บทที่ 4

การแจกแจงปกติ คะแนน z และคะแนน t

1. โค้งปกติ

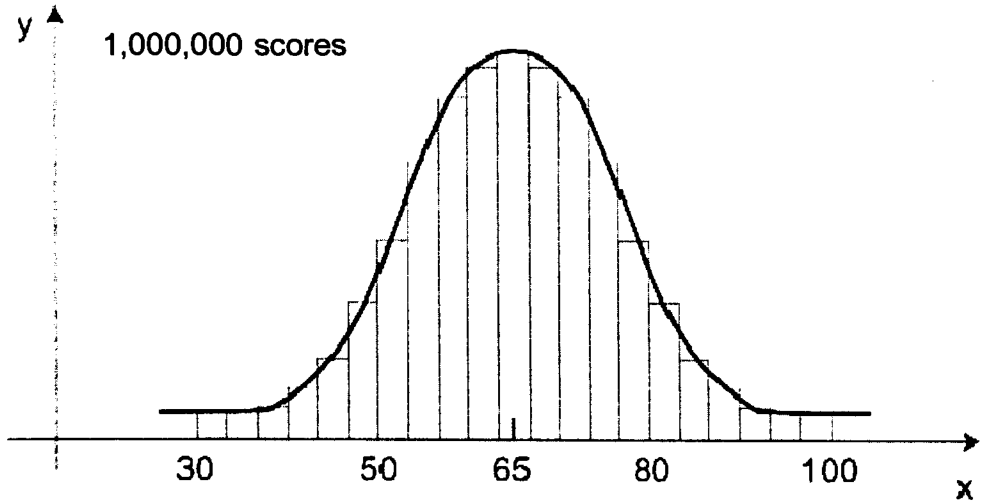
การแจกแจงส่วนใหญ่ที่เราพิจารณาในตอนนี้มักเป็นข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่อง (discrete) นั่นคือ ตัวแปรการสุ่มมีจำกัด หรือนับได้ไม่สิ้นสุด ในตอนนี้เราจะพิจารณาสิ่งสำคัญของการแจกแจงที่เรียกว่า การแจกแจงปกติ (normal distribution) ซึ่งต่อเนื่องไม่ใช่เซตจำกัดหรือนับได้ไม่สิ้นสุด ตัวอย่างของตัวแปรสุ่มที่เป็นการแจกแจงปกติคือคะแนนผลทดสอบ ความสูงของคน และน้ำหนักของคน

ยกตัวอย่าง สมมุติว่านักเรียน 40 คนทดสอบวิชาสังคมศึกษาซึ่งมีคะแนนเต็ม 100ได้ค่าเฉลี่ย 65 ดังนั้นจะมีคะแนนส่วนหนึ่งที่มากกว่า 65 และมีคะแนนอีกส่วนหนึ่งน้อยกว่า 65 โดยปกติเราอาจพบว่าเมื่อกำหนดคะแนนในรูปค่าเฉลี่ย อาจมีบางคนได้คะแนนเท่ากับค่าเฉลี่ย และเราจะพบว่าผู้ที่ได้คะแนนใกล้เคียง 80 คะแนนอาจมีมากกว่าผู้ที่ได้คะแนนใกล้เคียง 90 คะแนน และจำนวนผู้ที่ได้คะแนนใกล้เคียง 60 คะแนน จะมากกว่าจำนวนผู้ที่ได้คะแนนใกล้เคียง 50 คะแนน

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการแจกแจง

เราวาดโค้งให้โค้งเรียบ (smooth) โดยตลอดยอดของแท่งฮิทโทแกรม สังเกตโค้งมีรูปร่างเหมือนระฆังคว่ำ พื้นที่ใต้โค้งจะแทนความน่าจะเป็นและเป็น 1 ซึ่งประมาณพื้นที่ของแท่งฮิสโทแกรม

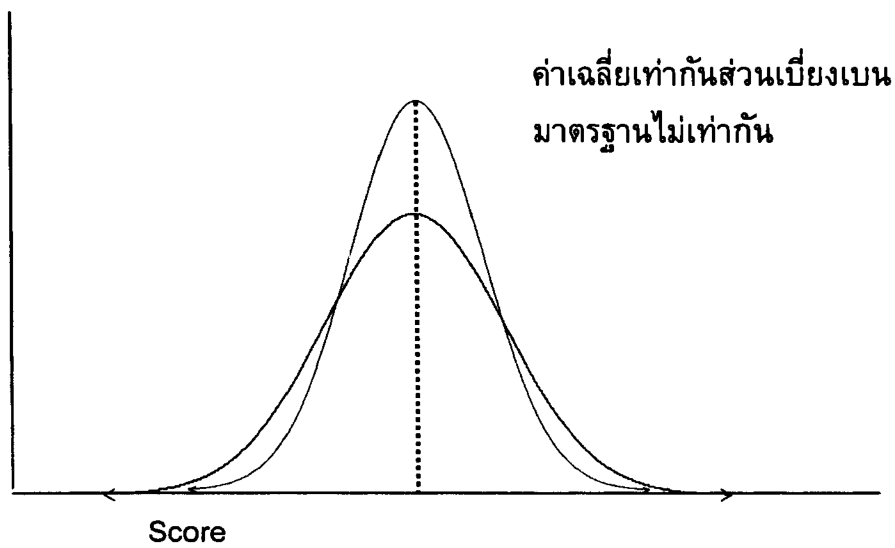
ถ้านักเรียน 1,000,000 คนทดสอบ และเราสร้างอันตรภาคชั้นให้เล็กลง เราจะได้กราฟ ดังรูป 4.1

