บทที่ 2

การเสนอข้อมูลทางการศึกษา

ในการเสนอข้อมูลทางการศึกษานั้น มีบ่อยครั้งที่ครูประสบปัญหาเกี่ยวกับการเสนอคะแนนที่ได้จากการทดสอบต่อนักการศึกษาหรือผู้บริหารอย่างมีประสิทธิภาพ ถ้านักการศึกษาต้องการจะได้ข้อมูลที่มีประโยชน์สำหรับใช้ในการตัดสินใจ ข้อมูลเหล่านั้นควรจะอยู่ในลักษณะที่เป็นระบบและง่ายต่อการอ่านและการแปลความหมาย จึงเป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องรู้จักวิธีการเสนอข้อมูลอย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งรู้จักวิเคราะห์และแปลความหมายข้อมูลเหล่านั้นได้ ในบทนี้ผู้เขียนได้เสนอความคิดพื้นฐานเกี่ยวกับมาตราการวัดต่าง ๆ รวมทั้งเสนอวิธีการจัดข้อมูลลงในตาราง การแสดงข้อมูลเป็นกราฟ และสถิติเบื้องต้นที่ครูควรจะรู้ เช่น มาตราการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง ความแปรปรวนของคะแนน และการหาความสัมพันธ์ของคะแนน

มาตราการวัด

การวัดหรือการนับใด ๆ เป็นการกำหนดจำนวนหรือตัวเลขให้กับสิ่งของหรือเหตุการณ์ จึงจำเป็นต้องมีการกำหนดหน่วยหรือมาตราให้กับตัวเลขเหล่านั้น มาตราการวัดที่นิยมใช้กันมากที่สุดเป็นผลงานของ Stevens (1946) ซึ่งแบ่งมาตราการวัดออกเป็น 4 ประเภท คือ

1. มาตรานามบัญญัติ (Nominal Scale)

เป็นมาตรการวัดที่หยาบที่สุด เพราะเป็นเพียงการกำหนดตัวเลขหรือสัญญลักษณ์แทนคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งของสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่ต้องการจะวัด เพื่อจำแนกให้เห็นว่าสิ่งที่ต้องการจะวัดมีความแตกต่างกัน สัญญลักษณ์ หรือตัวเลขที่กำหนดขึ้นมิได้มีความหมายในเชิงปริมาณเลย แต่จะเป็นเพียงการจำแนกสิ่งที่จะวัดออกเป็นพวก (Categories) เช่น เหมือนกัน, ต่างกัน, เพศชาย-เพศหญิง, นักเรียนห้อง 1, 2, 3....., หรือพืช - สัตว์ เป็นต้น หรืออาจจะกำหนดว่าให้เลข 1 แทนผู้ชาย และเลข 2 แทนผู้หญิง เป็นต้น เราจะเอาเลขในระบบนี้ไปบวก ลบ คูณ หาร กันไม่ได้ จะทำได้ก็เพียงแต่นับว่าแต่ละพวกมีจำนวนเท่าไรเท่านั้น

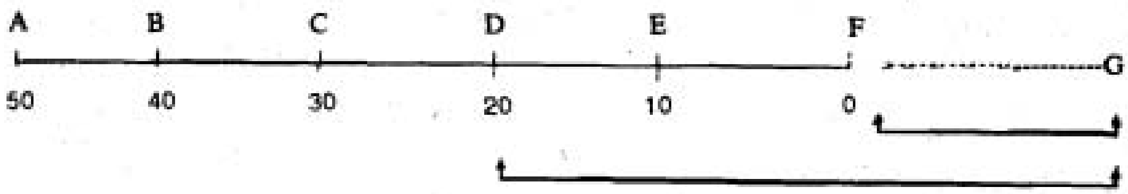
2. มาตราอันดับ (Ordinal Scale)

การวัดแบบนี้มีความหมายชัดเจนกว่าการวัดในมาตรานามบัญญัติ กล่าวคือเราสามารถเรียงคุณลักษณะของบุคคลหรือสิ่งของที่เราต้องการจะวัดจากมากไปหาน้อย หรือน้อยไปหามากได้ แต่เราไม่สามารถบอกได้ว่าความแตกต่างแต่ละอันนั้นต่างกันเท่าไร เช่น สมศักดิ์สอบได้ที่ 1 สิโรตม์

สอบได้ที่ 2 สมศรี สอบได้ที่ 3 เราไม่สามารถบอกได้ว่าสมศักดิ์เก่งเป็นกี่เท่าของศิโรตม์ หรือเราไม่สามารถบอกได้ว่าสมศักดิ์เก่งกว่าศิโรตม์เป็นปริมาณเท่ากับศิโรตม์เก่งกว่าสมศรี จะเห็นได้ว่าที่ 1, 2, 3,..... ไม่ได้แทนปริมาณและขนาดที่แท้จริง แต่จะเป็นเครื่องบอกถึงอันดับหรือตำแหน่งเท่านั้น ดังนั้น percentile rank หรืออันดับในการจัดประกวดทางด้านต่าง ๆ นั้นจัดอยู่ในมาตรานี้ทั้งสิ้น

3. มาตราอันตรภาค (Interval Scale)

การวัดในระดับนี้เป็นการวัดที่สูงกว่าการวัดในมาตรานามบัญญัติและมาตราอันดับ ตรงที่แต่ละหน่วยมีขนาดเท่า ๆ กัน สามารถเปรียบเทียบได้ว่าของสิ่งหนึ่งมากกว่าหรือน้อยกว่าอีกสิ่งหนึ่งอยู่เท่าไร แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าของสองสิ่งนั้นมากกว่ากันเป็นกี่เท่าเพราะการวัดในระดับนี้ไม่มีศูนย์แท้ (Absolute zero) คะแนนที่ได้จากการทดสอบจัดอยู่ในมาตราอันตรภาค เช่น วนิดาสอบวิทยาศาสตร์ได้คะแนน 60 วินิจสอบได้ 50 คะแนนวินัยสอบได้ 30 คะแนน เราสามารถบอกได้ว่าวนิดาสอบได้มากกว่าวินิจ 10 คะแนน ส่วนวินิจสอบได้มากกว่าวินัย 20 คะแนน และเรายังสามารถบอกได้อีกว่าระยะห่างของคะแนนระหว่างวินิจกับวินัย (50 - 30) มีค่าเป็น 2 เท่า ของระยะห่างของคะแนนระหว่างวนิดากับวินิจ (60 - 50) แต่เราไม่สามารถบอกได้ว่าวนิดามีความรู้เป็น 2 เท่าของวินัย ทั้งนี้เนื่องจากเราไม่รู้ว่าศูนย์แท้อยู่ที่ไหน และแต่ละคนห่างจากศูนย์แท้เท่าไร ดังนั้นถ้าวดีสอบวิทยาศาสตร์ได้ 0 คะแนน มิได้หมายความว่าวดีไม่มีความรู้วิทยาศาสตร์เลย แต่มีความหมายเพียงแต่ว่าวดีสอบวิทยาศาสตร์ไม่ได้เลยต่างหาก การใช้เทอร์โมมิเตอร์วัดอุณหภูมิก็จัดอยู่ในมาตรานี้ เพราะอุณหภูมิ 0°C มิได้หมายความว่าไม่มีความร้อนอยู่เลย เราอาจเขียนรูปแสดงให้เห็นถึงการวัดในมาตราอันตรภาคได้ดังนี้



