

บทที่ 10

การเขียนข้อสอบภาษาไทยด้วยวิธีแบบตัวต่อตัว

การศึกษาของไทยปัจจุบันได้มีการตั้งตัวในการเขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับ จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม ส่วนนี้ได้สร้างปัญหาให้กับครูในเรื่องเรียนต่าง ๆ ที่ไป โดยเฉพาะเรื่อง การกำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมในแต่ละวิชา และการเขียนข้อสอบตามจุดมุ่งหมาย เชิงพฤติกรรมนั้นนับว่าเป็นปัญหานักออกแบบครูมาก กล่าวคือ ครูไม่ทราบว่าจะกำหนดจุด มุ่งหมายเชิงพฤติกรรมอย่างไร เมื่อไม่ทราบว่าจะกำหนดจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมอย่างไร ก็ไม่ อาจจะเขียนข้อสอบได้ จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมเท่าที่ครูกำหนดกันอยู่ในปัจจุบันนี้ มักเป็น จุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมง่าย ๆ ในระดับต่ำ เป็นจุดมุ่งหมายที่มุ่งหวังความรู้ความจำของ นักเรียนเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งส่งผลต่อการสอนของครู คือ การสอนในปัจจุบันของครูก็มุ่งเน้น หนักด้านความรู้ความจำตามไปด้วย นับว่าเป็นสิ่งที่ไม่ถูกต้องนัก เพราะจุดมุ่งหมายในการเรียน การสอนนั้นไม่ใช่มีแต่ความจำเพียงอย่างเดียว แต่ยังมีจุดมุ่งหมายอื่น ๆ ที่มีคุณค่ามากกว่า เช่น พฤติกรรมด้านการวิเคราะห์ ด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ด้านความมีเหตุผล ฯลฯ สาเหตุ ที่เป็นดังนี้ เพราะครูทั่ว ๆ ไปขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ของแต่ละวิชา ดังนั้น จึงจำเป็นที่ครูจะได้มาทำความเข้าใจเกี่ยวกับพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ของแต่ละด้าน ในที่นี้จะกล่าวถึงพฤติกรรมด้านต่าง ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น ว่าพฤติกรรมแต่ละด้าน นั้นมีจุดมุ่งหมายอย่างไร อะไรบ้าง มีพฤติกรรมอะไรบ้าง ทั้งนี้ เพื่อจะช่วยให้การกำหนดจุด- มุ่งหมายเชิงพฤติกรรมของครูครอบคลุมพฤติกรรมแต่ละด้านได้ครบถ้วน มิใช่ครอบคลุม เนพะพฤติกรรมด้านความจำเพียงอย่างเดียว ดังที่เคยเป็นอยู่ พร้อมกันจะได้ให้ตัวอย่าง ข้อสอบที่สอดคล้องกับพฤติกรรมนั้น ๆ อันเป็นแนวทางสำหรับครูในการสร้างข้อสอบวิชา คณิตศาสตร์ต่อไป

ก่อนที่จะไปพิจารณาถึงพฤติกรรมด้านต่าง ๆ นั้น ควรจะได้มีการทำความเข้าใจ ร่วมกันเสียก่อน เพื่อให้เกิดความเข้าใจตรงกัน คือในการเขียนข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมด้าน ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์นั้นมีสิ่งที่ควรคำนึงถึง คือ ขออย่าได้ยืดมิ่นอ้อมมานานนัก อย่าคิดว่า คำ答นอย่างนี้จะต้องวัดพฤติกรรมนี้ พฤติกรรมนั้นเสมอไป ขอนอกให้ทราบทั้งกันเสียเดียว ว่าในการพิจารณาว่าข้อสอบข้อนั้นวัดพฤติกรรมด้านใด ไม่มีเกณฑ์มาตรฐานตายตัวที่จะบอก แน่ชัดลงไว้ได้ ข้อสอบข้อเดียวกันอาจวัดพฤติกรรมอย่างหนึ่งสำหรับนักเรียนคนหนึ่ง แต่ อาจพืดพฤติกรรมอีกอย่างหนึ่งสำหรับนักเรียนอีกคนก็ได้ เช่น ครูสร้างข้อสอบมาข้อหนึ่ง

เพื่อวัดเหตุผล แต่หากครูเคยนำข้อสอบขึ้อนั้นไปให้นักเรียนห้องใดห้องหนึ่งทำ พร้อมกับได้เฉลยคำตอบแล้ว เมื่อครูนำข้อสอบขึ้อนั้นกลับมาตามนักเรียนกลุ่มนั้นใหม่ ข้อสอบขึ้อนั้น ก็จะวัดความจำแทนที่จะวัดเหตุผลตามที่ครูตั้งใจแต่เดิม เช่นเดียวกับการสร้างคำถานเพื่อวัด พฤติกรรมด้านการวิเคราะห์คำถานนั้นอาจจะวัดพฤติกรรมด้านความรู้ความจำสำหรับนักเรียน บางคนก็เป็นได้ เพราะนักเรียนบางคนอาจจำคำถานนั้นได้หรือเคยพหึ่นคำถานนั้นมาก่อน

อย่างไรก็ตาม ตัวอย่างการเขียนคำถานในหนังสือเล่มนี้ได้นำเฉพาะลงไว้ว่า คำถาน นั้น ๆ วัดพฤติกรรมด้านใด ดังนั้น จึงต้องขอทำความตกลงกับผู้อ่านเสียก่อนว่า นักเรียน ทุกคนรู้นี้อ่า หรือเคยเห็นตัวอย่าง และเคยทำแบบฝึกหัดในข้อมูลของแบบเรียนวิชา คณิตศาสตร์ของกระทรวงศึกษาธิการเท่านั้น ส่วนนักเรียนคนใดจะรู้นี้อ่าหรือเคยเห็น ตัวอย่างมากกว่านี้ ให้ถือเป็นข้อยกเว้น

วิลสัน (Wilson, 1971 : 645-694) ได้จำแนกพฤติกรรมทางด้านคณิตศาสตร์ระดับ มัชยมศึกษาออกเป็น 2 ด้าน คือ

1. Cognitive Domain

2. Affective Domain

สำหรับพฤติกรรมด้านความรู้และการคิด (Cognitive Domain) นั้น วิลสันได้แบ่งออก เป็น 4 ระดับ คือ

1. การคิดคำนวณ (Computation) เป็นการวัดความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว โจทย์แบบฝึกหัดที่เคยทำมาแล้ว ตลอดจนความสามารถในการคิดคำนวณ อย่างง่าย ๆ เป็นโจทย์ที่คล้ายกับตัวอย่าง เป็นโจทย์ที่ไม่ยุ่งยากซับซ้อนหรือต้องอาศัยการตัดสินใจ ความสามารถด้านการคิดคำนวณนี้ ถ้านักเรียนสามารถจำสิ่งที่ครูสอนได้ ก็สามารถตอบคำถานได้ ความสามารถด้านนี้ถือว่าเป็นความสามารถที่อยู่ในระดับที่ต่ำที่สุด ซึ่งอาจแบ่งออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Specific facts)