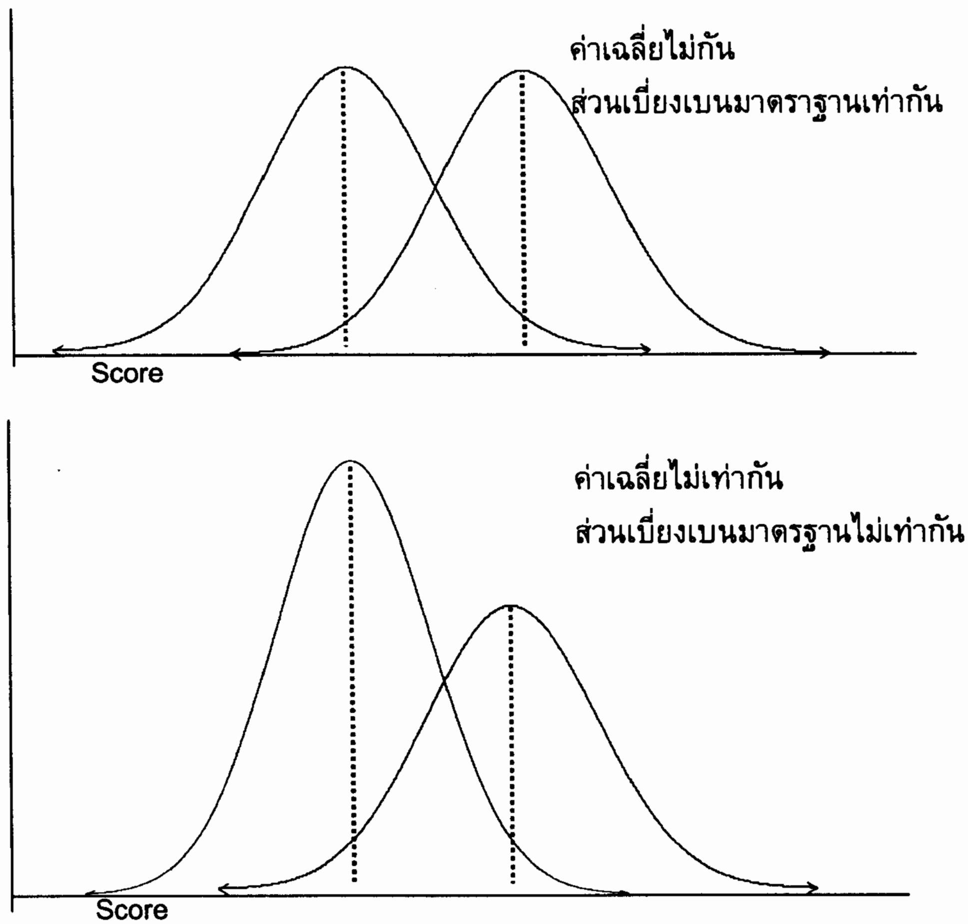


รูป 4.1

พื้นที่ของแท่งทั้งหมดยังคงเป็น 1 และยิ่งมีค่าใกล้เคียงกับพื้นที่ใต้โค้ง

โค้งระฆังเหล่านี้ เรียกว่า โค้งปกติ หรือการแจกแจงความน่าจะเป็นปกติ (normal curves or normal probability distributions) โค้งเหล่านี้เราจะพิจารณากรณีที่ค่าเฉลี่ย μ และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ดังตัวอย่างที่แสดงในรูป 4.2





รูป 4.2

สมการของโค้งปกติ คือ $Y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}, -\infty < x < \infty$

เมื่อ Y คือความถี่

N คือจำนวนกรณี(cases)

X คือคะแนนดิบ

μ คือค่าเฉลี่ยของชุดของข้อมูล

σ คือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุดของข้อมูล

$\pi \approx 3.1416$

$e \approx 2.7183$

ตัวแปรที่ใช้ตรวจสอบค่า Y คือ X , μ , σ และ N เมื่อ N = 1 จะได้

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\{(x-\mu)/\sigma\}^2} \quad , -\infty < x < \infty$$

หรือ $$Y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(z^2/2)} \quad , \mu = 0 \text{ และ } \sigma = 1$$

ในรูปนี้มีเฉพาะตัวแปร z ที่ใช้ตรวจสอบค่า Y

กล่าวอย่างสั้นๆได้ว่า Y ในโค้งปกติไม่สามารถตีความเป็นความถี่ มันเป็นความสูงของโค้งที่สอดคล้องกับ (จุด) ค่า X ความถี่ตีความได้เสมือนพื้นที่ใต้โค้งปกติที่ตกระหว่างสองค่าของ X (ความถี่ของคะแนนภายในช่วงนั้น) ความถี่ของคะแนนในช่วงของความกว้างของอันตรภาคชั้นซึ่งขึ้นกับช่วงที่กำหนดบนแกนนอน ถ้าระยะทางระหว่างสองตัวแปรของ X ทำให้เล็กลงแต่มีปริมาณจำกัด พื้นที่ระหว่างขีดจำกัดเหล่านี้จะเป็นสัดส่วนโดยประมาณกับความสูงของโค้งที่จุดกึ่งกลางของขีดจำกัด ในความรู้สึกนี้เราอาจแนะนำว่า Y ในโค้งปกติอาจแสดงความถี่

2. ค่ามาตรฐาน (standard score) (z scores)

มันเป็นไปได้ที่จะใช้คะแนนดิบในการเปรียบเทียบและตัดสินใจว่านักเรียนในห้องเดียวหรือในกลุ่มประชากรใดประชากรหนึ่ง ใครมีความสามารถมากกว่ากัน ถ้าข้อสอบชุดนั้นเป็นข้อสอบชุดเดียวกัน แต่บางครั้งเราอาจพิจารณาได้ว่านักเรียนคนใดคนหนึ่งหรือนักเรียนสองคนใด ๆ ใครมีความสามารถในการเรียนวิชาใดมากกว่ากันเมื่อเทียบกับกลุ่มประชากรนั้น ๆ ซึ่งแนวทางในการเปรียบเทียบสามารถทำได้เนื่องจากเราสามารถแปลงคะแนนดิบไปเป็นคะแนนหรือค่ามาตรฐาน z ดังนี้

ถ้าประชากรมีข้อมูลตัวที่ i เป็น x_i จากข้อมูล N จำนวน โดยที่ข้อมูลมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ แล้วค่ามาตรฐานของข้อมูล x_i คือ

$$z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \ldots, N$$

ถ้ากลุ่มตัวอย่างมีข้อมูลตัวที่ i เป็น x_i จากข้อมูล n จำนวน โดยที่ข้อมูลมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น $\overline{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น s แล้วค่ามาตรฐานของข้อมูล x_i คือ

$$z_i = \frac{x_i - \overline{X}}{s} \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \ldots, N$$

ตัวอย่างที่ 1 ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจำนวน 10 คนซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ปรากฏนักเรียนได้คะแนนเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้

3, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 10

จงหา คะแนน z ของคะแนนดิบ 5 และคะแนนดิบ 7

วิธีทำ หา μ และ σ เพื่อนำไปหาคะแนนมาตรฐานดังนี้

$$\mu = \frac{3+4+4+5+5+6+7+7+8+10}{10}$$

$$= \frac{59}{10}$$

$$= 5.9$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{(3-5.9)^2 + 2(4-5.9)^2 + 2(5-5.9)^2 + (6-5.9)^2 + 2(7-5.9)^2 + (8-5.9)^2 + (10-5.9)^2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{8.41+7.22+1.62+0.01+2.42+4.41+16.81}{10}} \approx 2.02$$

หาคะแนน z ของคะแนนดิบ 5

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{5-5.9}{2.02} = -0.4455$$

นั่นคือ นักเรียน ที่ได้คะแนน x = 5 มีคะแนน z เป็น -0.4455

หาคะแนน z ของคะแนนดิบ 7

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{7-5.9}{2.02}$$

$$= 0.5446$$

นั่นคือ นักเรียน ที่ได้คะแนน x = 7 มีคะแนน z เป็น 0.5446

ตัวอย่างที่ 2 ผลการสำรวจราคาสินค้าชนิดหนึ่งจากร้านค้า 7 ร้าน มีราคาซึ่งมีหน่วยเป็นบาท ดังนี้