เมื่อจุด F คือจุดที่นักเรียนสอบได้ 0 คะแนน

จุด G คือจุดที่นักเรียนไม่มีความรู้จริง ๆ

ดังนั้น ระยะระหว่าง D ถึง G จึงไม่มีค่าเป็น 2 เท่า ของระยะระหว่าง F ถึง G (ดูรูปประกอบ) นั่นคือเราไม่สามารถสรุปได้ว่า D มีความรู้เป็น 20 เท่าของ F เราบอกได้แต่เพียงว่าระยะห่างจาก C ถึง E มากเป็นสองเท่าของระยะห่างจาก D ถึง E

4. มาตราอัตราส่วน (Ratio Scale)

การวัดในมาตรานี้เป็นการวัดที่สมบูรณ์กว่าการวัดใน 3 มาตราที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ส่วนใหญ่เป็นการวัดทางวิทยาศาสตร์ เช่น การวัดความเร็ว, ความยาว, น้ำหนัก, หรือส่วนสูง ฯลฯ การวัดในมาตรานี้มีคุณสมบัติเพิ่มเติมจากการวัดทั้ง 3 มาตราที่กล่าวมาแล้ว คือมีศูนย์แท้ เช่น ความยาว 0 นิ้ว แปลว่าไม่มีความยาวเลย หรือคนที่หนัก 40 ก.ก. ย่อมหนักเป็นสองเท่าของคนที่หนัก 20 ก.ก. เนื่องจากตัวเลขที่ได้จากการวัดในมาตรานี้แต่ละหน่วยมีขนาดเท่ากัน และมีศูนย์แท้ จึงสามารถนำตัวเลขในมาตรานี้มาเปรียบเทียบกันได้ทั้งการบวก ลบ คูณ และหาร

การเสนอข้อมูลโดยใช้ตารางและกราฟ

สมมติว่าครูคนหนึ่งทำการทดสอบนักเรียนในชั้นซึ่งมีอยู่ 50 คน และคะแนนที่ได้จากการทดสอบได้แสดงไว้ในตารางที่ 1 ปัญหามีอยู่ว่าครูจะจัดข้อมูลนี้ไว้ในรูปใดจึงจะง่ายต่อการแปลความหมาย

วิธีหนึ่ง (ที่ง่ายที่สุด) สำหรับการเสนอข้อมูลจากตารางที่ 1 ก็คือการเรียงคะแนนจากมากไปหาน้อย ดังที่แสดงไว้ในตารางที่ 2 จากตารางที่ 2 จะเห็นว่านักเรียนคนที่ 39 ได้คะแนนสูงสุด คือ 95 คะแนน ส่วนนักเรียนคนที่ 7 ได้ 17 คะแนน ซึ่งเป็นคะแนนต่ำสุด และจะเห็นว่านักเรียนหลายคนสอบได้คะแนนซ้ำกัน สำหรับนักเรียนที่ได้คะแนนซ้ำกันนี้ เราจะเรียงคะแนนของคนไหนไว้ก่อนก็ไม่มีผลแตกต่างใด ๆ เลย เช่น คะแนน 93 มีนักเรียนได้ 2 คน คือคนที่ 42 กับ 28 ถ้าเราจะเรียงลำดับนักเรียนคนที่ 28 ไว้ก่อนคนที่ 42 ก็ได้

ตาราง 1 คะแนนจากการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 50 คน

นักเรียนคนที่	คะแนน	นักเรียนคนที่	คะแนน	นักเรียนคนที่	คะแนน
1	83	18	58	35	59
2	72	19	68	36	61
3	53	20	86	37	34
4	35	21	50	38	66
5	39	22	34	39	95
6	53	23	64	40	49
7	17	24	42	41	54
8	19	25	21	42	93
9	64	26	71	43	39
10	24	27	29	44	55
11	42	28	93	45	49
12	31	29	45	46	63
13	45	30	88	47	83
14	77	31	82	48	55
15	76	32	75	49	47
16	80	33	40	50	92
17	70	34	31		

ตาราง 2 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ (จากตาราง 1) เรียงคะแนนจากมากไปหาน้อย

นักเรียนคนที่	คะแนน	นักเรียนคนที่	คะแนน	นักเรียนคนที่	คะแนน
39	95	38	66	13	45
42	93	23	64	24	42
28	93	9	64	11	42
50	92	46	63	33	40
30	88	36	61	5	39
20	86	35	59	43	36
47	83	18	58	4	35
1	83	48	55	37	34
31	82	44	55	22	34
16	80	41	54	34	31
14	77	6	53	12	31
15	76	3	53	27	29
32	75	21	50	10	24
2	72	45	49	25	21
26	71	40	49	8	19
17	70	49	47	7	17
19	68	29	45		

ในขณะเดียวกัน ครูอาจต้องการเสนอข้อมูลเหล่านี้ในรูปตารางแบบอื่น ๆ หรือเสนอในรูปของกราฟก็ได้ จริงอยู่การเสนอข้อมูลในตารางที่ 2 นั้น อาจจะทำให้ผู้อ่านเกิดภาพพจน์ได้ว่านักเรียนกลุ่มนี้มีความสามารถอย่างไร ทำข้อสอบได้มากน้อยแค่ไหนแต่ถ้าเราจะเสนอข้อมูลในรูปของการกระจายของความถี่ (frequency distribution) กราฟแท่ง (histogram) กราฟเส้น (frequency polygon) ความถี่สะสม หรือโค้งของเปอร์เซ็นความถี่สะสม (cumulative percent curve) ก็จะทำให้ข้อมูลมีความหมายมากขึ้น