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Terminology)

1.3 ทักษะในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2524) ได้ทำการวิเคราะห์ และสรุปว่า นักเรียนที่มีความสามารถด้านนี้ จะแสดงออกโดย

1. บอกข้อเท็จจริง ความหมายของศัพท์ นิยาม ในรูปแบบเดียวกับที่ได้พบ ในชั้นเรียน การบอกในที่นี้อาจหมายถึงการพูด การเขียน การเลือกคำตอบโดยการทำเครื่องหมาย

2. ปฏิบัติตามคำสั่งที่เกี่ยวข้องกับทักษะทางคณิตศาสตร์ เช่น บวก ลบ คูณ

หาร ถอดกรณ์ที่ การทำให้เป็นรูปอย่างง่าย การแบ่งครึ่งเส้นตรง หรือการแก้สมการอย่างง่าย เป็นต้น

1.1 ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง เป็นความสามารถในการระลึกถึงข้อเท็จจริง ต่าง ๆ เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาในรูปแบบเดียวกันที่นักเรียนเคยได้รับจากการเรียนการสอนมา แล้ว ซึ่งคำานมักจะเกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนความรู้พื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนจะต้องนำมาใช้อยู่เสมอ ดังตัวอย่างคำานมต่อไปนี้

1. ข้อใด ไม่ใช่ จำนวนเต็ม?

ก. .0	ข. 3	ค. $3\frac{1}{2}$	จ. 4
-------	------	-------------------	------

2. เครื่องหมายต่อไปนี้ เครื่องหมายใดไม่นิยามในจำนวนจริง?

ก. $3 + 0$	ข. $3 - 0$	ค. $\frac{0}{3}$	จ. $\frac{3}{0}$	ก. $0 - 3$
------------	------------	------------------	------------------	------------

3. สูตรการหาเส้นรอบวงของวงกลมที่มีรัศมี r คือข้อใด?

ก. $c = \pi r^2$ ค. $c = \pi r$

ข. $c = 2\pi r$ จ. $c = 2\pi$

4. ข้อใดยกที่สุด

ก. 35 นิ้ว	ข. 1 หลา	ค. $3\frac{1}{2}$ ฟุต	จ. 1 เมตร
------------	----------	-----------------------	-----------

1.2 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม เป็นการวัดความสามารถในการบอกรความ หมายของคำศัพท์และนิยามต่าง ๆ ตามที่ได้เรียนมาแล้ว คำานมด้านความรู้เกี่ยวกับศัพท์ และนิยามนี้ ส่วนมากจะไม่ต้องอาศัยการคิดคำานวนแต่ต้องได้ จ้อสังเกตเกี่ยวกับการวัดความรู้ ในขั้นนี้ ก็คือศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์มีมาก แต่บางครั้งคำานุมของครูกลับไปตามสิ่งที่ ไม่นิยามทางคณิตศาสตร์ เช่น ตามว่าจุดคืออะไร เช็ตคืออะไร คำานเมහล่านล้วนเป็นคำาน ที่ไม่มีคำตอบหงส์สัน เพาะในทางคณิตศาสตร์ คำว่า จุดและเช็ต ต่างก็เป็นคำที่ไม่นิยาม ตัวอย่างข้อสอบที่วัดพฤติกรรมด้านนี้ เช่น

1. เช็ตที่ไม่มีสามาชิกเลยเรียกว่า.....

2. 5! มีความหมายตรงกับข้อใด

ก. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ จ. $5 + 4 + 3 + 2 + 1$

ข. $5\sqrt{5}$ ค. $\frac{5 \times 4}{2}$

ค. $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

3. คำสัมบูรณ์ของจำนวนใด ๆ เนี่ยนได้ตรงกับข้อใด?

ก. \sqrt{k} ข. $|k|$ ค. $-k$ จ. k

4. รูปหลายเหลี่ยม หมายถึงข้อใด

ก. มีด้าน 3 ด้านเท่านั้น

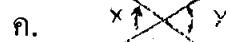
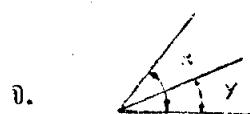
ง. มีมากกว่า 3 ด้าน

ข. มี 5 ด้านเท่านั้น

จ. มี 3 ด้าน หรือมากกว่า

ก. มีน้อยกว่า 5 ด้าน

5. รูปใดที่แสดงมุมประชิดของ x และ y ?



1.3 ทักษะในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ เป็นความสามารถในการนำข้อ-เท็จจริงศพท์และนิยาม ตลอดจนกระบวนการคิดคำนวณตามแบบที่เคยเรียนรู้มาแล้ว มาดำเนินการคิดคำนวณตามคำสั่งที่กำหนดให้ โจทย์ปัญหาที่วัดความสามารถด้านนี้มักเป็นโจทย์ง่ายๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง คำถานจะไม่ยุ่งยากซับซ้อน คำถานมักจะถานด้านใดด้านหนึ่งโดยเฉพาะ คำถานในขึ้นนี้จะไม่ได้มุ่งให้นักเรียนคิดหากกระบวนการคิดคำนวณแบบใหม่แต่ อายาได้ ตั้งหัวอ่ายางคำถาน

1. $93.6 \div 3 = ?$

ก. 3.12

ข. 31.2

ค. 312

ง. 280.8

2. $\frac{1}{20}$ เปลี่ยนเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่าไร?

ก. 5%

ข. 10%

ค. 20%

ง. 40%

3. งทำจำนวนต่อไปนี้ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

ก. $\frac{3}{15}$

ข. $\frac{10}{12}$

ค. $\frac{25}{45}$

ง. $\frac{24}{39}$

4. ถ้า $\frac{1}{8}x = 12$ แล้ว x มีค่าเท่าไร?

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{3}{2}$

ค. 96

ง. 20

จ. ไม่มีคำตอบ

5. ใน $\triangle ABC$, $a = 5$, $b = 7$, และ $c = 8 \cos \theta$ ของมุม C มีค่าเท่าใด?

