บทที่ 1
ความรู้เบื้องต้นทาง สถิติ
(INTRODUCTION TO STATISTICS)

วัตถุประสงค์

เมื่อท่านศึกษาเนื้อหาบทที่ 1 โดยละเอียดแล้ว ควรมีความสามารถดังนี้

1. เขียนสัญลักษณ์แสดงผลรวมทางพีชคณิตได้
2. บอกความหมายและนิยามเกี่ยวกับเซ็ทได้
3. เขียนเซ็ทและแสดงจำนวนสมาชิกในเซ็ทได้
4. หาความสัมพันธ์ระหว่างเซ็ทได้
5. บอกชนิดของตัวแปรสุ่มได้
6. คำนวณหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มได้
7. จำแนกประเภทข้อมูลที่ได้จากการวัดได้

เนื้อหา

ในบทนี้จะกล่าวถึงเนื้อหาเกี่ยวกับความรู้เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์และสถิติ ซึ่งจำเป็นจะต้องนำมาใช้ในการเรียนเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลทางการศึกษา ดังนี้

1.1 ผลรวมทางพีชคณิต (Summation Algebra)
1.2 ทฤษฎีเซ็ท (Set Theory)
1.3 ตัวแปรสุ่ม (Random Variables)
1.4 ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Expectations)
1.5 มาตรการวัด (Measurement Scales)

เนื้อหาที่ 1.1 ผลรวมทางพีชคณิต

1.1.1 สัญลักษณ์ และ ความหมาย

ในการแสดงค่าการบวกกันของเลขหลาย ๆ จำนวนนั้น ถ้าจะเขียนแสดงตรง ๆ อาจจะดูยืดยาว โดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าเราต้องการแสดงสูตรซึ่งเป็นผลบวกของเทอมต่าง ๆ หลายเทอม ยิ่งจะมีความยากลำบากในการแสดงค่าการบวกกันของเลขจำนวนต่าง ๆ ในแต่ละเทอม ดังนั้นเพื่อความสะดวกจึงมีการกำหนดสัญลักษณ์แสดงผลบวกขึ้นเพื่อให้สูตรต่าง ๆ สั้นลง สัญลักษณ์ที่กำหนดขึ้นมีสูตรทั่ว ๆ ไปดังนี้

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \quad = \quad X_1 + X_2 + X_3 + \text{-----------} + X_n$$

เป็นอักษรกรีก อ่านว่า “ซิกม่า” (Sigma) นำมาใช้แทนผลรวมหรือผลบวก ดังนั้น

$\sum_{i=1}^{n} X_i$ อ่านว่า ซิกม่าของ X_i หรือ ผลรวมของ X ตั้งแต่ตัวที่หนึ่งถึงตัวที่ n เมื่อ i มีค่าเท่ากับ 1 ถึง n และ i เป็นตัวแปรที่จะใช้ระบุว่า X เป็นตัวที่เท่าใดและมีอยู่กี่ตัว เช่น

$$\sum_{i=1}^{3} X_i \quad = \quad X_1 + X_2 + X_3$$

$$\sum_{i=1}^{5} X_i \quad = \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$$

$$\sum_{i=3}^{5} X_i \quad = \quad X_3 + X_4 + X_5$$

ตัวอย่าง 1.1 ถ้า $X_1 = 3,\ X_2 = 5,\ X_3 = 7,\ X_4 = 4,\ X_5 = 2$

จงหา ก. $\sum_{i=1}^{5} X_i$

ข. $\sum_{i=3}^{5} X_i$

ค. $\sum_{i=2}^{4} X_i$

วิธีทำ

ก. $\sum_{i=1}^{5} X_i = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$

$= 3 + 5 + 7 + 4 + 2$

$= 21$

ข. $\sum_{i=3}^{5} X_i = X_3 + X_4 + X_5$

$= 7 + 4 + 2$

$= 13$

ค. $\sum_{i=2}^{4} X_i = X_2 + X_3 + X_4$

$= 5 + 7 + 4$

$= 16$

1.1.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับผลรวมทางพีชคณิต

ทฤษฎี 1 $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \text{----------} + X_n^2$

ตัวอย่าง1.2 ถ้า $X_1 = 3,\ X_2 = 5,\ X_3 = 7,\ X_4 = 4,\ X_5 = 2$

แล้ว $\sum_{i=1}^{5} X_i^2$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 + X_5^2$$

$$= 3^2 + 5^2 + 7^2 + 4^2 + 2^2$$

$$= 9 + 25 + 49 + 16 + 4$$

$$= 103$$

ทฤษฎี 2 $\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 = (X_1 + X_2 + X_3 + \text{----------} + X_n)^2$

ตัวอย่าง 1.3 ถ้า $X_1 = 3,\ X_2 = 5,\ X_3\ 7,\ X_4 = 4,\ X_5 = 2$

แล้ว $\left(\sum_{i=2}^{4} X_i\right)^2$ มีค่าเท่าใด

วิธีทำ

$$\left(\sum_{i=2}^{4} X_i\right)^2 = (X_2 + X_3 + X_4)^2$$

$$= (5 + 7 + 4)^2$$

$$= (16)^2$$

$$= 256$$

ทฤษฎี 3 ถ้า a เป็นค่าคงที่ จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n} a = na$$

ตัวอย่าง 1.4 ถ้า a มีค่าเท่ากับ 5 ให้หา $\sum_{i=1}^{7} 5$

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^{7} 5 = 7 \times 5$$

$$= 35$$

ทฤษฎี 4 ถ้า a เป็นค่าคงที่ และ X เป็นตัวแปร จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n} a X_i = a \sum_{i=1}^{n} X_i$$

ตัวอย่าง 1.5 ถ้า a มีค่าเท่ากับ 5 และ $X_1 = 2,\ X_2 = 5\ X_3 = 1,\ X_4 = 4$ ให้หา $\sum_{i=1}^{4} 5X_i$

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^{4} 5X_i = 5 \sum_{i=1}^{4} X_i$$

$$= 5(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$$

$$= 5(2 + 5 + 1 + 4)$$

$$= 5(12)$$

$$= 60$$

ทฤษฎี 5 $\sum_{i=1}^{n} (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i$ (เมื่อ X และ Y ต่างก็เป็นตัวแปร)

ตัวอย่าง 1.6 ถ้า $X_1 = 2, X_2 = 5, X_3 = 0$ และ $Y_1 = 1, Y_2 = 4, Y_3 = 2$

จงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i)$

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^{3} (X_i + Y_i) = \sum_{i=1}^{3} X_i + \sum_{i=1}^{3} Y_i$$

$$= (2 + 5 + 0) + (1 + 4 + 2)$$

$$= 7 + 7$$

$$= 14$$

ทฤษฎี 6 ถ้า a และ b เป็นค่าคงที่ และ X เป็นตัวแปรแล้วจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n} (aX_i + b) = a \sum_{i=1}^{n} X_i + nb$$