การกระจายของความถี่

วิธีที่จะลดขนาดของตารางที่ 2 อาจทำได้โดยการเรียงคะแนนที่แตกต่างกันจากมากไปหาน้อยแล้วหาความถี่ของคะแนนแต่ละคะแนนที่ซ้ำกัน (ดูตาราง 3) แต่เนื่องจากคะแนนคณิตศาสตร์จากตารางที่ 3 มีคะแนนที่แตกต่างกันอยู่ 40 ตัว ซึ่งทำให้สามารถลดจำนวนตัวเลขในช่องแรกของตารางจาก 50 ตัว ลงเหลือ 40 ตัว แต่ก็ยังเป็นตัวเลขที่มากไป เนื่องจากการเสนอความถี่ของคะแนนแต่ละตัวเป็นเรื่องที่เปลืองแรงงานมาก และไม่มีความจำเป็น จึงสามารถที่จะต้องรวมคะแนนเป็นกลุ่มย่อยเล็ก ๆ เป็นช่วง ๆ การเสนอข้อมูลในรูปของช่วงคะแนนนี้เราเรียกว่าเป็นการเสนอความถี่แบบอันตรภาคชั้นหรือ class intervals ตารางที่ 4 เป็นตารางการกระจายของความถี่โดยใช้การแบ่งคะแนนออกเป็นช่วง ๆ ช่วงละ 5 คะแนน Mehrens and Lehmann (1978, p. 70) ได้เสนอแนวคิดในการสร้าง class intervals หรือการแบ่งกลุ่มของคะแนนออกเป็นช่วง ๆ ดังนี้

1. ครูจะกำหนดให้ขนาดของ class interval (หรือช่วงห่างของคะแนนแต่ละกลุ่ม) ให้เป็นเท่าไรก็ได้ แต่มีหลักอยู่ว่าจะต้องมีจำนวนชั้น (กลุ่ม) ของคะแนนอยู่ระหว่าง 10 - 18 ชั้น แต่จะต้องครอบคลุมข้อมูลทั้งหมดที่จะนำมาเสนอ

2. ขนาดของ class interval ควรจะเป็นเลขคี่ ทั้งนี้เนื่องจากเวลาหาจุดกึ่งกลางของช่วงคะแนน (mid point) ในแต่ละชั้น จะทำให้จุดกึ่งกลางของช่วงคะแนนเป็นเลขจำนวนเต็ม (ดูตารางที่ 4 สดมภ์ที่ 6) ทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการคำนวณและการนำไปสร้างกราฟ

3. โดยทั่ว ๆ ไปนิยมกำหนดให้ตัวเลขตัวแรกที่มีค่าน้อยที่สุดของชั้นต่ำสุดของคะแนนมีค่าเป็นผลคูณของขนาดของ class interval ตัวอย่างเช่นจากตารางที่ 4 ขนาดของ class interval มีค่าเท่ากับ 5 ดังนั้น class interval ต่ำสุดควรจะเริ่มจากคะแนน 15 ซึ่งเป็นผลคูณของ 5 (คะแนนต่ำสุดของนักเรียนกลุ่มนี้คือ 17)

ตาราง 3 ตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนคณิตศาสตร์ซึ่งมีผู้สอบ 50 คน

คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่	คะแนน	ความถี่
95	1	68	1	42	2
93	2	66	1	40	1
92	1	64	2	39	1
88	1	63	1	36	1
86	1	61	1	35	1
83	2	59	1	34.	2
82	1	58	1	31	2
80	1	55	2	29	1
77	1	54	1	24	1
76	1	53	2	21	1
75	1	50	1	19	1
72	1	49	2	17	1
71	1	47	1		
70	1	45	2		

ตาราง 4 การกระจายความถี่ของคะแนนที่ได้จากการสอบวิชาคณิตศาสตร์

class interval	Theoretical Limits	Frequency (ความถี่)	Cumulative Frequency (ความถี่สะสม)	Cumulative %	Mid-Points
95 - 99	94.5 - 99.5	1	50	100	97
90 - 94	89.5 - 94.5	3	49	98	92
85 - 89	84.5 - 89.5	2	46	92	87
80 - 84	79.5 - 84.5	4	44	88	82
75 - 79	74.5 - 79.5	3	40	80	77
70 - 74	69.5 - 74.5	3	37	74	72
65 - 69	64.5 - 69.5	2	34	68	67
60 - 64	59.5 - 64.5	4	32	64	62
55 - 59	54.5 - 59.5	4	28	56	57
50 - 54	49.5 - 54.5	4	24	48	52
45 - 49	44.5 - 49.5	5	20	40	47
40 - 44	39.5 - 44.5	3	15	30	42
35 - 39	34.5 - 39.5	3	12	24	37
30 - 34	29.5 - 34.5	4	9	18	32
25 - 29	24.5 - 29.5	1	5	10	27
20 - 24	19.5 - 24.5	2	4	8	22
15 - 19	14.5 - 19.5	2	2	4	17

จากตารางที่ 4 การคำนวณหาค่าความถี่สะสม (Cumulative frequency) หามาได้จากการบวกตัวเลขทั้งหมดที่อยู่ในช่องความถี่ (frequency) ในการบวกนั้นให้เริ่มจากความถี่ของ class interval ต่ำสุด จากตารางที่ 4 Class interval ต่ำสุดคือคะแนน 15-19 ซึ่งมีความถี่ 2 ดังนั้นตัวเลขตัวแรกของความถี่สะสมคือ 2 ขั้นต่อไปคือ เอา 2 รวมกับความถี่ของ class interval ถัดไป (2 + 2) ได้ค่าความถี่สะสม 4 ทำดังนี้เรื่อยไปจนถึง calss interval สูงสุด ซึ่งได้ค่าความถี่สะสม 50 จะสังเกตได้ว่าค่าความถี่สะสมสูงสุดคือ จำนวนนักเรียนในชั้น

Cumulative % หามาจากการหารค่า Cumulative frequency (ความถี่สะสม) ด้วยจำนวนนักเรียนในชั้น แล้วคูณด้วย 100 หรือเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{Cumulative\%} = \frac{(\text{Cumulative feequency}) \times 100}{N}$$

เมื่อ N = จำนวนนักเรียนในชั้น

จากตารางที่ 4 ค่า cumulative % ของ class interval ต่ำสุด (15 - 19) หาได้จาก $(\frac{2}{50}) \times 100 = 4$

ค่า cumulative % ของ class interval สูงสุด (95 - 99) หาได้จาก $(\frac{50}{50} \times 100) = 100$

