

# บทที่ 1

## ความรู้เบื้องต้นทาง สถิติ (INTRODUCTION TO STATISTICS)

### วัตถุประสงค์

เมื่อท่านศึกษาเนื้อหาบทที่ 1 โดยละเอียดแล้ว ควรมีความสามารถดังนี้

1. เขียนสัญลักษณ์แสดงผลรวมทางพีชคณิตได้
2. บอกความหมายและนิยามเกี่ยวกับเซตได้
3. เขียนเซตและแสดงจำนวนสมาชิกในเซตได้
4. หาความสัมพันธ์ระหว่างเซตได้
5. บอกชนิดของตัวแปรสุ่มได้
6. คำนวณหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มได้
7. จำแนกประเภทข้อมูลที่ได้จากการวัดได้

### เนื้อหา

ในบทนี้จะกล่าวถึงเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์และสถิติ ซึ่งจำเป็นต้องนำมาใช้ในการเรียนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลทางการศึกษาดังนี้

- 1.1 ผลรวมทางพีชคณิต (Summation Algebra)
- 1.2 ทฤษฎีเซต (Set Theory)
- 1.3 ตัวแปรสุ่ม (Random Variables)
- 1.4 ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Expectations)
- 1.5 มาตรการวัด (Measurement Scales)

## เนื้อหาที่ 1.1 ผลรวมทางพีชคณิต

### 1.1.1 สัญลักษณ์ และ ความหมาย

ในการแสดงค่าการบวกกันของเลขหลาย ๆ จำนวนนั้น ถ้าจะเขียนแสดงตรง ๆ อาจจะดูยืดยาว โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าเราต้องการแสดงสูตรซึ่งเป็นผลบวกของเทอมต่าง ๆ หลายเทอม ยิ่งจะมีความยากลำบากในการแสดงค่าการบวกกันของเลขจำนวนต่าง ๆ ในแต่ละเทอม ดังนั้นเพื่อความสะดวกจึงมีการกำหนดสัญลักษณ์แสดงผลบวกขึ้นเพื่อให้สูตรต่าง ๆ สั้นลง สัญลักษณ์ที่กำหนดขึ้นมีสูตรทั่ว ๆ ไปดังนี้

$$\sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

เป็นอักษรกรีก อ่านว่า “ซิกม่า” (Sigma) นำมาใช้แทนผลรวมหรือผลบวก ดังนั้น

$\sum_{i=1}^n X_i$  อ่านว่า ซิกม่าของ  $X_i$  หรือ ผลรวมของ  $X$  ตั้งแต่ตัวที่หนึ่งถึงตัวที่  $n$  เมื่อ  $i$  มีค่าเท่ากับ 1 ถึง  $n$  และ  $i$  เป็นตัวแปรที่จะใช้ระบุว่า  $X$  เป็นตัวที่เท่าใด และมีอยู่ที่ตัว เช่น

$$\sum_{i=1}^3 X_i = X_1 + X_2 + X_3$$

$$\sum_{i=1}^5 X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

$$\sum_{i=3}^5 X_i = X_3 + X_4 + X_5$$

ตัวอย่าง 1.1 ถ้า  $X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 7, X_4 = 4, X_5 = 2$

จงหา ก.  $\sum_{i=1}^5 X_i$

ข.  $\sum_{i=3}^5 X_i$

ค.  $\sum_{i=2}^4 X_i$

## ความรู้เบื้องต้นทาง สถิติ

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\text{ก.} \quad \sum_{i=1}^5 X_i &= X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \\ &= 3 + 5 + 7 + 4 + 2 \\ &= 21\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ข.} \quad \sum_{i=3}^5 X_i &= X_3 + X_4 + X_5 \\ &= 7 + 4 + 2 \\ &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ค.} \quad \sum_{i=2}^4 X_i &= X_2 + X_3 + X_4 \\ &= 5 + 7 + 4 \\ &= 16\end{aligned}$$

### 1.1.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับผลรวมทางพีชคณิต

$$\text{ทฤษฎี 1} \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + \dots + X_n^2$$

ตัวอย่าง 1.2 ถ้า  $X_1 = 3$ ,  $X_2 = 5$ ,  $X_3 = 7$ ,  $X_4 = 4$ ,  $X_5 = 2$

$$\text{แล้ว} \quad \sum_{i=1}^5 X_i^2 \text{ มีค่าเท่าใด}$$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^5 x_i^2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \\ &= 3^2 + 5^2 + 7^2 + 4^2 + 2^2 \\ &= 9 + 25 + 49 + 16 + 4 \\ &= 103 \end{aligned}$$

**ทฤษฎี 2**  $\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 = (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)^2$