ตัวอย่าง 1.7 ถ้า $X_1 = 3,\ X_2 = 5,\ X_3 = 1,\ X_4 = 0$ และ a มีค่าเท่ากับ 5, b มีค่าเท่ากับ 12 แล้วจงหาค่าของ $\sum_{i=1}^{4} (5\,X_i + 12)$

วิธีทำ

$$\sum_{i=1}^{4} (5X_i + 12) = 5 \sum_{i=1}^{4} X_i + (4 \times 12)$$

$$= 5\,(3 + 5 + 1 + 0) + 48$$

$$= 5\,(9) + 48$$

$$= 45 + 48$$

$$= 93$$

เนื้อหาที่ 1.2 ทฤษฎีเซ็ท

1.2.1 ความหมายของเซ็ท

เซ็ท (Set) เป็นคำที่ใช้แทนความหมายของ หมู่ กลุ่ม ชุด หรือ ฝูง เช่น เซ็ทของนก (หมายถึง นก 1 ฝูง) เซ็ทของชาม (หมายถึง ชาม 1 ชุด) เซ็ทของเก้าอี้รับแขก (หมายถึง เก้าอี้รับแขก 1 ชุด) บรรดาสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ในเซ็ทใดเรียกว่าเป็นสมาชิกของเซ็ทนั้น

1.2.2 สัญลักษณ์ของเซ็ท

1. อักษรตัวใหญ่ใช้แทนเซ็ท เช่น A, B, X, Z
2. อักษรตัวเล็กใช้แทนสมาชิกในเซ็ท เช่น a, b, c, y
3. เราใช้สัญลักษณ์ $\in$ แทนคำว่า "สมาชิกของ" เช่น $a \in B$
   อ่านว่า "a เป็นสมาชิกของเซ็ท B"
4. เราใช้สัญลักษณ์ $\notin$ แทนคำว่า "ไม่เป็นสมาชิกของ"
   เช่น $a \notin B$ อ่านว่า "a ไม่เป็นสมาชิกของเซ็ท B"
5. ϕ ใช้แทน "เซ็ทว่าง" (Null set)
6. $\subset$ ใช้แทน "อนุเซ็ท" (subset)
7. U หรือ W ใช้แทน "เซ็ทสากล" (Universal set)

1.2.3 วิธีการเขียนเซ็ท

ในการเขียนเซ็ท มีวิธีเขียนได้ 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 ให้เขียนสมาชิกของเซ็ทลงไปก่อนภายในวงเล็บปีกกา เพื่อแสดงว่าเป็นเซ็ท และใช้เครื่องหมายจุลภาค (,) คั่นระหว่างสมาชิกของเซ็ท ตัวอย่าง เช่น

ถ้า A เป็นเซ็ทของเลข 1, 3, 5, 7 เขียนแสดงได้ดังนี้

$$A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$$

หรือถ้า B เป็นเซ็ทของการขึ้นหน้าต่าง ๆ ของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก ดังนั้นจึงอาจเขียนเซ็ท B ได้ดังนี้

$$B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

วิธีที่ 2 กำหนดเซ็ทโดยบอกคุณสมบัติที่สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซ็ทนั้นมีอยู่ร่วมกัน ตัวอย่างเช่น

ถ้าให้ A เป็นเซ็ทของเลขจำนวนเต็มคู่ที่เป็นบวกเขียนเป็นเซ็ทได้ดังนี้

A = { X | X เป็นเลขคู่ และเป็นบวก }

อ่านว่า A เป็นเซ็ทของ x ซึ่ง x เป็นเลขคู่และเป็นบวก (สัญลักษณ์ขีดตั้ง " | " อ่านว่า ซึ่ง) เซ็ท A นี้ถ้าเขียนแสดงตามวิธีแรกจะเขียนได้เป็น A = {2, 4, 6, 8, 10, ……}

1.2.4 นิยามเกี่ยวกับเซ็ท

1.2.4.1 การเท่ากันของเซ็ท

เซ็ทสองเซ็ทจะเท่ากันก็ต่อเมื่อทั้งสองเซ็ทนั้นมีสมาชิกอย่างเดียวกัน นั่นคือ เมื่อเซ็ท A เท่ากับเซ็ท B แสดงว่า สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซ็ท A จะต้องเป็นสมาชิกของเซ็ท B และสมาชิกทุก ๆ ตัวของเซ็ท B จะต้องเป็นสมาชิกของเซ็ท A และในการเท่ากันของเซ็ทนี้ ลำดับที่ของสมาชิกในแต่ละเซ็ทไม่มีความสำคัญ อาจจะสลับที่กันอยู่ก็ได้การเท่ากันของเซ็ท A และเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า A = B

ในกรณีที่สมาชิกตัวใดตัวหนึ่งของเซ็ท A ไม่เป็นสมาชิกของเซ็ท B หรือถ้ามีสมาชิกบางตัวของเซ็ท B ไม่เป็นสมาชิกของเซ็ท A แล้วเซ็ท A จะไม่เท่ากับเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า $A \neq B$

ตัวอย่าง 1.8 กำหนดให้ A = {2, 5, 8}

B = {5, 2, 8}

C = {8, 2, 5}

D = {2, 5, 6, 8}

ดังนั้น A = B = C

แต่ $A \neq D$, $B \neq D$ และ $C \neq D$

เพราะ $6 \in D$ แต่ $6 \notin A, 6 \notin B$ และ $6 \notin C$

1.2.4.2 เซ็ทว่าง (Null set หรือ Empty set)

เซ็ทที่ไม่มีสมาชิกเรียกว่า เซ็ทว่าง ใช้สัญลักษณ์ว่า ϕ หรือ $\{\quad\}$ ตัวอย่างเช่น

ถ้าให้ A เป็นสมาชิกของคนที่มี 3 หัว เราจะเห็นว่าเซ็ท A เป็นเซ็ทว่าง เพราะไม่มีคนใดเลยที่มี 3 หัว ดังนั้นจึงเขียนได้ว่า $A = \phi$ หรือ $A = \{\quad\}$

1.2.4.3 อนุเซ็ทหรือเซ็ทย่อย (subset)

ถ้าสมาชิกทุกตัวของเซ็ท A เป็นสมาชิกของเซ็ท B แล้วเราเรียกว่า เซ็ท A เป็นอนุเซ็ทของเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า $A \subseteq B$ ดังนั้นเซ็ททุก ๆ เซ็ท จะเป็นอนุเซ็ทของตัวมันเอง ตัวอย่างเช่น