ก. $\frac{1}{7}$

ข. $\frac{2}{7}$

ค. $\frac{1}{10}$

ง. $\frac{7}{8}$

6. เส้นรอบวงของกลมวงหนึ่งเท่ากับ 8π นิ้ว พื้นที่ของกลมนี้คือข้อใด?
ก. 8π ตารางนิ้ว จ. 64π ตารางนิ้ว
ข. 16π ตารางนิ้ว ช. 256π ตารางนิ้ว
ก. 32π ตารางนิ้ว

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นความสามารถในการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาแล้วไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาใหม่ จนกระทั่งสามารถแปลความ ตีความ สรุปความ และขยายความได้ ความสามารถในขั้นนี้จะสูงกว่าความสามารถด้านหักษะในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ การวัดความสามารถด้านความเข้าใจนี้แบ่งออกเป็น 6 ขั้น ดังนี้

- 2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concept)
2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป (Principles rules and generalization)
2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structure)
2.4 ความเข้าใจในการแปลงโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Transform problem elements from one mode to another)

2.5 ความเข้าใจในการดำเนินตามแนวของเหตุผล (Follow a line of reasoning)
2.6 ความเข้าใจในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Read and interpret a problem)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (2524) ได้ทำการวิเคราะห์ และสรุปว่า นักเรียนที่มีความสามารถด้านนี้ จะแสดงออกโดย

1. สรุปหรือบอกความหมายของเรื่องราวที่เคยเรียนมาแล้ว โดยใช้คำพูดของตนเองหรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ ซึ่งเป็นในรูปใหม่ แตกต่างไปจากที่เคยเรียนในชั้นเรียน
 2. บอกหรือแปลความหมายข้อความทางคณิตศาสตร์ได้ว่าข้อความนั้นกล่าวถึงเรื่องอะไร โจทย์นั้น ๆ กำหนดสิ่งใด หรือถามเรื่องอะไร เป็นต้น
 3. แปลงหรือเปลี่ยนรูปจากข้อความที่เป็นภาษาให้เป็นสัญลักษณ์หรือภาพหรือภาษาสัญลักษณ์ให้เป็นภาษา หรืออีกส่วนหนึ่ง

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมนิทศน์ มนิทศน์เป็นเรื่องราวของนามธรรม มีลักษณะใกล้เคียงกับ Specific fact แต่มีความซับซ้อนกว่า กล่าวคือ จะต้องมีการรวบรวมความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงต่าง ๆ มาพสมพسانกันแล้วสรุปความหมายของสิ่งนั้นใหม่ด้วยภาษาของตนเอง จะเห็นได้ว่า มนิทศน์เป็นเครื่องกลสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการทำธุรกิจ ดังนั้น การ

เรียนมาแล้วตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่เรียนรู้มาสัมพันธ์กัน อย่างไรก็ตาม พึงต้องระลึกไว้เสมอว่า คำถ้าความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทศน์นั้นคู่จะต้องไม่เกยบอกหรือสอนนักเรียนมาก่อน เพราะถ้าครูเคยบอกมา ก่อนแล้วจะกลایเป็นการวัดความจำด้านข้อเท็จจริง ดังตัวอย่าง

1. ในการสอนครั้งหนึ่งเด็กที่เข้าสอบห้องหมดได้คะแนนิกลีเกียงกัน ดังนี้ ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนชุดนี้จะเป็นอย่างไร?

2. ข้อใดเรียงลำดับตัวเลขซึ่งมีค่าเข้าใกล้ ๑ ได้ถูกต้อง?

ก. $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}$

ข. $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}$

ก. $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}$

จ. $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}$

ฉ. $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}$

3. ถ้า A และ B เป็นมุมแหลม ๒ มุน ซึ่ง $A = P^\circ, B = Q^\circ$ ถ้า A และ B เป็นมุมประกอบมุมฉากแล้ว ข้อสรุปใดถูกต้อง?

ก. $P - Q = 0$ ข. $0 < P + Q < 90$

ก. $P + Q = 90$ จ. $90 < P + Q < 180$

ก. $P + Q = 180$

4. มุมต่อไปนี้ มุมใดเป็นมุมป้าน?

ก. 45° ข. 90° ก. 135° จ. 180° จ. 225°

5. ถ้ามุม ๒ มุมเป็นมุมประกอบมุมฉากแล้ว หั้งสองมุมนั้นมีลักษณะใด?

ก. มุมแหลม ข. มุมป้าน ค. มุมฉาก จ. มุมเท่ากัน จ. มุมคล้าย

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไป เป็นการวัดความสามารถเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์ และการทำให้เป็นกรณีทั่วไปตามเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนมาแล้ว ตลอดจนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับหลักการ และกฎมาแก้ปัญหาได้ คำถ้าในระดับนี้บางครั้งอาจเป็นการวัดความสามารถในการวิเคราะห์ ก็ได้ หากคำถานั้นเป็นคำถ้าเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเป็นครั้งแรก ดังตัวอย่าง

- เส้นตรง k ตั้งฉากกับเส้นตรงที่มีสมการ $2x + 2y - 3 = 0$ จงหาความชันของเส้นตรง k
- ถ้าเดือนจุดศูนย์ของจำนวนหนึ่งไปทางขวา 3 ตำแหน่ง หมายความว่าอย่างไร?
 - หารจำนวนนั้นด้วย 1,000
 - คูณจำนวนนั้นด้วย 3
 - หารจำนวนนั้นด้วย 100
 - คูณจำนวนนั้นด้วย 1,000
- ถ้า $a > b$ ดังนั้น ข้อต่อไปนี้ ข้อใด ผิด
 - $2a > 2b$
 - $-2a < -2b$
 - $-2a > -2b$
 - $-2a \leq -2b$
- สมการของเส้นตรงในข้อใด ตั้งฉากกับเส้นตรง $x - 3y = 5$
 - $3x - y = 5$
 - $x + 3y = \frac{1}{5}$
 - $3x + y = 0$
 - $3x - 3y = 6$

2.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ คำานวณที่วัดพุทธิกรรมในขั้นนี้ต่างจากพุทธิกรรมขั้นความรู้เกี่ยวกับศัพท์และนิยาม โดยปกติมักจะนำคำานวณเกี่ยวกับศัพท์และนิยามในคณิตศาสตร์แ pencใหม่ (Modern Mathematics) มาใช้วัดพุทธิกรรมเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์อยู่บ่อย ๆ ดังตัวอย่าง

จำนวนที่หายไปคือข้อใด?

- $24 + 76 = 76 + \square$
 - 24
 - 34
 - 52
 - 100
 - ไม่มีข้อถูก
- $6 \times 15 = \square \times 6$
 - 9
 - 15
 - 90
 - 540
 - ไม่มีข้อถูก
- $(108 \div 12) \times \square = 108$
 - 1
 - 9
 - 10
 - 12
 - ไม่มีข้อถูก
- $(64 \times \square) \div 16 = 64$
 - 0
 - 4
 - 16
 - 64
 - ไม่มีข้อถูก
- $3 \times 26 = (3 \times \square) + (3 \times 6)$
 - 2
 - 6
 - 20
 - 26
 - ไม่มีข้อถูก
- ถ้า $a \times b = 0$ แล้วข้อสรุปได้ถูกต้อง?
 - a ต้องเท่ากับ 0
 - ทั้ง a และ b ต้องเท่ากับ 0

7. ถ้า $P = M + N$ แล้ว ข้อใดเป็นจริง?