14, 15,15,16,17, 17,18

จงแปลงคะแนนเป็นคะแนน z และหา $\bar{z}$ และ $s_{\bar{z}}$

วิธีทำ แปลงคะแนนดิบเป็นคะแนน z โดยใช้สูตร

$$z = \frac{x_i - \overline{X}}{s}$$

ดังนั้นในขั้นแรกต้องหา $\overline{X}$ และ s ดังนี้

$$\overline{X} = \frac{14+2(15)+16+2(17)+18}{7}$$

$$= \frac{112}{7}$$

$$= 16$$

$$s = \sqrt{\frac{(14-16)^2+2(15-16)^2+(16-16)^2+2(17-16)^2+(18-16)^2}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{4+2+0+2+4}{7}}$$

$$\approx 1.31$$

หาคะแนน z ของคะแนน 14, 15,15,16,17, 17 และ18

$$z_1 = \frac{x_1 - \overline{X}}{s}$$

$$= \frac{14-16}{1.31}$$

$$= -1.5267$$

$$z_2 = \frac{x_1 - \overline{X}}{s}$$

$$= \frac{15-16}{1.31}$$

$$= -0.7634$$

$$z_3 = z_2 = -0.7634$$

$$z_4 = \frac{16-16}{1.31}$$

$$= 0$$

$$z_5 = \frac{17-16}{1.31}$$

$$= 0.7634$$

$$z_6 = z_5 = 0.7634$$

$$z_7 = \frac{x_7 - \overline{X}}{s}$$

$$= \frac{18-16}{1.31}$$

$$= 1.5267$$

หา $\bar{z}$ จะได้

$$\bar{z} = \frac{(-1.5267)+(-0.7634)+(-0.7634)+0+0.7634+0.7634+1.5267}{7}$$

$$= 0$$

หา $s_{\bar{z}}$ $= \sqrt{\dfrac{(-1.5267)^2 + 2(-0.7634)^2 + 2(0.7634)^2 + 1.5267^2}{7}}$

$$\approx \sqrt{\frac{2.33 + 1.17 + 1.17 + 2.33}{7}}$$

$$= \sqrt{\frac{7}{7}}$$

$$= 1$$

ตัวอย่างที่ 3 จากผลการสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 64 คน ปรากฏว่า นางสาวอ้อและกลุ่มมีผลการสอบในสองวิชาดังตารางต่อไปนี้

วิชา	คะแนนที่ได้	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
คณิตศาสตร์	74	65	12.3
ภาษาอังกฤษ	68	52	14.6

จงหาว่านางสาวอ้อเก่งวิชาใดมากกว่ากันเมื่อเทียบกับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นี้

วิธีทำ แปลงคะแนนดิบเป็นคะแนน z จะได้ว่า

นางสาวอ้อมี คะแนน z วิชาคณิตศาสตร์เป็น

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{74 - 65}{12.3}$$

$$= 0.7317$$

นางสาวอ้อมีคะแนน z วิชาภาษาอังกฤษเป็น

$$z = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{68 - 52}{14.6}$$

$$= 1.0958$$

เนื่องจากนางสาวอ้อมีคะแนนมาตรฐานของวิชาภาษาอังกฤษมากกว่าคะแนนมาตรฐานของวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นเมื่อเทียบจากกลุ่มจะพบว่านางสาวอ้อเก่งวิชาภาษาอังกฤษมากกว่าวิชาคณิตศาสตร์

ตัวอย่างที่ 4 ในการตัดสินผลผู้ขายดีเด่นประจำแต่ละเดือน จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของคะแนน z ของยอดเงินที่ขายสินค้าแต่ละตัวได้ในเดือนจากสินค้า สามตัว ปรากฏว่า นายอุดมและนายถนัดเป็นสองคนที่มีคะแนนอยู่ในเกณฑ์ที่จะได้รับรางวัล มียอดขายสินค้าแต่ละตัว โดยมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขายของพนักงานซึ่งมีหน่วยเป็นหมื่นบาท ดังนี้

สินค้า	อุดม	ถนัด	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
1	75	67	56	12.3
2	68	70	55	14.2
3	63	68.5	54	11.5

จงหาว่าอุดมและถนัดใครควรได้รางวัลมากกว่ากัน

วิธีทำ แปลงคะแนนเป็นคะแนน z จากสูตร

นายอุดมมีคะแนน z ดังนี้

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} = \frac{75-56}{12.3} = 1.5447$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma} = \frac{68-55}{14.2} = 0.9155$$

$$z_3 = \frac{x_3 - \mu}{\sigma} = \frac{63-54}{11.5} = 0.7826$$

ค่าเฉลี่ยของคะแนน z ของนายอุดมคือ $\frac{3.2428}{3}$ = 1.0809

นายถนัดมีคะแนน z ดังนี้

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{67-56}{12.3}$$

$$= 0.8943$$

$$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{70-55}{14.2}$$

$$= 1.0563$$

$$z_3 = \frac{x_3 - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{68.5-54}{11.5}$$

$$= 1.25$$

ค่าเฉลี่ยของคะแนน z ของนายถนัดคือ $\frac{3.2006}{3}$ = 1.066

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของค่ามาตรฐานของนายอุดมสูงกว่านายถนัด ดังนั้นนายอุดมจึงควรได้รางวัลมากกว่านายถนัด

สมบัติของค่ามาตรฐาน

ค่ามาตรฐานมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1

พิสูจน์

ให้ข้อมูลเป็นคะแนนดิบ x_1 , x_2, x_3, ... , x_N ค่ามัชฌิมเลขคณิตเท่ากับ μ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ

นั่นคือ $\mu = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N}$ และ $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x-\mu)^2}{N}}$

เนื่องจาก $z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma}$

$z_2 = \frac{x_2 - \mu}{\sigma}$

.

.

.

$z_N = \frac{x_N - \mu}{\sigma}$

หาค่าเฉลี่ยของคะแนน z จะได้

$$\bar{z} = \frac{z_1 + z_2 + \ldots + z_N}{N}$$

เนื่องจาก $z_1 + z_2 + \ldots + z_N = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} + \frac{x_2 - \mu}{\sigma} + \ldots + \frac{x_N - \mu}{\sigma}$

$$= \frac{1}{\sigma}\left(\sum_{i=1}^{N} x_i - N\mu\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma}(N\mu - N\mu)$$

$$= 0$$

ดังนั้น $\bar{z} = \frac{z_1 + z_2 + \ldots + z_N}{N} = \frac{0}{N} = 0$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ z

$$\sigma_{\bar{z}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (z_i - 0)^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} z_i^{\,2}}{N}}$$

เนื่องจาก $z_1^2 = \left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right)^2$

$$z_2^2 = \left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right)^2$$

.

.

.

$$z_N^2 = \left(\frac{x_N - \mu}{\sigma}\right)^2$$

ดังนั้น $\sigma_{\bar{z}} = \frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}} = \frac{1}{\sigma}\sigma = 1$

การใช้คะแนน z คำนวณหาจำนวนร้อยละของคะแนนที่อยู่ต่ำกว่าคะแนนที่กำหนดให้คือ ค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์ (percentile rank) ของคะแนนนั้น คะแนนใดๆ สามารถแปลงเป็นคะแนน z โดยใช้ตาราง z ที่ร้อยละของคะแนนในพื้นที่ต่างๆใต้โค้งจะช่วยให้นักศึกษาคำนวณ ค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์ ที่เกี่ยวกับคะแนน z ได้โดยง่าย เราต้องระลึกไว้ด้วยว่า ค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์สามารถใช้กับการแจกแจงที่ไม่เป็นการแจกแจงปกติ อย่างไรก็ตาม ในการคำนวณค่า ลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์ด้วยตาราง z กำหนดว่าคะแนนเป็นการแจกแจงปกติ

ตัวอย่าง จงหาค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์ของคะแนน 16 เมื่อ $\overline{X} = 18$ และ $s = 4$

