บทที่ 6

การประมาณค่า μ และ $\mu_X - \mu_Y$

ในบทนี้เราจะเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าเฉลี่ย เราจะพัฒนากระบวนการสำหรับการประมาณ μ_X และ $\mu_X - \mu_Y$ และอภิปรายความสัมพันธ์ของการประมาณเป็นช่วง และการทดสอบสมมุติฐาน เราจะได้เรียนรู้กระบวนการสำหรับการประมาณสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และสัดส่วนในบทหลังๆ

1.วิธีการประมาณ

การประมาณอาจทำได้ในสองวิธี บางครั้งเราต้องการค่าค่าเดียวเช่นการประมาณของค่าประชากร เราเรียกการประมาณนี้ว่าการประมาณแบบจุด (point estimates) เช่น ผลการหยั่งเสียงเลือกนาย ก คิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ คะแนนเฉลี่ยผลการทดสอบความถนัดเข้าสถาบันอุดมศึกษา ข คิดเป็นเท่าไร ในกรณีแรกถ้าเราต้องการหาร้อยละของประชากรทั้งหมด หรือในกรณีที่สองถ้าเราต้องการหาค่าเฉลี่ยของนักศึกษาทุกคน เราอาจทำได้โดยการประมาณค่าของลักษณะของประชากรจากการสุ่มกลุ่มตัวอย่าง

การประมาณเป็นจุด(point estimate)มักเกิดความคลาดเคลื่อนซึ่งคงต้องพิจารณาว่ามันน่าคลาดเลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์ของประชากรมากน้อยเพียงใดสำหรับการประมาณเป็นช่วง (interval estimates) เราจะคำนวณพิสัย (range) ของค่าหรือช่วง ซึ่งมันปรากฏอย่างสมเหตุสมผลว่าค่าพารามิเตอร์ของประชากรตกอยู่ ในคำถามการหยั่งเสียงเลือกนาย ก การประมาณแบบคำตอบแบบจุดอาจกำหนดว่า 48% ของประชากรจะเลือกนาย ก ถ้าเราประมาณเป็นช่วงผลลัพธ์อาจกำหนดว่าเรามีความเชื่อมั่น 95%ว่าผู้ที่เลือกนายกจะไม่น้อยกว่า 45% และไม่มากกว่า 51% ของผู้ออกเสียง (ในประชากร)

ในการกำหนดขีดจำกัดที่บรรจุค่าประชากร ถ้าเรากำหนดลิมิตกว้างความน่าจะเป็นที่ค่าของประชากรย่อมจะตกอยู่ในช่วงของลิมิตก็จะสูง และถ้าเรากำหนดลิมิตแคบก็

ย่อมมีความเสี่ยงที่จะผิด ในการประมาณค่าก็จะตกอยู่ในช่วงผิดไป ตัวลิมิตเองปกติจะอ้างอิงด้วยสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น(confidence coefficient)