1. $N = P - M$

2. $P - N = M$

3. $N + M = P$

ก. ข้อ 1 เท่านั้น

ก. ข้อ 2 และ 3 เท่านั้น

ข. ข้อ 3 เท่านั้น

จ. ถูกทั้ง 3 ข้อ

ก. ข้อ 1 และ 2 เท่านั้น

8. ถ้า b อยู่ระหว่าง a และ c แล้ว ข้อสรุปใดถูกต้อง

ก. $2b$ อยู่ระหว่าง $2c$ และ $2a$

ข. $2c$ อยู่ระหว่าง $2a$ และ $2b$

ก. $2a$ อยู่ระหว่าง $2b$ และ $2c$

ง. ถูกทุกข้อ

จ. ไม่มีข้อถูก

9. จำนวนใดที่ใส่ลง \square แล้วทำให้ประโยคนี้ถูก?

$$25 + \square = \square + 30 - 5$$

ก. 0 ข. 5 ค. 25 ง. ไม่มีข้อใดเลย จ. ทุกข้อ

2.4 ความเข้าใจในการแปลงโจทย์ปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง เป็นการวัดความสามารถในการเปลี่ยนความที่กำหนดให้เป็นข้อความใหม่ ซึ่งมีความหมายคงเดิม เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ความสามารถในการเปลี่ยนความนี้จะไม่รวมถึงทักษะในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Algorithms) หลังจากการแปลความ นั่นคือจะไม่รวมถึงวิธีการในการหาคำตอบ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบจากโจทย์ทางคณิตศาสตร์ หลังจากแปลความแล้วจะเป็นการวัดความสามารถขั้นนำไปใช้ ความสามารถในขั้นนี้อาจกล่าวได้ว่าเป็นความสามารถที่ง่ายที่สุดของการวัดความเข้าใจ ดังตัวอย่าง

1. กำหนดให้ P แทนแดงไม่ไปโรงเรียน q แทนแดงไม่สบาย r แทนแดงทำงานหนัก จงเขียนสัญลักษณ์ $P \rightarrow (q \vee r)$ เป็นประโยคโดยใช้ภาษาคำพูด

2. ในระหว่างภาคฤดูร้อน นักเรียนคนหนึ่งทำงาน n สัปดาห์ ได้รับค่าจ้างสัปดาห์ละ k บาท ค่าใช้จ่ายตลอดภาคฤดูร้อน มีค่า p บาท เขาจะมีเงินเก็บกี่บาท?

ก. $n+k+p$

ก. $n+k-p$

ข. $np-k$

จ. ไม่มีข้อถูก

ก. $np \div k$

3. ถ้า $\Delta = 0$ $\square = 5$ $\diamond = 8$ $0 = 2$ ข้อใดถูกต้อง?

$$\begin{array}{r} \square \quad \text{๕} \\ \times \quad \text{๘} \\ \hline \end{array}$$

$$0 \diamond \Delta$$

$$\hline$$

ก. $\square \Delta 0$

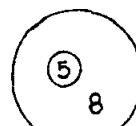
จ. $0 \circ 0 n$

ช. $0 \Delta 0$

0.000

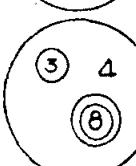
น. $\square 0 0$

4. ถ้าเขียน



มีความหมายเป็น 58

ถ้าเขียน



มีความหมายเป็น 834

ถ้าเขียน



มีความหมายดังข้อใด?

ก. 2359

ช. 5239

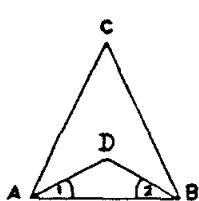
ก. 9325

จ. 50239

ก. 55239

2.5 ความเข้าใจในการคำนวณแนวของเหตุผล คณิตศาสตร์ส่วนมากจะเขียนในรูปของการอนุมาน (Deductive format) ซึ่งถือว่าเป็นภาษาของนักคณิตศาสตร์ในการติดต่อสื่อความหมายกับผู้อื่น ด้วยเหตุนี้ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล ก็คือความสามารถในการอ่านและเข้าใจกับข้อเขียน ซึ่งอยู่ในรูปของคณิตศาสตร์ และบอกได้ว่าผลสรุปในแต่ละขั้นมาจากการ ความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่วๆ ไป ดังตัวอย่าง

1. กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle ABD$ มีฐาน AB ร่วมกัน $\hat{1} = \hat{2}$ และ $C\hat{A}B = A\hat{B}C$ เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $C\hat{A}D = D\hat{B}C$ โดยใช้สิ่งชนิดข้อใด?



ก. สิ่งที่เท่ากันหารออกเท่าๆ กัน ผลย่อ分子เท่ากัน

ข. สิ่งที่เท่ากันลบออกเท่าๆ กัน ผลย่อ分子เท่ากัน

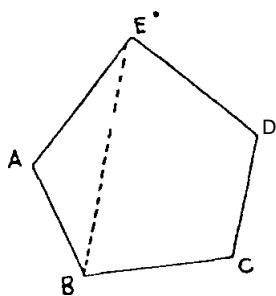
ค. สิ่งที่เท่ากันบวกเพิ่มเท่าๆ กัน ผลย่อ分子เท่ากัน

ง. จำนวนเต็มใหญ่กว่าส่วนย่อย

จ. ถ้าเพิ่มสิ่งที่เท่ากันขึ้นเป็น 2 เท่า ผลย่อ分子เท่ากัน

2. ประโยคข้างล่างนี้เป็นส่วนหนึ่งของการพิสูจน์ว่าเส้นทแยงมุมของรูปห้าเหลี่ยมย่อมยาวกว่าด้านของรูปห้าเหลี่ยม

ข้อความ



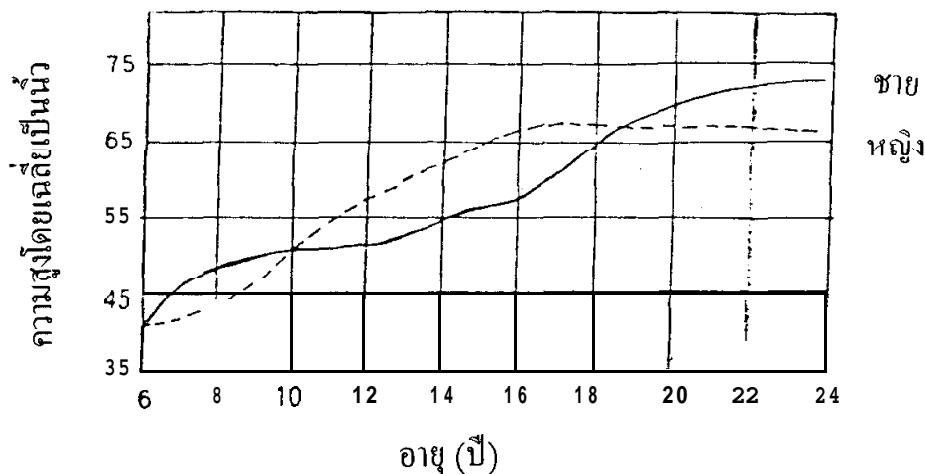
1. ABCDE เป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่า
2. $\hat{AED} > \hat{AEB}$
3. $A & = \hat{A}$
4. $\hat{A} > \hat{AEB}$
5. $EB > AB$
6. $AB = BC = CD = DE = EA$
7. $EB > BC, EB > CD, EB > DE$ เป็นต้น

ข้อความในข้อ 6 เป็นผลหรือขึ้นอยู่กับข้อความในข้อใด?