วิธีทำ คะแนน z ของ 16 คือ

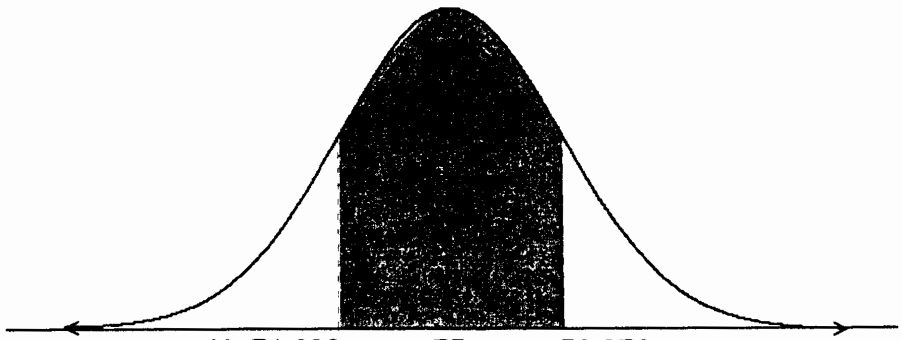
$$z = \frac{16-18}{4} = -0.5$$

เปิดตาราง ที่ z = 0.5 จะได้พื้นที่ใต้ค่า Z เป็น .6915 และพื้นที่ z = 0.5 เป็น 0.1915 เหนือค่า Z เป็น .3085 ดังนั้นค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็นไทล์ของคะแนนที่อยู่ต่ำกว่า z = -0.5 เป็น 30.85

การหาพิสัยระหว่างควอร์ไทล์

เราได้เรียนการหาพิสัยระหว่างควอร์ไทล์มาแล้ว ในตอนนี้จะเสนอตัวอย่างเพิ่มเติม

ตัวอย่าง การแจกแจงมี μ = 75 และ σ = 5 จงหาพิสัยระหว่างควอร์ไทล์



รูป 4.3

วิธีทำ จากรูปแสดงจุดกึ่งกลาง 50% ของการแจกแจง คุณต้องการหา z ที่ต่ำกว่าจุดกึ่งกลาง 50% ลงไป 25% นั่นคือหาคะแนนที่ตรงกับ Q_1 และหาค่า z ที่สูงกว่าจุดกึ่งกลาง 50% ขึ้นไป อีก 25% นั่นคือหาคะแนนที่ตรงกับ Q_3 เนื่องจากจุดกึ่งกลาง 50% ตรงกับคะแนน 78 คะแนน

พื้นที่ 25% = 0.25 เหนือค่าเฉลี่ยตรงกับ z = 0.675 เนื่องจากการแจกแจงเป็นสมมาตร 50% ของคะแนนตกระหว่าง z ± 0.675 ดังนั้นเราต้องเปลี่ยนจากคะแนน z เป็นคะแนนดิบ x

จาก $z = \dfrac{x - \mu}{\sigma}$

เมื่อ z = -0.674 จะได้

$$-0.674 = \frac{x - 75}{5}$$

$$X = 71.630$$

เมื่อ z = 0.674 จะได้

$$0.674 = \frac{x - 75}{5}$$

$$X = 78.370$$

ดังนั้นพิสัยระหว่างควอไทล์คือ 78.370 – 71.630 = 6.740

3. คะแนน t

คะแนน z จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1 เมื่อใช้คะแนน z เราจะเกี่ยวข้องกับทศนิยมและค่า z ที่เป็นลบ บางครั้งเราจึงแปลงจากคะแนน z ไปเป็นคะแนน t ซึ่งมีสูตร

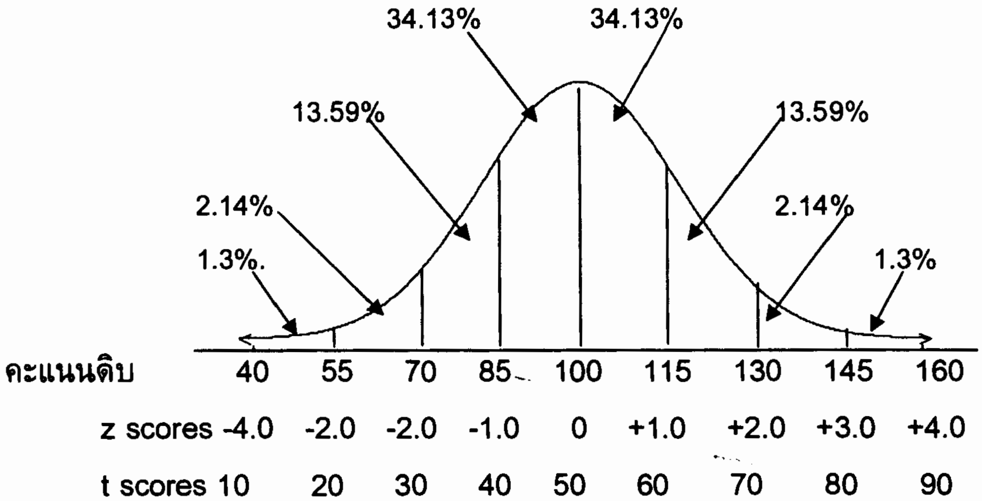
$$t = 10z + 50$$

เปรียบเทียบคะแนน z และคะแนน t

คะแนน z	คะแนน t = 10z +50
-4.0	10
-3.0	20
-2.0	30
-1.0	40
0	50
+1.0	60
+2.0	70
+3.0	80
+4.0	90

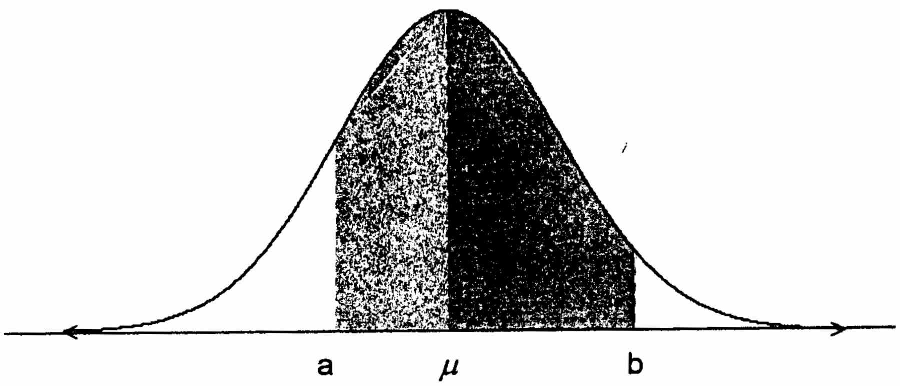
การแจกแจง t จะมีค่าเฉลี่ยเป็น 50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 10 คะแนน t ปกติใช้ทดสอบความสามารถ บุคลิกภาพหรือการวัดทางจิตวิทยา การทดสอบทางจิตวิทยาอันหนึ่งที่มีชื่อเสียงที่รายงานในรูปของคะแนน t คือ the Minnesota Multiphasic Personality Inventory (MMPI) คะแนนทดสอบมีค่าเฉลี่ยเป็น 500 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 10 ซึ่งคะแนน 1.5 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหนือค่าเฉลี่ย (เช่น 65) ถูกพิจารณาว่าเป็นสัญญาณของความผิดปกติ(abnormality)

รูป 4.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนดิบ คะแนน z และคะแนน t ของการแจกแจงปกติ คะแนนดิบใช้แสดงความสามารถและขึ้นกับหน่วยของการวัดที่ใช้ในการศึกษา



4. การแจกแจงปกติ (normal distribution)

