บทที่ 6
สถิติที่จำเป็นในการตีความหมายคะแนน

I จุดประสงค์การเรียนรู้

หลังจากจบบทเรียนนี้แล้วสามารถปฏิบัติดังนี้

1. เปรียบเทียบลักษณะตัวแปรต่อเนื่อง และตัวแปรไม่ต่อเนื่อง
2. แสดงวิธีการและประโยชน์ในการทำกราฟแท่ง
3. อธิบายวิธีการสร้างรูปหลายเหลี่ยมของความถี่พร้อมทั้งการเกลาข้อมูล
4. คำนวณและตีความหมายค่าสถิติเชิงพรรณนาในด้านต่อไปนี้
   4.1 การวัดตำแหน่ง
   4.2 การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง
   4.3 การวัดการกระจาย
   4.4 การวัดความสัมพันธ์
5. อธิบายลักษณะและคุณสมบัติการกระจายของข้อมูลแบบปกติ
6. อธิบายสถิติอ้างอิงในด้านต่อไปนี้
   6.1 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย
   6.2 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
   6.3 ความคลาดเคลื่อนและความผิดพลาด
   6.4 ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน
7. อธิบายประโยชน์และการสร้างตารางพยากรณ์

II รายละเอียดของเนื้อหา

เมื่อพูดถึงคำว่าสถิติ มักจะพบว่าผู้เกี่ยวข้องหลายคนทางด้านการศึกษาเกิดความกลัว

และเบื่อหน่าย ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากประวัติความเป็นมาของสถิติค่อนข้างน่ากลัว เช่น นักพนันมักยึดสถิติเป็นประโยชน์ในการเล่นการพนัน เป็นต้น แต่ที่จริงแล้ว สถิติเบื้องต้น เป็นสิ่งจำเป็นและมีประโยชน์อย่างยิ่งในการช่วยตีความหมายข้อมูล และไม่ยุ่งยากมากนักถ้าจะค่อย ๆ ศึกษาไป

สมมติว่าเรามีคะแนนการสอบนักเรียน 50 คน ดังแสดงในตาราง 6.1

ตาราง 6.1 แสดงคะแนนของผู้เข้าสอบวิชาความเร็วในการอ่านจำนวน 50 คน

AA 38	AK 35	AU 34	BE 32	BO 30
AB 43	AL 36	AV 36	BF 37	BP 30
AC 36	AM 37	AW 33	BG 29	BQ 36
AD 31	AN 35	AX 35	BH 33	BR 25
AE 25	AO 37	AY 37	BI 35	BS 42
AF 28	AP 31	AZ 33	BJ 34	BT 38
AA 38	AQ 34	BA 35	BK 31	BU 41
AH 35	AR 34	BB 35	BL 32	BV 27
AI 31	AS 26	BC 41	BM 34	BW 37
AJ 35	AT 28	BD 33	BN 30	BX 32

6.1 ลักษณะตัวแปร (Variables)

ข้อมูลที่ได้จากการสอบวัดนั้นมีอยู่ 2 ประเภทคือ

1. **ตัวแปรต่อเนื่อง** (Continuous Variables) เป็นค่าที่ได้จากการวัดที่มีค่าต่อเนื่องกันไปไม่ใช่ค่าจากการนับ เช่น การวัดความสูง น้ำหนัก ซึ่งมักจะมีค่าแน่นอน แต่ในการวัดทางการศึกษานั้นมักจะมีปัญหาที่จะตอบได้ว่าค่าที่วัดได้แน่นอนหรือไม่ เช่น สติปัญญา ความถนัด โรคประสาท ดังนั้นอัตราความแน่นอนของค่าวัดจึงขึ้นอยู่กับธรรมชาติของตัวแปรที่จะวัด การเลือกใช้เครื่องมือ และสถานการณ์ขณะที่วัด

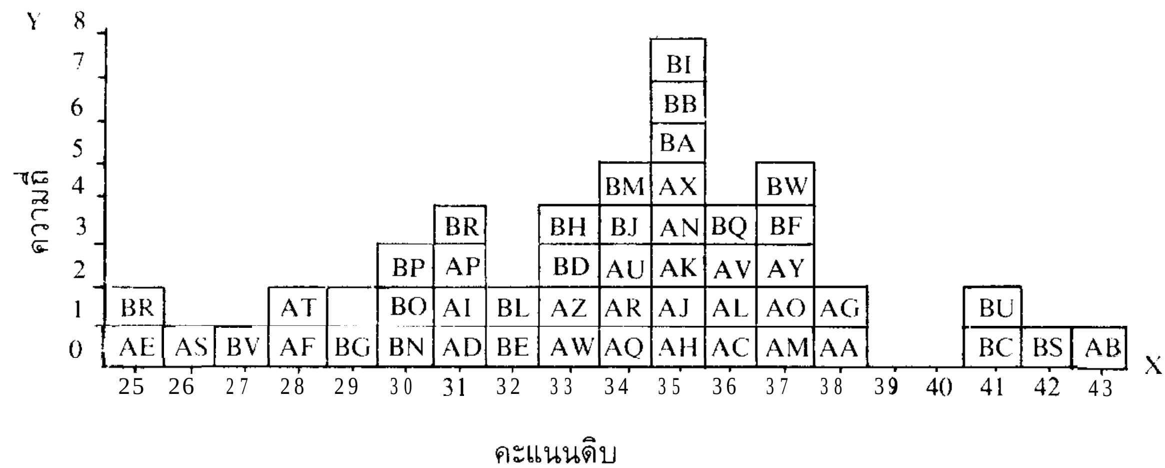
2. **ตัวแปรไม่ต่อเนื่อง** (Discrete Variables) เป็นคะแนนที่มีค่าเฉพาะ เช่นได้มาจากการนับและมีความคงที่ของคะแนน เช่น จำนวนห้องสมุดในจังหวัด จำนวนนักเรียนในห้องเรียนจำนวนที่นั่งในโรงภาพยนตร์ ฯลฯ

ในการสอบวัดทางการศึกษา ถ้าเราคิดว่าแบบทดสอบเป็นการรวบรวมข้อคำถามและคะแนนก็คือจำนวนข้อที่ผู้เข้าสอบทำถูก ก็แสดงว่าเรานับจำนวนข้อ คะแนนที่ได้ก็จะเป็น

ตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง เรามักจะนับจำนวนข้อที่เด็กทำข้อสอบถูกอยู่เสมอในขณะเดียวกันเราก็อยากจะนำคะแนนที่นับได้มาพิจารณาเสมือนหนึ่งเราวัดคุณลักษณะที่อยู่เกินออกไปจากข้อสอบ เช่นจากตัวอย่าง AA ทำคะแนนข้อสอบความเร็วในการอ่านได้ 38 คะแนน เราก็มักจะต้องการพิจารณาต่อไปว่าคะแนน 38 คะแนนนั้นเป็นจำนวนความสามารถในการอ่านจากข้อสอบด้วย ทั้งนี้เพราะเราคาดหวังว่าแบบทดสอบชุดหนึ่งน่าจะเป็นตัวแทนของประชากรความรู้ของขอบเขตที่กำหนด ประชากรของความรู้ที่จะศึกษาตัวอย่างของความรู้มาเป็นข้อทดสอบนั้นไม่อาจกำหนดแน่นอนได้ ทั้งนี้เพราะเราไม่สามารถจะเขียนข้อสอบที่เป็นประชากรของความรู้ได้ทั้งหมด เราก็คงมีแต่ข้อสอบวัดทางการศึกษา หรือจิตวิทยาอย่างหยาบ ๆ เท่านั้นที่จะนำมาใช้เป็นเครื่องมือวัดคุณลักษณะที่ต้องการ (เช่น ความสามารถ ความรู้ ความถนัด ความสนใจ ฯลฯ) ถึงแม้ว่าจะมีบางคนไม่ยอมรับเครื่องมือนี้ คนที่ใช้แบบทดสอบก็ยังคงถือว่าคะแนนการสอบเป็นคะแนนจากการวัดเป็นคะแนนแบบต่อเนื่องซึ่งสามารถจะใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์มาจัดกระทำได้ในขณะที่ข้อมูลแบบต่อเนื่องไม่อาจทำได้

6.2 การนำเสนอข้อมูลในรูปกราฟแท่ง (Histogram)

