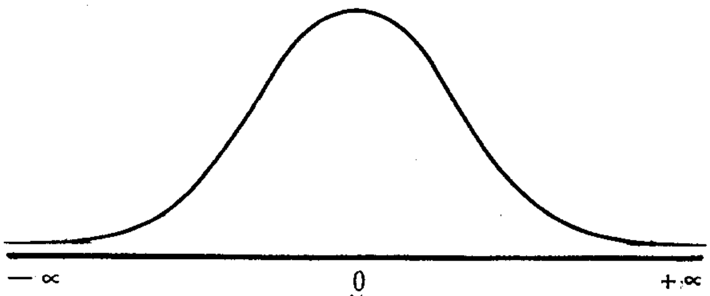
บทที่ 11

ทฤษฎีกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่
(Large Sample Theory)

ในการทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย (μ) ของประชากร ซึ่งสุ่มมาจากกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดใหญ่ ($n > 30$) จะใช้ Z–test เป็นตัวสถิติในการทดสอบสมมุติฐาน ทั้งนี้เพราะเมื่อกลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ การแจกแจงค่าสถิติของกลุ่มตัวอย่าง (Sampling distribution) จะเข้าใกล้การแจกแจงปกติ สถิติ Z จะมีการแจกแจงปกติ กล่าวคือมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 การแจกแจงของ Z สามารถเขียนกราฟแสดงได้ดังนี้



ค่าสถิติ Z นี้ใช้เมื่อต้องการประมาณค่าหรือทดสอบเกี่ยวกับ μ ของประชากร

การทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

การทดสอบสมมุติฐานโดยใช้ Z—test อาจมีได้ 2 กรณี คือ

1. กรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างเพียงกลุ่มเดียว

ให้ใช้สูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad \text{.................. (11–1)}$$

ตัวอย่าง 1 สมมุติว่า ถ้าสามารถทราบว่า ค่า μ ของแบบทดสอบวัดเชาวน์ปัญญาฉบับหนึ่งเป็น 70 $\sigma = 18$ และจากการนำแบบทดสอบฉบับนี้ไปสอบจริงกับนักเรียนจำนวน 36 คน ได้คะแนนเฉลี่ยของผลการสอบเป็น 65 จงทดสอบว่าคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอบแตกต่างไปจากค่าเฉลี่ยของประชากรหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญ ทางสถิติ .05

$H_0 : \mu = 70$

$H_1 : \mu < 70$

จากสูตร $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

$= \dfrac{65 - 70}{18/\sqrt{36}}$

$= \dfrac{-5}{3}$

$= -1.66$

จากการเปิดตารางพบว่าที่ $-Z_{.95}$ มีค่าเท่ากับ -1.65

แต่ค่า Z ที่ได้จากการคำนวณมีค่าเท่ากับ -1.66

ดังนั้น เราจึงไม่ยอมรับสมมุติฐานเป็นกลาง (reject H_0)

นั่นคือคะแนนเฉลี่ยที่ได้จากการสอบต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. กรณีที่มีกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่ม

ก. กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มเป็นอิสระต่อกัน

ให้ใช้สูตรในการคำนวณดังนี้

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \qquad \text{..............(11–2)}$$

ข. กลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มเกี่ยวข้องกัน

ให้ใช้สูตรในการคำนวณดังนี้

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\,\rho_{12}\,\sigma_1\sigma_2}} \qquad \text{..............(11–3)}$$

ในกรณีที่ไม่รู้ค่า σ^2 และเมื่อ $n \geqslant 30$ ให้ใช้ S แทน σ ได้ ซึ่งจะไม่ทำให้ผลที่ได้จากการคำนวณผิดพลาดมากนัก

ตัวอย่าง 2 ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ชั้น ม. 3 ซึ่งมีนักเรียนชาย 50 คน นักเรียนหญิง 80 คน ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยผลการสอบของนักเรียนชายเป็น 10.8 และของนักเรียนหญิงเป็น 9.1 ส่วนค่า σ ของนักเรียนชายเท่ากับ 1.2 ค่า σ ของนักเรียนหญิงเท่ากับ 1.6 จงทดสอบว่านักเรียนชายกับนักเรียนหญิงมีความสามารถทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

จากสูตร

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$$

$$= \frac{10.8 - 9.1}{\sqrt{\frac{(1.2)^2}{50} + \frac{(1.6)^2}{80}}}$$

$$= \frac{1.7}{\sqrt{0.61}}$$

$$= 6.88$$

จากการเปิดตารางพบว่า $Z_{.975}$ มีค่าเท่ากับ 1.96

แต่ค่า Z ที่ได้จากการคำนวณมีค่าเท่ากับ 6.88

ดังนั้นเราจึงไม่ยอมรับสมมุติฐานเป็นกลาง

นั่นคือ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายกับนักเรียนหญิงแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

แบบฝึกหัด 11

1. โรงงานอุตสาหกรรมต้องการจะทดสอบคุณภาพของยาง 2 ชนิด โดยเอายางชนิดที่ 1 มา 50 เส้น และยางชนิดที่ 2 มา 40 เส้น ยางชนิดที่ 1 มีค่าเฉลี่ยของอายุใช้งาน 24,000 ไมล์ ความแปรปรวน 6,250,000 ไมล์ ยางชนิดที่ 2 มีค่าเฉลี่ยอายุใช้งาน 26,000 ไมล์ ความแปรปรวน 9,000,000 ไมล์ จงทดสอบคุณภาพของยางทั้งสองชนิดว่าต่างกันหรือไม่ ($\alpha = .05$)
2. ในการทดลองสอน 2 วิธี หลังจากทำการสอนไประยะหนึ่งแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบความรู้ของนักเรียนโดยใช้แบบทดสอบมาตรฐาน ปรากฏคะแนนผลการสอบดังนี้

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2
$\overline{X} = 105$	$\overline{X} = 115$
$S^2 = 1089$	$S^2 = 784$
$n = 122$	$n = 50$

จงทดสอบว่าการสอน 2 วิธีนี้ได้ผลแตกต่างกันหรือไม่ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

3. ถ้าสุ่มหลอดไฟมา 100 หลอด พบว่าหลอดไฟมีอายุการใช้งานโดยเฉลี่ย 820 ชั่วโมง ความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 35 ชั่วโมง อยากทราบว่าหลอดไฟโดยทั่วไปจะมีอายุใช้งานโดยเฉลี่ยเท่ากับ 850 ชั่วโมงหรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติเท่ากับ .01
4. นำแบบทดสอบมาตรฐานวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 100 ข้อ ไปทดสอบนักเรียนจำนวน 100 คน ได้ค่าเฉลี่ยของคะแนนเป็น 48.7 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.8 อยากทราบว่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรจะมากกว่า 46 คะแนนหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01
5. ความสูงเฉลี่ยของนักเรียนจำนวน 40 คน ของโรงเรียนอนุบาลแห่งหนึ่งเป็น 50.2 ซม. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 10 อยากทราบว่าความสูงของประชากรจะเท่ากับ 55 หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .01