

## บทที่ 21

### การหมักแบบเก็บกักที่มีการเติมขั้วสเตรต (BATCH FERMENTATIONS WITH SUBSTRATE FEEDS)

#### 21.1 การหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้ว (FED BATCH FERMENTATION)

##### 21.1.1 คำนำทั่วไป

คำว่า การหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้ว (fed batch fermentation) ได้เสนอโดย Yoshida และคณะ (1973) หมายถึง การหมักแบบเก็บกักที่มีการเติมสื่อกลางสารอาหารใหม่ไหลลงไปอย่างต่อเนื่อง (รูปที่ 21.1) แต่บางส่วนของสื่อกลางการหมักถูกถ่ายออกบ้าง เป็นครั้งคราว ระบบก็จะเป็นการหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้วอย่างต่อเนื่อง และสามารถถูกทำให้ดำเนินการต่อไปได้อย่างไม่มีระยะเวลาจำกัด การเปลี่ยนแปลงปริมาตรในการหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้ว เป็นสิ่งจำแนกให้แตกต่างจากการหมักแบบคงที่ทางเคมีซึ่งจำเป็นต้องรักษาปริมาตรของสื่อกลางการหมักไว้ให้คงที่ การหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้วได้รับการปรับปรุงจากการทดลอง เพื่อการหมักในอุตสาหกรรมบางอย่างรวมทั้งการผลิตเพนนิซิลลิน ยีสต์ทำขนมปัง และการกำจัดของเสียโดยการหมัก Yoshida และคณะ (1973) พบว่าการหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้วช่วยเพิ่มพืชผลหรือประสิทธิภาพการผลิตชีวมวลจากไฮโดรคาร์บอนได้ถึงเกือบสองเท่ามากกว่าที่ได้รับจากการหมักแบบเก็บกักอย่างธรรมดา และผลลัพธ์เช่นนี้ยังไม่อาจอธิบายได้ การจำกัดอัตราความเร็วในการใช้ขั้วสเตรตควยอัตราความเร็วในการเติมขั้วสเตรตเป็นวิธีทางหนึ่งซึ่งอาจเอาชนะการสกคโดยเมคาโบไลต์ของผลผลิตได้ (Demain 1972b) การผลิตยีสต์ทำขนมปังอาจควบคุมความตองการออกซิเจนของยีสต์ได้ควยอัตราความเร็วในการป้อนหรือเติมน้ำตาล การหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้วยังเลียนแบบระบบของจุลินทรีย์ที่เกิดขึ้นตามธรรมชาติบางอย่าง เช่น จุลินทรีย์ที่เจริญเติบโตอยู่ในท่อทางเดินปัสสาวะ (Mackintosh, 1973) หลักการหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้ว (Pirt, 1974) แสดงให้เห็นว่าการหมักแบบเก็บกักที่เติมขั้วอาจมีความสำคัญยิ่ง และหาที่เสมอเหมือนไม่ได้ในการประยุกต์ใช้เพื่อควบคุมขนาดของการหมัก

### 21.1.2 สถานะมั่นคงโดยประมาณ (QUASI-STEADY STATE)

สมมุติว่าการหมักแบบเก็บกักถูกทำให้เป็นอันหนึ่งอันเดียวกันและมีการเจริญเติบโต ถูกกำหนดจำกัดโดยซับสเตรตหนึ่ง แต่มีซับสเตรตอื่นทั้งหมดในปริมาณซึ่งมากเกินไป ถ้าให้  $s_r =$  ความเข้มข้นเริ่มต้นของซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโต และ  $x =$  ความเข้มข้นของชีวมวลที่เวลา  $t$  ดังนั้นจะได้ว่า

$$x = x_0 + Y(s_r - s) \quad 21.1$$

ซึ่ง  $x_0 =$  ความเข้มข้นของชีวมวลที่เป็นแหล่งเชื้อจุลินทรีย์  $s =$  ความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโตที่ยังเหลือตกค้างอยู่ในถังหมัก และ  $Y$  คือผลผลิตหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโต ถ้าวัดความเข้มข้นของชีวมวลเข้าถึงค่าสูงสุด  $x_m$  ของตน ซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโตก็ถูกใช้หมดไปจนกระทั่ง  $s \ll s_r$  และถ้าวัดแหล่งเชื้อจุลินทรีย์มีปริมาณน้อยมากเมื่อเทียบกับชีวมวลในขั้นสุดท้าย จะได้ว่า  $x_m \approx Ys_r$

สมมุติว่าเมื่อ  $x_m \approx Ys_r$  จึงเริ่มขับป้อนหรือเติมสื่อกลางอาหาร เข้าไปด้วยอัตราความเร็วในการไหลเข้า  $F$  และควยความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโต  $s_r$  ในสื่อกลางอาหารที่ป้อนเข้าไป ชีวมวลทั้งหมดในสื่อกลางการหมักถูกกำหนดโดย  $X = xV$  ซึ่ง  $V$  คือปริมาตรของสื่อกลางการหมักทั้งหมดที่เวลา  $t$  เนื่องจาก  $x = X/V$  ผลหารนี้อาจถูกทำให้เปลี่ยนรูปไปเป็นอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตได้คือ

$$dx/dt = (V dX/dt - X dV/dt) / V^2 \quad 21.2$$

สมการนี้สามารถแทนค่าได้ว่า  $dX/dt = \mu X$  ซึ่ง  $\mu$  คืออัตราความเร็วในการเจริญเติบโต เฉพาะ  $dV/dt = F$  และ  $F/V = D$  ซึ่ง  $D$  คืออัตราความเร็วในการเจือจาง ดังนั้นสมการที่ 21.2 จึงกลายเป็น

$$dx/dt = (\mu - D)x \quad 21.3$$

สมการนี้โดยทั่วไปก็เป็นจริงสำหรับการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อน และถือว่าความสัมพันธ์ระหว่างอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะกับความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโตเป็นไปตามสมการของ Monod คือ

$$\mu = \mu_m s / (s + K_s) \quad 21.4$$

เมื่อ  $s_r \gg K$ , ตลอดช่วงทั้งหมดของ  $\mu$  ซึ่งมีค่าตั้งแต่ศูนย์ขึ้นมาซึ่งมีสเตรทที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตจะถูกใช้ไปเกือบสมบูรณ์จนกระทั่งเมื่อ  $x = x_m \approx Ys_r$ ,  $dx/dt \approx 0$  ภายสภาวะเช่นนี้ในสมการที่ 21.3 จึงเป็นไปได้ว่า  $\mu \approx D$