จากตาราง 6.1 เราอาจจะนำคะแนนดังกล่าวมาเขียนเป็นกราฟแท่งรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าของแต่ละชั้นคะแนนวางต่อเนื่องกัน โดยกำหนดแกนนอน (X) เป็นชั้นคะแนน และแกนตั้ง (Y) เป็นจำนวนความถี่



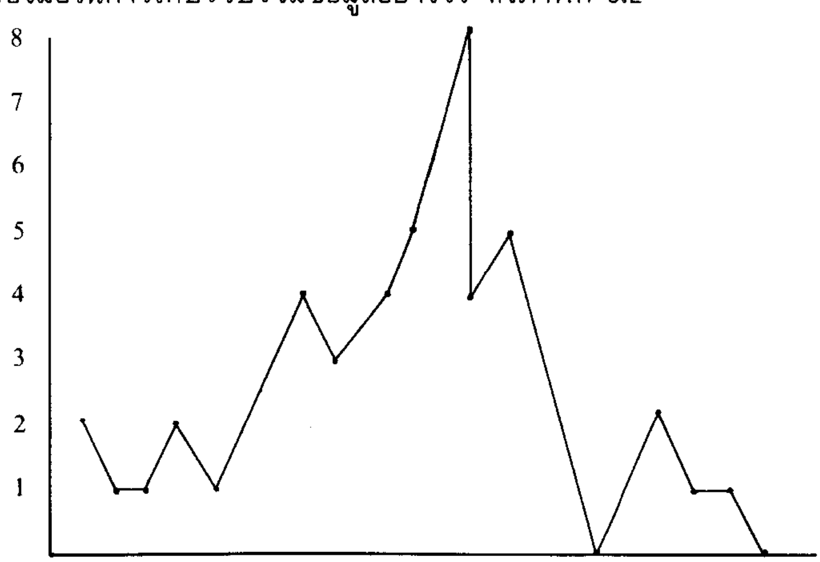
ภาพ 6.1 แสดงเส้นกราฟแท่งของคะแนนการสอบความเร็วในการอ่าน 50 คน

จากภาพนี้เนื่องจากคะแนนเป็นแบบต่อเนื่อง เราก็ให้แท่งสี่เหลี่ยมแต่ละแท่งแทนคะแนนของแต่ละคน ในแต่ละแท่งจะเริ่มจากขีดจำกัดล่าง 0.5 จนถึงขีดจำกัดบน 0.5 เช่น AA

ได้คะแนน 38 แท่งสี่เหลี่ยมของคะแนนก็คือจาก 37.5 ถึง 38.5 คืออยู่เหนือและใต้คะแนน 38 อยู่ 0.5 คะแนน ซึ่งแต่ละแท่งสี่เหลี่ยมต่อ ๆ กันไปก็หมายความว่าได้คะแนนอยู่จุดเดียวกัน ซึ่งเราสามารถจะอธิบายคะแนนให้เห็นว่าในแต่ละจุดของคะแนนมีคนอยู่กี่คน การแสดงภาพนี้เราเรียกว่าเป็นกราฟรูปแท่ง (Histogram)

6.3 การสร้างรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ (Frequency Polygon)

รูปหลายเหลี่ยมของความถี่นี้ สร้างโดยการต่อจุดกึ่งกลางของจุดยอดของสี่เหลี่ยมผืนผ้าในรูปกราฟแท่ง (Histogram) เมื่อลากเส้นต่อเสร็จแล้วจะได้รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ รูปหลายเหลี่ยมนี้ถ้าเกลา (smooth) ให้ดีก็จะเป็นโค้งการแจกแจง (Frequency Curve) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าข้อมูลนั้นกระจายในรูปร่างอย่างไร จะใช้สถิติแบบใดมาวิเคราะห์ หรือควรแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างไร ดังภาพที่ 6.2



ภาพที่ 6.2 แสดงรูปหลายเหลี่ยมของความถี่

จากภาพที่ 6.2 จะเห็นว่าเป็นภาพหลายเหลี่ยมไม่เรียบไม่สอดคล้องกับข้อมูลที่ต่อเนื่องกัน ทั้งนี้เพราะถ้าเราสามารถวัดได้ละเอียดจริง ๆ แล้ว ข้อมูลเหล่านี้จะสามารถเขียนต่อเนื่องกันไปไม่เป็นจุดหักไปหักมาตามภาพ ดังนั้นจึงจำเป็นจะต้องเกลารูปหลายเหลี่ยมเพื่อให้เส้นโค้งเป็นรูปร่างชัดเจนขึ้น

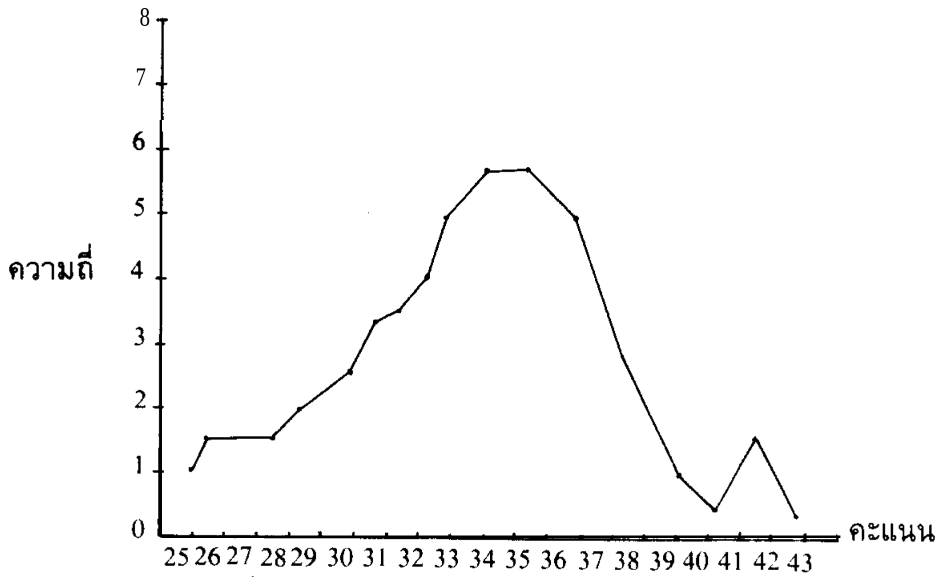
วิธีการเกลา (smooth) คือเอาความถี่ของชั้นคะแนนรวมกับชั้นคะแนนที่อยู่ข้าง ๆ หารด้วย 3 เช่น คะแนนความถี่ของชั้นคะแนน 25-26 จะได้ $\frac{0+2+1}{3} = 1$

คะแนนความถี่ที่เกลาไว้ดังแสดงในตาราง 6.2

ตาราง 6.2 เปรียบเทียบความถี่เดิมกับความถี่ที่เกลาแล้ว

ชั้นของคะแนน	ความถี่เดิม	ความถี่ที่เกลาแล้ว
43	1	0.67
42	1	1.33
41	2	1
40	0	0.67
39	0	1
38	3	2.67
37	5	4
36	4	5.67
35	8	5.67
34	5	5.67
33	4	4
32	3	3.67
31	4	3.33
30	3	2.67
29	1	2
28	2	1.33
27	1	1.33
26	1	1.33
25	2	1

จากตารางนี้ สามารถนำความถี่ที่เกลาแล้วไปเขียนภาพใหม่แสดงเส้นโค้งของความถี่ ดังภาพที่ 6.3



ภาพที่ 6.3 โค้งการแจกแจงความถี่หลังจากเกลาแล้ว

จากภาพที่ 6.3 จะเห็นได้ว่าโค้งใหม่นี้ก็ยังมีการหักเหลี่ยมอยู่บ้างแต่ก็น้อยกว่าภาพที่ 4.2 แต่ถ้าจะให้เรียบกว่านี้ก็จะต้องใช้เครื่องมือตัดให้เป็นโค้งที่ปราศจากมุมหรือเหลี่ยมได้

6.4 สถิติเชิงพรรณนา (Descriptive Statistics)

เป็นสถิติที่สรุปความและอธิบายความหมายข้อมูล ซึ่งมีการวัดอยู่ 4 ประเภท คือ

1. การวัดตำแหน่ง (Measures of Position)
2. การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measures of Central Tendency)
3. การวัดการกระจาย (Measures of Variability)
4. การวัดความสัมพันธ์ (Measures of Relationship)

การวัดตำแหน่ง (Measures of Position)