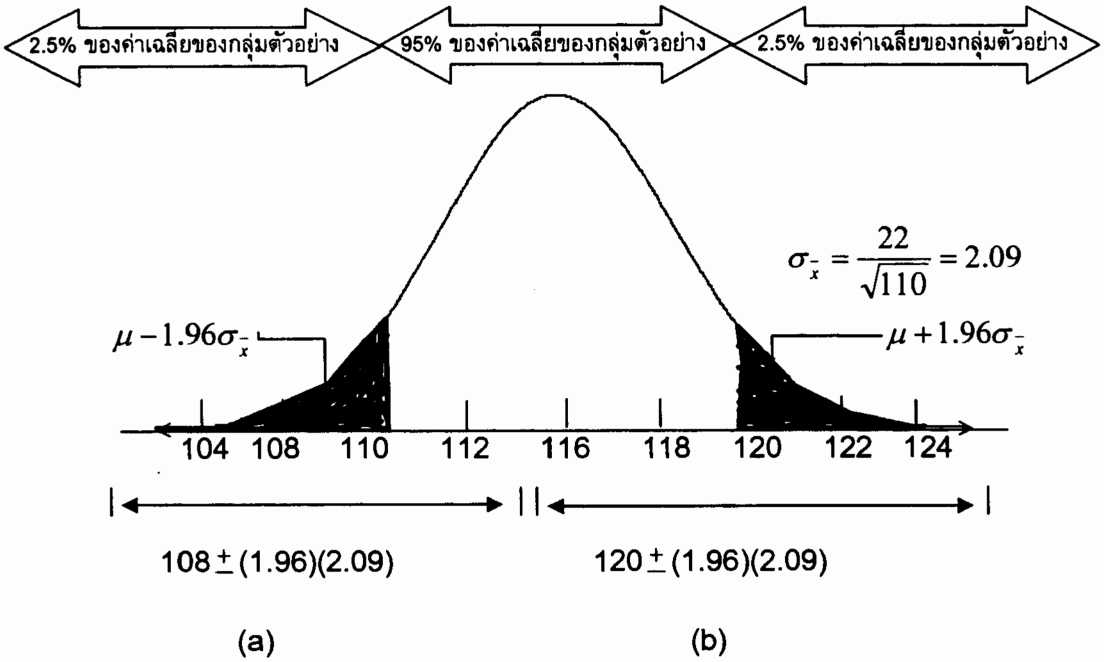
2. การประมาณเป็นช่วงของ μ_X

ในการแจกแจงปกติที่ 95% ของคะแนนจะไม่ไกลไปจากค่าเฉลี่ยเกินกว่า 1.96 ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(σ_X) ทำนองเดียวกัน ถ้าการแจกแจงการชักตัวอย่างของ $\overline{X}$ เป็นการแจกแจงปกติที่ 95% ของค่าเฉลี่ยของตัวอย่างก็จะไม่ไกลจาก μ_X เกินกว่า 1.96 ของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย ($\sigma_{\overline{X}}$) ในตอนนี้ถ้า 95% ของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างไม่ไกลไปจาก μ_X เกินกว่า 1.96$\sigma_{\overline{X}}$ ก็จะเป็นจริงด้วยว่าที่ 95% ของค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่าง μ_X ไม่ไกลไปจาก 1.96$\sigma_{\overline{X}}$ ข้อเท็จจริงนี้ทำให้สามารถสร้างช่วงการประมาณของ μ_X สมมุติว่าแต่ละค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างถูกระบุว่า μ_X อยู่ในช่วง $\overline{X} \pm 1.96\sigma_{\overline{X}}$ สำหรับ 95% ของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง ข้อความนี้จะถูกต้อง แต่ที่5% จะไม่ถูกต้อง ในการชักตัวอย่างแบบสุ่ม ความน่าจะเป็นคือ .95 ที่การสร้างช่วงการประมาณเป็นไปตามกฎ

$$\overline{X} \pm 1.96\sigma_{\overline{X}}$$

ซึ่งจะรวม μ_X อยู่ในช่วงนี้

รูป 6.1 แสดงการประยุกต์ของกฎนี้ สมมุติว่าเราชักตัวอย่างแบบสุ่มขนาด 110 จากประชากรที่มีการแจกแจงปกติของคะแนน IQ ซึ่ง μ = 112 และ σ = 22 ในตัวอย่างนี้ $\sigma_{\overline{X}}$ คือ $22/\sqrt{110}$ = 2.09 ถ้าเราชักตัวอย่างซึ่งค่าเฉลี่ยเป็น 120 เราจะอ้างว่า μ_X อยู่ที่ใดที่หนึ่งในช่วง $120 \pm (1.96)(2.09)$ หรือระหว่าง 115.90 และ124.10 รูปนี้แสดงที่(b) ในรูป 6.1 และเราจะเห็นว่าการอ้างนั้นไม่ถูกต้อง แต่ถ้า $\overline{X}$ เป็น 108 เราจะอ้างว่า μ_X อยู่ในช่วง $108 \pm (1.96)(2.09)$ หรือระหว่าง .103.90 และ 112.10 ช่วงนี้แสดงที่ (a) การอ้างนี้ถูกเพราะว่า 120 อยู่ใน 5% ของค่าเฉลี่ยกลุ่ม ตัวอย่างที่อยู่ไกลจาก μ_X กว่า 1.96$\sigma_{\overline{X}}$



รูป 6.1

รูป 6.1 การแจกงแจงของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเมื่อ n =110 ชักจากลักษณะประชากร โดย μ = 112 และ σ = 22 (a) การประมาณช่วงของ μ สร้างจาก $\bar{X}$ = 108 การประมาณครอบคลุม μ (b) การประมาณช่วงของ μ สร้างจาก $\bar{X}$ =120 การประมาณไม่ครอบคลุม μ