สมบัติสำคัญของโค้งปกติ



รูป 4.5

พื้นที่จาก a ถึง b ในหนังสือสถิติทั่วไปอาจเขียนแทนด้วย $p(a \le x \le b)$

ทฤษฎีบท สำหรับตัวแปรสุ่ม X ที่เป็นการแจกแจงปกติที่มีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น μ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น σ :

1. พื้นที่ใต้โค้งเป็น 1

2. โค้งขยายออกไปทั้งสองทางอย่างไม่สิ้นสุด (indefinitely) และใกล้แกน X ไปทุกขณะในขณะที่ค่าห่างออกจากค่าเฉลี่ย

3. โค้งเป็นสมมาตรออกจากค่าเฉลี่ย μ นั่นคือ ถ้าส่วนของโค้งของด้านซ้ายเส้นตรง $x = \mu$ สะท้อนข้ามเส้นตรงมันจะทับส่วนของโค้งทางด้านขวาของเส้นตรง $x = \mu$ ได้สนิทพอดี ในพจน์ของพื้นที่ซึ่งหมายความว่า

$$p(x < \mu) = p(x > \mu) = \frac{1}{2}$$

4. $p(a \leq x \leq b)$ คือพื้นที่ภายใต้โค้งจาก a ถึง b

5. $p(x = a) = 0$

6. $p(x < a) = p(x \leq a)$

7. $p(x < a) = 1 - p(x \geq a)$

ต่อไปนี้เป็นสมบัติอื่น ๆของการแจกแจงปกติกล่าวคือประมาณ 68% ของพื้นที่ใต้โค้งตกอยู่ระหว่าง $\mu - \sigma$ และ $\mu + \sigma$ พื้นที่ประมาณ 95% ตกอยู่ระหว่าง $\mu - 2\sigma$ และ $\mu + 2\sigma$ และพื้นที่ประมาณ 99% ตกอยู่ระหว่าง $\mu - 3\sigma$ และ $\mu + 3\sigma$

5. การแจกแจงปกติมาตรฐาน (the standard normal distribution)

การแจกแจงปกติมาตรฐานมีค่าเฉลี่ย 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1 ซึ่งเส้นโค้งบ่อยครั้งจะอ้างอิงถึงโค้ง z (z-curve) โค้งปกติมีความสำคัญมากในวิชาสถิติ ซึ่งเป็นพื้นฐานของงานวิจัยจำนวนมากในทางธุรกิจ ทางจิตวิทยาและสังคมศาสตร์

กำหนดการแจกแจงของคะแนน เราสนใจที่จะรู้สัดส่วนของคะแนนที่อยู่สูงกว่าหรือต่ำกว่าค่าที่กำหนดให้ หรืออยู่ระหว่างคะแนนสองค่าที่กำหนดให้ ถ้ารูปร่างของโค้งเป็นโค้งปกติมาตรฐาน เราสามารถใช้ตารางท้ายเล่ม เพื่อตอบคำถามเหล่านี้ ในตารางดังกล่าว ผลรวมของพื้นที่ใต้โค้งจะถูกกำหนดให้มีพื้นที่ 1 หน่วย ในการใช้ตาราง เราจำเป็นต้องทราบว่าโค้งปกติสมมาตร ดังนั้นพื้นที่ส่วนที่อยู่ต่ำกว่า $z = 0$ จะมีพื้นที่ 50% และพื้นที่ที่อยู่สูงกว่า $z = 0$ จะมีพื้นที่ 50%

การหาพื้นที่ใต้โค้งมีอยู่หลายกรณี เช่น

กรณีที่ 1 การหาพื้นที่ใต้โค้งปกติที่ตกเหนือคะแนนที่กำหนดให้ คำถามที่มักปรากฏบ่อย ๆดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 ผลการสอบวัดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอำเภอหนึ่งจำนวน 3,000 คน มีการแจกแจงเป็นโค้งปกติ มีค่าเฉลี่ย 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 20 จงหาสัดส่วนของพื้นที่ที่ตกเหนือคะแนน 120 ถ้าสถาบันอุดมศึกษาต้องการคัดเลือกนักเรียนเข้าสถาบันอุดมศึกษาโดยเลือกเฉพาะนักเรียนที่มีคะแนนมากกว่า 120 คะแนนจะมีนักเรียนที่ได้รับการคัดเลือกเข้าสถาบันอุดมศึกษาประมาณกี่คน

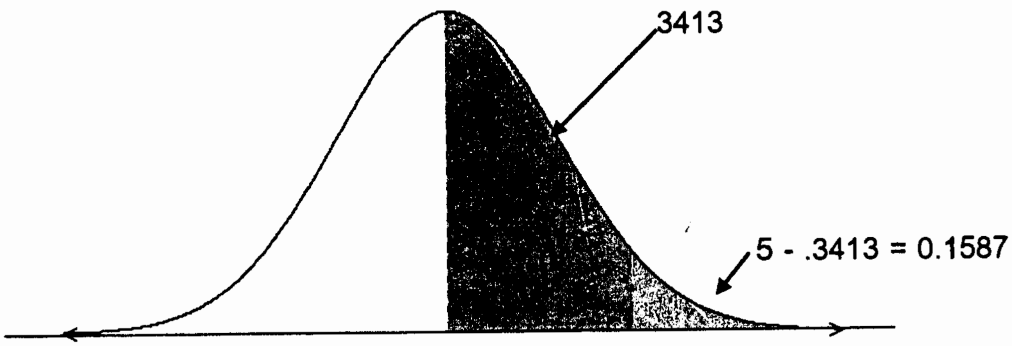
วิธีทำ แปลงคะแนนเป็นคะแนน z โดยใช้สูตร

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

เมื่อ $x = 120$, $\mu = 100$ และ $s = 20$ จะได้

$$z = \frac{120-100}{20}$$

$$= 1$$



รูป 4.6

เปิดตาราง z พื้นที่เหนือค่า z เท่ากับ 0.1587 พื้นที่คิดเป็น 15.87% นั่นคือจะมีผู้สอบได้คะแนนสูงกว่า 120 อยู่ $\frac{15.87}{100} \times 3,000 = 476.1 \approx 476$ คน

กรณีที่ 2 หาพื้นที่ใต้โค้งปกติที่ตกอยู่ต่ำกว่าคะแนนที่ทราบ คำถามที่มักปรากฏบ่อย ๆดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 2 จากข้อมูลตามตัวอย่างที่ 1 ถ้าสถาบันอุดมศึกษารับนักเรียนเข้าศึกษาต่อในระดับอุดมศึกษา 3,000 คนโดยให้ผู้ที่มีคะแนนต่ำกว่า 85 คะแนนต้องเข้าเรียนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อปรับความรู้พื้นฐาน จะมีนักเรียนกี่คนที่ต้องเรียนปรับความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์

วิธีทำ แปลงคะแนน 85 เป็นคะแนน z จาก

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

เมื่อ $x = 85$, $\mu = 100$ และ $\sigma = 20$ จะได้

$$z = \frac{85-100}{20}$$

$$= -0.75$$

เนื่องจากตาราง z ไม่มีค่า z ที่เป็นจำนวนลบ ดังนั้นต้องเปิดตาราง z ที่ z = 0.75 จะได้พื้นที่เหนือค่า Z คือ .2266 และพื้นที่ใต้ค่า Z เท่ากับ .7734 เนื่องจากโค้งปกติสมมาตร