เป็นค่าที่บอกตำแหน่งที่คนจะอยู่ในคะแนนกลุ่มหนึ่งในรูปกราฟ การวัดตำแหน่งจะอยู่เป็นจุดบนเส้นฐานของรูปกราฟ มี 3 ค่าคือ

1.1 ตำแหน่ง (rank)

ตำแหน่งเป็นค่าคะแนนที่ง่ายที่สุดในการอธิบายตำแหน่ง ตำแหน่งแรกที่สุดคือตำแหน่งสูงสุดหรือดีที่สุด ที่สอง ที่สาม เรื่อย ๆ ไปจนถึงตำแหน่งสุดท้าย การตีความหมายมักจะเป็นไปตามขนาดของกลุ่มและไม่ค่อยได้นำมาใช้มากนัก เพราะค่าที่ได้เป็นการอธิบายผลของการทดสอบแบบง่าย ๆ และไม่เป็นทางการเพียงแต่ให้รู้ว่าใครอยู่ตรงไหนเท่านั้น

1.2 ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile rank)

ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เป็นค่าที่อธิบายความหมายได้ดีกว่าตำแหน่ง ทั้งนี้เพราะได้

มีการแก้ไขความแตกต่างของขนาดของกลุ่มแล้ว ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์เป็นค่าที่แสดงตำแหน่งของบุคคลที่สัมพันธ์กับกลุ่ม เช่น เราบอกว่าตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 38 หมายถึง ใน 100 คน มีคนได้คะแนนน้อยกว่าเขาอยู่ 38 คน ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์มีผู้นำมาใช้กันมากดังจะกล่าวต่อไปโดยละเอียดในบทที่ 8

2. **การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง** (Measures of Central Tendency)

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางเป็นค่าที่กำหนดให้ 1 ค่าที่จะมีคุณลักษณะที่ใกล้เคียงหรือเป็นตัวแทนของกลุ่มได้ดีที่สุด โดยปกตินิยมใช้กัน 3 ค่า คือ

1. ค่าเฉลี่ย (Mean)
2. มัธยฐาน (Median)
3. ฐานนิยม (Mode)

ในแต่ละค่านี้จะมีตำแหน่งของจุดอยู่บนเส้นฐานของรูปกราฟ

2.1 ค่าเฉลี่ย (Mean)

ค่าที่นิยมใช้กันมากที่สุดในการวัดตำแหน่งและการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางคือค่า**มัชฌิมเลขคณิต** (Arithmatic Mean) มักจะเรียกกันสั้น ๆ ว่า ค่า Average หรือ ค่ากลาง (Mean) ค่าเฉลี่ยนี้นิยมใช้มากในการตีความหมายคะแนนการสอบ เพราะนอกจากจะนำวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้แล้ว ค่าเฉลี่ยก็ยังเป็นที่เข้าใจกันทั่ว ๆ ไปและคำนวณง่าย คะแนนของนักเรียนในวิชาหนึ่ง ๆ เราอาจจะคำนวณหาค่าเฉลี่ยโดยการเอาคะแนนทุกคนมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนคะแนนทั้งหมด ตามสูตร

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

เมื่อ

$\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ย

ΣX = ผลรวมของคะแนนดิบ

N = จำนวนคะแนน (หรือจำนวนคนที่เข้าสอบ)

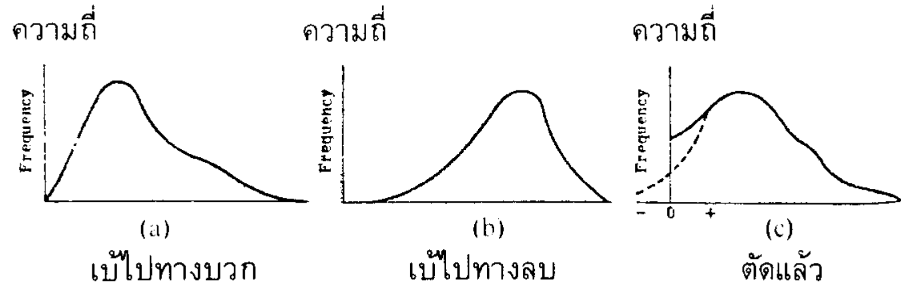
2.2 ค่ามัธยฐาน (Median)

เราลองมาพิจารณาข้อมูลบางอย่าง เช่น รายได้ของบุคคล บางคนมีรายได้สูงมากเพียงไม่กี่คน ในขณะที่คนส่วนมากมีรายได้น้อย ถ้าเราหาค่าเฉลี่ยของรายได้คนในกลุ่มนี้ โดยการเอารายได้ของแต่ละคนมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนคน เราก็จะพบว่าค่าที่ได้ไม่ใช่เป็น

ตัวกลางของรายได้ของคนในกลุ่มนั้นอย่างแท้จริง คือจะมีค่าสูงกว่าความจริงมาก ด้วยเหตุนี้จึงจำเป็นต้องใช้ค่าสถิติอีกตัวหนึ่งมาอธิบายแทน ค่านั้นก็คือค่ามัธยฐาน (Median)

ค่ามัธยฐาน คือค่าที่อยู่ตรงกลางของกลุ่ม ถ้าเอาคะแนนของทุกคนเรียงมาตามลำดับ

ในแบบทดสอบบางฉบับอาจจะมีคนทำถูกได้น้อยมาก คือ ข้อสอบยาก ดังแสดงในรูปภาพที่ 3 (a) และบางฉบับมีคนทำถูกมาก (ข้อสอบง่าย) การกระจายของคะแนนแสดงในภาพที่ 3 (b) การนำค่าเฉลี่ยมาอธิบายคะแนนจึงทำให้ตีความหมายผิดพลาดมากถ้าโค้งแสดงการกระจายของคะแนนเบ้ไปทางใดทางหนึ่ง การใช้มัธยฐานจึงเป็นวิธีการที่เหมาะสมกว่า (ดังแสดงในภาพที่ 3 (c) ซึ่งในภาพที่ 3 (c) นี้ การกระจายของคะแนนบางตัวถูกตัดออก เช่น ข้อสอบที่ยากมากจนคนท้ายสุดได้ศูนย์ เส้นประเป็นเส้นที่แสดงการกระจายที่อาจจะเป็นถ้าคะแนนเบ้ไปทางลบ

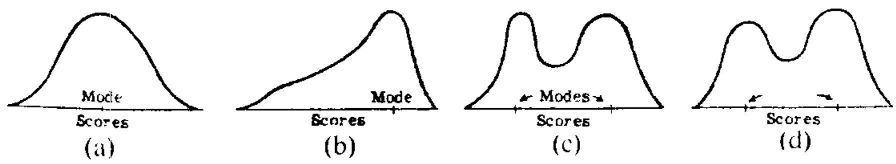


ภาพประกอบที่ 6.4

ค่ามัธยฐานเป็นค่าตรงตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 (หรือตำแหน่งควอไทล์ที่ 2 หรือเดไซล์ที่ 5) และมักจะใช้ค่ามัธยฐานควบคู่ไปกับการใช้ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

2.3 ค่าฐานนิยม (Mode)

ค่าฐานนิยมมักจะนิยมใช้กับคะแนนดิบ หรือคะแนนที่ช่วงห่างของจุดกลางของคะแนนมีความถี่สูงสุด ปกติไม่ค่อยนิยมเอาค่าฐานนิยมมาอธิบายข้อมูลเหมือนค่าเฉลี่ยและมัธยฐาน การหาค่าฐานนิยมทำได้ง่าย ๆ เราอาจจะดูคร่าว ๆ เร็ว ๆ จากข้อมูลชุดหนึ่งก็พอจะบอกค่าฐานนิยมได้ ถ้าคะแนนจัดเรียงตามความถี่ ค่าฐานนิยมก็คือจุดกลางของคะแนนที่มีความถี่สูงสุด ถ้าคะแนนแสดงในรูปของกราฟ ค่าฐานนิยมก็คือจุดสูงสุดบนเส้นโค้ง ซึ่งอาจจะมีค่าฐานนิยมเกิน 2 ค่าก็ได้ดังภาพประกอบที่ 5



ภาพประกอบที่ 6.5 แสดงค่าฐานนิยม

การเปรียบเทียบการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

ค่าเฉลี่ย เป็นการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางที่ดีที่สุดในการทดสอบ เพราะสามารถเข้าใจได้ง่าย คำนวณง่าย ตีความหมายทางสถิติได้อย่างมีเหตุมีผล แต่ก็ไม่ควรใช้กับข้อมูลที่มีการกระจายของข้อมูลเบ้มาก ๆ หรือมีช่องห่างมาก ๆ