ที่ 95% ของช่วงความเชื่อมั่นสำหรับ μ เป็นช่วงที่สร้างจาก 95% ของช่วงที่รวม μ อยู่ด้วย เราอาจต้องการให้แน่ใจว่าการประมาณของเรารวม μ_X ถ้าเราใช้ความน่าจะเป็น .99 เพราะว่า 99% ของค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างตกระหว่าง $\mu \pm 2.58\sigma_{\bar{X}}$ เราอาจประมาณสำหรับความน่าจะเป็น .99 ที่ช่วงจะครอบคลุม μ_X โดยกฎ

$$\bar{X} \pm 2.58\sigma_{\bar{X}}$$

แม้ว่าสองระดับของความน่าจะเป็น .95 และ.99 ถูกใช้ตามปกติในการประมาณช่วง แต่ก็มีความเป็นไปได้ที่จะสร้างการประมาณความเชื่อมั่นที่ความน่าจะเป็นอื่น ๆตามที่เราปรารถนา

กระบวนการที่กล่าวมาแล้วนั้นต้องรู้ค่าของ $\sigma_{\bar{X}}$ ซึ่งต้องรู้ σ_X ในกรณีที่ไม่ทราบค่า σ_X เราต้องแทน $s_{\bar{X}}$ ด้วย $s_X / \sqrt{n}$ เป็นค่าประมาณของ $\sigma_{\bar{X}}$ ในการสร้างช่วงการประมาณมีลักษณะอย่างเดียวกันยกเว้นว่าค่าที่เหมาะสมจะใช้ t แทน z

กฎสำหรับสร้างการประมาณเป็นช่วงของ μ_X เมื่อไม่ทราบ σ_X

$$\bar{X} \pm t_p s_{\bar{X}}$$

เมื่อ $\bar{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ได้จากการชักการสุ่ม

$s_{\bar{X}}$ คือ การประมาณของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

t_p คือ ขนาดของ t เมื่อความน่าจะเป็นเป็น p ที่ได้จากค่าของการเบี่ยงเบน

df = n-1 เป็นระดับขั้นความเสรีที่สอดคล้องกับ s

ตัวอย่าง ผลการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้จากการสุ่มกลุ่มตัวอย่างของนักศึกษาชั้นปีที่หนึ่งจำนวน 25 คน ปรากฏว่า $\bar{X}$ = 86.0 และ $s_{\bar{X}}$ = 15.2 จงสร้างช่วงความเชื่อมัน 95% สำหรับ μ_X

วิธีทำ ขั้นแรกเราคำนวณความความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

$$s_{\bar{X}} = \frac{s_X}{\sqrt{n}} = \frac{15.2}{\sqrt{25}} = 3.04$$

จำนวนขององศาเสรีที่สมนัยกับ $s_{\bar{X}}$ คือ n-1 หรือ 24 จากตาราง D ในภาคผนวก ค่าที่เหมาะสมของ t คือ 2.064 ขีดจำกัดคือ