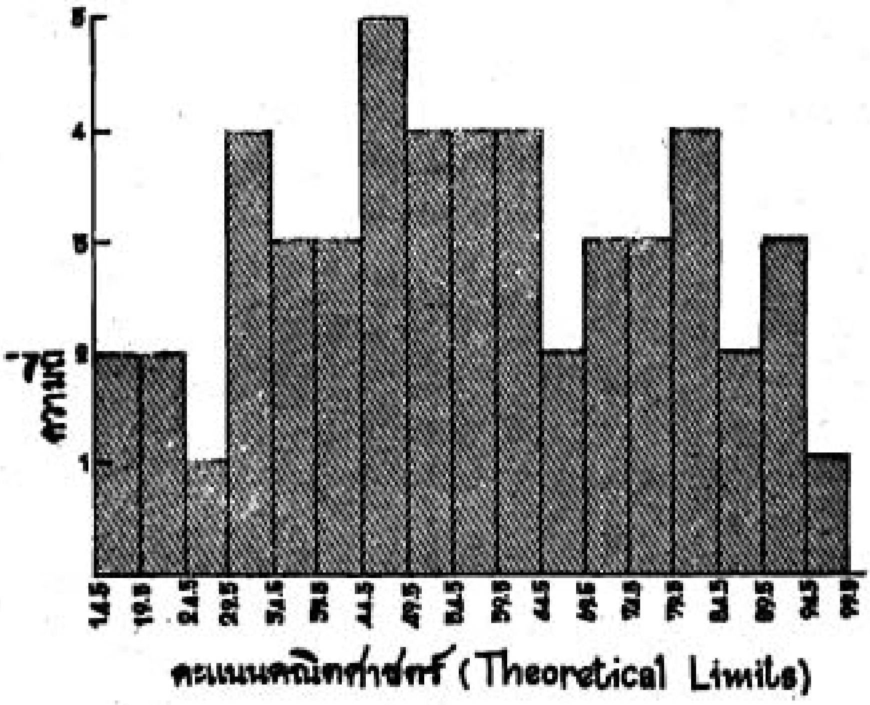
เนื่องจาก class intervals ที่แสดงไว้ในสดมภ์ที่ 1 ของตารางที่ 4 ไม่ใช่ theoretical intervals ทั้งนี้เนื่องจากคะแนนที่ได้จากการทดสอบเป็นข้อมูลที่มีลักษณะแบบต่อเนื่อง (continuous data) ซึ่งหมายความว่าโดยทฤษฎีแล้วจะมีตัวเลขอยู่ระหว่างตัวเลขจำนวนเต็มสองจำนวนใด ๆ เช่น ระหว่าง 50 และ 51 แต่เครื่องมือวัดผลของเราไม่ได้วัดละเอียดถึงขนาดนั้น ถ้าเด็กคนหนึ่งมีความสามารถในการทำคณิตศาสตร์ได้ 50.2 เราก็บันทึกเพียง 50 คะแนน ดังนั้นเพื่อให้ชั้นของ class interval ต่อเนื่องกันตามทฤษฎีเราจึงสร้าง theoretical limits ของ class intervals ขึ้นมา ดังจะเห็นได้ในสดมภ์ที่ 2 ของตาราง 4 วิธีการสร้างก็ไม่ยุ่งยากอะไร เพียงแต่เอา .5 ลบออกจาก lower limit ของ interval นั้น และเอา .5 บวกกับ upper limit ของ interval เดียวกัน ก็จะได้ theoretical limit ของ class interval นั้น ๆ ตัวอย่างการหา theoretical limit ของ class interval 95 - 99 ให้เอา .5 ลบออกจาก 95 (lower limit) จะได้ 94.5 และเอา .5 บวกกับ 99 (upper limit) ได้ 99.5 ฉนั้น theoretical limit ของชั้นคะแนน 95 - 99 คือ 94.5 - 99.5

การรวมข้อมูลเป็นกลุ่มในรูปของ class intervals นั้น จะทำให้เกิดการสูญเสียรายละเอียดเกี่ยวกับข้อมูลเหล่านั้นไป เช่น คะแนน 61, 63, 64 และ 64 เมื่อเราเอามาจัดเป็นกลุ่มคะแนนทั้ง 4 ตัวนี้ จะตกอยู่ในช่วงคะแนน 60 - 64 (ดูตาราง 4) ถ้าเราต้องการเอาคะแนนมาหาค่าสถิติก็มีความจำเป็นที่จะต้องใช้คะแนนซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละ interval คะแนนตัวแทนนี้ก็คือคะแนนที่มีค่าอยู่กึ่งกลางระหว่างคะแนนสูงสุด และคะแนนต่ำสุดของแต่ละ interval ซึ่งเราเรียกคะแนนที่อยู่ตรงกลาง interval ว่า mid-point หรือคะแนนกึ่งกลาง ดังนั้น 62 จึงเป็นคะแนนกึ่งกลางของ interval 60 - 64 เราก็ใช้ 62 เป็นคะแนนตัวแทนเวลาจะเอาข้อมูลไปคำนวณทางสถิติ ทั้ง ๆ ที่จริง ๆ แล้วไม่มีนักเรียนคนไหนสอบได้คะแนน 62 เลย (ดูตาราง 3)

การเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟแท่ง (Histograms)

ข้อมูลในตารางที่ 4 อาจจะนำมาสร้างเป็นกราฟเพื่อสรุปให้เห็นลักษณะของข้อมูลได้กระจ่างชัดยิ่งขึ้น กราฟแท่ง (histograms) เป็นกราฟชนิดหนึ่งที่สะดวกและง่ายต่อการสร้าง ทั้งยังง่ายต่อการแปลความหมาย ตามปกติแล้วนิยมให้ความสูงของแท่งกราฟ คือความถี่ของคะแนน (แนว

ตั้ง) ส่วนแกนแนวนอนคือแกนคะแนน ความกว้างของแท่งกราฟ คือความกว้างของช่วงคะแนน (ขนาดของ class interval) รูปที่ 1 เป็นกราฟแท่งที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แสดงไว้ในตารางที่ 4 การเสนอข้อมูลแบบกราฟแท่งนี้เหมาะสำหรับเสนอข้อมูลที่ได้จากการสอบวิชาเดียว ถ้าเราต้องการเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนหลาย ๆ วิชา ควรจะเสนอแบบกราฟเส้นหรือที่เรียกกันว่า Frequency Polygons จะเหมาะสมกว่า