ให้  $S =$  ปริมาณทั้งหมดของซิปสเตอร์ที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตในสื่อกลางการหมัก ดังนั้นความสมดุลของซิปสเตอร์จะได้ว่า

$$\text{rate of increase} = \text{rate of input} - \text{rate of consumption for growth}$$

นั่นก็คือ

$$dS/dt = Fs_r - \mu X/Y \quad 21.5$$

เมื่อ  $X = Vx_m$  จะดูเหมือนว่าซิปสเตอร์ทั้งหมดถูกใช้ไปได้อย่างรวดเร็วพอ ๆ กันกับที่เข้าไปในถังหมักจนกระทั่ง  $Fs_r \approx \mu X/Y$  ดังนั้น  $dS/dt$  และ  $ds/dt$  จึงประมาณได้เท่ากับศูนย์ในสถานะเช่นนี้ซึ่ง  $dx/dt \approx 0$ ,  $ds/dt \approx 0$  และ  $\mu \approx D$  จึงถูกเรียกว่าสถานะมั่นคงโดยประมาณ (quasi-steady state)

เพื่อให้ได้ความเข้มข้นของซิปสเตอร์ที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตเป็นฟังก์ชันของอัตราความเร็วในการเจือจางที่สถานะมั่นคงโดยประมาณจึงแทนค่า  $D \approx \mu$  ในสมการที่ 21.4 จะได้ว่า

$$s \approx DK_s / (\mu_m - D) \quad 21.6$$

อัตราความเร็วในการเพิ่มขึ้นของชีวมวลทั้งหมดตลอดช่วงของความมั่นคงโดยประมาณถูกกำหนดได้โดย

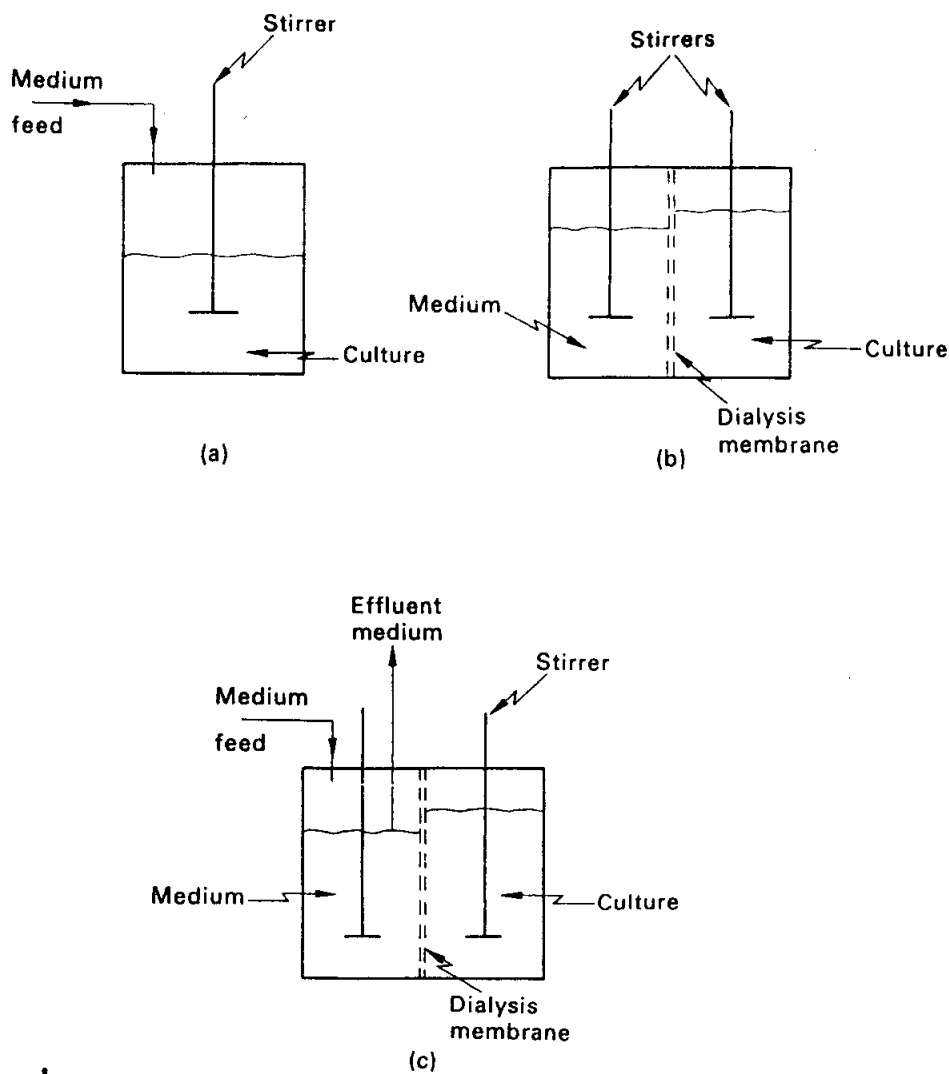
$$dX/dt = FYs_r \quad 21.7$$

ดังนั้นจากการอินทิเกรตสมการที่ 21.7 จะได้ว่า

$$X = X_0 + FYs_r t \quad 21.8$$

เมื่อเปรียบเทียบการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณกับการหมักแบบคงที่ทางเคมีเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคง ทั้งสองกรณีจะได้ว่า  $\mu = D$  แต่  $D$  ของการหมักแบบคงที่ทางเคมีมีความคงที่ส่วน  $D$  ในการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนจะลดลงอยู่ตลอดเวลาและ  $\mu$  ก็ลดลงด้วยอัตราเดียวกัน ลักษณะที่ไม่เหมือนใครของการหมักแบบเก็บกักที่ถูก

ป้อนคือเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณชีวมวลจะอยู่ในสภาวะซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตภายใต้การควบคุม



รูปที่ 21.1 (a) Fed batch culture. (b) Batch culture dialysed against a batch of medium. (c) Batch culture dialysed against a stream of medium.

### 21.1.3 ผลกระทบเนื่องจากพลังงานที่ใช้เพื่อการทำนุบำรุง

พืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโต ( $Y$ ) ถูกถือว่าคงที่มาจากตลอด อย่างไรก็ตามถ้าพืชเศรษฐกิจที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตเป็นแหล่งพลังงาน พืชเศรษฐกิจส่วนหนึ่งจะถูกใช้ไปในการจัดเตรียมให้เป็นพลังงานเพื่อการทำนุบำรุง ดังนั้นความสมบูรณ์ของพลังงานจะได้อีกว่า

$$dS/dt = F_s r - \mu X / Y_G - mX \quad 21.9$$

ซึ่ง  $Y_G$  คือพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโตที่แท้จริง และ  $m$  คือสัมประสิทธิ์การทำนุบำรุง ถ้าสเปียงเพื่อการทำนุบำรุง  $mX$  มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับสเปียงเพื่อการเจริญเติบโต ( $\mu X / Y_G$ ) จะสามารถกำหนดได้อีกว่า  $F_s r \approx \mu X / Y_G$  และ  $\mu \approx D$  กำหนดให้  $dS/dt = 0$  แล้วแทนค่า  $D = \mu$  และ  $X = Y_s r$  ซึ่ง  $Y$  คือพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโตทั้งหมด จากสมการที่ 21.9 จะได้อีกว่า

$$1/Y \approx 1/Y_G + m/D \quad 21.10$$

ดังนั้นการหมักแบบเก็บกักที่ถูกบ่อนจึงถูกใช้ เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อีกอย่างหนึ่งในการตรวจสอบพลังงานเพื่อการทำนุบำรุง และทำนายพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโตที่อัตราการเร็วในการเจริญต่าง ๆ กัน

เมื่อพืชเศรษฐกิจที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตเป็นแหล่งพลังงาน ปริมาณทั้งหมดของชีวมวลในถังหมักจะมีค่าสูงสุดได้เมื่อ

$$X_m = F_s r / m \quad 21.11$$

## 21.2 การเกิดผลผลิต

### 21.2.1 เมื่อพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเกิดผลผลิต ( $Y_{p/s}$ ) คงที่

ในสถานะมีนคงโดยประมาณของการหมักแบบเก็บกักที่ถูกบ่อนด้วยค่า  $x_m \approx Y_s r$  ความเข้มข้นของผลผลิตจะเป็น  $p \approx Y_{p/s} r$  ซึ่ง  $Y_{p/s}$  คือพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเกิดผลผลิตบนพื้นฐานของพืชเศรษฐกิจที่กำหนดจากกิจการเจริญเติบโตที่ถูกใช้ไป อัตราความเร็วในการออกมาของผลผลิตจึงเท่ากับ  $F Y_{p/s} r$

### 21.2.2 เมื่ออัตราความเร็วเฉพาะในการเกิดผลผลิต $q_p$ คงที่

กรณีเช่นนี้อัตราความเร็วในการเพิ่มขึ้นของผลผลิตปริมาณทั้งหมด ( $P$ ) ในสถานะมั่นคงโดยประมาณอาจถูกกำหนดได้โดย

$$dP/dt = q_p x_m V = q_p x_m (V_0 + Ft) \quad 21.12$$

ซึ่ง  $V_0$  คือปริมาตรของสื่อกลางการหมักที่เวลาตั้งต้น จากการอินทิเกรตจะได้ว่า

$$P = P_0 + q_p x_m (V_0 + Ft/2)t \quad 21.13$$

ซึ่ง  $P_0$  คือปริมาณทั้งหมดของผลผลิตที่เวลาเริ่มต้น ให้  $p$  และ  $p_0$  เป็นความเข้มข้นของผลผลิตที่เวลา  $t$  และเวลาเริ่มต้นตามลำดับ แทนค่า  $pV = P$ ,  $p_0 V_0 = P_0$ ,  $D = F/V$  ดังนั้นจะได้ว่า

$$p = p_0 V_0 / V + q_p x_m (V_0 / V + Dt/2)t \quad 21.14$$

แต่บางครั้งค่าที่แท้จริงของ  $q_p$  และ  $x_m$  ก็ไม่อาจกำหนดหาได้เนื่องจากมีความยุ่งยากในการตรวจสอบชีวมวล อย่างไรก็ตามถ้าหากอัตราความเร็วในการสังเคราะห์ผลผลิตคงที่จะทำให้สามารถแทนค่า  $r = q_p x_m$  ในสมการที่ 21.14 ได้เป็น

$$p = p_0 V_0 / V + r (V_0 / V + Dt/2)t \quad 21.15$$

สมการนี้เคยถูกใช้โดย Pirt (1974) เพื่อตรวจสอบหาปริมาณของเพ็นนิซิลลินที่อาจผลิตขึ้นได้ในทางอุตสาหกรรมควยการหมักแบบเก็บกักที่ถูกลบออก

### 21.2.3 เมื่อค่า $q_p$ เป็นฟังก์ชันซับซ้อนกับ $\mu$

เมื่อค่า  $q_p$  สำหรับผลผลิตเปลี่ยนแปลงอย่างซับซ้อนกับอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณของการหมักแบบเก็บกักที่ถูกลบออก การเพิ่มขึ้นของผลผลิตทั้งหมดในช่วงระยะเวลาสั้น ๆ  $dt$  อาจเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$dP = q_p(t) X dt \quad 21.16$$

ซึ่ง  $q_p(t)$  เป็นฟังก์ชันที่กำหนดค่าของ  $q_p$  ที่เวลา  $t$  สำหรับค่า  $X$  ที่เวลา  $t$  ในสถานะมั่นคงโดยประมาณอาจถูกแทนค่าได้ว่า

$$X = x_m V = x_m (V_0 + Ft) \quad 21.17$$

ดังนั้นปริมาณทั้งหมดของผลผลิตที่เกิดขึ้นในช่วงระหว่างเวลา  $t$  จึงเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$P - P_0 = x_m \int_0^t q_p(t) (V_0 + Ft) dt \quad 21.18$$

