

บทที่ 1

บทนำ

ความสำคัญและธรรมชาติของคณิตศาสตร์

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อศึกษาเนื้อหาบทนี้แล้ว นักศึกษาสามารถอธิบายความหมาย และความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้



พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถานได้ให้ความหมายของคำว่า "คณิตศาสตร์" ว่าเป็นวิชา "การคิดคำนวณ" ซึ่งเป็นความหมายที่ไม่ครอบคลุมเนื้อหา และ วิธีการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นเพื่อให้ความหมายของคำว่าคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้น จึงขอกล่าวบทบาทสำคัญของคณิตศาสตร์เพื่อให้เข้าใจความหมายของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงใช้เหตุผลที่สมเหตุสมผลสร้าง ทฤษฎีบทต่าง ๆ ขึ้น และนำไปใช้อย่างเป็นระบบ คณิตศาสตร์มีความถูกต้องเที่ยงตรง คงเส้นคงวา มีระเบียบแบบแผน เป็นเหตุเป็นผล และมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ข้อสรุปและนำไปใช้ประโยชน์ คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่ทุกคนเข้าใจตรงกันในการสื่อสาร สื่อความหมาย และถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่าง ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2544)

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551, หน้า 1)

เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน ดังนี้

1. จำนวนและการดำเนินการ เป็นการศึกษาเกี่ยวกับความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน และการใช้จำนวนในชีวิตจริง

2. การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงิน และเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติ และสามมิติ การนิยามภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

4. พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

5. การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

6. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์

กับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551, หน้า 1)

ความหมายของคณิตศาสตร์

ราชบัณฑิตยสถาน (2530, หน้า 99) ได้ให้ความหมายไว้ว่า “คณิตศาสตร์เป็นวิชาว่าด้วยการคำนวณ” ซึ่งมีความหมายที่ทำให้เรามองเห็นคณิตศาสตร์อย่างแคบ มิได้รวมถึงขอบข่ายของคณิตศาสตร์ ซึ่งเรายอมรับกันในปัจจุบัน

สมทรง สุพานิช (2541, หน้า 4-5) ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับความคิดที่ใช้คณิตศาสตร์เป็นเครื่องพิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่า สิ่งที่เราคิดค่านึงเป็นจริงหรือไม่ สามารถนำไปแก้ปัญหาในทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและอุตสาหกรรมต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นลักษณะภาษาสื่อความหมายได้ชัดเจน เช่น $5 + 3 = 8$ คณิตศาสตร์เป็นภาษาซึ่งผู้เชี่ยวชาญทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีใช้สื่อสารซึ่งกันและกัน ถ้าไม่มีคณิตศาสตร์จะไม่มีเครื่องจักรรถยนต์และเครื่องไฟฟ้าแน่นอน

3. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ โดยสร้างแบบจำลองและศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติ เช่น เรขาคณิตแบบยูคลิด ปรากฏการณ์ทางพันธุกรรม สามารถอธิบายได้ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยใช้เมตริกซ์ การเพิ่มของประชากรสามารถอธิบายในเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้เลขยกกำลัง เป็นต้น ความมีลักษณะเป็นวิทยาศาสตร์ของคณิตศาสตร์นั้นเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปดังเช่น “คณิตศาสตร์เป็นราชินีของวิทยาศาสตร์”

4. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นวิชาตรรกวิทยา เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล และศึกษาระบบ ซึ่งสร้างโดยอาศัยข้อตกลงใช้เหตุผลตามลำดับขั้น คือทุกขั้นตอนเป็นเหตุเป็นผลต่อกันมีความสัมพันธ์กันอย่างแยกไม่ออก เราจะเห็นว่าคณิตศาสตร์นั้นเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ และอธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นด้วยอธิบายจุด

เส้นตรง ระนาบ เรืองอันเป็นพื้นฐานเหล่านี้ไปสู่เรื่องต่อไป การศึกษาเกี่ยวกับการใช้เหตุผลนั้นมีประโยชน์มหาศาล

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอย่างอื่น ความหมายของคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายใน นักคณิตศาสตร์พยายามแสดงออกถึงค่าสูงสุดของชีวิตความสัมพันธ์และแสดง โครงสร้างใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ส่งผลให้เกิดความคิดสร้างสรรค์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2537, หน้า 5) กล่าวว่าคณิตศาสตร์เป็นคำ แปลมาจาก Mathematics หมายถึง “สิ่งที่เรียนรู้หรือความรู้” เมื่อพูดถึงคำว่า คณิตศาสตร์ คนทั่วไปมักเข้าใจว่าเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับตัวเลขเป็นศาสตร์ของการ คำนวณและการวัด การใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาสากลเพื่อความหมาย และเข้าใจได้