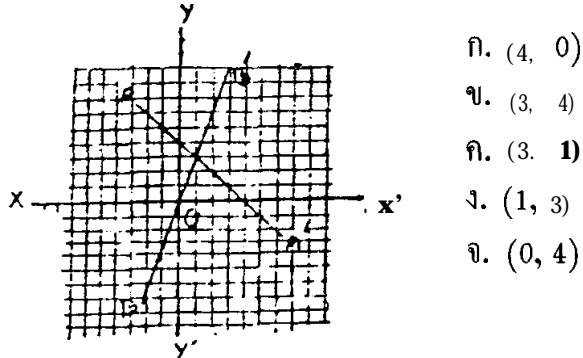
- ก. ข้อ 1 ข. ข้อ 2 ค. ข้อ 3 ง. ข้อ 4 จ. ข้อ 5

2.6 ความเข้าใจในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการอ่านและตีความจากปัญหาที่มีอยู่เพื่อให้ได้ข้อมูลหรือข้อสรุป การตีความหมายจากตัวเลขที่เป็นข้อมูลทางสถิติรวมทั้งกราฟ ข้อสอบที่จะวัดความสามารถในขั้นนี้ อาจดัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในระดับอื่น ๆ ก็ได้ โดยให้นักเรียนอ่านและตีความโจทย์นั้น ดังต่อไปนี้

1. กราฟข้างล่างนี้แสดงความสูงเฉลี่ยของเด็กชายและเด็กหญิงตั้งแต่อายุ 6-24 ปี จากกราฟดังกล่าวนี้ส่วนสูงเฉลี่ยของเด็กชายเท่ากับเด็กหญิงเมื่ออายุเท่าไร



2. นายแดงซื้อโต๊ะมาตัวหนึ่ง ซึ่งมีป้ายติดราคาย้ำไว้ 60 บาท โต๊ะตัวนี้ขายลด 20% นายแดงซื้อโต๊ะตัวนี้จะได้ลดเท่าไร? (ตอบคำถูกข้างล่างโดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ)
- อัตราการลดราคาเป็นเท่าไร?
 - โจทย์ข้อนี้ถามอะไร?
 - ราคาที่ต้องเริ่มนับในการคิดเป็นเท่าไร
3. ภูมิภาคที่เป็นรากของสมการกำลังหนึ่ง ซึ่งแทนด้วย AA' และ BB' บนกราฟข้างล่างนี้คืออะไร



3. การนำไปใช้ (**Application**) เป็นการวัดความสามารถในการนำเอาความรู้ กว้างลักษณะ ข้อเท็จจริง สูตร ทฤษฎีต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วไปแก้ปัญหาใหม่ที่คล้ายคลึงกัน ที่เรียนมาแล้ว ทั้งนี้ โจทย์ปัญหาที่ใช้วัดในขั้นนี้จะต้องไม่ใช่โจทย์ที่เหมือนกันที่นักเรียนเคยเรียนหรือเคยทำแบบฝึกหัดมาแล้ว ความสามารถด้านการนำไปใช้นี้ อาจแบ่งออกเป็น 4 ขั้น ดังนี้

- ความสามารถในการแก้ปัญหาธรรมด้า (Routine problems)
- ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Comparison)
- ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Analyze data)
- ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Recognize patterns isomorphisms, and symmetries)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2524) ได้ทำการวิเคราะห์ และสรุปว่านักเรียนที่มีความสามารถด้านนี้ จะแสดงออกโดย

- แก้ปัญหาโจทย์ที่คุ้นเคย ได้แก่ โจทย์ที่คล้ายคลึงกันส่วนที่เรียนไปแล้ว เช่น การแก้สมการที่เป็นโจทย์ภาษา การสร้าง การหาค่า การพิสูจน์ ฯลฯ ซึ่งเป็นโจทย์ที่นักเรียนต้องมีการเลือกและการตัดสินใจ

2. เปรียบเทียบระหว่างข้อมูลได้ว่า สี่เหลี่ยมกว้าง น้อยกว่า ใหญ่กว่า ฯลฯ
ซึ่งต้องอาศัยการแปลความหมายโจทย์ คิดคำนวณ แล้วจึงตัดสินใจ
3. แยกปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อพิจารณาได้ว่าส่วนใดจะเป็น ส่วนใด
เหมาะสม
4. หากความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยๆ ของปัญหาได้

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาระยะ เป็นความสามารถในการแก้ปัญหา
โจทย์ที่คล้ายคลึง (แต่ไม่เหมือน) กับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วใน
ห้องเรียนนั่นเอง นักเรียนจะต้องอาศัยความเข้าใจเกี่ยวกับหลัก กฎ และรู้จักวิธีการคิดคำนวณ
ที่นักเรียนเรียนมาแล้ว มาใช้สมมติฐานเพื่อที่จะแก้ปัญหาให้ได้ค่าตอบอภิมา ดังตัวอย่าง

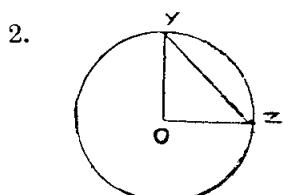
1. นายขาวซื้อเสื้อกันหนาวมา 1 ตัว ราคา 500 บาท ต้องเสียภาษีให้รัฐ 20%
และต้องเสียภาษีฟุ่มเฟือย 15% นายขาวจะต้องจ่ายเงินทั้งหมดเท่าไร?

ก. 576.50 บาท

ก. 586.50 บาท

ข. 585 บาท

ง. ไม่มีข้อถูก



จากรูป ๐ เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม OYZ
ถ้าพื้นที่ของวงกลม = 16π รูป $\triangle YOZ$ มีพื้นที่
เท่าไร?