ถ้า $A = \{a, b, c, d\}$ $B = \{a, b, d, c\}$

$C = \{a, b, c, d, f\}$ แล้วจะเห็นว่า

$A \subseteq B, A \subset C, B \subset C$ และ $B \subseteq A$

ถ้า A เป็นอนุเซ็ทของ B และสมาชิกในเซ็ท A น้อยกว่าสมาชิกในเซ็ท B แล้ว เราเรียกว่า A เป็นอนุเซ็ทแท้ (Proper subset) ของ B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า $A \subset B$

เช่น จากตัวอย่าง $A = \{a, b, c, d\}$ และ $C = \{a, b, c, d, f\}$ เรากล่าวได้ว่า A เป็นอนุเซ็ทแท้ของ C เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า $A \subset C$ จากนิยามนี้ เซ็ทว่าง จะเป็นอนุเซ็ทของทุก ๆ เซ็ท

1.2.4.4 เซ็ทสากล (Universal set)

ถ้าทุก ๆ เซ็ทที่เรากล่าวถึงต่างก็เป็นอนุเซ็ท (subset) ของเซ็ทใดเซ็ทหนึ่ง เซ็ทที่มีเซ็ทอื่น ๆ เป็นอนุเซ็ทนี้เรียกว่า เซ็ทสากล ใช้สัญลักษณ์ว่า W ตัวอย่างเช่น ถ้าเรากล่าวถึงเซ็ทต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับเลขจำนวนเต็มบวก W ก็จะเป็นเซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวก

1.2.5 การกระทำระหว่างเซ็ท (Set Operations)

1.2.5.1 ยูเนียน (Union ใช้สัญลักษณ์ U)

การยูเนียนระหว่างเซ็ท A กับเซ็ท B จะก่อให้เกิดเซ็ทใหม่ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเซ็ท A และสมาชิกของเซ็ท B และ / สมาชิกร่วมของเซ็ท A และเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า A U B ดังนั้น

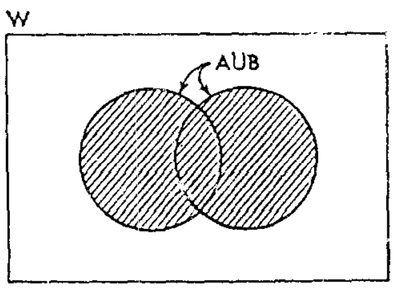
A U B = {x | x ∈ A หรือ x ∈ B, หรือ ทั้งคู่ }

ตัวอย่างเช่น ถ้า A = {1, 2, 3, 4, 5}

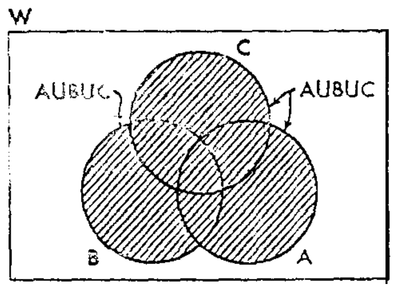
B = {3, 5, 7, 9}

ดังนั้น A U B = {1, 2, 3, 4, 5, 7, 9}

เราสามารถเขียน เวนน์ ไดอะแกรม (Venn diagram) แสดงการยูเนียนของเซ็ท A และ B ให้เห็นชัดเจนได้ ดังรูป 1.1 และ 1.2



รูป 1.1



รูป 1.2

1.2.5.2 อินเตอร์เซ็คชั่น (Intersection, ใช้สัญลักษณ์ ∩)

การอินเตอร์เซ็คชั่นของเซ็ทสองเซ็ท คือ เซ็ท A กับเซ็ท B จะทำให้เกิดเซ็ทใหม่ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกร่วมที่เป็นสมาชิกทั้งของเซ็ท A และของเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า A ∩ B

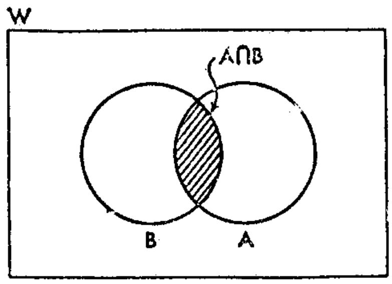
ดังนั้น A ∩ B = {x | x ∈ A และ x ∈ B

ตัวอย่างเช่น ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{3, 5, 7, 9\}$

$A \cap B = \{3, 5\}$

เราสามารถเขียนเวนน์ไดอะแกรม แสดงการอินเตอร์เซ็คชั่นของเซ็ท A และเซ็ท B ให้เห็นชัดเจนได้ ดังรูป 1.3



รูป 1.3

1.2.5.3 คอมพลีเม้นท์ (Complement)

ถ้า A เป็นอนุเซ็ทของเซ็ทสากล W คอมพลีเม้นท์ของเซ็ท A เทียบกับ W คือเซ็ทซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของ W แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A คอมพลีเม้นท์ของ A เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า A' หรือ $\bar{A}$ ดังนั้น

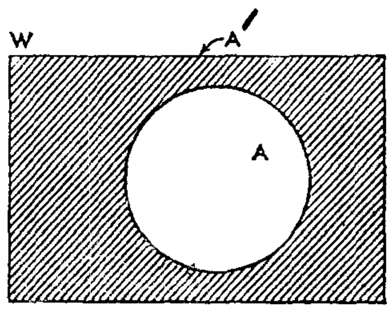
$A' = \{x \mid x \notin A\}$

ถ้า $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

ดังนั้น $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

เราสามารถเขียนเวนน์ ไดอะแกรม แสดงคอมพลีเม้นท์ของ A (A´) ให้เห็นชัดเจนได้ ดังรูป 1.4



รูป 1.4

1.2.6 ทฤษฎีเซ็ทเบื้องต้น

ทฤษฎีที่เกี่ยวกับเซ็ทมีเป็นจำนวนมาก แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่สำคัญบาง ทฤษฎีที่ควรรู้ โดยไม่ทำการพิสูจน์ ดังนี้