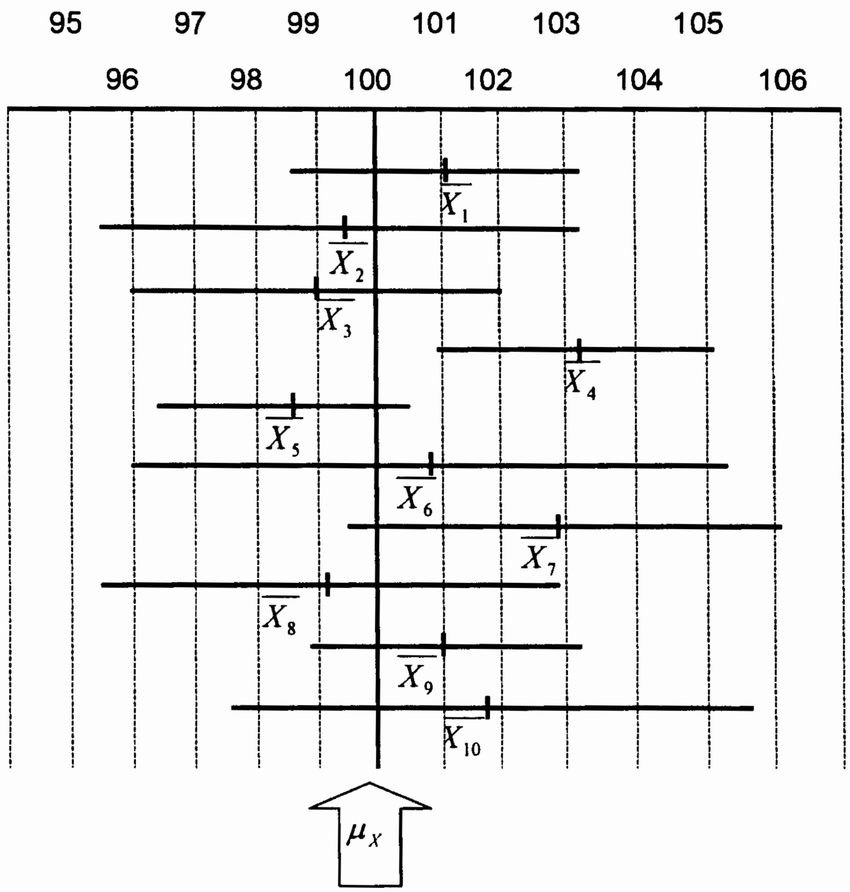
$$\bar{X} \pm t_{.05} s_{\bar{X}}$$

ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด
= 86.0 - (2.064)(3.04)	= 86.0 + (2.064)(3.04)
= 79.73	= 92.27

เมื่อเราสร้างช่วงตามกฎที่ใช้ในตัวอย่าง ซึ่งกล่าวได้ว่าความน่าจะเป็นคือ .95 ที่ช่วงนี้จะรวม μ_X ด้วย ปกติเราจะเขียนช่วงความเชื่อมั่น

$$C(79.73 \le \mu_X \le 92.27) = .95$$

ข้อความอาจตีความได้ว่า เรามีความเชื่อมั่น 95% ที่ μ_X ตกระหว่าง 79.73 และ 92.27 จำไว้ว่ามันเป็นช่วงที่แปรเปลี่ยนจากการประมาณสู่การประมาณและไม่ใช่ค่าของ μ_X เพราะว่า μ_X เป็นค่าคงตัวไม่มีการแปรเปลี่ยน รูป 6.2 แสดงบางช่วงที่อาจเป็นผลลัพธ์ ถ้าตัวอย่างถูกเลือกโดยการสุ่มและคำนวณช่วงเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่างโดยกระบวนการที่กล่าวมาแล้ว



รูป 6.2 การประมาณช่วงของ μ_X สร้างจากค่าเฉลี่ยของหลายๆตัวอย่าง เมื่อไม่ทราบ σ

3 การประมาณช่วงของ $\mu_X - \mu_Y$

เราสามารถประมาณช่วงของความแตกต่างระหว่าง μ_X และ μ_Y ซึ่งมีหลักตรรกะและกระบวนการเหมือนกับค่าเฉลี่ยเชิงเดี่ยว

กฎสำหรับสร้างการประมาณช่วงของ $\mu_X - \mu_Y$ เมื่อไม่ทราบค่า σ_X และ σ_Y

$$\overline{X} - \overline{Y} \pm t_p s_{\overline{X}-\overline{Y}}$$

เมื่อ $\overline{X} - \overline{Y}$ คือความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองกลุ่มตัวอย่าง

$s_{\overline{X}-\overline{Y}}$ คือการประมาณของความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างสองค่าเฉลี่ย

t_p คือขนาดของ t เมื่อความน่าจะเป็นเป็น p ที่ได้จากค่าของการเบี่ยงเบน p = 1 – C

ถ้าความแตกต่างระหว่างสองค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่างไม่ไกลไปจากความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยสองประชากรกว่า $t_p s_{\overline{X}-\overline{Y}}$ ข้อยืนยันจะถูกต้อง กรณีอื่นจะไม่ถูกต้อง เพราะว่า 95% ของความแตกต่างที่ได้รับ (ภายใต้การชักตัวอย่างการสุ่ม) ระหว่างสองค่าเฉลี่ยกลุ่มตัวอย่างจะอยู่ในช่วง 95%ของการยืนยันที่ทำโดยกระบวนการต่อไปนี้จะถูกต้อง ถ้าเราชักคู่ของตัวอย่างโดยการสุ่ม ความน่าจะเป็นคือ .95 ที่การประมาณช่วงสร้างโดยกระบวนการนี้ ($(\overline{X} - \overline{Y}) \pm t_p s_{\overline{X}-\overline{Y}}$) จะรวมค่าจริงของ $\mu_X - \mu_Y$