แทนค่า  $pV=P$  และ  $p_0V_0=P_0$  จะได้ว่า

$$p = \frac{p_0V_0}{V} + \frac{x_m}{V} \int_0^t q_p(t)(V_0+ Ft) dt \quad 21.19$$

ถ้าแทนค่า  $r(t)=q_p(t)x_m$  ในสมการที่ 21.19 จะได้ว่า

$$p = \frac{p_0V_0}{V} + \frac{1}{V} \int_0^t r(t)(V_0+ Ft) dt \quad 21.20$$

เพื่อที่จะประเมินค่าอินทิเกรตจำเป็นต้องตรวจสอบค่า  $q_p$  ในฐานะเป็นฟังก์ชันของ  $t$  ตลอดช่วงของสถานะหมักโดยประมาณเสียก่อนซึ่งอาจทำได้ดังต่อไปนี้ เนื่องจากความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์  $p=P/V$  ผลหารนี้ถูกทำให้เปลี่ยนรูปได้เป็น

$$dp/dt = \frac{V(dP/dt) - P(dV/dt)}{V^2} \quad 21.21$$

แทนค่า  $dP/dt=q_pX$ ,  $X=Vx_m$ ,  $P=pV$ ,  $dV/dt=F$  และ  $F/V=D$  จะได้ว่า

$$dp/dt = q_p x_m - Dp \quad 21.22$$

ดังนั้น

$$q_p = (dp/dt + Dp)/x_m \quad 21.23$$

ถ้าให้  $q_p x_m = r$  จะได้ว่า

$$r = dp/dt + Dp \quad 21.24$$

ค่า  $q_p$  หรือ  $r$  ถูกตรวจสอบได้จากกราฟทดลองเมื่ออยู่ในสถานะหมักโดยประมาณของการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนแล้ว เขียนเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $p$  กับ  $t$  จากความลาดเอียงของเส้นกราฟจะได้อัตรา  $dp/dt$  ที่เวลาต่าง ๆ กัน เมื่อใช้สมการที่ 21.23 และ 21.24 ก็จะได้ค่าที่แสดงออกด้วยเส้นกราฟของ  $q_p(t)$  และ  $r(t)$  ดังนั้นค่าอินทิเกรตของสมการที่ 21.19 และ 21.20 อาจถูกประเมินได้จากกราฟ

### 21.3 การหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่อง (REPEATED FED BATCH FERMENTATION)

ในระบบการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่องส่วนหนึ่งของการหมักปริมาตรแน่นอนจะถูกกำจัดออกเป็นระยะเมื่อครบรอบหรือเมื่อของเหลวที่เป็นสื่อกลางการหมักมีปริมาณถึงขีดที่กำหนด จึงหมายความว่าปริมาณของสื่อกลางการหมัก อัตราความเร็วในการเจือจาง และตัวแปรเสริมทางเมตาโบลิซึมที่เกี่ยวข้อง เช่น อัตราความเร็ว

ในการเจริญเติบโตเฉพาะจะดำเนินการเปลี่ยนแปลงไปในลักษณะเป็นวงจร เมื่อพิจารณาถึงกรณีเช่นนี้ถ้าช่วงระยะเวลาครบรอบวงจร ( $t_w$ ) คงที่อาจถือได้ว่าตลอดช่วงของรอบวนการหมักจะอยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณ เมื่อปริมาตรของสื่อกลางการหมักเพิ่มขึ้นจนถึงค่าหนึ่งคือ  $V_w$  สัดส่วนปริมาตรที่แน่นอนของสื่อกลางจะถูกกำจัดออกจากถังหมักจนกระทั่งมีปริมาตรเหลืออยู่เป็น  $V_0 = \gamma V_w$  แทนค่าสำหรับ  $V_0$  ในสมการที่ 21.14 จะได้ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์ในเวลาซึ่งสื่อกลางการหมักถูกกำจัดออก นั่นก็คือการครบรอบวงจรการหมัก

$$p_w = \gamma p_0 + q_p x_m \left( \gamma + \frac{D_w t_w}{2} \right) t_w \quad 21.25$$

ซึ่ง  $D_w = F/V_w$  คืออัตราการเร็วในการเจือจางเมื่อครบรอบวงจร ระยะเวลาสำหรับวงจรคือระยะเวลาที่ใช้ในการเพิ่มปริมาตรของสื่อกลางการหมักจาก  $\gamma V_w$  ไปเป็น  $V_w$  นั่นก็คือ  $t_w = (V_w - \gamma V_w)/F$  เนื่องจาก  $F = D_w V_w$  ดังนั้นช่วงระยะเวลาสำหรับวงจรจึงถูกกำหนดได้โดย

$$t_w = (1 - \gamma)/D_w \quad 21.26$$

แทนค่าสำหรับ  $t$  ในสมการที่ 21.25 จะได้ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์เมื่อครบรอบวงจรเป็น

$$p_w = \gamma p_0 + \frac{q_p x_m}{2 D_w} (1 - \gamma^2) \quad 21.27$$

ถ้า  $q_p$  ไม่คงที่และเปลี่ยนแปลงไปตลอดวงจรก็จะเป็นไปตามสมการที่ 21.19 คือ ความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์เมื่อครบรอบวงจรถูกกำหนดได้โดย

$$p_w = \gamma p_0 + x_m \int_0^{t_w} q_p(t) (\gamma + D_w t) dt \quad 21.28$$

ถ้าการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนเข้าอยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณและมีความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์จุดเริ่มต้นของวงจรเท่ากับ  $p_0$  ดังนั้นความเข้มข้นของผลิตภัณฑ์เมื่อครบรอบวงจรแรกคือ  $p_1$  จะถูกกำหนดได้โดยสมการ

$$p_1 = \gamma p_0 + K \quad 21.29$$

ซึ่งถ้าค่า  $q_p$  คงที่ค่า  $K$  อาจถูกกำหนดได้คือ

$$K = q_p x_m (1 - \gamma^2) / 2 D_w \quad 21.30$$

แต่ถ้าค่า  $q_p$  เปลี่ยนแปลงตลอดวงจรค่า  $K$  จะถูกกำหนดได้คือ

$$K = x_m \int_0^{t_w} q_p(t) (\gamma + D_w t) dt \quad 21.31$$



ต่อมาเมื่อครบวงจรในรอบที่สองความเข้มข้นของผลผลิตอาจถูกกำหนดได้คือ

$$p_2 = \gamma p_1 + K = \gamma^2 p_0 + \gamma K + K \quad 21.32$$

และต่อมาเมื่อครบวงจรในรอบที่  $n$  ความเข้มข้นของผลผลิตอาจถูกกำหนดได้คือ

$$p_n = \gamma p_{n-1} + K = \gamma^n p_0 + K(\gamma^{n-1} + \gamma^{n-2} + \dots + \gamma + 1) \quad 21.33$$