I. Associative laws

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

2. Cummulative Laws

$$A \cup B = H \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

3. Distributive laws

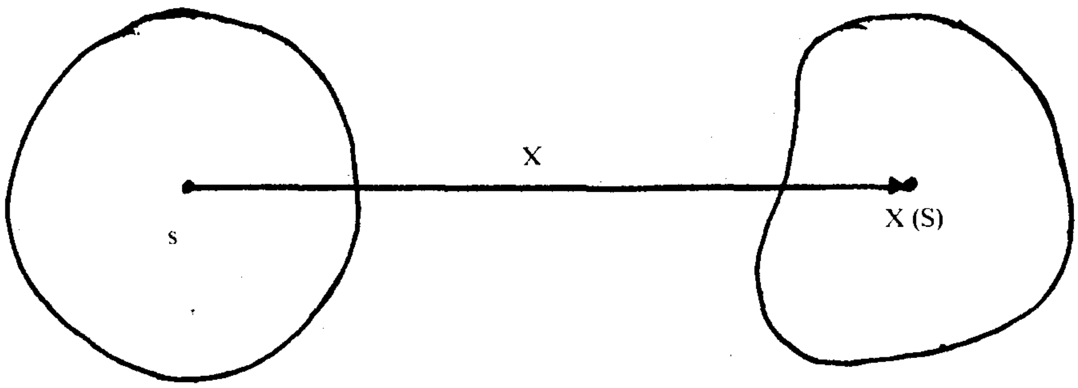
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

เนื้อหาที่ 1.3 ตัวแปรสุ่ม

1.3.1 ความหมายของตัวแปรสุ่ม

ถ้าใช้สัญลักษณ์ X แทนฟังค์ชั่นซึ่งเชื่อมโยงเลขจำนวนจริง (real number) กับเหตุการณ์ทุก ๆ เหตุการณ์ใน sample space "S" แล้ว X มีชื่อว่า ตัวแปรสุ่ม ดังนั้นตัวแปรสุ่มจึงหมายถึง ฟังค์ชั่นซึ่งเชื่อมโยงสมาชิกทุก ๆ ตัว ใน sample space ไปยังเซ็ทของเลขจำนวนจริง ดังรูป 1.5



รูป 1.5

ตัวอย่าง 1.9 โยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้ตัวแปรสุ่ม X คือ จำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว ให้เขียนตารางแสดง sample space และค่าของ X

วิธีทำ เขียนตารางแสดงได้ดังนี้

Sample space (S)	X
(H, H, H)	3
(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)	2
(H, T, T), (T, H, T), (T, T, H)	1
(T, T, T)	0

ตัวอย่าง 1.10 ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อม ๆ กัน 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้ตัวแปรสุ่ม X คือ ผลรวมของแต้มที่ปรากฏ ให้เขียนตารางแสดง sample space และค่าของ X

วิธีทำ เขียนตารางแสดงได้ดังนี้

Sample space	X
(1, 1)	2
(1, 2), (2, 1)	3
(1, 3), (2, 2), (3, 1)	4
(1, 4) (2, 3), (3, 2), (4, 1)	5
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)	6
(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)	7
(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)	8
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)	9
(4, 6), (5, 5), (6, 4)	10
(5, 6), (6, 5)	11
(6, 6)	I2

1.3.2 ชนิดของตัวแปรสุ่ม

ตัวแปรสุ่มมี 2 ชนิด คือ

1.3.2.1 ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variables)

1.3.2.2 ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous random variables)

1.3.2.1 ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง คือ ตัวแปรที่มีลักษณะดังนี้

1. เป็นฟังค์ชั่นที่เชื่อมโยงสมาชิกทุก ๆ ตัวใน sample space ซึ่งเป็นเซ็ทที่มีจำนวนจำกัดและสามารถนับได้ ไปยังเซ็ทของเลขจำนวนจริง เช่น ถ้าให้ S หมายถึงเซ็ทของผลที่ได้จากการโยนเหรียญ 2 เหรียญ พร้อม ๆ กัน 1 ครั้ง และ X คือจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว ฉะนั้น

$$S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$$

$$A = \{2, 1, 0\}$$

ดังนั้น ตัวแปรสุ่ม X จึงมีท่าเท่ากับ 2 หรือ 1 หรือ 0 ซึ่งเป็นค่าที่นับได้

2. ค่าความน่าจะเป็นของค่าตัวแปรสุ่มแต่ละตัว (ใช้สัญลักษณ์ P(X)) มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$P(X_i) \geqslant 0$$

และผลรวมของค่าความน่าจะเป็นของค่าของตัวแปรสุ่ม มีค่าเท่ากับ 1 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\sum P(X_i) = 1$$

ตัวอย่างเช่น ถ้าโยนเหรียญพร้อม ๆ กัน 3 เหรียญ จะเกิด

$$S = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H), (H, T, T), (T, H, T), (T, T, H), (T, T, T)\}$$

ฉะนั้น ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดหัว 3 เหรียญ = 1/8
ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดหัว 2 เหรียญ = 3/8
ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดหัว 1 เหรียญ = 3/8
ค่าความน่าจะเป็นของการเกิดหัว 0 เหรียญ = 1/8

$$\sum P(X_i) = 1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1.00$$

1.3.2.2 ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

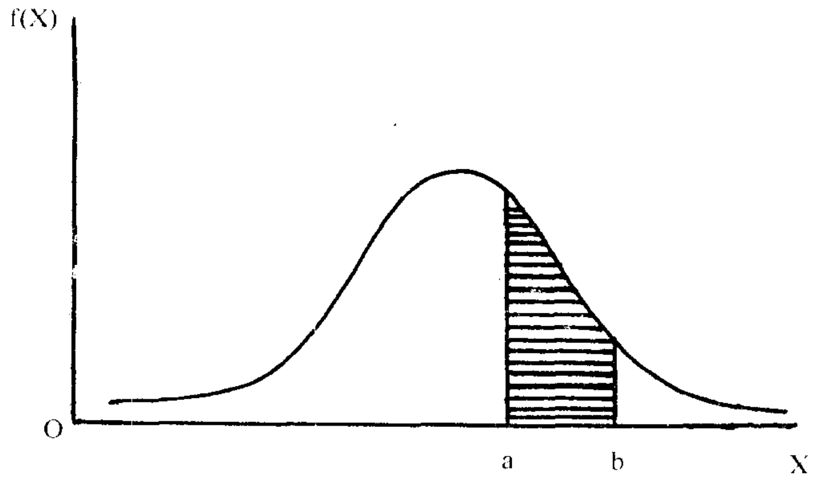
ตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง คือ ตัวแปรที่มีลักษณะดังนี้

1. เป็นฟังก์ชั่นที่เชื่อมโยงสมาชิกใน sample space ซึ่งเป็นเซ็ทที่มีจำนวนสมาชิกไม่จำกัด (เซ็ทอนันต์ หรือ infinite set)

2. ค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง จะหาได้จากพื้นที่ใต้โค้ง โดยการกำหนดค่าของตัวแปรแบบเป็นช่วง (interval) แต่ถ้ากำหนดค่าของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องเป็นค่าใดค่าหนึ่งโดยเฉพาะค่าความน่าจะเป็นของตัวแปรนั้นจะมีค่าเป็นศูนย์ ฉะนั้น

$$P(X = x) = 0$$

$p(a \leq X \leq b))$ = พื้นที่แรเงาจาก a ถึง b ดังรูป 1.6



รูป 1.6

3. พื้นที่ใต้โค้งมีค่าเท่ากับ 1

4. ความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องมีค่ามากกว่า หรือเท่ากับศูนย์