**ตัวอย่าง 1.3** ถ้า  $x_1 = 3, x_2 = 5, x_3 = 7, x_4 = 4, x_5 = 2$

แล้ว  $\left( \sum_{i=2}^4 x_i \right)^2$  มีค่าเท่าใด

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \left( \sum_{i=2}^4 x_i \right)^2 &= (x_2 + x_3 + x_4)^2 \\ &= (5 + 7 + 4)^2 \\ &= (16)^2 \\ &= 256 \end{aligned}$$

ความรู้เบื้องต้นทาง สถิติ

**ทฤษฎี 3** ถ้า  $a$  เป็นค่าคงที่ จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^n a = na$$

**ตัวอย่าง 1.4** ถ้า  $a$  มีค่าเท่ากับ 5 ให้หา  $\sum_{i=1}^7 5$

**วิธีทำ**

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^7 5 &= 7 \times 5 \\ &= \mathbf{35} \end{aligned}$$

**ทฤษฎี 4** ถ้า  $a$  เป็นค่าคงที่ และ  $X$  เป็นตัวแปร จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^n a X_i = a \sum_{i=1}^n X_i$$

ตัวอย่าง 1.5 ถ้า  $a$  มีค่าเท่ากับ 5 และ  $X_1 = 2, X_2 = 5, X_3 = 1, X_4 = 4$  ให้หา  $\sum_{i=1}^4 5X_i$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 5X_i &= 5 \sum_{i=1}^4 X_i \\ &= 5(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \\ &= 5(2 + 5 + 1 + 4) \\ &= 5(12) \\ &= 60 \end{aligned}$$

ทฤษฎี 5  $\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n Y_i$  (เมื่อ  $X$  และ  $Y$  ต่างก็เป็นตัวแปร)

ตัวอย่าง 1.6 ถ้า  $X_1 = 2, X_2 = 5, X_3 = 0$  และ  $Y_1 = 1, Y_2 = 4, Y_3 = 2$

จงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^3 (X_i + Y_i)$

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^3 (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^3 X_i + \sum_{i=1}^3 Y_i$$

ความรู้เบื้องต้นทาง สถิติ

$$= (2 + 5 + 0) + (1 + 4 + 2)$$

$$= 7 + 7$$

$$= 14$$

**ทฤษฎี 6** ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นค่าคงที่ และ  $X$  เป็นตัวแปรแล้วจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^n (aX_i + b) = a \sum_{i=1}^n X_i + nb$$

**ตัวอย่าง 1.7** ถ้า  $X_1 = 3, X_2 = 5, X_3 = 1, X_4 = 0$  และ  $a$  มีค่าเท่ากับ  $5, b$  มีค่า

เท่ากับ  $12$  แล้วจงหาค่าของ  $\sum_{i=1}^4 (5X_i + 12)$

**วิธีทำ**

$$\sum_{i=1}^4 (5X_i + 12) = 5 \sum_{i=1}^4 X_i + (4 \times 12)$$

$$= 5(3 + 5 + 1 + 0) + 48$$

$$= 5(9) + 48$$

$$= 45 + 48$$

$$= 93$$

## เนื้อหาที่ 1.2 ทฤษฎีเซต

### 1.2.1 ความหมายของเซต

เซต (Set) เป็นคำที่ใช้แทนความหมายของ หมู่ กลุ่ม ชุด หรือ ฟุ้ง เช่น เซตของนก (หมายถึง นก 1 ฟุ้ง) เซตของชาม (หมายถึง ชาม 1 ชุด) เซตของเก้าอี้รับแขก (หมายถึง เก้าอี้รับแขก 1 ชุด) บรรดาสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซตใดเรียกว่าเป็นสมาชิกของเซตนั้น

### 1.2.2 สัญลักษณ์ของเซต

1. อักษรตัวใหญ่ใช้แทนเซต เช่น A, B, X, Z
2. อักษรตัวเล็กใช้แทนสมาชิกในเซต เช่น a, b, c, y
3. เราใช้สัญลักษณ์  $\in$  แทนคำว่า “สมาชิกของ” เช่น  $a \in B$   
อ่านว่า “a เป็นสมาชิกของเซต B”
4. เราใช้สัญลักษณ์  $\notin$  แทนคำว่า “ไม่เป็นสมาชิกของ”  
เช่น  $a \notin B$  อ่านว่า “a ไม่เป็นสมาชิกของเซต B”
5.  $\emptyset$  ใช้แทน “เซตว่าง” (Null set)
6.  $\subset$  ใช้แทน “อนูเซต” (subset)
7. U หรือ W ใช้แทน “เซตสากล” (Universal set)