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคำนวณ เป็นวิชา ที่เน้นในด้านความคิดความเข้าใจในเรื่องราวเกี่ยวกับจำนวนตัวเลขและเป็นเครื่องมือ ที่ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลใช้ในการสื่อความหมาย เป็นประโยชน์และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล (2524, หน้า 1-2) ได้สรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิดและมีการพิสูจน์อย่างมีเหตุผล ว่าสิ่งที่คิดเป็นจริงหรือไม่

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้างที่มีเหตุผล ใช้อธิบายข้อคิดต่าง ๆ ที่ สำคัญได้ เช่น สัจพจน์ คุณสมบัติ กฎ ทำให้เกิดความคิดที่เป็นรากฐานในการพิสูจน์ เรื่องอื่นๆ ต่อไป

3. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่งที่ใช้สัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้องโดยใช้ตัวอักษรแสดงความหมายแทนความคิด เป็นเครื่องมือที่ใช้ฝึกทางสมอง ซึ่งสามารถช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน ในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้น ต้องคิดอยู่ในแบบแผนและมีรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการคิดในเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามของคณิตศาสตร์คือ มีความเป็นระเบียบและกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดเห็นใหม่ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ทางคณิตศาสตร์ออกมา ปัจจุบันคณิตศาสตร์มีบทบาทมากกว่าอดีต และมีความสำคัญต่อชีวิตประจำวันมากยิ่งขึ้น ทางด้านสังคมวิทยาก็ต้องอาศัยความรู้ทางสถิติ นักธุรกิจก็ต้องใช้ความรู้และหลักการทางคณิตศาสตร์ช่วยคิดคำนวณผลผลิตต่าง ๆ

จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เป็นเครื่องมือการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาต่าง ๆ ในอันที่จะดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข ซึ่งจำเป็นจะต้องได้รับการพัฒนาให้ถูกต้องตั้งแต่ระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน

พิศมัย ศรีอำไพ (2533, หน้า 1-2) ได้เพิ่มแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นการศึกษาถึงกระบวนการความสัมพันธ์
2. คณิตศาสตร์เป็นวิถีทางการคิด ช่วยให้เรามีกลยุทธ์ในการจัดวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูล
3. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะให้ความซาบซึ้ง ความงดงามและความต่อเนื่องของคณิตศาสตร์
4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาสากล เพราะคนทั่วไปสามารถเข้าใจประโยคคณิตศาสตร์ได้ตรงกัน
5. คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่นักคณิตศาสตร์และนักวิทยาศาสตร์ใช้ และเป็นสิ่งที่ทุกคนใช้ในชีวิตประจำวัน

ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อชีวิตประจำวัน ตั้งแต่ตื่นนอน ต้องดูเวลา คิดว่าเป็นวันที่เท่าใด ต้องหยิบเงินที่จะต้องใช้จ่ายในวันหนึ่งๆ เมื่อออกจากบ้านต้องดูเวลาในการเดินทางและต้องเดินทางไปถึงที่ทำงานภายในเวลาเท่าใด ถ้าซื้อของในราคาชิ้นละ 5 บาท ต้องการซื้อ 3 ชิ้นจะต้องจ่ายเงินเป็นเท่าไร ต้องได้รับเงินทอนเท่าไร จะเห็นว่าการนับเงิน การซื้อขาย แลกเปลี่ยน ทอนเงิน เวลา เป็นเรื่องของคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเราตั้งแต่ลืมตาออกจากบ้าน อยู่ที่ทำงานระหว่างเดินทางมากกว่าเรื่องใด (นิรมล แจ่มจรัส, 2537, หน้า 8)

สมทรง สุวพานิช (2541, หน้า 14-15) กล่าวถึงความสำคัญไว้ว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญ และมีบทบาทต่อบุคคลมาก คณิตศาสตร์ช่วยฝึกให้คนมีความรอบคอบ มีเหตุผลรู้จักหาเหตุผล ความจริง การมีคุณธรรมเช่นนี้อยู่ในใจเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าความเจริญทางด้านวิทยาการใด ๆ นอกจากนั้น เมื่อเด็กคิด และเคยชินต่อการแก้ปัญหาตามวัยไปทุกระยะแล้ว เมื่อเป็นผู้ใหญ่ย่อมสามารถแก้ปัญหาชีวิตได้