ค่ามัธยฐาน ควรใช้กับการวัดแบบเปอร์เซ็นต์ไทล์ ใช้ได้ดีในกรณีที่การกระจายของข้อมูลเบ้มาก ๆ หรือมีช่วงห่างมาก ๆ ค่ามัธยฐานนี้ใช้หลักคณิตศาสตร์น้อยกว่า และใช้น้อยกว่าค่าเฉลี่ย ทั้ง ๆ ที่เป็นค่าที่เข้าใจง่าย

ค่าฐานนิยม ใช้กันน้อยกว่าค่าเฉลี่ยและค่ามัธยฐาน แต่ก็สามารถจะทราบค่าคร่าว ๆ ได้เร็ว

อย่างไรก็ตามการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางยังมีอีกหลายวิธี แต่ก็ไม่นิยมใช้ในการทดสอบ ค่าทุกค่าของการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางจะอยู่บนแกนนอนของรูปกราฟ

3. การวัดการกระจาย (Measures of Variability)

ข้อมูลของคะแนนในแต่ละชุดย่อมจะมีการกระจายของคะแนนแตกต่างกัน ตัวอย่างเช่นคะแนนชุดหนึ่งอาจจะมีคะแนนกระจัดกระจายมากกว่าคะแนนอีกชุดหนึ่ง ดังนั้นเราสามารถจะใช้สถิติมาคำนวณค่าการกระจายได้ ค่านี้จะบอกว่าคะแนนกระจายออกไปอย่างไร ในรูปของกราฟค่าการกระจายจะเป็นค่าที่อยู่ห่างจากกันตามเส้นฐานของกราฟ

3.1 ค่าพิสัย (Range) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างคะแนนสูงสุดกับต่ำสุด การหาค่าพิสัยนั้นคำนวณง่ายและเข้าใจง่ายแต่ก็เป็นค่าหยาบ ๆ ของการวัดการกระจายเท่านั้น

3.2 ค่าพิสัยระหว่างจุดกลางของควอไทล์ (Semi-Interquatile Range) ค่าพิสัยระหว่างจุดกลางของควอไทล์นี้เราใช้ในกรณีที่นำค่ามัธยฐานเป็นตัวแทนข้อมูล นั่นก็คือจะใช้ค่านี้เมื่อการกระจายของข้อมูลเบ้มาก ๆ มีสูตรคำนวณดังนี้

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

เมื่อ

Q = ค่าพิสัยระหว่างจุดกลางของควอไทล์

Q_3 = ค่าควอไทล์ที่ 3 หรือตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75

Q_1 = ค่าควอไทล์ที่ 1 หรือตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25

3.3 ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Average Deviation, Mean Diviation)

ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยนี้เป็นการอธิบายการกระจายของคะแนนได้วิธีหนึ่ง ที่มีข้อดีตรงที่ง่าย เพราะเป็นค่าเฉลี่ยสัมบูรณ์ที่คะแนนแต่ละตัวเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย วิธีการคำนวณค่อนข้างจะยากกว่าการวัดการกระจายแบบอื่น ๆ และไม่ค่อยนิยมใช้ แต่ที่นำมากล่าวในที่นี้เพราะมีแบบทดสอบบางฉบับอ้างอิงไว้

3.4 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (The Standard Deviation)

ความเบี่ยงเบนมาตรฐานนี้นิยมใช้ในการวัดการกระจายมากที่สุด นอกจากจะสามารถนำค่ามาคำนวณทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายแล้ว ก็ยังเป็นที่ยอมรับว่าค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานนี้เป็นการวัดการกระจายที่ดีที่สุด และเป็นค่าที่สามารถนำมาเป็นพื้นฐานในการคำนวณค่าอื่น ๆ ของการทดสอบได้ด้วยเช่น

(1) ค่าคะแนนมาตรฐาน (Standard Scores)

(2) การอธิบายค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

(3) แสดงค่าความแม่นยำในการพยากรณ์จากค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

(4) ทดสอบความมีนัยสำคัญทางสถิติ

ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีค่าเท่ากับรากที่สองของค่าเฉลี่ยของความเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยยกกำลังสอง ซึ่งคำนวณได้ดังนี้

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma (X - \overline{X})^2}{N}}$$

เมื่อ

S_x = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบทดสอบ X

X = คะแนนดิบของแบบทดสอบ X

$\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ยของแบบทดสอบ X

N = จำนวนคนที่เข้าสอบ

ความเบี่ยงเบนมาตรฐานมักจะใช้เป็นหน่วยที่แสดงความห่างกันของคะแนน 2 ค่า ความห่างกันนี้สามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกันได้ระหว่างคะแนนชุดหนึ่ง ๆ กับคะแนนชุดอื่น ๆ ซึ่งถ้าเป็นคะแนนดิบเราไม่สามารถจะทำได้

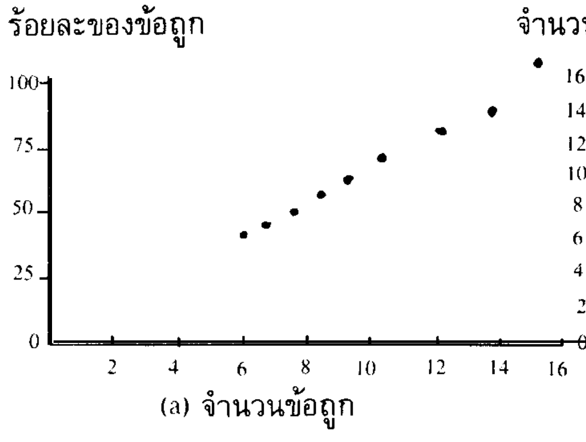
ความเบี่ยงเบนมาตรฐานนี้นิยมใช้มากในการตีความจากการกระจายแบบโค้งปกติ ซึ่งอธิบายได้ว่าในช่วง 1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีพื้นที่ภายใต้โค้งปกติประมาณ 34.13 เปอร์เซ็นต์เหนือและใต้ค่าเฉลี่ย แต่ถ้าการกระจายของคะแนนเบ้ไปทางใดทางหนึ่ง พื้นที่ภายใต้โค้งในช่วง 1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะมีค่าไม่เท่ากับ 68.26 เปอร์เซ็นต์ แต่อาจประมาณว่ามีค่าประมาณ $\frac{2}{3}$ ของคะแนนการสอบ

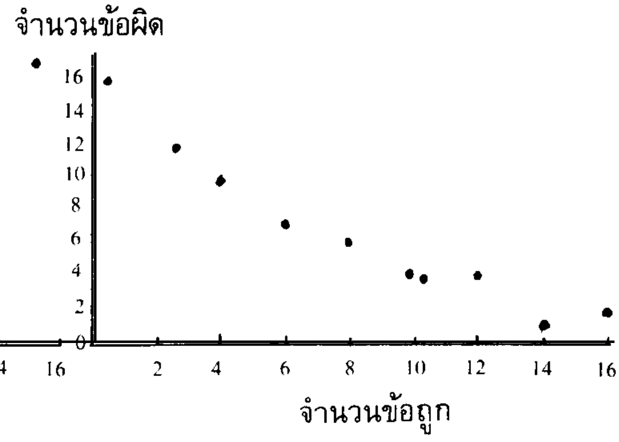
3.5 การวัดการกระจายร่วม (Measures of Covariability)

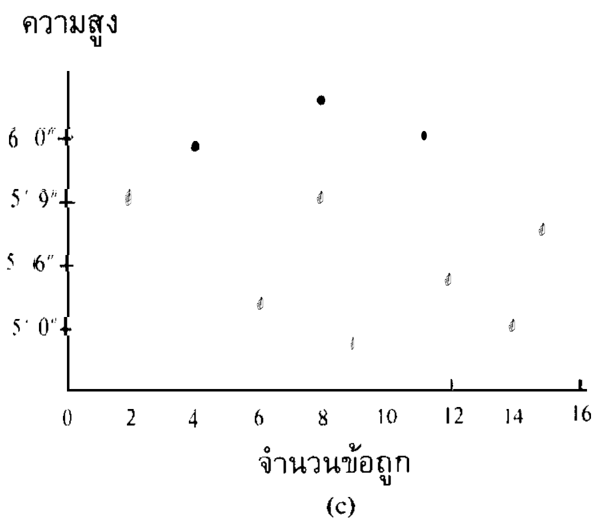
การวัดการกระจายร่วม จะเป็นค่าที่บอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบ 2 ฉบับ (อาจเป็นตัวแปรอื่นก็ได้) การหาค่าความสัมพันธ์กันนี้มีวิธีการหลายวิธี แต่ที่นิยมใช้มี 2 แบบคือ

1. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Pearson - Product - Moment
2. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Spearman Rank

4. **ค่าสหสัมพันธ์** เป็นค่าที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็นตัวชี้ให้เห็นถึงอัตราความสัมพันธ์ ซึ่งจะมีค่าจาก 0 ถึง 1.00 หรือ -1.00 ดังแสดงในภาพประกอบที่ 6.6







ภาพประกอบที่ 6.6 แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว ใน 3 รูปแบบ

จากภาพประกอบที่ 6.6 (a) มีจำนวนผู้เข้าสอบ 10 คน แต่ละคนทำข้อสอบคณิตศาสตร์ได้ข้อถูกตามแกนนอน และเปอร์เซ็นต์ที่ทำข้อสอบถูกตามแนวตั้ง ในแต่ละจุดแสดงให้เห็นว่าถ้ายิ่งทำข้อสอบถูกมาก ๆ ข้อ เปอร์เซ็นต์ของการตอบถูกก็จะมากตามไปด้วย ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลแบบนี้จะมีค่าเป็น +1.00

ภาพประกอบที่ 6.6 (b) ในการสอบครั้งเดียวกันนี้เราลองมาพิจารณาจำนวนข้อสอบที่ทำถูกตามแกนนอนกับจำนวนข้อสอบที่ทำผิดของผู้เข้าสอบใน 10 คนนี้จะเห็นว่า ถ้ายิ่งทำข้อสอบถูกมากจำนวนข้อที่ทำผิดจะน้อยลง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของข้อมูลแบบนี้จะมีค่าเป็น – 1.00

ภาพประกอบที่ 6.6 (c) จากข้อมูลที่เด็ก 10 คนทำข้อสอบได้ เมื่อนำมาดูความสัมพันธ์กับความสูงของนักเรียนแต่ละคนทั้ง 10 คน ก็จะปรากฏดังภาพซึ่งแสดงว่าตัวแปร 2 ตัวนี้ไม่มีความสัมพันธ์กันเลย หรือมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็น 0

แต่ในชีวิตจริง ๆ ของเราแล้วเราจะไม่พบความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 คู่ใดเหมือนภาพประกอบที่ 6.6 ซึ่งแสดงให้ดูเลย อย่างมากที่สุดเราก็อาจจะพบความสัมพันธ์กันสูงกว่า .90 บ้างเล็กน้อย เช่นค่าความเชื่อมั่น ส่วนค่าความเที่ยงตรงมักจะอยู่ระหว่าง .20 ถึง .60 ซึ่งก็แล้วแต่แบบทดสอบ เกณฑ์และการกระจายของคะแนนในกลุ่มที่เข้าทดสอบ

ในภาพประกอบที่ 6.7แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ประมาณ .50

ภาพประกอบที่ 6.7 แสดงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ประมาณ .50

ถึงแม้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะแสดงให้เห็นค่าของตัวแปรตัวหนึ่งที่อาจจะแปรไปตามตัวแปรอีกตัวหนึ่ง แต่ค่าความสัมพันธ์ก็ไม่ได้แสดงความเป็นเหตุผลซึ่งกันและกัน นั่นคือ เมื่อตัวแปรตัวหนึ่งสูงไม่เป็นเหตุให้ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะต้องสูงตาม หรือในทำนองตรงข้ามถ้าตัวแปรหนึ่งสูงก็ไม่ใช่สาเหตุให้ตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะต้องมีค่าต่ำ ตัวแปร 2 ตัวอาจมีความสัมพันธ์กันทั้ง ๆ ที่ไม่เป็นสาเหตุต่อกัน

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์นี้ ตามที่กล่าวไว้ว่าในที่นี้จะกล่าวถึงเพียงค่าของ Pearson Product Moment และของ Spearman rank การหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Pearson Product Moment นั่นใช้คำนวณจากค่าของตัวแปร 2 ตัวที่เป็นข้อมูลที่ได้จากการวัดแบบต่อเนื่อง (Continuous data)และมีคุณลักษณะตามข้อตกลงเบื้องต้นครบถ้วน ส่วนค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Spearman rank นั้น ใช้ในกรณีที่ข้อมูลอยู่ในลักษณะการจัดลำดับที่มากกว่าจะเป็นคะแนนการสอบ สูตรการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ทั้ง 2 แบบมีดังนี้

$$r_{xy} = \frac{\Sigma (X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{NS_xS_y}$$

เมื่อ

r_{xy} = ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Pearson

X = คะแนนดิบจากตัวแปรชุดที่ 1

Y = คะแนนดิบจากตัวแปรชุดที่ 2

$\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวแปรชุดที่ 1

$\overline{Y}$ = ค่าเฉลี่ยของตัวแปรชุดที่ 2

S_x = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร X

S_y = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร Y

N = จำนวนคู่

แต่สูตรนี้มักลำบากในการคำนวณจากคะแนนดิบส่วนมากในการคำนวณมักใช้สูตรที่สามารถนำคะแนนดิบมาคำนวณได้เลย สูตรนี้ คือ

$$r_{xy} = \frac{N\Sigma XY - \Sigma X\Sigma Y}{\sqrt{[N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2][N\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2]}}$$

เมื่อ

r_{xy} = ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Pearson

X = คะแนนดิบจากตัวแปรชุดที่ 1

Y = คะแนนดิบจากตัวแปรชุดที่ 2

N = จำนวนคู่

สูตรการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เมื่อข้อมูลเป็นการจัดอันดับ

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)}$$

เมื่อ

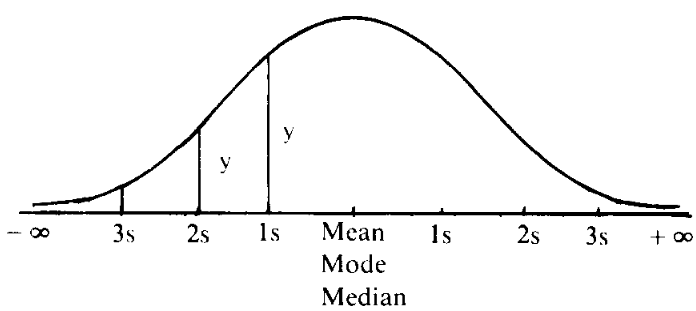
ρ = ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์แบบ Spearman

D = ผลต่างของการจัดอันดับ X และ Y

N = จำนวนคู่

6.5 **การแจกแจงปกติ** (Normal distribution)

ในการศึกษาเรื่องการกระจายของข้อมูลนั้น การกระจายแบบปกติของข้อมูลที่คนส่วนใหญ่จะได้คะแนนปานกลาง คนส่วนน้อยได้คะแนนมากและคะแนนต่ำ ลักษณะการกระจายของข้อมูลแบบนี้จะมีลักษณะรูปทรงคล้ายระฆังคว่ำตามภาพประกอบที่ 6.8



ภาพประกอบที่ 6.8 ลักษณะโค้งปกติ

ปกติในชีวิตจริงของคนเรามักไม่ค่อยได้พบลักษณะการกระจายของข้อมูลตามภาพนี้ เพราะจะต้องขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูลซึ่งมีจำนวนไม่จำกัด (Infinite Number) และกระจายไปตามโอกาสที่จะเกิดขึ้น แต่อย่างไรก็ตามเราก็มักจะสรุปว่าการกระจายบางอย่างมีรูปร่างแบบนี้ถ้าจำนวนกลุ่มตัวอย่างมีจำนวนมาก

โค้งปกติ เป็นสิ่งสำคัญมาก ด้วยเหตุต่อไปนี้

1. เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคุณสมบัติที่รู้กันทั่วไป
2. เป็นรูปแบบที่คล้าย ๆ กับการกระจายตามคุณลักษณะของมนุษย์และคะแนนการสอบส่วนใหญ่
3. สามารถนำสถิติอ้างอิงมาใช้ได้
4. เป็นพื้นฐานในการทำความเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนรูปแบบต่าง ๆ