ก. 8

ข. 9

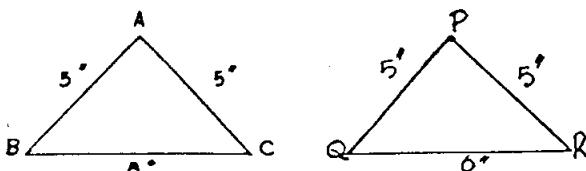
ค. 10

ง. 12

จ. 16

3.2 ความสามารถในการเปลี่ยนเที่ยบ เป็นการวัดความสามารถในการค้นหา
ความสัมพันธ์ โดยเปลี่ยนข้อมูลที่โจทย์ให้มา 2 ชุด แล้วนำมาเปลี่ยนเพื่อสรุป
ตัดสินใจ ความสามารถในขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณด้วย ดังตัวอย่าง

1.



จะเปลี่ยนเที่ยบพื้นที่ของ \triangle 2 รูป

ก. $\triangle ABC$ มีพื้นที่มากกว่า $\triangle PQR$

ข. $\triangle PQR$ มีพื้นที่มากกว่า $\triangle ABC$

ค. \triangle ทั้งสองมีพื้นที่เท่ากัน

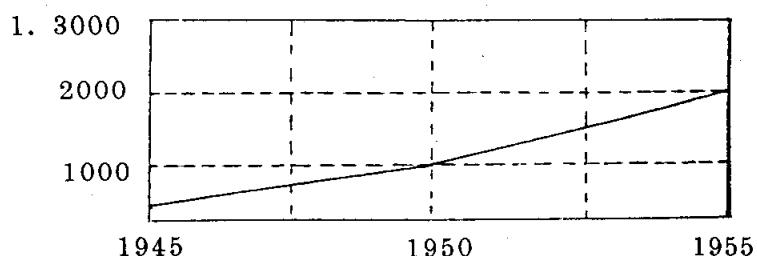
2. ต่อไปนี้เป็นเงินรายได้ตลอดปีของพนักงาน 10 คน (คิดเป็นบาท)

400	600	1,250	500	700
550	450	500	650	600

คนที่มีรายได้สูงกว่าค่าเฉลี่ยมากี่คน?

ก. 1 คน ข. 3 คน ค. 5 คน ง. 7 คน

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ค่อนข้างจะซับซ้อน กล่าวคือ นักเรียนจะต้องตัดสินใจว่าจะกระทำอะไรก่อน อะไรหลัง แล้วจึงดำเนินการคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ ซึ่งอาจต้องอาศัยการเปรียบเทียบจากที่โจทย์กำหนดมาให้ เพื่อตัดสินใจหรือหาข้อสรุป หรืออาจให้แยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ดังตัวอย่าง



ภาพนี้แสดงถึงประชากรในชนบท จากปี 1945–1955 โดยแบ่งเป็นช่วงละ 5 ปี ประชากรในช่วง 1950–1955 เพิ่มขึ้นมากกว่าการเพิ่มของประชากรในปี 1945–1950 อยู่เท่าไร

ก. 500 ข. 1,000 ค. 1,500 ง. 2,000

2. ธนาคารคิดดอกเบี้ยทบต้นในทุก ๆ ระยะ 3 เดือน ถ้าฝากเงิน 300 บาท ในเวลาหนึ่งปี จะได้รับดอกเบี้ยเท่าไร?

ท่านจะต้องรู้รายละเอียดอะไรอีกจึงจะแก้ปัญหานี้ได้

ก. ไม่ต้องมีรายละเอียดเพิ่มอีก ง. อายุของผู้ฝาก

ข. กำหนดวันที่จะถอนเงิน จ. อัตราดอกเบี้ย

ค. จุดมุ่งหมายของการฝากเงิน

3. เด็กชายรามต้องการซื้อถุงเท้า 6 ถุง ร้านศึกษาศาสตร์บอกราคา 2 ถุง ต่อ 12.50 บาท ร้านนิติศาสตร์บอกราคา 3 ถุง ต่อ 19.80 บาท (ถุงเท้าชนิดเดียวกัน) เพื่อความประยัติ เด็กชายรามควรทำอย่างไร?

ก. ซื้อถุงเท้าจากร้านศึกษาศาสตร์

ข. ซื้อถุงเท้าจากร้านนิติศาสตร์

- ค. ชี้อุปกรณ์ที่มาจากร้านใดก็ได้ เพราะราคาไม่ต่างกัน
ง. ซื้อเท็จจริงที่กำหนดให้ไม่เพียงพอในการคิด

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และ การสมมติ การวัดความสามารถในขั้นนี้จะเกี่ยวข้องกับการระลึกถึงความรู้เดิม การแปลงโจทย์ปัญหา การจัดกรอบทำกับข้อมูล ตลอดจนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล คำถานที่วัดความสามารถในขั้นนี้มักจะถูกใช้ในการให้นักเรียนหาสิ่งที่คุณเคยใช้หรือชุดของข้อมูลหรือปัญหาที่กำหนดให้ ดังตัวอย่าง

1. หลักหน่วยของ 4^{10} คืออะไร?

ก. 0 ข. 2 ค. 4 ง. 6 จ. 8

2. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงที่มีค่าต่างกัน 2 จำนวน

ถ้า $xy = yz$ แล้ว z จะมีค่าตรงกับข้อใด?

ก. $\frac{1}{x-y}$ ข. $x-y$ ค. $\frac{x}{y}$ ง. x จ. 0

3. ใน การเลือกตั้งครั้งหนึ่ง มีผู้ออกเสียง 356 คน เพื่อเลือกผู้สมัคร 1 คน จาก 5 คน ผู้สมัครที่ได้คะแนนสูงสุดจะเป็นผู้ชนะ ผู้ชนะต้องได้รับคะแนนอย่างน้อยที่สุดเท่าไร จึงจะได้รับเลือกตั้ง?

ก. 179 ข. 178 ค. 89 ง. 72 จ. 71

4. การวิเคราะห์ (Analysis) เป็นการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลงกว่าธรรมดายังคงแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เคยเห็นหรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน โจทย์ปัญหาในขั้นนี้มักเป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ทั้งนี้มีให้หมายความว่าโจทย์ดังกล่าวจะต้องเป็นโจทย์ที่ไม่ได้ออปุ่ยในขอนข่ายของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้ปัญหาโจทย์ดังกล่าวจะต้องอาศัยประสบการณ์และความรู้ที่เรียนมา รวมกับความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์มาพัฒนาและประเมิน เพื่อแก้ปัญหา ความสามารถในขั้นนี้ถือว่าเป็นจุดมุ่งหมายสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ผู้ที่ตอบปัญหาขั้นนี้ได้จะต้องใช้สมรถภาพทางสมองในระดับสูง การวัดความสามารถในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 5 ขั้นดังนี้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์พลิกแพลง (Non-routine problem)