เนื้อหาที่ 1.4 ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

1.4.1 ความหมาย และสัญลักษณ์

ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มใด ๆ หมายถึงค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มซึ่งหาได้จากค่าทั้งหมดที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มเป็นค่าที่หวังว่าจะเกิดขึ้นมากที่สุดในการทดลองหลาย ๆ ครั้ง

สัญลักษณ์ที่ใช้แทนค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่ม X คือ E(X)

1.4.2 ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ค่าคาดหวังของ X หาได้จาก ผลบวกของผลคูณระหว่างค่าของ X แต่ละตัวคูณกับค่าความน่าจะเป็นของ X แต่ละตัวนั้น เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$E(X) = \Sigma X f(X)$$

ตัวอย่าง 1.11 ให้หาค่าคาดหวังของผลรวมของตัวเลขที่ขึ้นบนหน้าของลูกเต๋า 2 ลูกที่โยนพร้อม ๆ กัน 1 ครั้ง

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P(X)	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	3/36	2/36	1/36
X P(X)	2/36	6/36	12/36	20/36	30/36	42/36	40/36	36/36	30/36	22/36	12/36

$$\Sigma XP(X) = \frac{2}{36} + \frac{6}{36} + \frac{12}{36} + \ldots + \frac{22}{36} + \frac{12}{36}$$

$$= \frac{252}{36}$$

$$= 7$$

$$E(X) = 7$$

ดังนั้นค่าคาดหวังของผลรวมของตัวเลขที่ขึ้นบนหน้าของลูกเต๋า 2 ลูก ที่โยนพร้อม ๆ กัน 1 ครั้ง คือ 7

1.4.3 ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง

ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ค่าคาดหวังของ X หาได้จากสมการข้างล่างนี้

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} Xf(X)\, dx$$

สำหรับวิธีหา ค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง ต้องอาศัยความรู้ทางคณิต-ศาสตร์ชั้นสูง ผู้เขียนจึงไม่กล่าวถึงรายละเอียดเกี่ยวกับวิธีหาค่าคาดหวังของตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องในกระบวนวิชานี้

1.4.4 ทฤษฎีเกี่ยวกับค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

ถ้า a เป็นค่าคงที่แล้ว

1. $E(a) = a$
   ตัวอย่างเช่น $E(3) = 3$

2. $E(aX) = a\,E(X)$

3. $E(X + a) = E(X) + a$

4. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

5. $E(X) = \mu_X$ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ที่นิยมใช้แทนค่าเฉลี่ยของ X หรือค่าเฉลี่ยของประชากร

6. $E\left[(X-\mu)^2\right] = \sigma_X^2$ ซึ่งเป็นสัญลักษณ์ที่นิยมใช้แทนความแปรปรวนของ X หรือความแปรปรวนของประชากร

เนื้อหาที่ 1.5 มาตราการวัด

1.5.1 ระดับของมาตราการวัด

การวัดหรือการนับใด ๆ เป็นการกำหนดจำนวนหรือตัวเลขให้กับสิ่งของหรือเหตุการณ์ จึงจำเป็นต้องมีการกำหนดหน่วยหรือมาตราให้กับตัวเลขเหล่านั้น มาตราการวัดที่นิยมใช้กันมากที่สุดเป็นผลงานของ Stevens (1946) ซึ่งแบ่งมาตราการวัดออกเป็น 4 ระดับ คือ

1.5.1.1 มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale)
1.5.1.2 มาตราอันดับ (Ordinal Scale)
1.5.1.3 มาตราอันตรภาค (Interval Scale)
1.5.1.4 มาตราอัตราส่วน (Ratio Scale)

มาตราการวัดแต่ละระดับมีคุณสมบัติดังนี้

1.5.1.1 มาตรานามบัญญัติ

เป็นมาตราการวัดที่หยาบที่สุด เพราะเป็นเพียงการกำหนดตัวเลขหรือสัญลักษณ์แทนคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งของสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ต้องการจะวัด เพื่อจำแนกให้เห็นว่าสิ่งที่ต้องการจะวัดมีความแตกต่างกัน สัญลักษณ์หรือตัวเลขที่กำหนดขึ้นมิได้มีความหมายในเชิงปริมาณเลย แต่จะเป็นเพียงการจำแนกสิ่งที่จะวัดออกเป็นพวก (Catagories) เช่น เหมือนกัน, ต่างกัน, เพศชาย-เพศหญิง, นักเรียนห้อง 1, 2, 3 ...., หรือพืช - สัตว์ เป็นต้น หรืออาจจะกำหนดว่าให้เลข 1 แทนผู้ชายและเลข 2 แทนผู้หญิง เป็นต้น เราจะเอาเลขในระบบนี้ไปจัดอันดับหรือเอาไปบวก ลบ คูณ หาร กันไม่ได้จะทำได้ก็เพียงแต่นับว่าแต่ละพวกมีจำนวนเท่าไรเท่านั้น

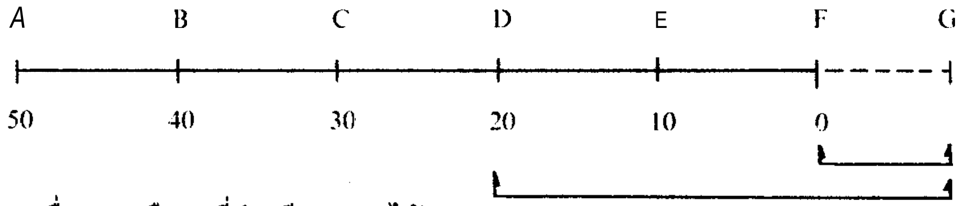
1.5.1.2 มาตราอันดับ

การวัดแบบนี้มีความหมายชัดเจนกว่าการวัดในมาตรานามบัญญัติ กล่าวคือเราสามารถจัดอันดับที่ หรือเรียงคุณลักษณะของบุคคลหรือสิ่งของที่เราต้องการจะวัดจากมากไปหาน้อย หรือน้อยไปหามากได้ แต่เราไม่สามารถบอกได้ว่าความแตกต่างแต่ละอันดับนั้นต่างกันเท่าไร เช่นสมศักดิ์สอบได้ที่ 1 สิโรตม์ สอบได้ที่ 2 สมศรี สอบได้ที่ 3 เราไม่สามารถบอกได้ว่าสมศักดิ์เก่งเป็นกี่เท่าของสิโรตม์ หรือเราไม่สามารถบอกได้ว่าสมศักดิ์เก่งกว่าสิโรตม์เป็นปริมาณเท่ากับสิโรตม์เก่งกว่าสมศรี จะเห็นได้ว่า ที่ 1, 2, 3, ... ไม่ได้แทนปริมาณและขนาดที่แท้จริง แต่จะเป็นเครื่องบอกถึงอันดับหรือตำแหน่งเท่านั้น ดังนั้น percentile rank หรืออันดับในการจัดประกวดทางด้านต่าง ๆ นั้นจัดอยู่ในมาตรานี้ทั้งสิ้น