คุณสมบัติของโค้งปกติ

1. ลักษณะโค้งเป็นรูปสมมาตรกันทั้ง 2 ข้าง (ดังนั้นค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน จะอยู่ที่จุดเดียวกัน)
2. ลักษณะโค้งจะสูงที่สุดตรงกลาง (ดังนั้นค่าฐานนิยม จึงเท่ากับค่าเฉลี่ย และค่ามัธยฐาน)
3. ปลายสุดของโค้งจะอยู่ที่ $+\infty$ ถึง $-\infty$ (ดังนั้นปลายโค้งจึงไม่จดกับฐาน แต่จะค่อย ๆ เรียวเข้าหาปลายฐาน)
4. รูปร่างของโค้งจะเปลี่ยนไปที่ 1 หน่วยความเบี่ยงเบนมาตรฐานเหนือและใต้ค่าเฉลี่ย
5. พื้นที่ใน 1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีประมาณ 34.13% ของพื้นที่ทั้งหมด (ถ้าพื้นที่แทนจำนวนคนก็แปลว่ามีผู้เข้าสอบประมาณ 34% จะอยู่ระหว่างจุดกึ่งกลางระหว่างค่าเฉลี่ยกับ 1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
6. ประมาณ 48% (47.72%) จะอยู่ระหว่างค่าเฉลี่ยกับ 2 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
7. ประมาณ 50% (49.87%) จะอยู่ระหว่างค่าเฉลี่ยกับ 3 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
8. ประมาณ 68% จะอยู่ระหว่าง -1 ถึง $+1$ ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
9. ใช้สูตรทางคณิตศาสตร์อธิบายลักษณะโค้งนี้ได้
10. ตารางพื้นที่ภายใต้โค้งปกติใช้ส่วนสูงของแกนตั้งกับระยะทางจากค่าเฉลี่ยมาหาร้อยละของพื้นที่ได้

6.6 สถิติอ้างอิง (Inferential Statistics)

สถิติอ้างอิงนี้บางครั้งเรียกว่า sample statistics หรือ proabilities statistics นำมาใช้เพื่อจะอธิบายว่าค่าสถิติพรรณนาที่ได้มาจาก 1 ตัวอย่างนั้นมีโอกาสที่จะประมาณค่าไปสู่ประชากรได้เพียงใด ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างข้อมูล 2 ชุด จะสามารถอธิบายได้ว่าเป็นการเกิดขึ้นโดยบังเอิญหรือไม่ ดังนั้นจึงควรจะมีความรู้เรื่องพื้นฐานต่อไปนี้

1. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย (Standard error of the Mean)

มีสูตรในการคำนวณดังนี้

$$SE_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{N-1}}$$

เมื่อ

$SE_{\overline{X}}$ = ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

S = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบทดสอบ

N = จำนวนคน

สมมติว่าเรากำหนดให้มีกลุ่มตัวอย่างอยู่ 100 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีสมาชิกอยู่กลุ่มละ 50 คน ในแต่ละกลุ่มนั้นมีการเลือกมาอย่างสุ่มจากคนที่เป็นประชากร 8,000 คน ทำแบบทดสอบแล้วคำนวณค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานจากค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 100 กลุ่ม วิธีการคำนวณก็ถือเสมือนหนึ่งว่าค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มเป็นคะแนนดิบ แล้วหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานออกมา การหาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย ($SE_{\overline{X}}$) เป็นการคำนวณจากกลุ่มเพียงกลุ่มเดียว แล้วนำมาคาดคะเนว่า ค่าเฉลี่ยของกลุ่มอื่น ๆ จะเบี่ยงเบนจากกันเท่าไร ดังนั้น $SE_{\overline{X}}$ จึงบอกได้ว่าค่าเฉลี่ยแตกต่างจากกลุ่มตัวอย่างอื่นมากน้อยแค่ไหน

สมมติว่าเรามีกลุ่มตัวอย่างที่เลือกมาอย่างสุ่มเพียง 1 กลุ่ม และมีคนอยู่ 50 คน ปรากฏว่าได้ค่าเฉลี่ย 85.0 ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 28.0

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน $= \frac{28}{\sqrt{50-1}} = 4$

เราก็สามารถคาดคะแนค่าเฉลี่ยของประชากรได้คือ

ใน 1 ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน $= 4$

โอกาสที่ค่าเฉลี่ยของประชากร $= 85 \pm 4 = 81 \rightarrow 89$

แต่ในการหาค่าเฉลี่ยครั้งนี้ $= 85$

ฉะนั้นค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้จึงถือว่าอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ เพราะยังอยู่ในช่วงที่ 81→89

ถ้าเราต้องการจะให้การคาดคะเนครั้งนี้เชื่อถือได้ 95% ก็เอาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยคูณกับพื้นที่ภายใต้โค้งปกติ ที่ 5% $= 1.96 (\pm 4)$

$= \pm 15.37$

ซึ่งแสดงว่าค่าเฉลี่ยของประชากรจะอยู่ระหว่าง

$$85 \pm 15.37$$

ประมาณ $= 70 \rightarrow 100$ ซึ่งถือถือได้ 95%

และถ้าจะให้เชื่อถือได้ 99% ก็เอาค่า 2.58 คูณกับ $SE_{\bar{X}}$ แล้วบวกลบกับค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้ก็จะเป็นค่าเฉลี่ยของประชากร

2. ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด (Standard error of measurement) (SE_{meas})

ค่า SE_{meas} นี้ เป็นค่าที่คาดคะเนคะแนนที่คน ๆ หนึ่งจะได้รับถ้าให้เขาสอบแบบทดสอบเดิมนี้ซ้ำ ๆ กัน (โดยสมมติว่าไม่มีผลจากการเรียนรู้เพิ่มเติม)

การคำนวณค่า SE_{meas} เป็นการอธิบายความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ มีสูตรคำนวณดังนี้

$$SE_{meas} = S_x \sqrt{1 - r_{xx}}$$

เมื่อ

SE_{meas} = ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด

S_x = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบทดสอบ X

r_{xx} = ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ X

ตัวอย่างเช่น

นายแดงสอบแบบทดสอบความถนัดได้ 73 คะแนน คะแนนที่นายแดงควรจะได้ใกล้เคียงที่สุดคือเท่าไร? เราก็ใช้ค่า SE_{meas} มาคำนวณประมาณค่าคะแนนจริง ถ้าเราต้องการเชื่อมั่นได้ 99% ค่าคะแนนจริงก็จะอยู่ระหว่างคะแนนดังนี้ $73 \pm 2.58\ (SE_{meas})$

ค่า SE_{meas} มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อผู้ใช้แบบทดสอบที่จะต้องพิจารณาและคิดอยู่เสมอ เพราะถ้าเราตีความหมายว่าคะแนนจริงของผู้เข้าสอบคือคะแนนที่เขาสอบได้ จะทำให้การตีความหมายผิดพลาดได้

3. ความคลาดเคลื่อนและความผิดพลาด (Error and Mistake)

ความคลาดเคลื่อนเป็นสิ่งที่แฝงอยู่ในการวัด ซึ่งจะมีลักษณะเป็นตัวแปรต่อเนื่อง

ความผิดพลาด เราสามารถจะป้องกันไม่ให้เกิดขึ้นได้ ความคลาดเคลื่อนในการวัดซึ่งปรากฏอยู่ในการทดสอบนั้นเราไม่สามารถจะหลีกเลี่ยงได้แต่เราก็สามารถจะประมาณค่าได้ตามที่กล่าวมาแล้ว ความผิดพลาดนั้นเรากำจัดได้แต่เราประมาณค่าไม่ได้

ความคลาดเคลื่อนในการวัด (SE_{meas}) และความคลาดเคลื่อนในการคาดคะเน (SE_{yx}) มีความคล้ายคลึงกันมากและมักจะเกิดความสับสนกันอยู่เสมอ จึงควรพิจารณาความคลาดเคลื่อนประการหลังดังต่อไปนี้

4. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน (SE_{yx})

เป็นการวัดปริมาณความคลาดเคลื่อนในการทำนายผล หรือเป็นค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของการกระจายคะแนนความคลาดเคลื่อนในการทำนาย