ตัวอย่าง จากการวิจัยทางคลินิกอ้างว่ามีวิธีใหม่ในการรักษาโรคหวาดระแวง (paranoid schizophrenia)ได้ดีกว่า สุ่มคนไข้ 30 คนเป็นกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มกลุ่มละ 15 คน กลุ่มหนึ่งจะได้รับวิธีการรักษาแบบใหม่ อีกกลุ่มได้รับการรักษาแบบมาตรฐาน มีคนไข 2 คนในการรักษาแบบใหม่อยู่ไม่ครบเวลาการศึกษา เราจะกำหนดกลุ่มรักษาแบบใหม่เป็น X และกลุ่มที่รักษาตามแบบมาตรฐานเป็น Y เราต้องการคำนวณ 99% ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับข้อมูลต่อไปนี้ (คะแนนสูงแสดงความหวาดระแวงมาก)

ตาราง

การรักษาแบบใหม่	การรักษาแบบมาตรฐาน
$\bar{X}$ = 88.0	$\bar{Y}$ = 91.0
s_X = 11	s_y = 13.0
n_X =13	n_Y = 15

วิธีทำ สำหรับตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน df = $(n_x - 1) + (n_y - 1)$ และ t_p ต้องตรวจสอบ ในการนำเสนอปัญหา df = 26 และค่าวิกฤตของ t คือ $t_{.005}$ = 2.779 ความคาดเคลื่อนมาตรฐานของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยกำหนดโดยสูตร

$$s_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2 + \sum(Y-\bar{Y})^2}{(n_X - 1) + (n_Y - 1)}\left(\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}\right)}$$

จากโจทย์ข้อนี้ถ้า $s_{\bar{X}-\bar{Y}}$ = 4.21 ช่วงความเชื่อมั่น 99% $\delta = 0.01, \delta/2 = 0.005$ หาจาก

$$(\bar{X} - \bar{Y}) \pm t_{.005} s_{\bar{X}-\bar{Y}}$$

ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด
= (88.0 – 91.0)-(2.779)(4.21)	= (88.0 – 91.0)+(2.779)(4.21)
= -3.0 – 11.70	= -3.0+11.70
= -14.70	= 8.70

ซึ่งจะได้

$$C[-14.7 \le (\mu_X - \mu_Y) \le +8.7] = .99$$

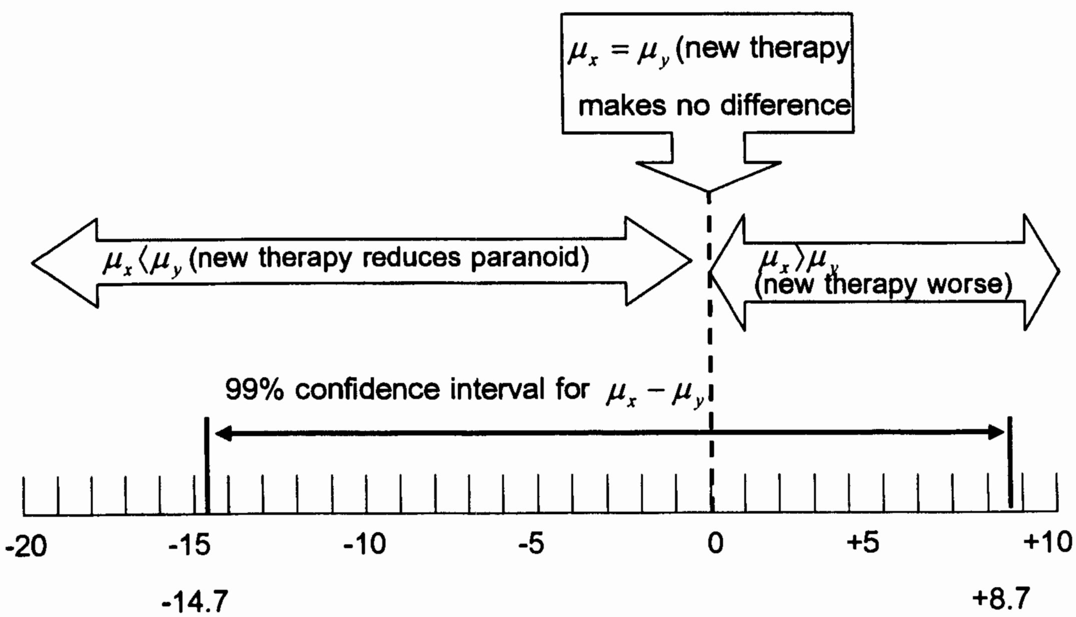
ค่าลบสำหรับ $\mu_X - \mu_Y$ บ่งชี้ μ_Y ใหญ่กว่า μ_X ในขณะที่ค่าบวกบ่งชี้ μ_X ใหญ่กว่า μ_Y