สรุปได้ว่าความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

ในแง่วิชาการคณิตศาสตร์จะเป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูงต่อไป เป็นพื้นฐานในการเรียนด้านวิทยาศาสตร์สาขาต่าง ๆ เช่น ฟิสิกส์

ในแง่การนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้ อย่างหลากหลาย เช่น การคำนวณระยะทาง วางแผนในการจัดทำกิจกรรมต่าง ๆ รวมถึงการประเมินงานโครงการต่าง ๆ จำเป็นต้องใช้หลักการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

ในภูมิปัญญาท้องถิ่น ได้นำเอาสาระคณิตศาสตร์มาเกี่ยวข้องกับหลายอย่าง เช่น การใช้ส่วนผสมของยาสมุนไพร การใช้อัตราส่วนผสมของการทำน้ำยาเอนกประสงค์ แชมพูที่มีส่วนผสมของสมุนไพร หรือ การศึกษาลายจักรสาน ลายถักทอต่าง ๆ ที่เป็นภูมิปัญญาท้องถิ่นในแต่ละภาคของไทย ตลอดจนการนำเรื่องอัตราส่วนต่าง ๆ มาใช้

เกี่ยวกับการนำวัสดุเหลือใช้จากการเกษตรมาใช้ให้เกิดประโยชน์ การหาส่วนผสมของดินการทำปุ๋ยที่มีคุณภาพ

นอกจากนี้ยังมีกิจกรรมอีกมากมายที่ส่งเสริมให้เด็กมีความคิดสร้างสรรค์ มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การสื่อความหมาย การสื่อสาร การให้เหตุผล และ การแก้ปัญหา เช่น กิจกรรมซูโดกุ กิจกรรมในค่ายคณิตศาสตร์ ฯลฯ

ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2539, หน้า 4-5) ได้กล่าวสรุปถึงธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประกอบด้วยคำที่เป็นนิยาม บทนิยาม และสัจพจน์ แล้วพัฒนาเป็นทฤษฎีบทต่าง ๆ โดยอาศัยการใช้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลปราศจากข้อขัดแย้งใด ๆ คณิตศาสตร์เป็นระบบที่มีความคงเส้นคงวา มีความเป็นอิสระและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง

สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2540, หน้า 1) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมอาศัยการใช้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลปราศจากข้อขัดแย้งใด ๆ คณิตศาสตร์เป็นระบบที่มีความคงเส้นคงวา มีความเป็นอิสระและมีความสมบูรณ์ในตัวเอง ดังนั้นจึงสามารถสรุปธรรมชาติของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) ความคิดรวบยอดนี้เป็นการสรุปข้อคิดที่เหมือนกัน อันเกิดจากประสบการณ์ที่เกิดขึ้น เช่น ของสองหมู่ ถ้าจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งได้พอดีแสดงว่าของสองหมู่มีจำนวนเท่ากัน

2. คณิตศาสตร์เป็นนามธรรม (Abstract) เป็นเรื่องของความคิด คำทุกคำประโยคทุกประโยคในวิชาคณิตศาสตร์ว่าด้วยนามธรรมทั้งสิ้น ทั้งนี้สืบเนื่องมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นจากนิยามที่เป็นนามธรรม เช่น 1 เป็นนิยามซึ่งเป็นนามธรรม

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ใช้สัญลักษณ์ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความคิดเป็นเครื่องมือในการฝึกสมอง ช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เช่น +, -, x และ ÷

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่งมีการกำหนดสัญลักษณ์ที่รัดกุมสื่อความหมายที่ถูกต้องเพื่อแสดงความหมายแทนความคิดเช่นเดียวกับภาษาอื่น ๆ เช่น $5 - 2 = 3$ ทุกคนต้องมีความเข้าใจว่าหมายถึงอะไร จะได้คำตอบเป็นอย่างเดียวกัน

5. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นตรรกศาสตร์ มีการแสดงความเป็นเหตุเป็นผลต่อกันทุกขั้นตอนของความคิดจะเป็นเหตุเป็นผลต่อกัน มีความสัมพันธ์กัน

$$\text{เช่น } 2 \times 3 = 3 \times 2$$

6. คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นปรนัยอยู่ในตัวเอง มีความถูกต้องเที่ยงตรงสามารถพิสูจน์หรือทดสอบได้ด้วยเหตุผลและการใช้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน

คำถามท้ายบท

1. จงสรุปความหมายของคณิตศาสตร์
2. จงอธิบายสรุปความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์และเกี่ยวข้องกับการใช้ชีวิตประจำวันอย่างไรบ้าง