จุดประสงค์ของการคำนวณค่านี้ก็เพื่อหาตัวชี้บ่งว่าคะแนนจากแบบทดสอบสามารถทำนายได้แม่นยำแค่ไหน ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เป็นค่าพื้นฐานในการทำนายตัวเกณฑ์จากผลการทดสอบ ดังนั้นค่า SE_{yx} จึงแสดงให้เห็นว่าค่าตัวเกณฑ์ที่ทำนายกับคะแนนที่จะทำนายแตกต่างกันแค่ไหน

ถ้าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่า = 1.00 การทำนายก็ได้ผลถูกต้องสมบูรณ์ ค่า SE_{yx} จะมีค่าเท่ากับ 0.00 ซึ่งก็หมายความว่าคะแนนการสอบและตัวเกณฑ์ไม่แตกต่างกัน แต่ถ้าค่าสหสัมพันธ์ของแบบทดสอบและเกณฑ์ไม่สัมพันธ์กัน (มีค่าเป็น 0) เราก็สรุปว่าทุกคนจะมีคะแนนเท่ากับค่าเฉลี่ยของตัวเกณฑ์ซึ่งก็จะดีกว่าสรุปเป็นอย่างอื่น แต่ถ้า SE_{yx} จะมีมากเท่า ๆ กับค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ลองพิจารณาดังนี้

ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน $$S_y = \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}{N}}$$

ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน $$SE_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \acute{Y})^2}{N}}$$

เมื่อ

S_y = ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ y ซึ่งเป็นตัวเกณฑ์

SE_{yx} ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน (การพยากรณ์ตัวเกณฑ์ Y จากคะแนนของแบบทดสอบ X)

Y = คะแนนดิบของตัวเกณฑ์

$\bar{Y}$ = ค่าเฉลี่ยของคะแนนตัวเกณฑ์

Y'	=	ค่าทำนายตัวเกณฑ์
N	=	จำนวนคน

ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานย่อมขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างคะแนนที่สอบกับค่าเฉลี่ย $(Y-\bar{Y})$ ส่วนค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน ก็ขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างคะแนนที่สอบกับค่าที่ทำนาย $(Y - Y')$ สูตรในการคำนวณของ 2 ค่านี้คล้ายกัน ตามที่ได้กล่าวแล้วว่า การทำนายที่ดีที่สุดก็คือทุก ๆ คนมีคะแนนเท่าค่าเฉลี่ย ซึ่งก็จะไม่มีค่าสหสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากแบบทดสอบกับตัวเกณฑ์ ในกรณีนี้ค่า Y' ของแต่ละคนก็จะเท่ากับ $\bar{Y}$ ค่า SE_{yx} และ S_y จึงเป็นค่าเดียวกัน

ถ้าค่าสหสัมพันธ์ของข้อสอบและเกณฑ์เป็น 0 การทำนายก็ต้องขึ้นอยู่กับโอกาสที่จะเกิดขึ้นเท่านั้น การทำนายจะมีความแม่นยำเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ถ้าค่าสหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบกับเกณฑ์เพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง 1.00 ก็จะบอกได้ว่าการทำนายมีผลถูกต้องสมบูรณ์ที่สุด

ความคลาดเคลื่อนในการคาดคะเน อาจคำนวณได้จากสูตร

$$SE_{yx} = S_y\sqrt{1 - r_{xy}^2} \quad \text{(Lyman 1971 : 57)}$$

เมื่อ

SE_{yx}	=	ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของการคาดคะเน
S_y	=	ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน
r_{xy}	=	ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างแบบทดสอบกับเกณฑ์

ค่า $\sqrt{1-r_{xy}^2}$ นี้เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของความต่างพวก (coefficient of alienation) ซึ่งเป็นตัวชี้ให้เห็นถึงความไม่สัมพันธ์กันระหว่างตัวแบบ 2 ตัว เช่น

$r = 0.00$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 1.00$
$r = 0.20$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 0.98$
$r = 0.40$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 0.92$
$r = 0.60$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 0.80$
$r = 0.866$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 0.50$
$r = 1.00$	สัมประสิทธิ์ของความต่างพวก	$= 0.00$

จะเห็นว่า ถ้าค่า $r = .20$ จะเพิ่มความแม่นยำในการทำนายเพียง 2% (1.00 – 0.98)

และ	$r = .60$	จะทำนายได้ 20%
	$r = .866$	จะทำนายได้ 50%

จากค่าที่แสดงนี้เราจึงหวังจะได้ค่า r ประมาณ 0.866 ซึ่งจะทำนายได้ถูกต้อง 50% ถ้าเราเอาค่าสัมประสิทธิ์ของความต่างพวกนี้คูณกับค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ก็จะได้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน

ดังนั้น SE_{yx} จะเท่ากับ .98 ซึ่งเท่ากับค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานแล้ว ค่า r จะเท่ากับ 0.20

SE_{yx} จะเท่ากับ 0.98 และเท่ากับ S_y เมื่อ $r = .20$

SE_{yx} จะเท่ากับ 0.80 และเท่ากับ S_y เมื่อ $r = .60$

SE_{yx} จะเท่ากับ 0.50 และเท่ากับ S_y เมื่อ $r = .866$

อย่างไรก็ตามการที่เราจะให้แบบทดสอบมีค่าความเที่ยงตรงสูงถึง 0.866 นั้นทำได้ยากมาก ส่วนใหญ่มักจะพบว่าค่าความเที่ยงตรงจะอยู่ประมาณ .20 ถึง .60 ซึ่งค่าดังกล่าวทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการทำนายมาก

6.7 ตารางพยากรณ์ (Expectancy table)

เป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่วงคะแนนการสอบกับเกณฑ์ที่กำหนด มีจุดมุ่งหมายที่จะคาดคะเนผลที่คาดว่าจะได้จากตัวเกณฑ์ในรูปของความน่าจะเป็นในแต่ละช่วงคะแนนของแบบทดสอบ เช่นเด็กคนหนึ่งสอบแบบทดสอบความถนัดด้านตัวเลขได้ 40 คะแนน โอกาสที่เราควรจะได้เกรด A B C D และ F ในตอนสอบปลายภาคควรจะเป็นเท่าใด ตารางพยากรณ์จะมีลักษณะเป็น 2 มิติ คือมิติแรกจะเป็นคะแนนตัวพยากรณ์ อีกมิติหนึ่งจะเป็นลักษณะตัวเกณฑ์

วิธีการสร้างตารางพยากรณ์

1. เอาจำนวนความถี่ของผู้ที่สอบจากแบบทดสอบและเกณฑ์ลงในตารางพยากรณ์
2. แปลงจำนวนความถี่ให้เป็นเปอร์เซ็นต์ซึ่งจะเป็นค่าความน่าจะเป็นในการพยากรณ์

ตัวอย่างเช่น ในการสอบคัดเลือกเข้าเรียนต่อชั้น ม.1 ในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนสอบได้คะแนนตั้งแต่ 40-70 คะแนน ปรากฏว่าในตอนปลายภาคนักเรียนสามารถสอบเกรดเฉลี่ยดังนี้

ตาราง 6.3 นำคะแนนมาแจกแจงในตารางพยากรณ์ดังนี้

คะแนนสอบคัดเลือก	เกรดเฉลี่ยปลายภาค			รวม
	D&F	C	A&B	
61 - 70	6	12	22	40
51 - 60	12	28	20	50
41 - 50	21	17	2	50

ตาราง 6.4 ตารางพยากรณ์เกรดเฉลี่ยปลายภาค

คะแนนสอบคัดเลือก	เกรดเฉลี่ยปลายภาค			
	D&F	C	A&B	รวม
61 - 70	15	30	55	100
51 - 60	24	46	40	100
41 - 50	42	34	4	100

การแปลงจากตาราง 6.3 เป็น 6.4 ทำดังนี้

1. ในช่วงคะแนน 61-70 มีจำนวนคนทั้งหมด 40 คน ดังนั้นโอกาสจะได้เกรดเฉลี่ยปลายภาค ในช่องแรก จะมีค่า = 6 × 100 ÷ 40 = 15