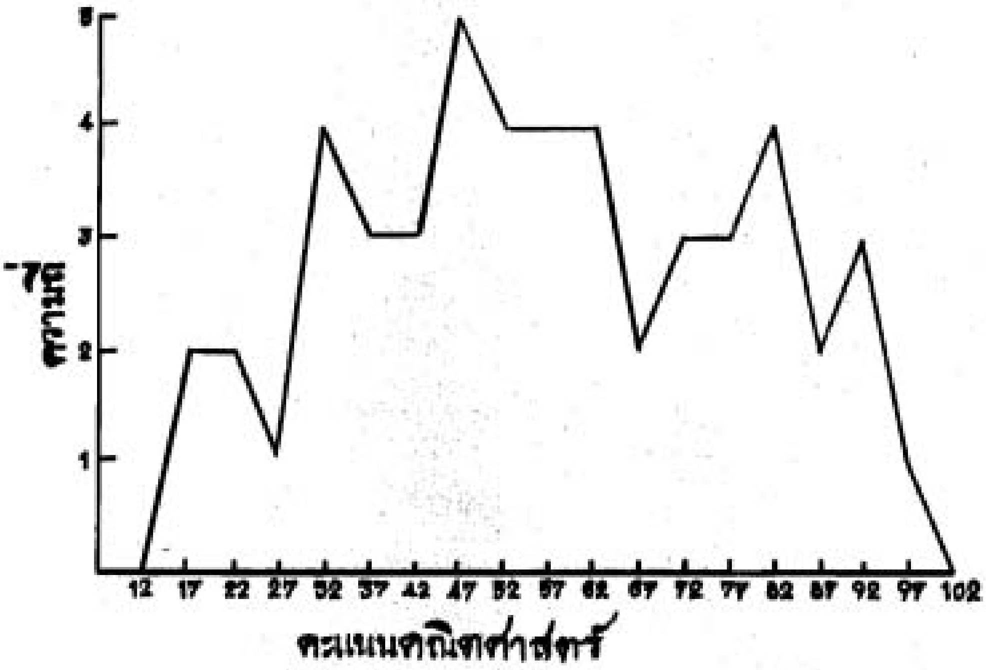


รูปที่ 1 กราฟแท่งของคะแนนคณิตศาสตร์

การเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟเส้น (Frequency Polygons)

การสร้างกราฟเส้นนั้นอาจจะสร้างจากข้อมูลที่ไม่จัดกลุ่ม (Ungrouped data) หรือจากข้อมูลที่จัดกลุ่ม (Grouped data) ก็ได้ รูป 2 แสดงการเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟเส้น ซึ่งสร้างมาจากข้อมูลที่จัดกลุ่ม จากตารางที่ 4 เราใช้คะแนนกึ่งกลาง (mid-point) ของแต่ละ interval มาเป็นหลักในการสร้าง โดยกำหนดให้แกนนอนแทนคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ และแกนตั้งคือความถี่ ถ้าครูต้องการเสนอข้อมูลหลาย ๆ วิชา โดยใช้แกนเดียวกัน เพื่อต้องการเปรียบเทียบความสามารถของเด็กในแต่ละวิชาครูก็อาจจะใช้สีเข้าช่วย โดยใช้สี 1 สี แทนคะแนนของ 1 วิชา หรืออาจจะเขียนเป็นรูปเส้นตรง, เส้นไข่ปลา, จุดกลม ก็ได้ เพื่อให้เห็นเส้นที่แตกต่างกัน แล้วกำหนดว่าเส้นไหนใช้แทนคะแนนวิชา

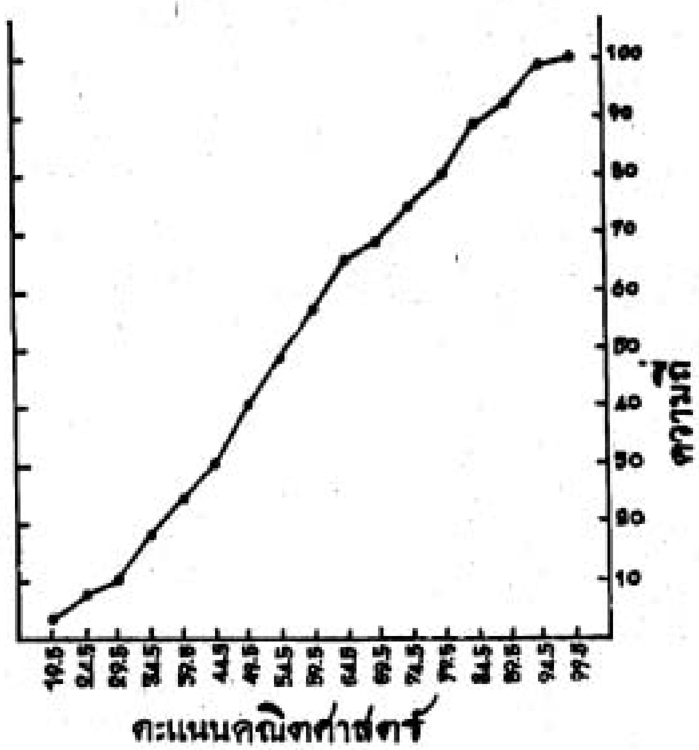
อะไร แต่ถ้าจำนวนผู้เข้าสอบแต่ละวิชาไม่เท่ากัน ก็ควรจะเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟเส้นที่เรียกว่า percentile polygon (หรือเรียกว่า Ogive curve) จะเหมาะสมกว่าการใช้กราฟเส้นแบบ frequency polygon ซึ่งสร้างขึ้นมาจากความถี่ของคะแนนแต่ละชั้น



รูปที่ 2 Frequency polygon ของคะแนนคณิตศาสตร์

การเสนอข้อมูลโดยใช้กราฟความถี่สะสมในรูปของร้อยละ (Percentile Polygon)

กราฟความถี่สะสมในรูปของร้อยละ มีประโยชน์ในการเปรียบเทียบความถี่สะสมของต่างกลุ่มกัน เมื่อจำนวนคนสอบไม่เท่ากัน โดยคิดขยายหรือย่อให้มีผู้เข้าสอบ 100 คน เราสามารถสร้างกราฟแบบนี้ได้โดยใช้ตัวเลขจากสดมภ์ที่ 5 ของตาราง 4 (Cumulative %) โดยให้แกนนอนแทนคะแนน upper theoretical limit ของแต่ละ class interval และแกนตั้งแทน Cumulative % จุดต่าง ๆ บนกราฟจะบอกให้ทราบว่า ณ จุดนั้นมีคนได้คะแนนต่ำกว่าเขากี่คน (จากผู้เข้าสอบ 100 คน) ดูรูป 3 จากรูปจะเห็นว่ามีคน 10 คน จาก 100 คน ที่สอบได้คะแนนต่ำกว่า 29.5 คะแนน



รูป 3 Percentile Polygon ของคะแนนคณิตศาสตร์

ลักษณะการกระจายของข้อมูล

โดยปกติแล้วคะแนนที่ได้จากการทดสอบจะมีการกระจาย 4 แบบ ดังนี้คือ

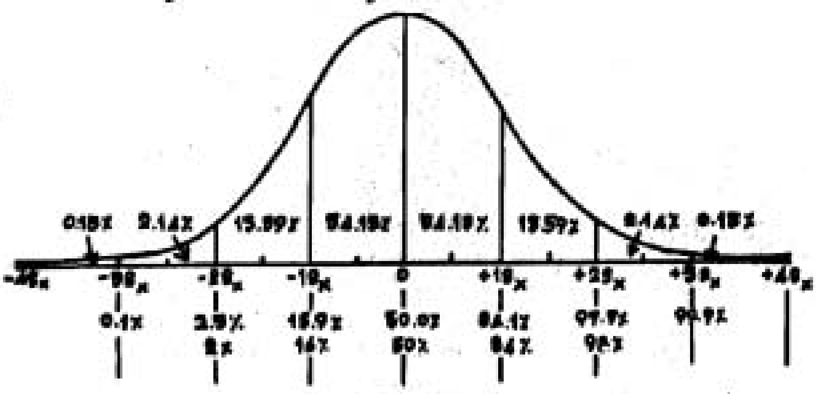
1. การกระจายแบบปกติ (Normal distributions)
2. การกระจายแบบเบ้ไปทางบวก (Positively skewed distributions)
3. การกระจายแบบเบ้ไปทางลบ (Negatively skewed distributions)
4. การกระจายแบบสี่เหลี่ยม (Rectangular distributions)