เราสามารถหาว่าที่เชื่อมั่น 99%ความแตกต่างที่แท้จริงระหว่างอัตราค่าเฉลี่ยความหวาดระแวง จะตกที่ไหนสักแห่งระหว่าง -14.70 ถึง 8.70 ซึ่งแสดงในรูป 6.3 สังเกตว่าความแตกต่างของ 0 หรือไม่มีความแตกต่างทั้งหมด ตกในช่วง

ตัวอย่างที่แล้วแสดงกระบวนการที่เหมาะสมสำหรับตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน เมื่อตัวอย่างเป็นอิสระกระบวนการจะเหมือนกันยกเว้นการคำนวณ $s_{\bar{X}-\bar{Y}}$ สำหรับตัวอย่างที่ไม่เป็นอิสระต่อกันกำหนดโดยสูตร

$$s_{\bar{X}-\bar{Y}} = \sqrt{S_{\bar{X}}^2 + S_{\bar{y}}^2 - 2r_{XY}S_{\bar{X}}S_{\bar{Y}}}$$

ระลึกว่าเมื่อกลุ่มตัวอย่างไม่เป็นอิสระต่อกัน df = n-1 เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ของคะแนนค่าของ t_p ควรแยกแยะดังนี้



รูป 6.3 99% ช่วงความเชื่อมั่นสำหรับความแตกต่างที่แท้จริงในการศึกษาอัตราความหวาดระแวง

4 การคำนวณช่วงการประมาณ

สรุปการคำนวณสำหรับค่าเฉลี่ยเชิงเดี่ยวเราหา

$$d_1 = \frac{t_p s_{\bar{X}}}{s_X} \qquad \text{..........(6.1)}$$

เมื่อ d_1 เป็นความแตกต่างระหว่าง $\bar{X}$ และลิมิตภายนอก (outer limit) ของการประมาณช่วงที่แสดงในพจน์ของจำนวนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร สูตรนี้มีความสะดวกถ้าได้คำนวณการประมาณช่วงในเบื้องต้น

เราสามารถประยุกต์แนววิธีเดียวกันกับการประมาณช่วงของความแตกต่างระหว่างสองค่าเฉลี่ย ให้เรานำการประมาณช่วง C[-14.7 $\le (\mu_X - \mu_Y) \le$ +8.7] = .99 ที่คำนวณไว้ในตอนต้น ในการแสดงความแตกต่างในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เราคำนวณ

$$d_2 = \frac{t_p s_{\bar{X}-\bar{Y}}}{s_{av}} \qquad \text{..........(6.2)}$$

เมื่อ d_2 เป็นความแตกต่างระหว่าง ($\bar{X}$ - $\bar{Y}$) และลิมิตภายนอกของการประมาณช่วงแสดงในพจน์ของจำนวนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปร และ s_{av} เป็นค่าเฉลี่ยของ s_X และ s_Y ประยุกต์สูตรนี้กับการประมาณช่วงปัจจุบัน จะได้

$$d_2 = \frac{(2.779)(4.21)}{(11.0+13.0)/2} = 0.97$$

สิ่งนี้ยืนยันว่าความแตกต่างระหว่าสองค่าเฉลี่ยที่แท้จริงอยู่ใน 0.97 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความแตกต่างที่ได้รับตามช่วงความเชื่อมั่น 99%