จากการรวมกันของค่าที่เรียงลำดับเป็นอนุกรมเลขาคณิตด้วยสัดส่วนคงที่  $\gamma$  จะได้ว่า

$$p_n = \gamma^n p_0 + \frac{K(1 - \gamma^n)}{1 - \gamma} \quad 21.34$$

ถ้า  $n$  มีค่ามากจะได้ว่า  $\gamma^n p_0 \rightarrow 0$  และ  $\gamma^n \rightarrow 0$  สมการที่ 21.34 อาจถูกประมาณได้ว่า

$$p_n = K/(1 - \gamma) \quad 21.35$$

ดังนั้นจึงอาจสรุปได้โดยไม่จำกัดค่าตั้งต้นว่าความเข้มข้นของผลผลิตในการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่องมีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้กับค่า  $p_n$  ตามสมการที่ 21.35

ถ้าค่า  $q_p$  คงที่จะสามารถแทนค่าสำหรับ  $K$  ในสมการที่ 21.30 ได้เป็น

$$p_n = q_p x_m (1 + \gamma) / 2 D_w \quad 21.36$$

ในขณะที่ปริมาตรของสื่อกลางการหมักลดลงโดยการกำจัดออกเมื่อครบรอบวงจร  $\gamma \rightarrow 1$  และเมื่อไปตามสมการที่ 21.36 คือ  $p_n \rightarrow q_p x_m / D_w$  ซึ่งก็เป็นอย่างเดียวกันกับความเข้มข้นของผลผลิตที่คาดหวังเอาไว้ในการหมักแบบคงที่ทางเคมีเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคง ดังนั้นถ้าค่า  $q_p$  คงที่ความเข้มข้นของผลผลิตที่ได้จากการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่องก็จะไม่เกินกว่าที่ได้จากการหมักแบบคงที่ทางเคมีเมื่อ  $D = D_w$  อย่างไรก็ตามสถานะมั่นคงโดยประมาณอาจเป็นสภาวะที่กระตุ้นให้เกิดผลผลิตบางอย่างจนกระทั่งมีค่า  $q_p$  มากเกินกว่าที่ได้จากสถานะมั่นคงของการหมักแบบคงที่ทางเคมี (ตอนที่ 21.4)

#### 21.4 ประโยชน์จากการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อน

การหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนเป็นเครื่องมืออันหนึ่งที่ใช้ในการทำให้การเจริญเติบโตถูกกำหนดจำกัดโดยซับสเตรต ทักษะวิธีการอันนี้ Yoshida และคณะ (1973) ได้ใช้ศึกษาและค้นคว้าหาหนทางจำกัดการเจริญเติบโตของ Candida tropicalis พบว่าพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโต (0.95) ที่ให้ภายใต้สภาวะจำกัดซับสเตรตเกือบเป็นสองเท่า

ของที่ใช้จากการหมักแบบเก็บกักอย่างธรรมชาติ สาเหตุซึ่งทำให้พืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโตแตกต่างกันมากเช่นนี้ยังไม่อาจที่จะอธิบายได้ Bainbridge และคณะ (1971) ได้ใช้วิธีการนี้เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงส่วนประกอบและโครงสร้างของ *Aspergillus nidulans* ที่อัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเท่ากับศูนย์โดยการจำกัดน้ำตาลกลูโคสที่ป้อนใหม่เพียงแคพอเป็นระเบียบกว้าง เพื่อการทำนุบำรุงเท่านั้น ความสามารถในการจำกัดอัตราความเร็วในการป้อนซีสเทรตเป็นประโยชน์อย่างหนึ่งเมื่ออัตราความเร็วในการถ่ายเทออกซิเจน ( $K_L a$ ) สามารถจำกัดอัตราความเร็วของขบวนการได้ ความสำคัญในการประยุกต์ทางนิเวศวิทยาของวิธีการนี้ได้ถูกใช้เพื่อกระตุ้นการคิดเชื้อของกระเพาะปัสสาวะในมนุษย์ (Mackintosh, 1973) จากการสังเกตโดย Pirt (1971) พบว่าการเติมซีสเทรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโตควยอัตราความเร็วคงที่มีผลทำให้ชีวมวลทั้งหมดเพิ่มขึ้นอย่าง เป็นเส้นตรงจึงเป็นหลักฐานสนับสนุนสมการที่ 21.8 หลักการสำคัญของทฤษฎีนี้คือเมื่ออยู่ในสถานะมั่นคงโดยประมาณจุลินทรีย์มีการปรับอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะของตนเองโดยอัตโนมัติจนกระทั่งยังคง เท่ากันกับอัตราความเร็วในการเจริญการที่เช่นนี้คล้ายกับว่าการเริ่มต้นของวงจรการหมักถูกทำให้หมดไปเมื่อต้องการเปลี่ยนแปลงอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะให้สูงขึ้นอย่างทันทีทันใด จากผลการศึกษาของ Meteles และคณะ (1965) เสนอว่าในการหมักแบบคงที่ทางเคมีของแบคทีเรียอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะสามารถถูกปรับให้สูงขึ้นได้อย่างทันทีทันใดในช่วงประมาณ  $20\% \mu_m$  แต่ตาต้องการปรับให้สูงขึ้นถึงประมาณ  $40\% \mu_m$  จะต้องใช้เวลาประมาณสามเท่าของระยะเวลาพักแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอัตโนมัติสังเคราะห์ (ตอนที่ 24.21) เสนอว่าอัตราความเร็วในการปรับค่าที่สถานะมั่นคงโดยประมาณในการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนจะไม่เหมือนกันกับของสถานะมั่นคงในการหมักแบบคงที่ทางเคมี ทั้งนี้เนื่องจากองค์ประกอบของเอนไซม์ในสถานะทั้งสองแตกต่างกัน อย่างไรก็ตามยังต้องการข้อมูลอีกมากเกี่ยวกับผลกระทบเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงอย่างทันทีทันใดในอัตราความเร็วในการเจริญการที่สูงขึ้นอย่างทันทีทันใดเมื่อครบรอบวงจรซึ่งอาจทำได้โดยการควบคุมเอาสื่อกลางการหมักออกควยอัตราความเร็วที่ถูกควบคุม

ความสามารถในการจำกัดอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะให้อยู่ใน