4.2 ความสามารถในการค้นพบความสัมพันธ์ (Discover relationship)

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Construct proof)

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Criticize proof)

4.5 ความสามารถแก่ความสามารถสร้างสูตรและทดสอบความถูกต้องของสูตร (Formulate and validate generalization)

สถาบันส่งเสริมการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2524) ได้ทำการวิเคราะห์ และสรุปว่า นักเรียนที่มีความสามารถด้านนี้ จะแสดงออกโดย

1. ทำโจทย์ที่แปลกใหม่ได้
2. ค้นพบความสัมพันธ์ใหม่ ๆ ได้
3. สร้างข้อพิสูจน์ใหม่ ๆ ได้
4. วิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ได้
5. ได้แข่งและให้เหตุผลเกี่ยวกับข้อความทางคณิตศาสตร์ได้

4.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์พลิกแพลง คำานวณที่วัดความสามารถในข้อนี้จะเป็นคำานวณที่ซับซ้อน ไม่ได้อยู่ในแบบฝึกหัด ในตำรา เป็นปัญหาที่นักเรียน ส่วนใหญ่ไม่เคยเห็นมาก่อน นั่นคือจะต้องเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยได้รับการฝึกหัดมา ก่อนนั้นเอง นักเรียนจะแก้ปัญหาลักษณะนี้ได้จะต้องอาศัยประสบการณ์ ความคิดสร้างสรรค์ ทางคณิตศาสตร์ ต้องเข้าใจในทศน์ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่ครูเคยสอนมาแล้ว เป็นอย่างดี แล้วใช้ความรู้เหล่านั้นมาพสมพานกันเพื่อแก้ปัญหา การแก้ปัญหาลักษณะนี้ จึงต้องพยายามหาวิธีการใหม่ ๆ เช่น อาจสร้างแบบการคิดคำานวนขึ้นมาใหม่เพื่อให้สามารถ หาคำตอบได้ ดังต่อไปนี้

1. เรือสองลำเด่นออกจากจุดเริ่มต้นเดียวกันในอ่าวแห่งหนึ่ง ในตอน 12.00 น. ของวันหนึ่ง เรือลำหนึ่งมีความเร็ว $4\frac{1}{2}$ ไมล์/ช.ม. อีกลำหนึ่งมีความเร็ว 4 ไมล์/ช.ม. เรือทึ่งสองลำแล่นไปกลับตลอดเวลา ปรากฏว่าเวลา 12.00 น. ของวันรุ่งขึ้น เรือทึ่ง 2 ลำ มาพบ กันที่จุดเริ่มต้น อ่าวแห่งนี้ก็ว่างเท่าไร?

ก. 2 ไมล์ ข. 3 ไมล์ ค. 4 ไมล์ ง. 6 ไมล์ จ. 8 ไมล์

2. ค่าของ x ในข้อใดที่สอดคล้องกับสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ $a + b + c = 0$

ก. $\frac{b}{a}$ ข. $\frac{c}{a}$ ค. $\frac{a+c}{b}$ ง. $-\frac{b}{a}$ จ. $-\frac{c}{a}$

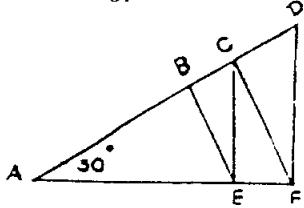
3. ถ้า $2a + 2b + 5c = 9$ และถ้า $c = 1$ แล้ว $a + b + c$ เท่ากับข้อใด?

ก. 2 ข. 3 ค. $4\frac{1}{2}$ ง. 5 จ. 8

4. ถ้า a, b, c, d เป็นจำนวน 4 จำนวนที่ต่างกัน และถ้า $d + a = d, a.d = a$, $b + c = a, a(a + d) = d, b - c = d$ แล้ว d เท่ากับเท่าใด?

ก. -1 ข. 0 ค. 1 ง. 2 จ. 3

5.



จากรูป $CE \perp AB$ และ $DF \perp AB$ และ $CF \perp AD$ ถ้า $AD = 8$ แล้ว AB เท่ากันเท่าไร?

ก. 4

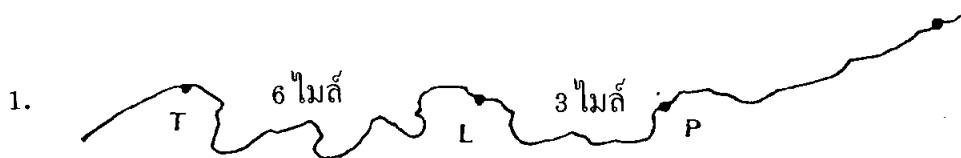
ข. 4.5

ค. 5

จ. 5.5

ช. ไม่มีข้อลูก

4.2 ความสามารถในการทึนพนความสัมพันธ์ เป็นการวัดความสามารถในการทึนพนความสัมพันธ์โดยนักเรียนจะต้องจัดส่วนต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่ แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาอันจะนำไปสู่คำตอบในที่สุด ความสามารถในการจัดส่วนต่างๆ ไปจากขั้นนำไปใช้ตรงที่นักเรียนจะต้องรวมรวมส่วนที่โจทย์กำหนดให้ มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ จึงจะหาคำตอบได้ แทนที่จะจำความสัมพันธ์อันเดิมที่เคยพูดมาแล้ว มาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์เช่น ขั้นนำไปใช้ ดังตัวอย่าง



จากรูปข้างบน T , L และ P เป็นเมือง 3 เมือง บนถนนแห่งหนึ่ง เมือง T อยู่ห่างจาก T ไกลเป็น 2 เท่าของเมือง L ห่างจาก P มีเมืองอีกเมืองหนึ่ง บนถนนนี้ซึ่งอยู่ห่างจาก T เป็น 2 เท่าของเมืองนี้ ห่างจาก P เมืองใหม่นี้ห่างจากเมือง T กี่ไมล์?