1. การกระจายแบบปกติ (Normal distribution) มีลักษณะเป็นโค้งแบบรูประฆังคว่ำ (ดูรูป 4) เป็นที่ยอมรับกันทั่วไปว่าส่วนสูงและน้ำหนักของคนมีการกระจายแบบโค้งปกติ สมรรถภาพทางสมองของนักเรียนก็เป็นที่ยอมรับกันว่ามีการกระจายแบบโค้งปกติเช่นกัน นั่นคือ เด็กเก่งและเด็กอ่อนจะมีน้อย ส่วนเด็กที่มีความสามารถปานกลางจะมีมาก อย่างไรก็ดีเราไม่สามารถสรุปได้ว่าคะแนนที่ได้จากการสอบวิชาต่าง ๆ จะมีการกระจายแบบโค้งปกติเสมอไป การกระจายของคะแนนจะเป็นแบบใดนั้นขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของข้อสอบเป็นสำคัญ ข้อสอบที่ค่อนข้างยากจะทำให้คะแนนที่ได้จากการทดสอบข้อสอบฉบับนั้นมีการกระจายแบบเบ้ไปทางบวก (positively skewed distribution)

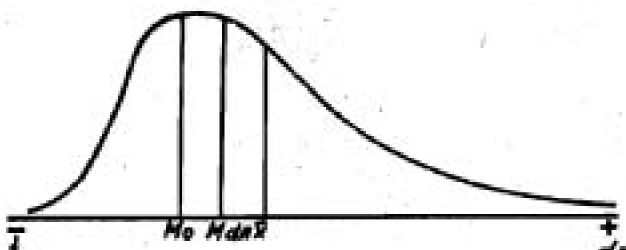
ส่วนคะแนนที่ได้จากการทดสอบข้อสอบที่ค่อนข้างง่ายจะมีการกระจายแบบเบ้ไปทางลบ (negatively skewed distribution) การกระจายของคะแนนที่เป็นแบบโค้งปกติ (Normal curve) มักจะเกิดจากการทดสอบข้อสอบที่มีความยากง่ายปานกลาง อย่างไรก็ดีโดยทั่ว ๆ ไปแล้วการกระจายของคะแนนซึ่งเกิดจากการทดสอบนักเรียนในชั้นที่มีประมาณ 20 - 50 คนนั้น ยากที่จะเป็นแบบโค้งปกติ ทั้งนี้เนื่องจากผู้เข้าสอบมีจำนวนน้อย ผลของการทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ซึ่งทำการทดสอบโดยใช้ข้อสอบมาตรฐานมีแนวโน้มที่จะมีการกระจายแบบปกติมากกว่าทำการทดสอบกับคนจำนวนน้อย

2. การกระจายแบบเบ้ไปทางบวก (positively skewed distribution) โค้งการกระจายแบบนี้คนส่วนใหญ่จะได้คะแนนน้อย ดังนั้นคะแนนส่วนใหญ่จะไปกองรวมกันอยู่ทางด้านคะแนนต่ำ (ดูรูป 5) ปรากฏการณ์นี้จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อเราใช้ข้อสอบที่ยาก ๆ ทำการทดสอบกับนักเรียน

3. การกระจายแบบเบ้ไปทางลบ (negatively skewed distribution) รูป 6 แสดงโค้งการกระจายแบบเบ้ไปทางลบ ในกรณีนี้คะแนนส่วนใหญ่จะไปกองรวมกันอยู่ทางด้านสูงของการกระจาย นั่นคือให้นักเรียนส่วนใหญ่สอบได้คะแนนสูง ซึ่งแสดงว่าข้อสอบค่อนข้างง่าย เช่น mastery test

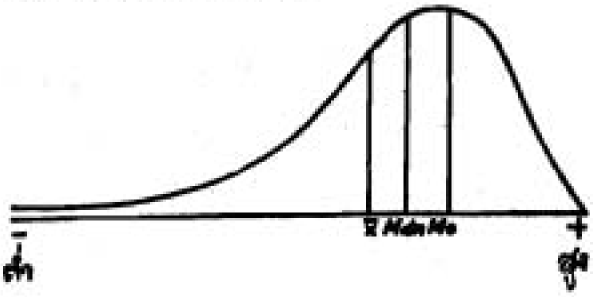


รูป 4 การกระจายแบบโค้งปกติ และจำนวนเปอร์เซ็นต์ของคนที่ตกอยู่ในแต่ละช่วงของโค้งปกติ

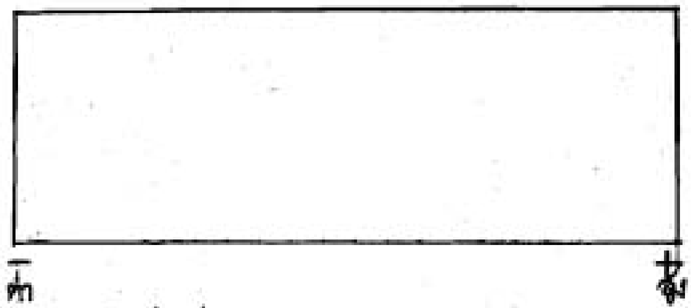


รูป 5 การกระจายแบบเบ้ไปทางบวก

รูป 6 การกระจายแบบเบ้ไปทางลบ



4. การกระจายแบบสี่เหลี่ยม (rectangular distribution) เป็นผลเนื่องมาจากแต่ละคะแนนมีจำนวนคนสอบได้เท่า ๆ กัน (ดูรูป 7) ซึ่งกรณีนี้จะเกิดได้ยากมาก



รูป 7 การกระจายแบบสี่เหลี่ยม

การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measure of Central Tendency)