1.5.1.3 มาตราอันตรภาค

การวัดในระดับนี้เป็นการวัดที่สูงกว่าการวัดในมาตรานามบัญญัติและมาตราอันดับตรงที่แต่ละหน่วยมีขนาดเท่า ๆ กัน สามารถเปรียบเทียบได้ว่าของสิ่งหนึ่งมากกว่าหรือน้อยกว่าอีกสิ่งหนึ่งอยู่เท่าไร แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าของสองสิ่งนั้นมากกว่ากันเป็นกี่เท่าเพราะการวัดในระดับนี้ไม่มีศูนย์แท้ (Absolute zero) คะแนนที่ได้จากการทดสอบจัดอยู่ใน

มาตราอันตรภาค เช่น วนิดาสอบวิทยาศาสตร์ได้คะแนน 60 วินิจสอบได้ 50 คะแนน วินัยสอบได้ 30 คะแนน เราสามารถบอกได้ว่าวนิดาสอบได้มากกว่าวินิจ 10 คะแนน ส่วนวินิจสอบได้มากกว่าวินัย 20 คะแนน และเรายังสามารถบอกได้อีกว่าระยะห่างของคะแนนระหว่างวินิจกับวินัย (50-30) มีค่าเป็น 2 เท่า ของระยะห่างของคะแนนระหว่างวนิดากับวินิจ (60-50) แต่เราไม่สามารถบอกได้ว่าวนิดามีความรู้เป็น 2 เท่าของวินัย ทั้งเนื่องจากเราไม่รู้ว่าศูนย์แท้อยู่ที่ไหน และแต่ละคนห่างจากศูนย์แท้เท่าไร ดังนั้นถ้า วดีสอบวิทยาศาสตร์ได้ 0 คะแนน มิได้หมายความว่าวดีไม่มีความรู้วิทยาศาสตร์ แต่มีความหมายเพียงแต่ว่าวดีทำข้อสอบวิทยาศาสตร์ไม่ได้เลยต่างหาก การใช้เทอร์โมมิเตอร์วัดอุณหภูมิก็จัดอยู่ในมาตรานี้ เพราะอุณหภูมิ 0° C มิได้หมายความว่าไม่มีความร้อนอยู่เลย เราอาจเขียนรูปแสดงให้เห็นถึงการวัดในมาตราอันตรภาคได้ดังนี้



เมื่อจุด F คือจุดที่นักเรียนสอบได้ 0 คะแนน
จุด G คือจุดที่นักเรียนไม่มีความรู้จริง ๆ

ดังนั้น ระยะระหว่าง D ถึง G จึงไม่มีค่าเป็น 2 เท่า ของระยะระหว่าง F ถึง G (ดูรูปประกอบ) นั่นคือเราไม่สามารถสรุปได้ว่า D มีความรู้เป็น 20 เท่าของ F เราบอกได้แต่เพียงว่าระยะห่างจาก C ถึง E มากเป็นสองเท่าของระยะห่าง จาก D ถึง E

1.5.1.4 มาตราอัตราส่วน

การวัดในมาตรานี้เป็นการวัดที่สมบูรณ์กว่าการวัดใน 3 มาตราที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนใหญ่เป็นการวัดทางวิทยาศาสตร์ เช่น การวัดความเร็ว, ความยาว, น้ำหนัก, หรือส่วนสูง ฯลฯ การวัดในมาตรานี้มีคุณสมบัติเพิ่มเติมจากการวัดทั้ง 3 มาตราที่กล่าวมาแล้ว คือมีศูนย์สัมบูรณ์ (ศูนย์แท้) (Absolute Zero) เช่น ความยาว 0 นิ้ว แปลว่าไม่มีความยาวเลย หรือคนที่หนัก 40 กก. ย่อมหนักเป็นสองเท่าของคนที่หนัก 20 กก. เนื่องจากตัวเลขที่ได้จากการวัดในมาตรานี้แต่ละหน่วยมีขนาดเท่ากัน และมีศูนย์สัมบูรณ์จึงสามารถนำตัวเลขในมาตรานี้มาเปรียบเทียบกันได้ทั้งการบวก ลบ คูณ และหาร

1.5.2 การเปรียบเทียบคุณลักษณะของระดับของมาตราการวัด

จากการศึกษาคุณลักษณะของมาตราการวัดทั้ง 4 ระดับที่กล่าวมาแล้วในเนื้อหาที่ 1.5.1 ทำให้สามารถสรุปได้ว่ามาตราการวัดแต่ละระดับถูกกำหนดโดยพิจารณาดูคุณสมบัติ 4 ประการเป็นเกณฑ์ คุณสมบัติทั้ง 4 ประการมีดังนี้

1. ความแตกต่าง (distinctiveness)
2. อันดับของขนาด (ordering in magnitude)
3. ความเท่ากันของอันตรภาค (Equal interval) และ
4. ศูนย์สัมบูรณ์ (Absolute zero)

จะเห็นว่ามาตรานามบัญญัติ มีคุณลักษณะเพียงความแตกต่างไม่สะท้อนถึงอันดับของขนาด อันตรภาคเท่ากัน หรือศูนย์สัมบูรณ์

มาตราอันดับมีคุณลักษณะของความแตกต่างและอันดับของขนาด การวัดเชิงอันดับทั่วไปส่วนใหญ่เป็นการจัดอันดับที่ แต่มาตราอันดับจะไม่สะท้อนถึง อัตรภาคเท่ากัน หรือศูนย์สัมบูรณ์

มาตราอันตรภาค มีคุณลักษณะของความแตกต่างอันดับของขนาด และช่วงเท่ากัน อย่างไรก็ดีการวัดระดับอันตรภาคยังขาดศูนย์สัมบูรณ์

มาตราอัตราส่วน มีคุณลักษณะทั้ง 4 ประการดังนั้นความยาวสามารถวัดได้โดยใช้เทปวัดที่ระดับการวัดแบบอัตราส่วน โดยแสดงถึง **ความแตกต่าง** (ไม้บรรทัดที่ยาวต่างกันกำหนดตัวเลขให้ต่างกัน) **อันดับของขนาด** (ไม้บรรทัดที่ยาวกว่า กำหนดตัวเลขที่วัดให้สูงกว่า) **อันตรภาคเท่ากัน** (ความแตกต่างของความยาว เนื้อที่ความยาวใด ๆ มีความหมายอย่างเดียวกัน) และ **ศูนย์สัมบูรณ์** (การวัดได้ค่าศูนย์หมายถึงไม่มีความยาวเลย)