ก. 3

ข. 9

ค. 12

จ. 15

ช. 18

2. ความยาวของเส้นทแยงมุมของ $\boxed{y} = x + y$ ของ พ.ท.ของ \boxed{y} รูปนี้ (โจทย์ข้อนี้เป็นตัวอย่างการแก้ปัญหาโดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของด้านและความยาวของเส้นทแยงมุมของ \boxed{y})

3. m จะต้องมีค่าเท่าใด จึงจะทำให้กราฟของสมการทั้ง 2 ตัดกันที่จุด origin

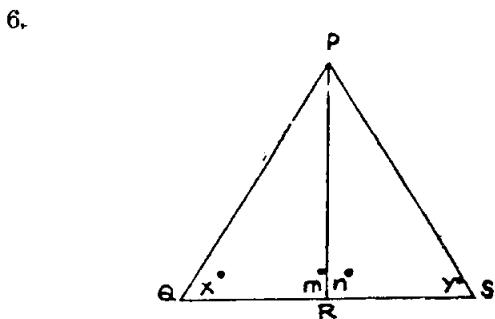
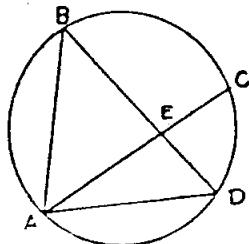
$$3x - 5y = 2$$

$$6x - my = 0$$

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยาม ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วมาช่วยในการแก้ปัญหา ความสามารถในขั้นนี้สร้างเป็นข้อสอบแบบเลือกตอบได้ยาก แต่ก็สามารถสร้างได้ดังตัวอย่าง

1. งงแสดงว่า $\square + \square = 2 \square$
2. งงแสดงว่า $-(-a) = a$
3. งงพิสูจน์ว่า $a \cdot 0 = 0$
4. งงพิสูจน์ว่า $\cot \Theta \cdot \frac{\cos 2\Theta}{\sin \Theta \cos \Theta} = \tan \Theta$

5. จากรูป B เป็นจุดศูนย์กลางของ $\text{arc } AC$ คอร์ด BD และ AC ตัดกันที่ E ลากคอร์ด AD และ AB งงพิสูจน์ว่า $BD \times BE = (AB)^2$



$\triangle PQS$ มี $QR = RS$ และ $m = n$

งงพิสูจน์ว่า $x = y$

ข้อความที่พิสูจน์

1. $QR = RS$ และ $PR = PR$
2. $m = n$
3. $\triangle PQR \cong \triangle PRS$
4. $x = y$

$$\text{ก. } (1) \xrightarrow{(2)} (4)$$

$$\text{ก. } (1) \xrightarrow{(3)} (4)$$

$$\text{ก. } (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)$$

$$\text{ก. } (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4)$$

$$\text{ก. } (1) \xrightarrow{(3)} (4)$$

$$\text{ก. } (2) \xrightarrow{(1)} (4)$$

$$\text{ก. } (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)$$

*ในการพิสูจน์แต่ละข้อให้เลือกถูกคร ใช่

(3) \longrightarrow (5) หมายความว่า ประยุกต์ 3 ทำให้สรุปได้ว่าเป็น 5

(2) \longrightarrow (5) หมายความว่า ประยุกต์ 2 และ 3 ทำให้สรุปได้เป็น 5

(3)

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ ความสามารถในขั้นนี้เป็นการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ เป็นพฤติกรรมที่ยังยากและซับซ้อนกว่าความสามารถในการเขียนพิสูจน์ ความสามารถขั้นนี้ ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนได้ผลลัพธ์ไปจาก concept หลัก กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ การเขียนคำถatement แบบเลือกตอบเพื่อใช้วัดความสามารถขั้นนี้เขียนได้ยากแต่ก็สามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$1. \text{ กำหนดให้ } a + b + c \dots \text{ } \quad (1)$$

$$\text{จะได้ว่า } c - b = a \text{ และ } \dots \text{ } \quad (2)$$

$$c - a = b \dots \text{ } \quad (3)$$

$$(2) \times (-b) \text{ และ } (3) \times (-a) \text{ จะได้}$$

$$b^2 - bc = -ab \dots \text{ } \quad (4)$$

$$a^2 - ac = -ab \dots \text{ } \quad (5)$$

$$\text{จาก } (4) \text{ และ } (5) \text{ จะได้}$$

$$b^2 - bc = a^2 - ac \dots \text{ } \quad (6)$$

$$\text{เอา } \frac{c^2}{4} \text{ บวกเข้าทั้ง 2 ข้าง}$$

$$b^2 - bc + \frac{c^2}{4} = a^2 - ac + \frac{c^2}{4} \dots \text{ } \quad (7)$$

$$\text{ถอดรากที่ 2 ใน } (7)$$

$$b - \frac{c}{2} = a - \frac{c}{2} \dots \text{ } \quad (8)$$

$$\text{เอา } \frac{c}{2} \text{ บวกเข้าทั้ง 2 ข้าง จะได้ } b = a$$

ผิดตรงไหนอย่างไร?

2. ต่อไปนี้เป็นการพิสูจน์ว่าจำนวนจริง 2 จำนวนใด ๆ ต่างกันเท่ากัน ใน
ตอนใดที่พิสูจน์ผิด

$$1) \text{ ให้ } c = \frac{a+b}{2} \text{ และ } a \neq b$$

$$2) 2c = a + b$$

$$3) 2c(a - b) = (a + b)(a - b)$$

$$4) 2ac - 2bc = a^2 - b^2$$

$$5) b^2 - 2bc = a^2 - 2ac$$

$$6) b^2 - 2bc + c^2 = a^2 - 2ac + c^2$$

$$7) (b - c)^2 = (a - c)^2$$

$$8) b - c = a - c$$

$$9) b = a$$

ก. จาก 2-3 ข. จาก 4-5 ค. จาก 5-6 ง. จาก 7-8

จ. จาก 8-9

3. ถ้า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง $a > 3$

ดังนั้น $3a > 3(3)$

$$3a - a^2 > 9 - a^2$$

$$(3 - a)a > (3 - a)(3 - a)$$

$$a > 3 + a$$

$$0 > 3$$

จงหาว่าการพิสูจน์นี้ผิดตรงไหน

4. ถ้า x และ y เป็นจำนวน 2 จำนวนที่เท่ากัน

$$x = y$$

$$x^2 = xy$$

$$x^2 - y^2 = xy - y^2$$

$$(x - y)(x + y) = y(x - y)$$

$$x + y = y$$

$$y + y = y$$

$$2y = y$$

$$2 = 1$$

จงหาว่าการพิสูจน์นี้ผิดตรงไหน

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร คล้ายกับ 4.4 แต่อาจจะซับซ้อนกว่านิดหน่อย ก็อ นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิม และต้องสมเหตุสมผลด้วย ก็อาจจะตามให้หายและพิสูจน์ประโยชน์ของทางคณิตศาสตร์ หรืออาจตามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น ดังตัวอย่าง

1. จงอธิบายขั้นตอนการตามลำดับของการตัดสินใจ โดยไม่ต้องแสดงวิธีทำ
 - 1) 12087 เป็น prime number หรือไม่
 - 2) prime number ที่ใหญ่ที่สุด ที่มีค่าน้อยกว่า 5000
2. สังเกตตารางต่อไปนี้

Row	Item	Sum
1	1	
2	1+3	
3	1+3+5	
4		
5		
.		
.		
.		
n		

- 1) เขียนแถวที่ 4 และ 5
- 2) หาผลบวกของแต่ละแถว
- 3) สรุปแถวที่ n
- 4) พิสูจน์การสรุปของท่าน โดยใช้ mathematical induction