ดังนั้นพื้นที่ที่อยู่ต่ำกว่าคะแนน z = - 0.75 เท่ากับ พื้นที่เหนือค่า Z คือ .2266 นั่นคือจะมีนักเรียนที่ต้องเรียนปรับพื้นฐานคณิตศาสตร์ประมาณ $0.2266 \times 3000 = 679.8 \approx 680$ คน

กรณีที่ 3 หาพื้นที่ใต้โค้งปกติที่ตกอยู่ระหว่างคะแนนสองคะแนนที่กำหนดให้ คำถามที่มักปรากฏบ่อย ๆดังตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 3 จากข้อมูลตามตัวอย่างที่ 1 ถ้ากำหนดว่านักเรียนที่จะเรียนคณิตศาสตร์211ต้องมีคะแนนผลการสอบอยู่ระหว่าง 91 และ 122 ดังนั้นมีนักเรียนมีสิทธิ์เลือกเรียนคณิตศาสตร์ 211 ได้ประมาณกี่คน

วิธีทำ แปลงคะแนน 91 เป็นคะแนน z จาก

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

เมื่อ $x = 91$, $\mu = 100$ และ $s = 20$ จะได้

$$z = \frac{91-100}{20}$$

$$= -0.45$$

เนื่องจากตาราง z ไม่มีค่า z ที่เป็นจำนวนลบ ดังนั้นต้องเปิดตาราง z ที่ z = 0.45 จะได้พื้นที่เหนือค่า Z เท่ากับ .3264 เนื่องจากโค้งปกติสมมาตร จึงได้ว่า ใต้ค่า z = -0.45 เท่ากับ 0.3264

แปลงคะแนน 122 เป็นคะแนน z จาก

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

เมื่อ $x = 122$, $\mu = 100$ และ $s = 20$ จะได้

$$z = \frac{122-100}{20}$$

$$= 1.1$$

เปิดตาราง z ที่ z = 1.1 จะได้พื้นที่ใต้ค่า z เท่ากับ 0.8643

ดังนั้นพื้นที่จากคะแนน z = - 0.4 5 ถึง z = 1.1 เท่ากับ 0.8643 – 0.3264 = 0.5379 นั่นคือจะมีนักเรียนที่มีสิทธิ์เลือกเรียนคณิตศาสตร์ 211 ได้ $0.5379 \times 3000 = 1613.7$ $\approx$ 1613 คน

6. คะแนนที่ได้จากการแปลง

ในการรายงานผลการสอบโดยทั่วไปจะรายงานในรูปของคะแนนดิบ เช่น เด็กชายประยูร สอบคณิตศาสตร์ได้ 123 คะแนน จากคะแนนที่เราทราบเราบอกไม่ได้ว่าเด็กชายประยูรเก่งคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใดเมื่อเทียบกับเพื่อนๆ แต่ถ้าเราทราบข้อมูลเพิ่มขึ้นอีก เช่น ทราบว่าคะแนนเฉลี่ยของวิชานี้เป็น 105 เราก็พอจะอนุมานได้ว่าการเรียนของเด็กชายประยูรน่าจะต้องดีพอใช้ แต่ถ้าทราบข้อมูลเพิ่มขึ้นอีกเช่นทราบว่าคะแนนต่ำสุดของการสอบเป็น 80 คะแนน และคะแนนสูงสุดเป็น 125 คะแนน เราจะอนุมานความสามารถของเด็กชายประยูรได้อย่างชัดเจนขึ้นอีก

จากตัวอย่างข้างต้นแบบแผนทางจิตวิทยาหรือการศึกษา คะแนนดิบ โดยตัวของมันเอง อาจยังไม่สามารถใช้ในการตีความ เราต้องการกรอบของการอนุมานเพื่อตัดสินใจ

ว่าคะแนนที่กำหนดให้บ่งชี้ความสามารถที่ดีหรือไม่ดี ในตัวอย่าง การเรียนรู้ค่าเฉลี่ยของการแจกแจง จะช่วยให้เข้าใจระดับความสามารถของเพื่อนๆ นอกจากนั้นข้อมูลเกี่ยวกับพิสัยจะบ่งชี้ว่าความสามารถของประยูร เกือบจะดีที่สุดในชั้น จากคะแนนดิบที่ยังไม่ค่อยมีความหมายกลายเป็นการดีความที่เกี่ยวข้องกับการวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (central tendency) และการวัดการเบี่ยงเบน (variability)

ในการวัดความยาวเรามีหน่วยมาตรฐานในการวัด เช่น วัดความยาวในระบบเมดริก แต่สำหรับการวัดผลสัมฤทธิ์ ความฉลาด หรือ การวัดเชาว์ปัญญา ไม่มีหน่วยมาตรฐานของการวัดสำหรับคะแนนดิบ ในการทดสอบหนึ่งๆคะแนนขึ้นอยู่กับจำนวนของข้อทดสอบ จำนวนแต้มที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ (item) ความยากของข้อ และองค์ประกอบอื่นๆ ด้วยการวัดเช่นนี้เราสามารถทำให้มีความหมายขึ้นโดยนำคะแนนที่ได้รับไปเกี่ยวข้องกับตำแหน่งของคะแนนดิบ

คะแนนมาตรฐาน (standard scores)

คะแนนมาตรฐานหรือคะแนน z จะบ่งบอกว่าคะแนนดิบอยู่เหนือหรือต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของการแจกแจง เป็นกี่เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้น หน่วยของการวัดคือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจง :

$$z = \frac{x - \overline{X}}{s_X}$$

ในบทนี้ เราได้เรียนรู้ว่าค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุดของคะแนน z เป็น 0 และ1 ตามลำดับ เราเรียกคะแนน z อีกชื่อหนึ่งว่าคะแนนมาตรฐาน (standard score)

การแปลงคะแนนดิบเป็นคะแนนมาตรฐาน

สมมุติจากการทบสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่า

กลุ่มที่หนึ่ง เด็กชาย ก ได้คะแนน 68 ในการแจกแจง ซึ่งมีค่าเฉลี่ย 80 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8

กลุ่มที่สองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยเป็น 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 14 เด็กหญิง ข อยู่ในกลุ่มสอง มีคะแนนสมมูลกับคะแนนของเด็กชาย ก จงหาว่าเด็กหญิง ข ได้คะแนนเท่าไร

ในการตอบคำถามนี้เราทำได้โดยเปลี่ยนคะแนนของเด็กชาย ก และเด็กหญิง ข เป็นคะแนนมาตรฐานซึ่งจะได้คะแนนมาตรฐานเท่ากัน แล้วจึงคำนวณหาคะแนนดิบของกลุ่มที่สองดังนี้