ค่าตรงกลางของข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ เป็นค่าตัวเฉลี่ยของข้อมูลชุดนั้น ใช้เป็นค่าตัวแทนของข้อมูลทั้งกลุ่ม เช่นเด็กกลุ่มหนึ่งสอบได้คะแนน 20 - 50 แต่โดยเฉลี่ยแล้วได้คะแนน 30 คะแนน 30 จึงเป็นค่าตรงกลางแบบหนึ่งซึ่งใช้เป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ค่าคะแนนตรงกลางที่นิยมใช้มี 3 ชนิด คือ ค่าเฉลี่ย (mean) มัธยฐาน (mediam), และฐานนิยม (mode)

1. ค่าเฉลี่ย (Mean)

ค่าเฉลี่ย หมายถึงค่าตัวเฉลี่ยของคะแนนทุกตัว หาได้จากการเอาค่าผลรวมของคะแนนทุกตัวหารด้วยจำนวนตัวคะแนน มีสูตรการหาดังนี้

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

เมื่อ $\bar{X}$ = ค่าเฉลี่ย

X = คะแนนของแต่ละคน

N = จำนวนคะแนน (ซึ่งเท่ากับจำนวนผู้เข้าสอบ)

Σ = เครื่องหมายที่บ่งบอกว่าให้เอาคะแนน X ทุก ๆ ตัวรวมกัน

ตัวอย่าง : ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าคะแนนดังนี้

6, 4, 6, 7, 8, 9, 12 จงหาค่าเฉลี่ย

วิธีคิด :

$\Sigma X = 4 + 6 + 6 + 7 + 8 + 9 + 12 = 52$

$N = 7$

ดังนั้นค่าเฉลี่ย $(\bar{X}) = \frac{52}{7} = 7.42$

ตามปกติแล้วนักสถิตินิยมใช้ค่าเฉลี่ยเป็นตัวแทนของคะแนนกลุ่มนั้นมากกว่าจะใช้ค่ามัธยฐานหรือฐานนิยม

2. มัธยฐาน (Median)

ค่ามัธยฐานคือค่าของคะแนน X ซึ่งมี 50% ของข้อมูลอยู่เหนือคะแนน X และมี 50% อยู่ใต้ตัว X เมื่อคะแนนเหล่านั้นเรียงกันอยู่อย่างมีระบบเช่นจากมากไปหาน้อยหรือน้อยไปหามากก็ได้ เช่น ถ้ามีคะแนนอยู่ 5 ตัว ค่า median คือคะแนนตำแหน่งที่ 3 แต่ถ้าจำนวนของคะแนนเป็นเลขคู่ เช่น มีคะแนนอยู่ 10 ตัว ค่า median คือค่าเฉลี่ยของคะแนนตำแหน่งที่ 5 และที่ 6

ตัวอย่าง : ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าคะแนนดังนี้

10, 12, 15, 18, 25 จงหาค่ามัธยฐาน

ค่ามัธยฐาน (Median) ของคะแนนชุดนี้คือ 15

ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีจำนวนของคะแนนเป็นเลขคู่ เช่น

10, 12, 15, 18, 25, 30 ค่ามัธยฐานของคะแนนชุดนี้

จะเท่ากับ $\frac{15 + 18}{2} = 16.2$

3. ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยม คือคะแนนหรือข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุด

ตัวอย่าง : คะแนนชุดหนึ่งมีดังนี้

10, 12, 12, 15, 18, 18, 18, 25, 30 ให้หาฐานนิยม

จากตัวอย่างข้างบนนี้จะเห็นว่าคะแนน 18 มีความถี่มากที่สุด ดังนั้นฐานนิยมของคะแนนชุดนี้คือ 18

ตัวอย่างการหาค่า mean, median และ mode ของคะแนนชุดเดียวกันแสดงไว้ในตาราง 5

ตาราง 5 คะแนน IQ ของนักเรียน 20 คน

185
185
83
83
82
81
81
80
80
80
78
78
78
77
77
76
74
74
74
74

$N = 20$

$\Sigma X = 1780$

$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{1780}{20} = 89$

Median (Mdn) $= \frac{80 + 78}{2} = 79$

Mode $= 74$

การวัดความแปรปรวน (Measures of Variability)

การที่เรารู้คะแนนของคน ๆ หนึ่งแต่เพียงอย่างเดียวแทบจะไม่ได้บ่งบอกความหมายอะไรให้แก่เรามากนัก แต่ถ้าเรารู้ว่าคะแนนของคน ๆ นั้นอยู่สูงหรือต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเท่าไรก็จะมี

ความหมายมากขึ้น แต่ถ้าเราสามารถบอกได้อีกว่าคะแนนกลุ่มนั้นมีความแปรปรวนหรือการกระจายอย่างไรก็จะยิ่งทำให้เราสามารถแปลความหมายข้อมูลนั้นได้ถูกต้องมากขึ้น

การวัดความแปรปรวนในทางการทดสอบที่นิยมใช้กันมากที่สุดคือ ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และความแปรปรวน (S^2) ความเบี่ยงเบนมาตรฐานก็คือ กรณ์ที่สอง (square root) ของความแปรปรวน (variance) ค่าความแปรปรวนของคะแนนสามารถคำนวณได้จากสูตรข้างล่างนี้

ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก ให้ใช้สูตรดังนี้

$$S_x^2 = \frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{N - 1} \quad \text{หรือ } S_x^2 = \frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N - 1)}$$

แต่ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (N>30) สามารถใช้สูตรดังกล่าวข้างต้นหรือจะใช้สูตรต่อไปนี้ ค่าที่คำนวณได้จะไม่แตกต่างกันมากนัก

$$S_x^2 = \frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{N} \quad \text{หรือ } S_x^2 = \frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N^2}$$

เมื่อ S_x^2 = ความแปรปรวนของคะแนน (variance)

X = คะแนน

$\bar{X}$ = คะแนนเฉลี่ย

N = จำนวนคนสอบ

และสูตรการหาความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) มีดังนี้

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{N}} \quad \text{หรือ } S_x = \sqrt{\frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N^2}}$$

$$\text{หรือ } S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{N - 1}} \quad \text{หรือ } S_x = \sqrt{\frac{N\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{N(N - 1)}}$$

ตัวอย่าง 2 ตัวอย่างสำหรับการคำนวณหาค่าความแปรปรวนและความเบี่ยงเบนมาตรฐาน ได้แสดงไว้ในตาราง 6

ตาราง 6 การกระจายของคะแนน IQ สองกลุ่มที่มีค่าคะแนนเฉลี่ยเท่ากัน แต่ความแปรปรวนของคะแนนต่างกัน