### 1.2.3 วิธีการเขียนเซต

ในการเขียนเซต มีวิธีเขียนได้ 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 ให้เขียนสมาชิกของเซตลงไปก่อนภายในวงเล็บปีกกา เพื่อแสดงว่าเป็นเซต และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกของเซต ตัวอย่าง เช่น ถ้า A เป็นเซตของเลข 1, 3, 5, 7 เขียนแสดงได้ดังนี้

$$A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$$

หรือถ้า B เป็นเซตของการขึ้นหน้าต่าง ๆ ของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ดังนั้นจึงอาจเขียนเซต B ได้ดังนี้

$$B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$



**วิธีที่ 2** กำหนดเซตโดยบอกคุณสมบัติที่สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซตนั้นมีอยู่ร่วมกัน ตัวอย่างเช่น

ถ้าให้ A เป็นเซตของเลขจำนวนเต็มคู่ที่เป็นบวกเขียนเป็นเซตได้ดังนี้

$$A = \{ X | X \text{ เป็นเลขคู่ และเป็นบวก } \}$$

อ่านว่า A เป็นเซตของ x ซึ่ง x เป็นเลขคู่และเป็นบวก (สัญลักษณ์ขีดตั้ง “|” อ่านว่า ซึ่ง) เซต A นี้ถ้าเขียนแสดงตามวิธีแรกจะเขียนได้เป็น  $A = \{ 2, 4, 6, 8, 10, \dots \}$

### 1.2.4 นิยามเกี่ยวกับเซต

#### 1.2.4.1 การเท่ากันของเซต

เซตสองเซตจะเท่ากันก็ต่อเมื่อทั้งสองเซตนั้นมีสมาชิกอย่างเดียวกัน นั่นคือ เมื่อเซต A เท่ากับเซต B แสดงว่า สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซต A จะต้องเป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุก ๆ ตัวของเซต B จะต้องเป็นสมาชิกของเซต A และในการเท่ากันของเซตนี้ ลำดับที่ของสมาชิกในแต่ละเซตไม่มีความสำคัญ อาจจะสลับที่กันอยู่ก็ได้การเท่ากันของเซต A และเซต B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า  $A = B$

ในกรณีที่สมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B หรือถ้ามีสมาชิกบางตัวของเซต B ไม่เป็นสมาชิกของเซต A แล้วเซต A จะไม่เท่ากับเซต B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า  $A \neq B$

**ตัวอย่าง 1.8** กำหนดให้  $A = \{ 2, 5, 8 \}$

$$B = \{ 5, 2, 8 \}$$

$$C = \{ 8, 2, 5 \}$$

$$D = \{ 2, 5, 6, 8 \}$$

ดังนั้น  $A = B = C$

แต่  $A \neq D$  ,                       $B \neq D$                       และ  $C \neq D$

ถ้า  $A = \{a, b, c, d\}$        $B = \{a, b, d, c\}$

$C = \{a, b, c, d, f\}$  แล้วจะเห็นว่า

$A \subseteq B, A \subset C, B \subset C$  และ  $B \subseteq A$

ถึงเซตต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเลขจำนวนเต็มบวก  $\mathbb{W}$  ก็จะเป็นเซตของเลขจำนวนเต็มบวก

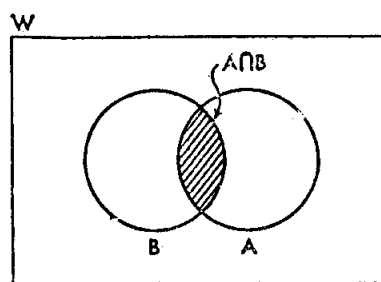


ตัวอย่างเช่น ถ้า  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

$A \cap B = \{3, 5\}$

เราสามารถเขียนเวนนีไดอะแกรม แสดงการอินเตอร์เซกชันของเซต A และเซต B ให้เห็นชัดเจนได้ ดังรูป 1.3



รูป 1.3

### 1.2.5.3 คอมพลีเมนต์ (Complement)

ถ้า A เป็นอนุเซตของเซตสากล W คอมพลีเมนต์ของเซต A เทียบกับ W คือเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของ W แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A คอมพลีเมนต์ของ A เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า  $A'$  หรือ  $\bar{A}$  ดังนั้น

$$A' = \{x \mid x \notin A\}$$

ถ้า  $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

ดังนั้น  $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$





























คำถามท้ายบทที่ 1

ตอนที่ 1 คำถามเกี่ยวกับผลรวมทางพีชคณิต

1. ถ้า  $X_1 = 3, X_2 = 1, X_3 = -1, X_4 = 5, X_5 = 10$

จงหาค่าของ

$$1.1 \sum_{i=1}^5 X_i$$

$$1.2 \sum_{i=1}^3 X_i^2$$

$$1.3 \sum_{i=1}^4 X_i^2(X_i - 2)$$

$$1.4 \sum_{i=2}^5 (X_i - 1)^2$$

$$1.5 \sum_{i=1}^5 \frac{(X_i + 2)^2}{2}$$

2. ถ้า  $X_1 = -1, X_2 = 1, X_3 = 3, X_4 = 2, Y_1 = 2, Y_2 = 5, Y_3 = 0, Y_4 = -2$

