์สำหรับ $y' = -ty^2$, $y(2) = 1$ 278

ตาราง 8.2-1 ค่าประมาณเมื่อใช้สูตรของเทย์เลอร์อันดับที่สองสำหรับ $y' = -ty^2$, $y(2) = 1$ 284

ตาราง 8.2-2 ค่าคำนวณจาก RK4 สำหรับ $y' = -ty^2$, $y(2) = 1$ ($h = 0.1$) 290

ตาราง 8.3-1 ค่าจากการใช้สูตร APC4 และ RK4 สำหรับ $y' = -ty^2$, $y(2) = 1$ 300
($h = 0.1$)