X	ตัวอย่าง ก. $(X - \bar{X})$	$(X - \bar{X})^2$	X	ตัวอย่าง ข. $(X - \bar{X})$	$(X - \bar{X})^2$
109	9	81	185	85	7225
108	8	64	147	47	2209
107	7	49	121	21	441
105	5	25	108	8	64
105	5	25	106	6	36
103	3	9	104	4	16
102	2	4	103	3	9
101	1	1	103	3	9
101	1	1	102	2	4
101	1	1	101	1	1
99	-1	1	99	-1	1
99	-1	1	96	-4	16
97	-3	9	91	-9	81
97	-3	9	83	-17	289
96	-4	16	82	-18	324
95	-5	25	80	-20	400
95	-5	25	74	-26	676
94	-6	36	74	-26	676
93	-7	49	71	-29	841
93	-7	49	70	-30	900

$\Sigma X = 2000,\ \Sigma(X - \overline{X})^2 = 480$	$\Sigma x = 2000,\ \Sigma(X - \overline{X})^2 = 14{,}218$
$N = 20,\ \overline{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{2000}{20} = 100$	$N = 20,\ \overline{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{2000}{20} = 100$
$S_x^2 = \frac{\Sigma(X - \overline{X})^2}{N} = \frac{480}{20} = 24$	$S_x^2 = \frac{14{,}218}{20} = 710.9$
$S_x = \sqrt{24} = 4.9$	$S_x = \sqrt{710.9} = 26.66$

การวัดความสัมพันธ์ (Measures of Relationship)

ถ้าครูมีคะแนน 2 ชุด ซึ่งได้จากการทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียวกัน ครูก็อยากจะรู้ว่าคะแนน 2 ชุดนั้นมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันปานใด ตัวอย่างเช่น ครูอาจจะสนใจอยากทราบความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนวิชาคณิตศาสตร์กับเกรดเฉลี่ย นั่นก็คือครูอยากจะรู้ว่าถ้านักเรียนทำคะแนนคณิตศาสตร์ได้คะแนนสูงแล้ว จะทำคะแนนในสาขาวิชาอื่น ๆ ได้สูงตามไปด้วยหรือไม่ นอกจากนี้เรายังสนใจที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนน 2 ชุด เมื่อเราต้องการจะหาค่าความเชื่อมั่นและค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ (ดังจะได้อธิบายวิธีหาค่าความเชื่อมั่นและความเที่ยงตรงของแบบทดสอบในบทต่อไป) สูตรการหาค่าความสัมพันธ์ของคะแนน 2 ชุดนั้น คนส่วนใหญ่นิยมใช้สูตร Pearson product moment correlation coefficient (r) ซึ่งมีสูตรการคำนวณดังนี้

$$r = \frac{\Sigma[(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})]}{NS_xS_y} \quad \text{..........(1)}$$

เมื่อ X = คะแนนของนักเรียนคนหนึ่งที่ได้จากการทดสอบวิชาหนึ่ง (หรือจากตัวแปรตัวหนึ่ง)

Y = คะแนนของนักเรียนคนเดียวกันที่ได้จากการทดสอบอีกวิชาหนึ่ง (หรือจากตัวแปรหนึ่ง)

$\overline{X}$ = ค่าเฉลี่ยของคะแนน X

$\overline{Y}$ = ค่าเฉลี่ยของคะแนน Y

S_x = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ X

S_y = ความเบี่ยงเบนมาตรฐานของ Y

N = จำนวนของคะแนน (หรือจำนวนผู้เข้าสอบ)

ตัวอย่าง การคำนวณหาค่า r โดยใช้สูตร Pearson product moment correlation coefficient แสดงในตาราง 7

ตาราง 7 การหาค่า r โดยใช้สูตร (1)

X	Y	$X - \bar{X}$	$(X - \bar{X})^2$	$Y - \bar{Y}$	$(Y - \bar{Y})^2$	$(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})$
50	45	20	400	16	256	320
49	50	19	361	21	441	399
30	25	0	0	-4	16	0
11	10	-19	361	-19	361	361
10	15	-20	400	-14	196	280
150	145		1522		1270	1360

$\Sigma X = 150, \qquad \Sigma Y = 145$

$\bar{X} = 30, \qquad \bar{Y} = 29$

$\Sigma(X - \bar{X})^2 = 1522, \quad \Sigma(Y - \bar{Y})^2 = 1270$

$$S_x = \sqrt{\frac{\Sigma(X - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{1522}{5}} = \sqrt{304.4}$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{Y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{1270}{5}} = \sqrt{254}$$

$$r = \frac{\Sigma[(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]}{NS_xS_y}$$

$$= \frac{1360}{5 \times \sqrt{304.4} \times \sqrt{254}}$$

$$= .98$$

แสดงว่าคะแนน 2 ชุดนี้ มีความสัมพันธ์กันสูงมาก เพราะมี r มีค่าใกล้ 1.00

แต่ถ้าเราสามารถกำหนดอันดับที่ให้กับคะแนนที่จะมาหาความสัมพันธ์ เราก็สามารถหาค่าความสัมพันธ์ของคะแนน 2 ชุดนี้ได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้สูตรของ Spearman rank - order correlation coefficient rho ρ แต่ค่าที่ได้อาจจะคลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงเล็กน้อย มีสูตรคำนวณดังนี้

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)} \quad \text{..................(2)}$$

เมื่อ D คือความแตกต่างของอันดับของคะแนนแต่ละคู่

ตารางที่ 8 แสดงการหาค่า ρ โดยการใช้สูตรที่ (2)

X	Y	อันดับของ X	อันดับของ Y	D	D^2
50	45	1	2	-1	1
49	50	2	1	1	1
30	25	3	3	0	0
11	10	4	5	-1	1
10	15	5	4	1	1
					$\Sigma D^2 = 4$

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6(4)}{5(5^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{24}{120}$$

$$= .80$$

การแปลความหมายค่า r (หรือ ρ)

ค่าสหสัมพันธ์หรือ r มีค่าระหว่าง +1.00 ถึง - 1.00 ถ้า r มีค่าเป็นบวก แสดงว่าตัวแปร 2 ตัวมีความสัมพันธ์ไปทางเดียวกัน นั่นคือถ้าตัวแปรตัวที่ 1 มีค่าสูง ตัวแปรตัวที่ 2 ก็จะมีค่าสูงตาม ถ้าต่ำก็จะต่ำตาม แต่ถ้า r มีค่าเป็นลบ แสดงว่าตัวแปร 2 ตัวนั้นมีความสัมพันธ์กันในทางตรงกันข้าม นั่นคือถ้าตัวแปรตัวหนึ่งสูงอีกตัวหนึ่งก็จะต่ำ ถ้า r = .00 แสดงว่าตัวแปร 2 ชุดนั้นไม่มีความสัมพันธ์กันในเชิงเส้นตรง ถ้าเรานำคะแนน 2 ชุดใด ๆ ที่ได้จากการทดสอบคนกลุ่มเดียวกันมาลงจุดในกราฟจะได้ภาพตามลักษณะข้างล่างนี้