จงหาค่าของ

$$2.1 \sum_{i=1}^4 X_i Y_i$$

$$2.2 \quad \sum_{i=1}^4 (X_i + Y_i)$$

$$2.3 \quad \sum_{i=2}^4 (2X_i + 3Y_i - 1)$$

$$2.4 \quad \sum_{i=2}^4 X_i \quad \sum_{i=1}^4 y_i$$

3. จงเขียนให้อยู่ในรูปของ  $\Sigma$

$$3.1 \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

$$3.2 \quad X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$$

$$3.3 \quad X_1 + 1 + X_2 + 2 + X_3 + 3$$

ตอนที่ 2 คำถามเกี่ยวกับเซต

4. จงเขียนเซตที่กำหนดให้ โดยแสดงสมาชิกของเซตเหล่านั้น

4.1 เซตของเลขจำนวนเต็มที่เป็นบวก และน้อยกว่า 10

4.2 เซตของเลขจำนวนเต็มคู่ที่เป็นบวก และน้อยกว่า 10

4.3 เซตของเลขจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 30 และหารด้วย 3 ลงตัว

4.4 เซตของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก

4.5 เซตของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อม ๆ กัน

4.6  $\{X \mid X \text{ เป็นเลขจำนวนเต็มบวกและ } X \leq 8\}$

4.7  $\{X \mid X \text{ เป็นเลขคี่และ } X \leq 15\}$

5. จงเขียนเซตที่กำหนดให้ โดยบอกคุณสมบัติที่สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซตนั้นมีอยู่ร่วมกัน

5.1 เซตของเลขจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่า 20



$$C = \{\text{ละมุด, น้อยหน่า}\}$$

8. จงเขียน เวนน์ ไดอะแกรม แสดงอนุเซ็ทของ U เมื่อ

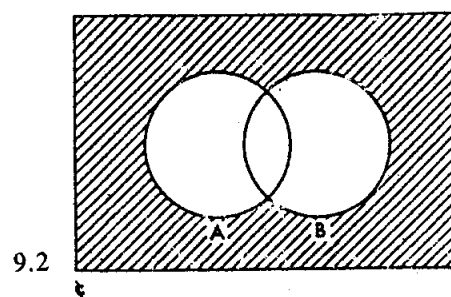
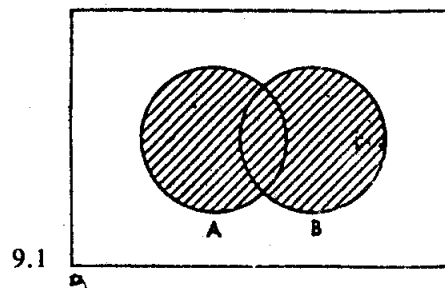
$$U = \text{เซ็ทของเลขจำนวนเต็ม}$$

$$A = \text{เซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวก}$$

$$B = \text{เซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 ลงตัว}$$

$$C = \text{เซ็ทของเลขคี่}$$

9. จงเขียนสัญลักษณ์แทนภาพเฉพาะส่วนพื้นที่แรเงาของเวนน์ ไดอะแกรม ต่อไปนี้





12. ให้ยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและแบบไม่ต่อเนื่องมาอย่างละ 3 ชนิด  
 13. ให้หา  $E(X)$  จากข้อมูลข้างล่าง

X	0	1	2	3	4	5
P(X)	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

14. ถ้า  $X$  คือจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวจากการโยนเหรียญ 4 เหรียญพร้อม ๆ กัน ให้หาค่าคาดหวังของจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว

ตอนที่ 4 คำถามเกี่ยวกับมาตราการวัด

15. มาตรานามบัญญัติแตกต่างจากมาตราอัตราส่วนอย่างไร  
 16. ให้บอกว่าการวัดต่อไปนี้อยู่ในมาตราการวัดใด
- 16.1 เชือกเส้นนี้ยาว 12 นิ้ว
  - 16.2 ก้อนหินก้อนนี้หนัก 8 กิโลกรัม
  - 16.3 สาวีตร์สอบได้ที่หนึ่ง
  - 16.4 มานะสูง 170 เซ็นติเมตร
  - 16.5 สีโรตม์เป็นเด็กผู้ชาย
  - 16.6 พรุ้งน้ำอุณหภูมิของอากาศจะลดลงประมาณ 3 องศา