เนื่องจาก $$z = \frac{x - \overline{X}}{s_X}$$

กลุ่มที่ 1 เด็กชาย ก มีคะแนน z เป็น

$$z_1 = \frac{68 - 80}{8}$$

ให้เด็กหญิง ข ได้คะแนนในกลุ่มที่ 2 เป็น x_2

ดังนั้น เด็กหญิง ข มีคะแนน z เป็น

$$z_2 = \frac{x_2 - 100}{14}$$

เนื่องจาก $$z_1 = z_2$$

ดังนั้น $$\frac{68 - 80}{8} = \frac{x_2 - 100}{14}$$

$$x_2 - 100 = \frac{(-12)(14)}{8}$$

$$x_2 = -21 + 100$$

$$= 79$$

นั่นคือคะแนนที่สมนัยกันของคะแนนในกลุ่มที่หนึ่งและกลุ่มที่สองหาได้จากสูตร

$$\frac{x_1 - \overline{X}_1}{s_{x_1}} = \frac{x_2 - \overline{X}_2}{s_{X_2}}$$

หรือ $$x_2 = \frac{s_{X_2}}{s_{X_1}}(x_1 - \overline{X}_1) + \overline{X}_2$$

$$= s_{X_2} z_1 + \overline{X}_2$$

จากโจทย์ข้างต้น

$$z_1 = \frac{68 - 80}{8}$$

$$= -\frac{3}{2}$$

$$s_{x_2} = 14$$

และ $\overline{X}_2 = 100$

ดังนั้น $x_2 = 14\left(-\frac{3}{2}\right) + 100$

$$= -21 + 100$$

$$= 79$$

คะแนนมาตรฐานเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของคะแนนดิบ

เนื่องจาก $z = \frac{x - \overline{X}}{s_X}$

ซึ่งเขียนได้เป็น $z = \frac{1}{s_X}x - \frac{1}{s_X}\overline{X}$

เนื่องจาก z , $\frac{1}{s_X}$ และ $\frac{1}{s_X}\overline{X}$ เป็นค่าคงตัว เมื่อแทน z ด้วย Y

แทน $\frac{1}{s_X}$ ด้วย b และ แทน $\frac{1}{s_X}\overline{X}$ ด้วย a จะได้

$$Y = bx + a$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

ข้อสังเกตบางประการ

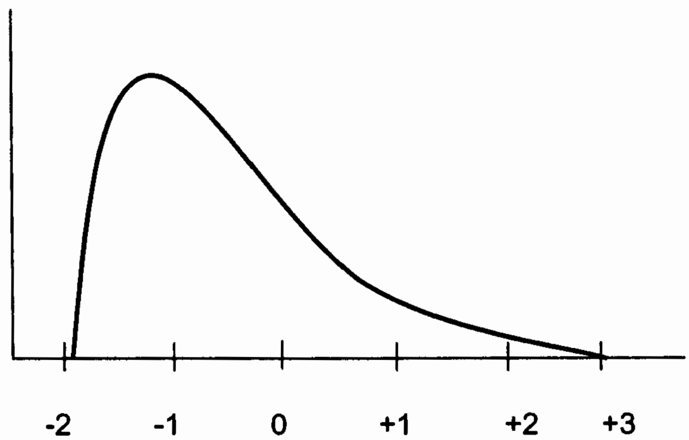
ความเป็นไปได้ของการเปรียบเทียบคะแนนในการสอบที่ต่างกัน เช่น เราหาว่าเด็กในชั้นเดียวกันที่สอบวิชาสองวิชา เราจะใช้คะแนนมาตรฐานในการเปรียบเทียบคะแนนดิบ หรือเราอาจใช้คะแนนมาตรฐานเปรียบเทียบคะแนนดิบจากกลุ่มต่างๆ

สมมุติว่าสมศรีซึ่งเรียนอยู่ในมหาวิทยาลัยชั้นปีที่ 1 สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้คะแนนดิบ 38 คะแนน และได้คะแนนวิชาประวัติศาสตร์ 78 สมมุติว่าในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ คะแนน 38 ตกที่หนึ่งในสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหนือค่าเฉลี่ย ($z = +0.5$) และคะแนนประวัติศาสตร์ของคะแนน 78 คะแนนตกที่หนึ่งในสองของส่วน

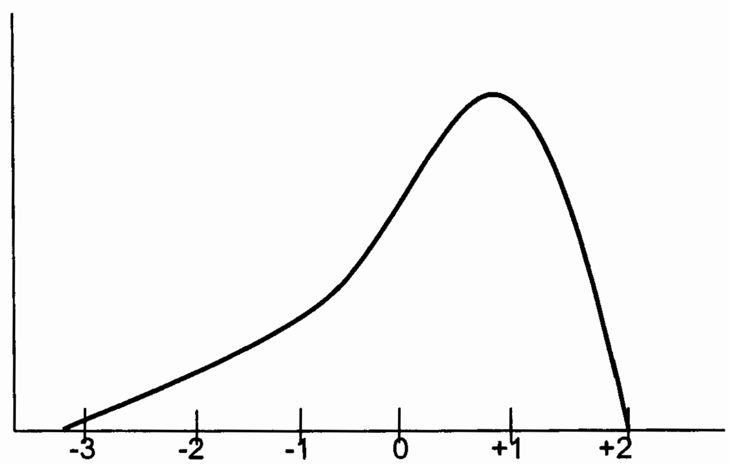
เบี่ยงเบนมาตรฐานใต้ค่าเฉลี่ย (z=-0.5) ซึ่งปรากฏว่าสมศรีเก่งคณิตศาสตร์กว่าประวัติศาสตร์ แต่มีสิ่งสำคัญที่ต้องพิจารณาบางประการ

ถ้าทั้งสองวิชาวัดกับนักเรียนกลุ่มเดียวกันทั้งหมด มันเป็นไปได้ว่าการตีความว่าสมศรีมีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงกว่าประวัติศาสตร์เมื่อเทียบกับนักเรียนในกลุ่มนั้นถูกต้อง แต่การตีความย่อมไม่ถูกต้อง ถ้าวิชาที่สอบเป็นคนละวิชากันและกลุ่มผู้สอบเป็นคนละกลุ่มกันด้วย

แม้ว่าถ้าสองกลุ่มบรรทัดฐาน (norm group) คล้ายกัน คะแนนมาตรฐานจะไม่สามารถเปรียบเทียบกันได้ถ้าการแจกแจงของสองกลุ่มไม่คล้ายกัน แสดงดังรูป 4.7 (1) และรูป 4.7 (2)



รูป 4.7 (1)



รูป 7.4 (2)

สองการแจกแจงซึ่งเบ้ในทิศทางตรงข้ามกัน การแจกแจงหนึ่งคะแนนดิบที่อยู่ที่ตำแหน่ง z = +2 เป็นค่าสูงสุด ในขณะที่อีกการแจกแจงหนึ่งคะแนนดิบที่อยู่ที่ตำแหน่ง z = +2 ไม่ได้เป็นค่าสูงสุดยังมีคะแนนอื่นตกเหนือคะแนนในตำแหน่งนี้ ในขณะการแจกแจงจากคะแนนมาตรฐานที่ถูกคำนวณไม่เหมือนกัน คะแนนมาตรฐานที่เท่ากันอาจอยู่ในลำดับเปอร์เซ็นไทล์ที่ไม่เท่ากัน ดังนั้นคะแนนมาตรฐานควรใช้สำหรับเปรียบเทียบคะแนนสองการแจกแจงที่แตกต่างกันเฉพาะที่มีรูปร่างเหมือนกัน

แบบฝึกหัด 4.

1. ผลการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 10 คนซึ่งมีคะแนนเต็ม 15 คะแนน ปรากฏนักเรียนได้คะแนนเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้

   4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 11

   จงหา คะแนน z ของคะแนนดิบ 6 และคะแนนดิบ 8
2. ผลการสำรวจราคาสินค้าชนิดหนึ่งจากร้านค้า 7 ร้าน มีราคาซึ่งมีหน่วยเป็นบาท ดังนี้

   24, 25, 25, 26, 27, 27, 28

   จงแปลงคะแนนเป็นคะแนน z และหา $\bar{z}$ และ $s_{\bar{z}}$
3. จากผลการสอบวัดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในตำบลหนึ่งจำนวน 1,240 คน ปรากฏว่าได้ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานดังนี้

วิชา	คะแนนเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
คณิตศาสตร์	46	16.2
ภาษาอังกฤษ	49	18.4

ถ้านางสาวรจนา ได้คะแนนคณิตศาสตร์ 52 คะแนน ภาษาอังกฤษ 54 คะแนน จงหาว่านางสาวรจนาเก่งวิชาใดมากกว่ากันเมื่อเทียบกับกลุ่มนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 นี้

4. ในการพิจารณาให้รางวัลกับผู้มียอดขายประจำแต่ละเดือน โดยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของคะแนน z ของยอดเงินที่ขายสินค้าแต่ละตัวในเดือนนั้นๆจากสินค้า สามตัว ซึ่งยอดขายแต่ละตัวมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งมีหน่วยเป็นหมื่นบาท ดังนี้

สินค้า	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
1	59	14.3
2	53	16.2
3	57	18.5

ถ้านายสมหวังและนายสงบขายสินค้าสามตัวได้ดังตาราง

	สินค้า1	สินค้า2	สินค้า3
นายสมหวัง	64	60	65
นายสงบ	68	54	67

ถ้าต้องการให้รางวัลพนักงานคนหนึ่งจากสองคนนี้ ใครจะเป็นผู้ได้รางวัล

5. ในการสอบแข่งขันเข้าเรียนต่อของสถาบันแห่งหนึ่ง นายสมนึกสอบได้ 646 คะแนน มีคะแนนมาตรฐาน 2.98 สมศรีสอบได้ 544 คะแนน มีคะแนนมาตรฐาน 1.96 จงหาค่ามัชฌิมเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้
6. ในการสอบแข่งขันวิชาคณิตศาสตร์ปรากฏว่าสมศรีได้คะแนน $z = 2$ สมใจได้ คะแนน $z = 1.5$ ถ้าในการสอบครั้งนี้มีค่ามัชฌิมเลขคณิต 56 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 8 เมื่อพิจารณาจากคะแนนดิบสมศรีจะได้คะแนนมากกว่าสมใจเท่าไร
7. จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่ $z \leq 1.64$
8. สำหรับคะแนนการแจกแจงปกติ จงหาสัดส่วนของคะแนนที่ตก

    8.1 เหนือ $z = 1$

    8.2 เหนือ $z = 2$

    8.3 เหนือ $z = 3$

    8.4 เหนือ $z = -1$

8.5 ต่ำกว่า z = 2

8.6 ต่ำกว่า z = 0.85

9. สำหรับคะแนนที่แจกแจงเป็นโค้งปกติ

9.1 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = 1.0 และ z = 1.64

9.2 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -1 และ z = 1

9.3 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -2 และ z = 2

9.4 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -3 และ z = 3

9.5 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -2.1 และ z = 3.2

9.6 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -0.75 และ z = 1.25

9.7 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = -1 และ z = -2

9.8 จงหาพื้นที่ใต้โค้งที่อยู่ระหว่าง z = 2.1 และ z = 3.2

10.นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 1840 คนสอบวัดความรู้คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ปรากฏว่าผลคะแนนเป็นรูปโค้งปกติมาตรฐาน มี μ = 58 และ σ = 22.4

10.1 จงหาว่านักเรียนที่ได้คะแนน 46 ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ที่เท่าใด

10.2 มีนักเรียนประมาณกี่คนที่มีคะแนนอยู่ในช่วง Q_1 และ Q_3

10.3 นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่าเปอร์เซ็นไทล์ที่ 80 มีอยู่ประมาณกี่คน แต่ละคนมีคะแนนมากกว่าเท่าใด

11.ถ้าคะแนนเป็นการแจกแจงปกติโดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 500 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 100 จงหาสัดส่วนของนักเรียนที่ได้คะแนน

11.1 เหนือคะแนน 550

11.2 เหนือคะแนน 600

11.3 ต่ำกว่าคะแนน 420

11.4 เหนือคะแนน 350

11.5 ระหว่างคะแนน 550 และ 750

11.6 ระหว่างคะแนน 300 และ 625

11.7 ระหว่างคะแนน 625 และ 725

11.8 ระหว่างคะแนน 380 และ 480

12. ถ้าคะแนนแบบทดสอบวัดความถนัด ซึ่งมีผู้เข้าสอบ 1,000 คน แจกแจงเป็นโค้งปกติ โดยมีค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 60 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 8 จงหาจำนวนคนที่

    12.1 ได้คะแนนมากกว่า 75

    12.2 ได้คะแนนน้อยกว่า 46

    12.3 ได้คะแนนมากกว่า 50

    12.4 ได้คะแนนน้อยกว่า 45

    12.5 ได้คะแนนระหว่าง 48 และ 54

    12.6 ได้คะแนนระหว่าง 58 และ 72

13. จากคะแนนการแจกแจงปกติจงหาคะแนน z

    13.1 ที่ตรงกับตำแหน่ง 99%

    13.2 ที่ตรงกับตำแหน่ง 95%

    13.3 ที่ตรงกับตำแหน่ง 75 %

    13.4 ที่ตรงกับตำแหน่ง 50 %

14. อายุการใช้งานของ แบตเตอรี่รถยนต์ยี่ห้อหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยค่ามัชฌิมเลขคณิตเป็น 7,200 ชั่วโมง และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 340 ชั่วโมง จงหาเปอร์เซ็นต์ของแบตเตอรี่รถยนต์ที่ใช้ได้นาน

    14.1 ระหว่าง 7,000 ถึง 8,000 ชั่วโมง

    14.2 เกิน 8,500 ชั่วโมง

15. การแจกแจงมีค่าเฉลี่ย 57.0 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 12.0 จงแปลงคะแนนต่อไปนี้เป็นคะแนนที่สมมูลกันในการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ย 100 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 20 เมื่อ

    15.1 X = 61   15.2 X = 74

    15.3 X = 46   15.4 X = 32

16. การแจกแจงมีค่าเฉลี่ยเป็น 106.0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 28.0 จงแปลงคะแนนต่อไปนี้เป็นคะแนนที่สมมูลกันในการแจกแจงที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 500 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 100 เมื่อ

16.1 X = 121 16.2 X = 98

16.3 X = 86 16.4 X = 105

17. คะแนนสอบเข้ามหาวิทยาลัยเป็นการแจกแจงปกติ มี $\overline{X}$ = 500 และ s =100 จงหาค่าลำดับชั้นเปอร์เซ็ลไทล์ ของคะแนน

17.1 450 17.2 700

17.3 550 17.4 625

18. ในตอนสิ้นภาคเรียน ผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ของเด็กชาย ก เปลี่ยนจาก P_{50} เป็น P_{70} เด็กชาย ข เปลี่ยนจาก P_5 เป็น P_{25} เด็กชาย ค เปลี่ยนจาก P_{65} เป็น P_{70} สมมุติว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์เป็นการแจกแจงปกติ เราจะสามารถกล่าวเกี่ยวกับคะแนนดิบสัมพัทธ์ที่ได้รับของนักเรียนสามคนนี้ได้อย่างไร