ชั้นต่ำสุดอาจมีความจำเป็นต่อการป้องกันการเสื่อมสลายของกิจกรรมในการสังเคราะห์ของชีวมวล ตัวอย่างเช่นการผลิตเพนนีซิลลิน (Pirt & Righelato, 1967) จากรายละเอียดการรายงานต่าง ๆ ได้ชี้แจงให้เห็นว่าการหมักเพนนีซิลลินในงานชั้นอุตสาหกรรมปัจจุบันนิยมใช้การหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่องซึ่งได้ปรับปรุงมาจากพื้นฐานการทดลอง อัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะต่ำสุดซึ่งช่วยป้องกันการเสื่อมสลายของกิจกรรมในการสังเคราะห์เพนนีซิลลินคือ  $0.014 \text{ h}^{-1}$  (Pirt & Righelato, 1967) Pirt (1974) ได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับปริมาณเพนนีซิลลินที่อาจได้รับจากการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนซ้ำอย่างต่อเนื่อง

ลักษณะสำคัญที่สุดซึ่งไม่เหมือนใครของการหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนคือการทำให้มีสภาวะเปลี่ยนแปลงหรือสภาวะชั่วคราวเกิดขึ้นได้ในช่วงระหว่างอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตที่แน่นอนต่าง ๆ มีหลักฐานแสดงว่าอัตราความเร็วสูงสุดของบางขบวนการสามารถถูกทำให้เกิดขึ้นได้เพียงชั่วคราวเท่านั้น ตัวอย่างเช่นการผลิตแอนติเจนบางชนิดของแบคทีเรีย (Pirt et al., 1961) และการผลิตเพนนีซิลลิน เป็นต้น (Wright & Calam, 1968)

การหมักแบบเก็บกักที่ถูกป้อนเป็นกลวิธีการซึ่งง่ายกว่าการหมักแบบคงที่ทางเคมีเนื่องจากไม่จำเป็นต้องรักษาปริมาตรของสื่อกลางการหมักไว้ให้คงที่ การรักษาปริมาตรของสื่อกลางการหมักไว้ให้คงที่เป็นสิ่งจำเป็นที่สุดสำหรับการหมักแบบคงที่ทางเคมี

## 21.5 การหมักแบบโคอะไลซิส

### (DIALYSIS FERMENTATION)

#### 21.5.1 การหมักแบบโคอะไลซิสอย่างเก็บกัก (BATCH DIALYSIS)

การหมักแบบนี้ได้แสดงไว้ในรูปที่ 21.1(b) ซ้ำสเตรตจากถึงสื่อกลางอาหารจะถูกปล่อยให้แพร่กระจายผ่านเยื่อโคอะไลซิสเข้าไปในสื่อกลางการหมัก อัตราความเร็วในการแพร่กระจายของสิ่งที่ละลายผ่านเยื่อถือว่าเป็นสัดส่วนโดยตรงต่อความแตกต่างของ

ความเข้มข้นทั้งสองข้าง (Schulz & Gerharde, 1969) และการหมักถือว่าสื่อกลาง  
ที่เข้มข้น เยื่อเข้ามาถูกทำให้เป็นอันหนึ่งอันเดียวกันกับสื่อกลางอาหารหรือสื่อกลางการหมัก  
แต่ละถังควยการปั่นกววนหรือคนอยู่ตลอดเวลา

ให้  $A$  = พื้นที่ของแผ่นเยื่อไคอะไลซิส,  $s$  = ความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนด  
จำกัดการเจริญเติบโตในสื่อกลางการหมัก,  $s_m$  = ความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนดจำกัด  
การเจริญเติบโตในสื่อกลางอาหารนอกสื่อกลางการหมัก,  $s_{m(0)}$  = ความเข้มข้นของ  
ซับสเตรตที่กำหนดจำกัดการเจริญเติบโตในสื่อกลางอาหารนอกสื่อกลางการหมักที่เวลาศูนย์  
 $X$  = ชีวมวลทั้งหมดที่เวลา  $t$ ,  $X_0$  = ชีวมวลทั้งหมดเมื่อ  $t=0$ ,  $V_c$  = ปริมาตรของสื่อ  
กลางการหมัก,  $V_m$  = ปริมาตรของสื่อกลางอาหารนอกสื่อกลางการหมัก สมมุติว่าที่เวลา  
เริ่มต้นการแพร่กระจายของซับสเตรตผ่านเยื่อกลายเป็นสิ่งจำกัดการเจริญเติบโต ดังนั้น  
อัตราความเร็วในการเจริญเติบโตของชีวมวลถูกกำหนดโดย

$$\frac{dX}{dt} = \psi A Y (s_m - s) \quad 21.37$$

ซึ่ง  $\psi$  = สัมประสิทธิ์การแพร่กระจายผ่านเยื่อไคอะไลซิสสำหรับซับสเตรตใดซับสเตรตหนึ่ง  
โดยเฉพาะ และ  $Y$  คือพืชผลหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโต ถือว่าเมื่อการเจริญ-  
เติบโตถูกจำกัดโดยอัตราความเร็วในการแพร่กระจายของซับสเตรต,  $s \ll s_m$  จนกระทั่ง  
สามารถกำหนดได้ว่า  $(s_m - s) \approx s_m$  ดังนั้น

$$dX/dt = \psi A Y s_m \quad 21.38$$

และอัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะคือ

$$\mu = \psi A Y s_m / X \quad 21.39$$

จากความสมดุลของซับสเตรตข้างที่เป็นสื่อกลางอาหาร เมื่อการเจริญเติบโตถูกจำกัดโดย  
การแพร่กระจาย

$$V_m ds_m/dt = -\psi A s_m \quad 21.40$$

อินทิเกรตสมการที่ 21.40 จะได้ว่า

$$s_m = s_{m(0)} e^{-\phi t} \quad 21.41$$

ซึ่ง  $\phi = \psi A / V_m$  แทนค่าสำหรับ  $s_m$  ในสมการที่ 21.38 แล้วอินทิเกรตจะได้ว่า

$$X = X_0 + V_m Y s_{m(0)} (1 - e^{-\phi t}) \quad 21.42$$

ถ้าไม่มีความต้องการซบส เทรคที่กำหนดจากกักการ เจริญเติบโตนี้ เพื่อการทำนุบำรุงในขณะ  
 $t \rightarrow \infty$  ชีวมวลก็จะเข้าใกล้กับค่าสูงสุดซึ่งถูกกำหนดได้โดย

$$X_m = X_0 + V_m Y_{s_m(0)} \quad 21.43$$

ปริมาณทั้งหมดของผลผลิตที่เกี่ยวข้องกับการ เจริญเติบโตซึ่งปรากฏที่เวลา  $t$

คือ

$$P = Y_{p/x} X = Y_{p/x} X_0 + V_m Y_{p/s} Y_{s_m(0)} (1 - e^{-\phi t}) \quad 21.44$$