5 ขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดสำหรับการประมาณของ μ_X และ $\mu_X - \mu_Y$

สมมุติเราต้องการประมาณ μ_X ซึ่งมันจะไม่ไกลจาก $\bar{X}$ กว่าจำนวนที่กำหนด ซึ่งสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นเท่ากับ.95 ถ้าเราสามารถประมาณก่อนที่เราจะเริ่มต้น มันเป็นไปได้ที่จะประมาณขนาดของกลุ่มตัวอย่างที่ต้องการผลอันนี้ ความต้องการขนาดกลุ่มตัวอย่างกำหนดโดย

ขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ต้องการสำหรับการประมาณช่วงของ μ_X ของความกว้างที่กำหนดให้

$$n = \left(\frac{\sigma z_p}{w}\right)^2 \qquad \text{..........(6.3)}$$

เมื่อ w เป็นระยะทางที่มากที่สุด ที่ต้องการระหว่าง $\bar{X}$ และลิมิตของการประมาณของ μ_X ถ้า σ_X ประมาณเป็น 16 และเรามีเป้าหมายประมาณ μ_X ด้วยความเชื่อมั่น 95% ที่มันจะไม่ไกลจาก $\bar{X}$ ไปกว่า 4 จุด การคำนวณจะเป็น

$$n = \left(\frac{(16)(1.96)}{4}\right)^2 = 61$$

เมื่อสร้างช่วงที่ขึ้นกับการประมาณ σ_X จากตัวอย่าง การประมาณขนาดของตัวอย่างเป็นการประเมินค่าต่ำเกินจริง โดยเฉพาะถ้าต้องการกลุ่มตัวอย่างเล็ก ในกรณีนี้เป็นสิ่งดีที่สุดที่จะใช้กลุ่มตัวอย่างที่ใหญ่กว่าที่กำหนดในสูตร 6.3 ตามข้อเท็จจริง เมื่อใดก็ตามที่เป็นสิ่งสำคัญ ควรจะมีกรณีที่มากกว่าสูตร 6.3 ที่แนะนำ

เราสามารถประมาณ $\mu_X - \mu_Y$ ด้วยระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดที่มันไม่ไกลจาก $(\bar{X} - \bar{Y})$ กว่าจำนวนที่กำหนดให้ เริ่มต้นเราจะพิจารณากรณีสำหรับตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกัน เมื่อตัวอย่างมีขนาดใกล้เคียงกันและมีเหตุผลที่เชื่อได้ว่า $\sigma_X = \sigma_Y$ (หรือเกือบเท่ากัน) เราจะหาขนาดของแต่ละกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มโดยคำนวณขนาดของตัวอย่างตามสูตร 6.3 และคูณผลนั้นด้วย 2 ในการประยุกต์นี้ของสูตร w เป็นค่าสูงสุดของคะแนน (score point)

ระหว่าง $(\bar{X}-\bar{Y})$ และขีดจำกัดของการประมาณของ $\mu_X - \mu_Y$ ในการประยุกต์เป็นไปได้ที่จะทำอย่างน้อยค่าประมาณของ σ

สมมุติเราต้องการประมาณ $\mu_X - \mu_Y$ ด้วยความเชื่อมั่น 95% ที่มันจะไม่ไกลจาก $(\bar{X}-\bar{Y})$ กว่า 4 จุดคะแนน (score point) และที่เราสามารถอยู่บนสมมุติฐานที่ปลอดภัย $\sigma_X = \sigma_Y$ = 16 ขนาดของตัวอย่างเท่าไรเป็นสิ่งที่ต้องการ การคำนวณคือ

$$n = 2\left[\frac{(16)(1.96)}{4}\right]^2 = 123$$

ถ้าตัวอย่างไม่เป็นอิสระต่อกัน เราจะหาจำนวนของคู่ของสมาชิกโดยกระบวนการเดียวกัน ยกเว้นว่าเราคูณผลค่าของ n ด้วย (1-p) อีกครั้ง เราต้องประมาณ ρ (ค่าของสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียรสันสำหรับประชากร)

6 ความสัมพันธ์ระหว่างการประมาณช่วงและการทดสอบสมมุติฐาน

การประมาณช่วงและการทดสอบสมมุติฐานเป็นสองด้านของเหรียญเดียวกันสำหรับพารามิเตอร์ของประชากรส่วนใหญ่หรือความแตกต่างของสองประชากรช่วงความเชื่อมั่นบรรจุทุกค่าของ H_0 ที่ควรยอมรับที่ใช้การทดสอบโดยใช้ $\alpha =$ 1-C (สำหรับสมมุติฐานแย้งที่ไม่มีทิศทาง) ถ้าค่าเฉพาะใน H_0 ตกในช่วง เราจะยอมรับ H_0 ในการทดสอบสมมุติฐาน ในขณะที่ถ้าค่านั้นตกนอกช่วงเราจะปฏิเสธ

พิจารณาตัวอย่าง ปัญหาหนึ่งมี $\bar{X}-\bar{Y}$ = +12, $S_{\bar{X}-\bar{Y}}$ = 4.8 และ n =25 สำหรับทั้งสองกลุ่ม เมื่อสมมุติฐานว่างของความแตกต่างเป็นศูนย์ถูกทดสอบ t = 12/4.8 = +2.5 ความแตกต่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 ($t_{crit} = \pm 2.02$ สำหรับระดับขั้นความเสรี

เนื่องจาก $\bar{X}-\bar{Y} \pm 2.02(4.8) = 12 \pm 2.02(4.8)$

คำนวณการประมาณช่วงจากข้อมูลชุดเดียวกันจะได้

$$C[\,2.30 \le (\mu_X - \mu_Y) \le 21.70] = .95$$

การประมาณช่วงนี้กล่าวว่าค่า μ_X มากกว่า μ_Y จาก 2.30 ถึง 21.70 สังเกตว่าช่วงไม่รวมความแตกต่างที่เป็นศูนย์ นอกจากนั้น การประมาณช่วงให้ข้อมูลว่าความแตกต่างที่แท้จริงควรเป็นเท่าไร

พิจารณาตัวอย่างอื่นๆเช่น ถ้าการประมาณช่วงได้เป็น C[$-7.70 \leq (\mu_X - \mu_Y) \leq 11.70$] เราจะพบว่า ศูนย์อยู่ระหว่างค่าที่เป็นไปได้ที่ความแตกต่างอาจเกิดขึ้น เมื่อเราทดสอบสมมุติฐานว่างที่ไม่มีความไม่แตกต่างที่ α =.01 จะได้ว่า t เล็กกว่าค่าที่จำเป็นต้องปฏิเสธสมมุติฐาน

แบบฝึกหัดที่ 6

1. กำหนด $\overline{X}$ = 60, s_X = 10, n = 100 จงสร้างการประมาณช่วงของ μ_x เมื่อ
   1.1 C = .95 　　1.2 C = .99
2. กำหนด $\overline{X}$ = 114, s_X = 32, n = 84 จงสร้างการประมาณช่วงของ μ_x เมื่อ
   2.1 C = .95 　　2.2 C = .99
3. กำหนด $\overline{X}$ = 164, s_X = 22, n_X = 34, $\overline{Y}$ = 172, s_y = 20, n_Y = 50 สมมุติว่ากลุ่มตัวอย่างเป็นอิสระต่อกัน จงสร้างการประมาณช่วงของ $\mu_x - \mu_Y$ เมื่อ
   3.1 C = .95 　　3.2 C = .99
4. กำหนด $\overline{X}$ = 94, s_X = 16, n_X = 65, $\overline{Y}$ = 89, s_y = 18, n_Y = 80 สมมุติว่ากลุ่มตัวอย่างเป็นอิสระต่อกัน จงสร้างการประมาณช่วงของ $\mu_x - \mu_Y$ เมื่อ
   4.1 C = .95 　　4.2 C = .99
5. กำหนด $\overline{X}$ = 2.80, s_X = 0.28, n_X = 16,
   5.1 จงสร้างการประมาณช่วงของ μ_x เมื่อ C = .95
   5.2 คำนวณ d_1
6. ใช้ข้อมูลในปัญหาข้อ 3 ตีความการประมาณช่วง $\mu_x - \mu_Y$ ในพจน์ของ d_2 โดยใช้ C = .95 การประมาณมีความแม่นยำหรือไม่อธิบาย