คุณลักษณะความแตกต่างของมาตราการวัดทั้ง 4 ระดับ แสดงไว้ในตาราง 1.1

ตาราง 1.1 เปรียบเทียบคุณลักษณะของระดับของมาตราการวัด

คุณลักษณะ	ระดับของมาตราการวัด			
	นามบัญญัติ	อันดับ	อันตรภาค	อัตราส่วน
ความแตกต่าง	มี	มี	มี	มี
อันดับของขนาด	ไม่มี	มี	มี	มี
อันตรภาคเท่ากัน	ไม่มี	ไม่มี	มี	มี
ศูนย์สัมบูรณ์	ไม่มี	ไม่มี	ไม่มี	มี

สรุปเนื้อหาบทที่ 1

1. สัญลักษณ์ Σ เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนผลรวมหรือผลบวก
2. $\sum_{i=1}^{n} X_i$ หมายถึงการบวกกันของตัวแปร X ตั้งแต่ตัวที่ 1 ถึงตัวที่ n
3. เซ็ทเป็นคำที่ใช้แทนความหมายของหมู่ กลุ่ม ชุด หรือฝูง
4. การเขียนเซ็ท เขียนได้ 2 วิธี คือ 1) โดยวิธีเขียนสมาชิกของเซ็ทนั้นลงไปเลย หรือ 2) โดยวิธีบอกคุณสมบัติที่สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซ็ทนั้นมีอยู่ร่วมกัน
5. เซ็ทสองเซ็ทจะเท่ากันก็ต่อเมื่อทั้งสองเซ็ทนั้นมีสมาชิกอย่างเดียวกัน หรือเหมือนกัน
6. การยูเนียนระหว่างเซ็ท A กับเซ็ท B จะก่อให้เกิดเซ็ทใหม่ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเซ็ท A และสมาชิกของเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า $A \cup B$
7. การอินเตอร์เซ็คชั่นของเซ็ทสองเซ็ท คือเซ็ท A กับเซ็ท B จะทำให้เกิดเซ็ทใหม่ซึ่งประกอบด้วย สมาชิกร่วมที่เป็นสมาชิกทั้งของเซ็ท A และของเซ็ท B เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า $A \cap B$
8. ถ้า A เป็นอนุเซ็ทของเซ็ทสากล W คอมพลีเม็นท์ของเซ็ท A เมื่อเทียบกับ W คือเซ็ทซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของ W แต่ **ไม่เป็น** สมาชิกของ A เขียนเป็นสัญลักษณ์ว่า A'
9. ตัวแปรสุ่มหมายถึงฟังค์ชั่นซึ่งเชื่อมโยงสมาชิกทุก ๆ ตัวใน sample space ไปยังเซ็ทของเลขจำนวนจริง
10. ตัวแปรสุ่มมี 2 ชนิดคือ ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง และตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง
11. ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง เป็นฟังค์ชั่นที่เชื่อมโยงสมาชิกทุก ๆ ตัว ใน sample space ซึ่งเป็นเซ็ทที่มีจำนวนจำกัด และสามารถนับได้ ไปยังเซ็ทของเลขจำนวนจริง
12. ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง เป็นฟังค์ชั่นที่เชื่อมโยงสมาชิกใน sample space ซึ่งเป็นเซ็ทที่มีจำนวนสมาชิกไม่จำกัดไปยังเซ็ทของเลขจำนวนจริง
13. ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มใด ๆ หมายถึงค่าเฉลี่ยของตัวแปรสุ่มซึ่งหาได้จากค่าทั้งหมดที่เป็นไปได้ของตัวแปรสุ่มนั้น ๆ ค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรสุ่มเป็นค่าที่หวังว่าจะเกิดขึ้นมากที่สุดในการทดลองหลาย ๆ ครั้ง
14. มาตราการวัดแบ่งออกเป็น 4 ระดับคือ 1) มาตรานามบัญญัติ 2) มาตราอันดับ 3) มาตราอันตรภาค และ 4) มาตราอัตราส่วน

15. มาตราการวัดแต่ละระดับถูกกำหนดโดยพิจารณาดูคุณสมบัติ 4 ประการเป็นเกณฑ์ คือ 1) ความแตกต่าง 2) อันดับของขนาด 3) ความเท่ากันของอันตรภาค และ 4) ศูนย์สัมบูรณ์
16. มาตรานามบัญญัติมีคุณลักษณะเพียงความแตกต่างไม่สะท้อนถึงอันดับของขนาด อันตรภาคเท่ากัน หรือศูนย์สัมบูรณ์
17. มาตราอันดับ มีคุณลักษณะของความแตกต่าง และอันดับของขนาด แต่ไม่สะท้อนถึงอันตรภาคเท่ากัน หรือศูนย์สัมบูรณ์
18. มาตราอันตรภาค มีคุณลักษณะของความแตกต่าง อันดับของขนาด และช่วงเท่ากัน แต่ไม่สะท้อนถึงศูนย์สัมบูรณ์
19. มาตราอัตราส่วน สะท้อนถึงคุณลักษณะทั้ง 4 ประการคือความแตกต่าง อันดับของขนาด ความเท่ากันของอันตรภาคและมีศูนย์สัมบูรณ์

คำถามท้ายบทที่ 1

ตอนที่ 1 คำถามเกี่ยวกับผลรวมทางพีชคณิต

1. ถ้า $X_1 = 3,\ X_2 = 1,\ X_3 = -1,\ X_4 = 5,\ X_5 = 10$

   จงหาค่าของ

   1.1 $\sum_{i=1}^{5} X_i$

   1.2 $\sum_{i=1}^{3} X_i^2$

   1.3 $\sum_{i=1}^{4} X_i^2(X_i - 2)$

   1.4 $\sum_{i=2}^{5} (X_i - 1)^2$

   1.5 $\sum_{i=1}^{5} \frac{(X_i + 2)^2}{2}$

2. ถ้า $X_1 = -1, X_2 = 1, X_3 = 3, X_4 = 2,\ Y_1 = 2, Y_2 = 5, Y_3 = 0, Y_4 = -2$