ซึ่ง  $Y_{p/x}$  และ  $Y_{p/s}$  คือที่ซบสหรือประสิทธิภาพในการ เกิดผลผลิตบนพื้นฐานของชีวมวลที่  
 เกิดขึ้นและซบส เทรคที่ใช้ตามลำดับ เมื่อ  $q_p$  คงที่จะได้ว่า  $dP/dt = q_p X$  แทนค่าสำหรับ  $X$   
 แล้วอินทิเกรตจะได้ว่า

$$P = P_0 + q_p \left\{ (X_0 + V_m Y_{s_0}) t + \frac{V_m^2 Y_{s_0}}{\psi A} (e^{-\phi t} - 1) \right\} \quad 21.45$$

ถ้าผลผลิตไม่สามารถแพร่กระจายผ่าน เยื่อไต ความเข้มข้นสูงสุดท้ายของผลผลิตจึง เป็น

$$p = P/V_c \quad 21.46$$

อย่างไรก็ตามถ้าผลผลิตสามารถแพร่กระจายผ่าน เยื่อไต ความเข้มข้นสูงสุดท้ายของผลผลิต  
 จึงเป็น

$$p = P/(V_c + V_m) \quad 21.47$$

ดังนั้นการหมักแบบโคอะโลสิสจึงมีผลทำให้ผลผลิตที่ไม่อาจแพร่กระจายผ่าน เยื่อไตเข้มข้นขึ้น  
 ควบปัจจุบัน  $(V_c + V_m)/V_c$

### 21.5.2 การหมักแบบโคอะโลสิสของกระแสดของสื่อกลางอาหาร

ระบบนี้ได้แสดงไว้ในรูปที่ 21.1 (c) สื่อกลางอาหารนอกสื่อกลางการหมัก  
 ถูกสมมุติว่าผสมเข้ากันเป็นอย่างดีและสื่อกลางอาหารใหม่ถูกเติมเข้าไปด้วยอัตราความเร็ว  $F$   
 ให้  $s_r =$  ความเข้มข้นของซบส เทรคที่กำหนดจากกักการ เจริญเติบโตในสื่อกลางอาหารใหม่  
 ที่เติมเข้าไป อัตราความเร็วในการเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของซบส เทรคที่กำหนด  
 จากกักการ เจริญเติบโตในสื่อกลางอาหารนอกสื่อกลางการหมักจึง เป็น

$$V_m ds_m/dt = Fs_r - Fs_m - \psi A(s_m - s) \quad 21.48$$

เมื่อการเจริญเติบโตถูกจำกัดด้วยการแพร่กระจายจึงถือได้ว่า  $s_m \gg r$  ในสถานะเช่นนี้สมการที่ 21.48 อาจถูกประเมินได้เป็น

$$V_m ds_m/dt = Fs_r - (F + \psi A)s_m \quad 21.49$$

อินทิเกรตสมการที่ 21.49 จะได้

$$s_m = [Fs_r - \{Fs_r - (F + \psi A)s_{m(0)}\} e^{-\phi t}] / (F + \psi A) \quad 21.50$$

ซึ่ง  $\phi = (F + \psi A) / V_m$  ในขณะที่  $t \rightarrow \infty$  และ  $e^{-\phi t} \rightarrow 0$  สมการที่ 21.50 อาจถูกทำให้เป็นไปไควว่า

$$s_m \approx Fs_r / (F + \psi A) \quad 21.51$$

อัตราการความเร็วในการเพิ่มขึ้นของชีวมวลทั้งหมดเมื่อการเจริญเติบโตถูกจำกัดด้วยการแพร่กระจายและ  $r \approx 0$  จะถูกกำหนดได้โดย

$$dX/dt = \psi A s_m Y \quad 21.52$$

เมื่อระยะเวลาเพิ่มขึ้น  $s_m$  มีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้กับค่าซึ่งถูกกำหนดโดยสมการที่ 21.51 และอัตราการความเร็วในการเพิ่มขึ้นของชีวมวลทั้งหมดจะคล้อยตามสมการคือ

$$(dX/dt)_\infty = \psi A Y F s_r / (F + \psi A) \quad 21.53$$

นั่นก็คือชีวมวลทั้งหมดมีแนวโน้มที่จะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราการเร็วคงที่

ในระบบนี้ชีวมวลทั้งหมดควรเพิ่มขึ้นจนกระทั่งเชื้อจุลินทรีย์หนาแน่นมากไม่อาจบั่นทอนต่อไปได้หรือจนกระทั่งอัตราการความเร็วในการแพร่กระจายของซีสต์เตตระดันเยื่อเท่ากับกับที่ใช้เป็นสละเบียงเพื่อการทำนุบำรุงอย่างใดอย่างหนึ่ง ความเข้มข้นของผลผลิตอาจคำนวณหาได้ในทำนองเดียวกันกับการหมักแบบโคอะโลลิสอย่างเก็บกัก

### 21.5.3 ประโยชน์จากการหมักแบบโคอะโลลิส

การหมักแบบโคอะโลลิสถูกใช้ประโยชน์ในชั้นพื้นฐานสามประการ คือ เป็นอีกวิธีทางหนึ่งซึ่งทำให้มีการเจริญเติบโตโดยจำกัดซีสต์เตตระดัน เป็นที่น่าสังเกตว่าในการหมักแบบโคอะโลลิสอย่างเก็บกักถึงแม้ว่าการเจริญเติบโตอาจถูกกำหนดโดยซีสต์เตตระดัน แต่อัตราการเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะก็ลดลงตามเวลา จึงแตกต่างจากการหมักแบบคงที่ทางเคมีที่สถานะมั่นคง ประโยชน์ประการที่สองคือช่วยทำให้ชีวมวลและผลผลิตที่ไม่