2. ทำคะแนนในช่องอื่น ๆ ต่อไปด้วยวิธีเดียวกัน

จากตาราง 6.4 แสดงให้เห็นจำนวนร้อยละที่ปรากฏในแต่ละช่องนั้น แสดงค่าพยากรณ์ว่าผู้ที่สอบได้คะแนนในแต่ละช่วงจะได้เกรดเฉลี่ยในตอนปลายภาคเรียนร้อยละเท่าไร ข้อมูลจากตารางนี้จะเป็นประโยชน์และมีความหมายต่อนักเรียน นักแนะแนว ผู้ปกครอง ผู้บริหารที่จะได้เห็นความสัมพันธ์ของคะแนนการสอบคัดเลือกกับความสำเร็จในการทำนายเกรดเฉลี่ยของนักเรียนว่าเป็นอย่างไร บางคนทำคะแนนสูงในตอนสอบคัดเลือกอาจจะสอบได้เกรดเฉลี่ยต่ำก็ได้ หรือคนที่สอบได้คะแนนต่ำก็ยังมีโอกาสจะสอบได้เกรดเฉลี่ยสูง ตารางนี้จะช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนที่สอบได้สูงหรือต่ำให้มีกำลังใจที่จะทำเกรดเฉลี่ยให้สูงขึ้น

ตารางพยากรณ์ 2 ชั้น (Double - Entry Expectancy Table)

เป็นตารางที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวพยากรณ์มากกว่า 1 ตัวขึ้นไป ซึ่งสามารถจะนำมาใช้ประโยชน์ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่นำมาพยากรณ์ และเป็นการสื่อความหมายให้ผู้เกี่ยวข้องเข้าใจข้อมูลละเอียดมากขึ้น ตัวอย่างเช่น

ตาราง 6.5 ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนการสอบคัดเลือก ตำแหน่งใน ร.ร.มัธยม และเกรดในมหาวิทยาลัย

คะแนน	**ตำแหน่งในร.ร.มัธยม**					
	GPA	**ต่ำ**	**กลาง**		**สูง**	
สูง	A&B	6	A&B	15	A&B	45
	C	47	C	48	C	45
	D&F	47	D&F	37	D&F	10
ปานกลาง	A&B	0	A&B	4	A&B	10
	C	33	C	44	C	58
	D&F	67	D&F	52	D&F	32
ต่ำ	A&B	0	A&B	2	A&B	0
	C	3	C	21	C	29
	D&F	97	D&F	77	D&F	71

จากตาราง 6.5 แสดงว่าถ้านักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับมัธยมสูง และได้คะแนนสอบคัดเลือกสูงจะได้เกรดเฉลี่ยต่ำกว่าเกรด C เพียง 10% แต่ถ้านักเรียนที่มีความสามารถในการเรียนระดับมัธยมสูง แต่สอบคัดเลือกได้คะแนนต่ำเขาก็จะมีโอกาสได้เกรดเฉลี่ยต่ำกว่าเกรด C ถึง 71% เป็นต้น สมมติว่านักเรียนคนหนึ่งเมื่อเรียนอยู่ในโรงเรียนมัธยมมีผลการเรียนปานกลาง แต่เวลาสอบคัดเลือกได้คะแนนสูง เขาก็จะมีโอกาสได้เกรดเฉลี่ยในตอนปลายปี เกรด C 48% และมีโอกาสได้เกรด A และ B 15% ซึ่งรวมแล้วเขาจะมีโอกาสได้เกรดสูงกว่าเกรด D&F ถึง 63% (48+15) เป็นต้น

ข้อดีของการใช้ตารางพยากรณ์ 2 ชั้น

1. สร้างง่าย ไม่ต้องใช้สถิติยุ่งยาก
2. เข้าใจง่าย
3. แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของตัวพยากรณ์ 2 ตัวในการทำนายตัวเกณฑ์

III บทสรุป

1. ตัวแปรในการวัดมี 2 ชนิด คือตัวแปรต่อเนื่อง และตัวแปรไม่ต่อเนื่อง การใช้สถิติมาตีความหมายข้อมูลจำเป็นจะต้องคิดถึงลักษณะของตัวแปรด้วย

2. ตัวแปรแบบต่อเนื่องอาจจะแสดงให้เห็นภาพกว้าง ๆ ได้ โดยการแสดงเป็นรูปกราฟแท่ง เพื่อให้เห็นว่าคะแนนแต่ละคะแนนมีความถี่มากน้อยเพียงใด

3. การต่อจุดกึ่งกลางของกราฟแท่งแล้วเกลาให้ดีแล้วเราจะพบลักษณะการกระจายในรูปแบบต่าง ๆ กัน

4. การใช้สถิติเพื่ออธิบายความหมายข้อมูลว่าคนแต่ละคนอยู่ในตำแหน่งใดของกลุ่มอาจจะทำในรูปของการหาตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ซึ่งแสดงจุดที่อยู่เมื่อเทียบกับคน 100 คน

5. การใช้ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และค่าฐานนิยมอธิบายข้อมูลนั้นจะต้องพิจารณาความเหมาะสมของข้อมูลว่าจะใช้ค่าอะไรจึงจะดีที่สุด ปกติทั่ว ๆ ไปถ้าข้อมูลไม่เบ้มากหรือโด่งมากแล้วมักใช้ค่าเฉลี่ยเป็นค่าอธิบาย

6. ความเบี่ยงเบนมาตรฐานและค่าความแปรปรวนเป็นค่าแสดงการกระจายของข้อมูลและนำมาใช้เป็นพื้นฐานในการอธิบายข้อมูล โดยใช้สถิติอื่น ๆ ด้วย เช่น การหาค่าสหสัมพันธ์

7. ลักษณะของโค้งปกติจะช่วยให้สามารถใช้สถิติอ้างอิงได้ดีขึ้น ซึ่งคุณสมบัติของโค้งปกติเป็นข้อที่ควรจะต้องจดจำทุกครั้งที่จะอ้างอิงว่าข้อมูลเป็นโค้งปกติ

8. ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยเป็นค่าที่นำมาคาดคะเนว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่มอื่น ๆ จะเบี่ยงเบนจากกันเท่าไรเพื่อแสดงความเชื่อถือได้ของค่าเฉลี่ยจริงที่คำนวณได้

9. ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด เป็นค่าที่คาดคะเนคะแนนที่คนหนึ่งจะได้รับถ้าให้เขาทำข้อสอบฉบับเดิมซ้ำ ๆ กันอีก จึงเป็นค่าที่อาจจะนำมาคาดคะเนคะแนนจริงของผู้สอบที่ควรจะได้

10. ความคลาดเคลื่อนเป็นสิ่งที่แฝงอยู่ในการวัดที่เราไม่สามารถจะป้องกันได้ ส่วนความผิดพลาดเป็นสิ่งที่เราสามารถจะป้องกันได้

11. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน เป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นจากการทำนายผล

12. ตารางพยากรณ์ เป็นตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างช่วงคะแนนการสอบกับเกณฑ์ที่กำหนด นั่นก็คือสามารถใช้ตารางนี้ในการพยากรณ์ผลที่จะเกิดขึ้นโดยเอาคะแนนจากการสอบ หรือตัวพยากรณ์อื่น ๆ เป็นตัวพยากรณ์ ถ้ามีตัวพยากรณ์มากกว่า 2 ตัว เรียกว่าเป็นตารางพยากรณ์ 2 ชั้น

คำถามท้ายบท

1. คะแนนสอบคัดเลือกเข้ามหาวิทยาลัยประเภทใดบ้างที่จะเป็นตัวแปรต่อเนื่อง และแบบใดที่เป็นตัวแปรไม่ต่อเนื่อง
2. การทำกราฟแท่งใช้ประโยชน์อะไรได้บ้าง ข้อมูลชนิดใดบ้างที่จะสามารถนำมาทำกราฟแท่งได้ จงอธิบายพร้อมทั้งยกเหตุผลประกอบ
3. ให้นักศึกษานำคะแนนการสอบวิชาหนึ่งของนักเรียนประมาณ 30 คน แสดงการอธิบายข้อมูลดังนี้
   1. เขียนรูปหลายเหลี่ยมพร้อมกับเกลาข้อมูลด้วย
   2. แสดงการหาค่าเปอร์เซ็นต์ไทล์
   3. หาค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน ค่าฐานนิยม
   4. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าความแปรปรวน
   5. อธิบายข้อมูลชุดนี้เป็นโค้งปกติหรือไม่
4. อธิบายลักษณะสำคัญของข้อมูลที่มีการกระจายเป็นโค้งปกติ
5. นำข้อมูลจากข้อ 3 คำนวณค่าต่อไปนี้
   1. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย
   2. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด
   3. ถ้ากำหนดให้เกรดเฉลี่ยของนักเรียนแต่ละคนจากข้อมูลชุดที่ 3 ให้คำนวณค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการคาดคะเน พร้อมทั้งสร้างตารางพยากรณ์