   จงหาค่าของ

   2.1 $\sum_{i=1}^{4} X_i Y_i$

2.2 $\sum_{i=1}^{4}(X_i + Y_i)$

2.3 $\sum_{i=2}^{4}(2X_i + 3Y_i - 1)$

2.4 $\sum_{i=2}^{4} x_i \sum_{i=1}^{4} y_i$

3. จงเขียนให้อยู่ในรูปของ Σ

3.1 $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$

3.2 $X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$

3.3 $X_1 + 1 + X_2 + 2 + X_3 + 3$

ตอนที่ 2 คำถามเกี่ยวกับเซ็ท

4. จงเขียนเซ็ทที่กำหนดให้ โดยแสดงสมาชิกของเซ็ทเหล่านั้น

4.1 เซ็ทของเลขจำนวนเต็มที่เป็นบวก และน้อยกว่า 10

4.2 เซ็ทของเลขจำนวนเต็มคู่ที่เป็นบวก และน้อยกว่า 10

4.3 เซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 30 และหารด้วย 3 ลงตัว

4.4 เซ็ทของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก

4.5 เซ็ทของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการโยนเหรียญ 2 เหรียญพร้อม ๆ กัน

4.6 $\{X \mid X$ เป็นเลขจำนวนเต็มบวกและ $X \leqslant 8\}$

4.7 $\{X \mid X$ เป็นเลขคี่และ $X \leqslant 15\}$

5. จงเขียนเซ็ทที่กำหนดให้ โดยบอกคุณสมบัติที่สมาชิกทุก ๆ ตัวของเซ็ทนั้นมีอยู่ร่วมกัน

5.1 เซ็ทของเลขจำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่า 20

5.2 เซ็ทของเลขคี่ที่มีค่าระหว่าง 10 ถึง 20

5.3 เซ็ทของเลขจำนวนจริงที่หารด้วย 3 ลงตัว

6. ถ้า U = {a, b, c, d, e, f, g}

A = {a,b, d, e}

B = {b, d, e, f}

C = {c, d, e, f, g}

ให้หา

6.1 A U B

6.2 A ∩ B

6.3 A

6.4 A ∩ C

6.5 (A U U) ∩ C

7. จงเขียนเวนน์ ไดอะแกรม แสดงอนุเซ็ทของ U เมื่อ

U = {ส้ม ละมุด, ลำใย, มะพร้าว, น้อยหน้า}

A = {ส้ม, ลำใย, มะพร้าว}

B = {ละมุด, ลำใย, มะพร้าว, น้อยหน่า}

C = {ละมุด, น้อยหน้า}

8. จงเขียน เวนน์ ไดอะแกรม แสดงอนุเซ็ทของ U เมื่อ

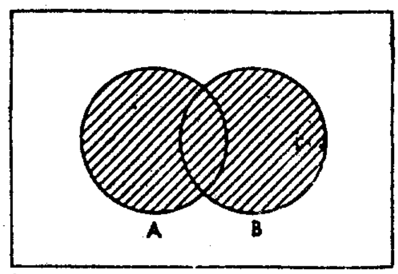
U = เซ็ทของเลขจำนวนเต็ม

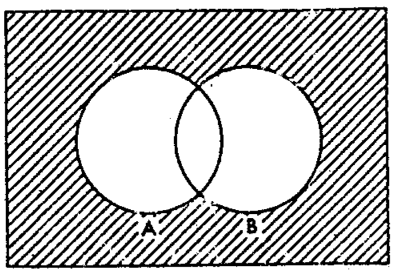
A = เซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวก

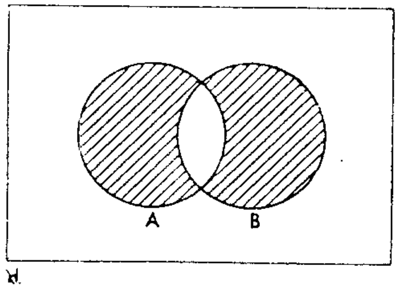
B = เซ็ทของเลขจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 ลงตัว

C = เซ็ทของเลขคี่

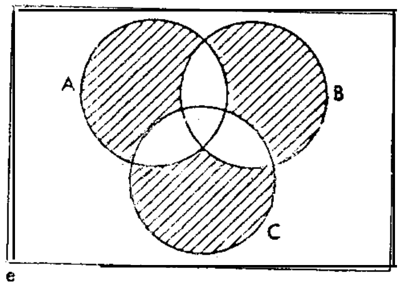
9. จงเขียนสัญลักษณ์แทนภาพเฉพาะส่วนพื้นที่แรเงาของเวนน์ ไดอะแกรม ต่อไปนี้

9.1


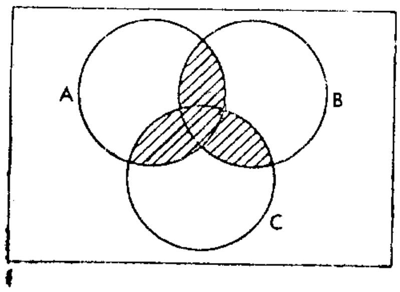
9.2




9.3



9.4



9.5

ตอนที่ 3 คำถามเกี่ยวกับตัวแปรสุ่ม และค่าคาดหวังทางคณิตศาสตร์

10. ให้หาค่าของตัวแปรสุ่ม X ถ้า X คือผลรวมของแต้มที่ปรากฏจากการทอดลูกเต๋า 3 ลูก พร้อม ๆ กัน 1 ครั้ง
11. ให้เขียนตารางแสดง sample space และค่าของตัวแปรสุ่ม X จากการโยนเหรียญ 4 เหรียญ พร้อม ๆ กัน ถ้ากำหนดให้

    1) X คือจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว

    2) X คือจำนวนเหรียญที่ขึ้นก้อย

12. ให้ยกตัวอย่างตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่องและแบบไม่ต่อเนื่องมาอย่างละ 3 ชนิด
13. ให้หา E(X) จากข้อมูลข้างล่าง

X	0	1	2	3	4	5
P (X)	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

14. ถ้า X คือจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัวจากการโยนเหรียญ 4 เหรียญพร้อม ๆ กัน ให้หาค่าคาด-หวังของจำนวนเหรียญที่ขึ้นหัว

ตอนที่ 4 คำถามเกี่ยวกับมาตรากาารวัด

15. มาตรานามบัญญัติแตกต่างจากมาตราอัตราส่วนอย่างไร
16. ให้บอกว่าการวัดต่อไปนี้อยู่ในมาตราการวัดใด

    16.1 เชือกเส้นนี้ยาว 12 นิ้ว
    16.2 ก้อนหินก้อนนี้หนัก 8 กิโลกรัม
    16.3 สาวิตร์สอบได้ที่หนึ่ง
    16.4 มานะสูง 170 เซ็นติเมตร
    16.5 สิโรตม์เป็นเด็กผู้ชาย
    16.6 พรุ่งนี้อุณหภูมิของอากาศจะลดลงประมาณ 3 องศา