อาจแพร่กระจายผ่านเยื่อโค้เข้มข้นขึ้น ตัวอย่างเช่นการผลิทวีคีนและเอนไซม์ Gallup และ Gerhardt (1963) แสดงให้เห็นว่า Serratia marcescens สามารถเจริญเติบโตโค้จนกระทั่งมีความเข้มข้นสูงถึง 9 กรัม/น.น.แห้ง/100 มล. ในการหมักแบบโคอะโลสิสเปรียบเทียบกับ 0.8 กรัม/น.น.แห้ง/100 มล. โดยไม่มีการโคอะโลสิส ดังนั้นวิธีการนี้จึงช่วยให้สามารถเพาะเลี้ยง เชื้อจุลินทรีย์จนมีความหนาแน่นสูงมากโค้ด้วยซีบสเตรคที่เจือจางประโยชน์ประการที่สามคือทำให้ผลผลิตที่ยังมีการเจริญเติบโตซึ่งสามารถแพร่กระจายผ่านเยื่อโค้มีความเข้มข้นต่ำลง ตัวอย่างเช่นโอบาซิดโลสามารถเจริญเติบโตจนมีความหนาแน่นสูงมากโค้ด้วยน้ำคาลกลูโคสที่ทำให้เกิดผลผลิตที่ยัง เช่นกรคไพรวิคแต่ถูกกำจัดออกไปจากสื่อกลางการหมักด้วยการโคอะโลสิส (Borichewski & Umbreit, 1966)

การหมักแบบสองวัคภาค (Biphasic culture) ถูกเรียกโดย Tyrell และคณะ (1958) เพื่อใช้เรียกระบบการหมักซึ่งประกอบด้วยสื่อกลางอาหารเหลวที่ถูกปิดทับด้วยสื่อกลางอาหารแข็งแบบเจลหรือวุ้น ระบบนี้ก็คล้ายกันกับการหมักแบบโคอะโลสิสอย่างเก็บกักเวินแต่ความคานทานต่อการแพร่กระจายของซีบสเตรคออกจากเจลจะเพิ่มมากขึ้นตามเวลา

#### 21.6 การหมักด้วยแคปซูลเพื่อการแพร่กระจาย (DIFFUSION CAPSULE)

แคปซูลเพื่อการแพร่กระจายดังแสดงในรูปที่ 21.2 เป็นวิธีการหนึ่งเพื่อป้อนซีบสเตรคเข้าไปในสื่อกลางการหมักด้วยอัตราความเร็วคงที่โดยเฉพาะในพลาสติกเซบ่า (Pirt, 1971) แคปซูลมีรูเล็ก ๆ ที่ถูกปิดผนึกด้วยเยื่อโคอะโลสิส เมื่อแคปซูลถูกบรรจุด้วยสารละลายซีบสเตรคแล้วจมลงไปในสื่อกลางการหมักที่เป็นน้ำ ซีบสเตรคจะแพร่กระจายออกมาเป็นระยะเวลาซึ่งยาวนานกว่าอัตราความเร็วคงที่และ เป็นสัดส่วนโดยตรงต่อความเข้มข้นของซีบสเตรคเริ่มต้น ปรากฏการณ์ที่ขัดแย้งกับกฎการแพร่กระจายของ Fick เช่นนี้ยังไม่อาจที่จะอธิบายโค้

ถ้าอัตราความเร็วในการแพร่กระจายของซีบสเตรคออกจากแคปซูลคือ  $G$  กรัม/ช.ม. จะโค้อัตราความเร็วในการเพิ่มขึ้นของชีวมวลทั้งหมดในสื่อกลางการหมักคือ

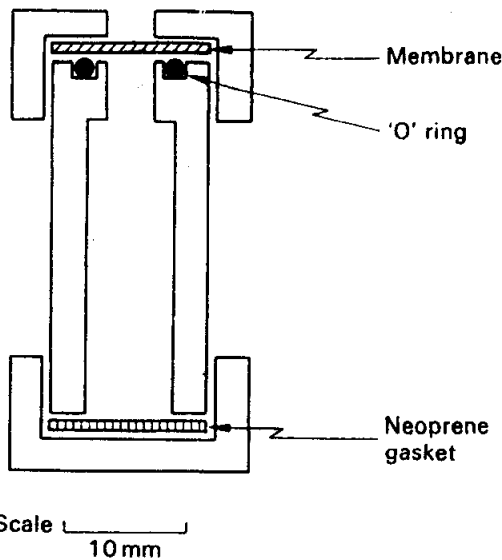
$$X = X_0 + GYt$$

ซึ่ง  $Y$  คือพีชคณิตหรือประสิทธิภาพในการเจริญเติบโต ให้  $V$  = ปริมาตรของสื่อกลางการหมัก และ  $x$  = ความเข้มข้นของชีวมวลในสื่อกลางการหมัก เมื่อแทนค่า  $xV = X$  ในสมการที่ 21.54 จะได้ว่า

$$x = x_0 + GYt/V \tag{21.55}$$

ความถูกต้องสมบูรณ์ของสมการที่ 21.55 ซึ่งชี้แจงถึงการเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรงของความเข้มข้นชีวมวลได้ถูกตรวจสอบโดย Pirt (1971) อัตราความเร็วในการเจริญเติบโตเฉพาะซึ่งอาจคำนวณได้จากสมการที่ 21.54 คือ

$$\mu = GY/Vx \tag{21.56}$$



รูปที่ 21.2 Diffusion capsule to feed substrate at a constant rate.

ความเข้มข้นของซับสเตรตที่กำหนดจากอัตราการเจริญเติบโตอาจถูกตรวจสอบได้โดยแทนค่า  $\mu = \mu_m s / (s + K_s)$  ในสมการที่ 21.56 ดังนั้นจึงได้ว่า

$$s = GYK_s / (\mu_m Vx - GY) \tag{21.57}$$

เมื่อแทนค่าสำหรับ  $x$  โดยใช้สมการที่ 21.55 จะได้ว่า

$$s = K_s / \{ \mu_m (t + Vx_0 / GY) - 1 \} \tag{21.58}$$



ความเข้มข้นของผลผลิตที่เวลา  $t$  เมื่อ  $q_p$  คงที่คือ

$$p = p_0 + q_p t (x_0 + G Y t / 2V) \quad 21.59$$

O'Sullivan และ Pirt (1973) ได้ใช้สมการนี้คำนวณหาค่า  $q_p$  สำหรับการผลิต  
 เเพนนิซิลินโดยการหมักในพลาสติกเช่่าซึ่งการเจริญเติบโตถูกกำหนดจำกัดด้วยนำ้ตาลกลูโคส  
 ที่ป้อนออกมาจากแคปซูลเพื่อการกระจาย.